

**Г.Г. Півняк,
О.С.Бешта,
С.Б.Тулуб**

ЦИФРОВА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ В ЗАДАЧАХ ЕНЕРГО- І РЕСУРСОЗБЕРЕЖЕННЯ



Г.Г. Півняк, О.С.Бешта, С.Б.Тулуб

**ЦИФРОВА
ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ
ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ
В ЗАДАЧАХ ЕНЕРГО- І РЕСУРСОЗБЕРЕ-
ЖЕННЯ**

**За редакцією академіка НАН України
Г.Г.Півняка**

УДК 681.5.015: 62-83

ББК 31.291.01

П

Затверджено Вченою радою Національного гірничого університету як монографія (протокол №9 від 22.12.04).

Рецензенти: О.С. Садовой – д-р техн. наук, завідувач кафедри "Електрообладнання" Дніпродзержинського державного технічного університету;
А.П. Сінолиций – д-р техн. наук, завідувач кафедри автоматизованого електропривода Криворізького технічного університету

Півняк Г.Г., Бешта О.С. Тулуб С.Б. Цифрова ідентифікація параметрів електромеханічних систем в задачах енерго- і ресурсозбереження: Монографія/ За ред. акад. Г.Г.Півняка. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2004. – 197 с.

ISBN

Книга присвячена питанням створення єдиної системи інформаційного забезпечення електромеханічних систем електроприводів на основі ідентифікації параметрів номінального і динамічних режимів їх роботи для вирішення проблем енергозбереження і ресурсозбереження. Запропоновані оригінальні дискретні моделі електромеханічних систем електропривода постійного і змінного струму, які дозволяють створювати цифрові автоматизовані системи ідентифікації і керування електроприводами. Розроблений метод рекурентних форм, який дозволяє отримати аналітичні залежності відносно невідомих параметрів через дискрети перехідного процесу вихідної координати при стрибку вхідної дії. Запропонований метод ідентифікації номінальних даних електропривода на основі розподілу втрат і теплової моделі двигуна.

Книга розрахована на вчених, що займаються проблемами цифрової ідентифікації, аналізу та обробки даних, цифрового керування електроприводами, питаннями енерго- і ресурсозбереження, а також студентів, які навчаються на електромеханічних спеціальностях та інженерів-електромеханіків.

The book is devoted to creation of common information supply systems for electric drives' electromechanic systems based on parameters identification of their rated and dynamic parameters for energy and resource saving reasons. New discrete models of AC and DC electric drives are proposed, that allows creating digital automated systems for control and identification of electric drives. A method of recurrent forms is elaborated, which allows obtaining analytic dependencies between required parameters and discrete values of output coordinate in transient process, caused by input signal step. A method of electric drive's rated parameters identification is proposed based on loss division and motor's thermal model.

The book is written for scientist dealing with digital identification, data analysis and processing, electric drives' digital control, questions of energy and resource saving, also for students of electromechanic specialties and engineers.

ББК 31.291.01

© Г.Г. Півняк, О.С. Бешта,
С.Б. Тулуб, 2004

© Національний гірничий університет, 2004

ISBN

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	5
1. МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ.....	7
1.1. Моделі	7
1.2. Методи	13
1.3. Проходження неперервного сигналу через цифрову ЕОМ	16
1.4. Використання z -перетворень	18
1.5. Імпульсна передаточна функція	23
1.6. Аналіз стійкості дискретних систем	27
2. ДИСКРЕТНА АПРОКСИМАЦІЯ НЕПЕРЕРВНИХ СИСТЕМ.....	33
2.1. Методи дискретної апроксимації	33
2.2. Дискретна апроксимація ланок s^k	43
2.3. Дискретна апроксимація за допомогою імпульсних функцій	46
2.4. Дискретні моделі неперервних систем	50
2.5. Порівняльний аналіз точності методів	55
2.6. Порівняльний аналіз стійкості дискретних моделей	63
3. МЕТОДИ ДИСКРЕТНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НА ОСНОВІ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ПРОЦЕСІВ.....	70
3.1. Метод рекурентних форм	70
3.2. Метод дискретної передаточної функції	73
3.3. Метод інверсних рівнянь	75
3.4. Особливості дискретної ідентифікації нелінійностей	77
4. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ	80
4.1. Метод балансу потужності	80
4.2. Ідентифікація номінального навантаження	85
4.3. Ідентифікація при неякісності напруги живлення	93
4.4. Ідентифікація параметрів багатомасових систем з пружними зв'язками	96

5. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ЗМІННОГО СТРУМУ.....	102
5.1. Ідентифікація параметрів номінального режиму	102
5.2. Дискретна апроксимація	114
5.3. Ідентифікація динамічних параметрів	120
5.4. Особливості ідентифікації параметрів синхронного двигуна	131
6. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.....	133
6.1. Ідентифікація параметрів номінального режиму	133
6.2. Дискретна апроксимація	140
6.3. Ідентифікація динамічних параметрів	150
6.4. Врахування впливу вищих гармонік	158
6.5. Ідентифікація параметрів секцій якоря	162
7. РОЗРОБКА СИСТЕМ ІДЕНТИФІКАЦІЇ.....	168
7.1. Задачі синтезу систем ідентифікації	169
7.2. Синтез систем ідентифікації	172
7.3. Точність ідентифікації	181
7.4. Алгоритми ідентифікації	186
8. ВИСНОВКИ.....	194
9. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	195

ПЕРЕДМОВА

Перспектива розвитку промислового сектора економіки України природно пов'язується із впровадженням нової техніки і технологій, які за визначенням забезпечують високу ефективність енерговикористання. Такі заходи вимагають суттєвих інвестицій і структурної перебудови усієї економіки, тому її оновлення має відбуватися впродовж значного відрізка часу. Водночас доцільним є забезпечення найбільш ефективного використання існуючої техніки за рахунок її модернізації, підвищення надійності і подовження ресурсу роботи. Узагальнюючи, можна говорити про впровадження у промисловість технологій енерго- і ресурсозбереження (ЕРЗ).

Сучасні наукові дослідження пов'язані із створенням єдиної системи інформаційного забезпечення (СІЗ), яка повинна супроводжувати промисловий об'єкт на усіх етапах його життєвого циклу: проектування, створення, експлуатації, ремонту. Через те, що життєвий цикл є послідовним, пропонується загальну систему інформаційного забезпечення (СІЗ життєвого циклу) будувати з окремих СІЗ (СІЗ етапів життєвого циклу) за змішаною циклічно-ієрархічною структурою. Окремі СІЗ можуть мати алгоритмічну структуру, тобто будуватися програмно на базі ЕОМ або контролера.

Основним користувачем електроенергії є електропривод промислових установок, який розглядається у більш загальному вигляді як електромеханічна система електропривода (ЕМС ЕП). Виходячи з існуючих умов експлуатації застарілого, неоновлюваного парку електрообладнання і того, що поставлена проблема створення СІЗ є найбільш загальною, авторами обмежене коло питань, які розглядаються у монографії, питаннями створення СІЗ експлуатації (СІЗЕ) і ремонту (СІЗР) електромеханічних систем електропривода.

Попередні дослідження показали, що експлуатація ЕМС ЕП повинна виконуватися з урахуванням нестаціонарності параметрів електропривода, пов'язаної з експлуатаційним "старінням" електрообладнання і ремонтними заходами, шляхом керування режимами сталої роботи і пуску, або захисту при перевантаженні. Подовження експлуатаційного ресурсу забезпечується через поліпшення якості ремонту і визначення реальних параметрів ЕМС ЕП після ремонту і модернізації. Для цього необхідна ідентифікація найбільш критичних параметрів, що впливають на довговічність, надійність, безвідмовність роботи. Отриману інформацію слід використовувати для корекції режиму роботи чи захисту за допомогою інтегрованих систем або, якщо це неможливо, для визначення залишкового ресурсу працездатності при тепловому перевантаженні, перевищенні напруги живлення або його несиметричності і таке інше.

Питання ідентифікації у СІЗЕ і СІЗР необхідно вирішувати експрес-методами, що, безумовно, прискорить процеси моніторингу і захисту, визначення реальних параметрів ЕМС ЕП. Очевидно, що такі методи при експлуатації та на етапі ремонту не повинні бути пов'язані з механічним сполученням досліджуваних електроприводів з навантажувальними машинами. В режимі експлуатації це не дозволяє технологічний режим і підключення електропривода до технологічного агрегату, а на стадії ремонту, при широкій номенклатурі двигунів, що ремонтуються, ідентифікація у вимірювально-діагностичному комплексі (ВДК) суттєво утруднена.

У монографії розглядається закономірності процесу ідентифікації номінальних і динамічних параметрів у системах електропривода різного типу з використанням цифрових моделей електропривода та цифрової обробки вихідних сигналів і цифровим керуванням. Формулюється концепція формування систем ідентифікації на базі автоматизованих вимірювально-діагностичних комплексів з цифровими керуванням і обробкою даних, створення експрес-методів ідентифікації номінальних і динамічних параметрів ЕМС ЕП.

Автори сподіваються, що книга може бути корисна для вчених, що займаються проблемами цифрової ідентифікації, аналізу та обробки даних, цифрового керування електроприводами, питаннями енерго- і ресурсозбереження. Книга може бути використана у навчальному процесі для студентів, які навчаються на електромеханічних спеціальностях, а також для інженерів-електромеханіків.

Усі зауваження та пропозиції, що виникли при читанні книги, просимо направити на адресу: Національний гірничий університет, пр. К. Маркса, 19, Дніпропетровськ, 49027, Україна.

Розділ 1

МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

Проблемі ідентифікації систем присвячено багато робіт [5, 14, 15, 22, 24, 31, 34, 35, 38, 39, 48, 54] та ін. У [15] з посиланням на відповідний державний стандарт формулюється, що ідентифікацією є визначення параметрів і структури математичної моделі, що забезпечує найліпший збіг вихідних координат моделі і процесу при однакових вхідних діях. З цієї точки зору процедура ідентифікації об'єкту включає такі основні компоненти:

- 1) формування апріорних даних про об'єкт;
- 2) визначення множини моделей-кандидатів;
- 3) вибір критерію відповідності випробовуваної моделі даним спостережень;
- 4) верифікація моделей і вибір найбільш прийнятної з точки зору п.3 моделі;
- 5) визначення параметрів моделі, вибраної за п.4.

Формування апріорних даних про об'єкт виконується з врахуванням прийнятих попередніх припущень. Наприклад, попередньо приймається наближення про те, що досліджуваний об'єкт є лінійним стаціонарним, тобто форма реакції об'єкту на довільний вхідний сигнал не залежить від вибору початку підрахунку часу і його реакція на лінійну комбінацію вхідних сигналів співпадає з лінійною комбінацією вихідних реакцій на кожний окремо взятий вхідний сигнал.

Пункти 3 і 4 відповідають методам ідентифікації моделей, а пункт 5 – методам параметричної ідентифікації.

1.1. Моделі

Модель об'єкту представляє собою опис усіх або деяких його властивостей. У [12] пропонується методологічний підхід до моделювання при дослідженні електромеханічних систем. Пропонується побудову моделей якогось процесу (об'єкту) починати з загальної феноменологічної моделі, яка

має словесний опис досліджуваного процесу (об'єкту) з першим рівнем припущень. Далі на основі цієї моделі виконується математичний опис, при якому робиться другий рівень припущень. Потім складаються конкретні моделі, які можуть бути реалізовані як фізичні, математичні або аналогові. Вони будуються з третім рівнем припущень. Математична модель визначається системою диференціальних рівнянь, що є спрощеними відносно загальної математичної моделі вищого рівня. При обробці даних моделі, трактуванні і узагальненні отриманих результатів робляться припущення четвертого рівня.

З точки зору запропонованої методології визначення моделей [12] феноменологічну модель ЕМС ЕП необхідно розглядати як замкнуту, багатомірну, нелінійну, нестационарну, з зосередженими параметрами. Таке представлення ЕМС ЕП для задач ідентифікації є досить складним. Для спрощення методів ідентифікації і об'єму розрахунків необхідне перетворення, спрощення моделей ЕМС ЕП, представлення їх у допустимих межах стаціонарними, лінійними і розімкнутими (другий рівень припущень).

Для отримання математичного опису об'єкту (третій рівень припущень) можливі такі підходи:

- теоретичні методи отримання математичного опису системи;
- експериментальні методи;
- сполучення наведених вище методів.

Найбільш ефективним методом є метод сполучення аналітичного і експериментального підходів до ідентифікації. На основі теоретичних досліджень вибирається модель об'єкту і її структура, а параметри моделі визначаються експериментально.

З точки зору опису усі об'єкти розділяються на такі групи [15]:

- об'єкти, для яких відомі усі математичні рівняння і чисельні значення їх коефіцієнтів (відома структура і її коефіцієнти);
- об'єкти, для яких відомі усі математичні рівняння, але не відомі чисельні значення їх коефіцієнтів (відома структура);
- об'єкти, для яких не відомі вид математичних рівнянь і чисельні значення їх коефіцієнтів, але є деяка апіорна інформація про лінійність об'єкту, наявність нелінійних елементів, тощо (невідома структура);
- об'єкти, відносно яких відсутня якась апіорна інформація (об'єкти типу "чорного ящика" – невідома структура).

Слід звернути увагу на деяку умовність такої класифікації, тому що складно визначити чітку межу між наведеними групами. Однак така градація дозволить нам в подальшому більш конкретніше поставити задачі ідентифікації в межах даної роботи.

Згідно з наведеною класифікацією до першої групи відносяться об'єкти, у яких відома структура моделі і приблизні значення її параметрів. Параметри схильні до дрейфу. Задача ідентифікації в цьому випадку зводиться до уточнення значень параметрів об'єктів. Таке уточнення може носити періодичний характер, або постійний, на основі стеження за допомогою адаптивних моделей.

Для другої групи об'єктів задача ідентифікації полягає у визначенні невідомих параметрів.

ЕМС ЕП на третьому рівні припущень у відомій мірі може відноситися до цих двох груп об'єктів.

Для багатьох фізичних об'єктів, зокрема, для електромеханічних систем електропривода, характерним є їх неперервне в часі представлення у вигляді диференціальних рівнянь і представлення у відповідному відображенні цих рівнянь у Лапласовому просторі. Таким чином, неперервні об'єкти можуть моделюватися передаточними функціями, що пов'язують реакцію системи з урахуванням збурення і вхідну дію в операторній формі.

Вихідний сигнал всякого реального об'єкту має похибку, що обумовлена різними причинами. При цьому значення похибки попередньо невідоме. Як правило, послідовність спостережуваних похибок є випадковою, тобто реалізується випадковий процес, що може бути описаний в межах статистичної теорії. Об'єкт з похибкою розглядається як об'єкт, до вихідної реакції якого додається збурення у вигляді випадкової функції часу (рис.1.1).

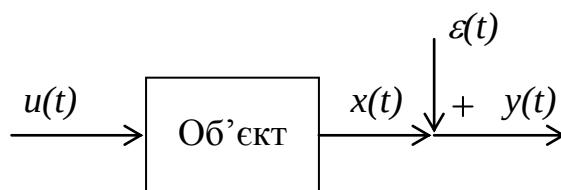


Рис.1.1. Об'єкт зі збуренням

Інформація про вхідну дію і реакцію досліджуваного об'єкту може бути зібрана у вигляді неперервного (осцилограма), або дискретного сигналу. У комп'ютеризованих системах керування і діагностики мають справу зі спостереженнями вхідних і вихідних сигналів у дискретні моменти часу. Тоді операторним передаточним функціям відповідають дискретні передаточні функції, що пов'язують реакцію об'єкту з урахуванням збурення і вхідну дію в дискретні моменти часу. У цьому випадку опис об'єкту представляється формулою [35]

$$y(k) = W(q, \theta) \cdot u(k) + V(q, \theta) \cdot r(k), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

де $y(k)$, $u(k)$ – відповідно k -та дискрета вихідного і вхідного сигналів лінійного об'єкту у часовому просторі;

$\{r(k)\}$ – послідовність незалежних випадкових величин з нульовим середнім значенням і дисперсіями σ^2 ;

$W(q, \theta)$, $V(q, \theta)$ – відповідно передаточні функції за вхідним сигналом і збуренням;

θ – вектор параметрів моделі об'єкту.

$$W(q, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} w(n, \theta) \cdot q^{-n}, \quad (1.2)$$

$$V(q, \theta) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} v(n, \theta) \cdot q^{-n}, \quad (1.3)$$

де $w(n, \theta)$ – n -та дискрета імпульсної реакції об'єкту на дію $u(k)$;
 $v(n, \theta)$ – n -та дискрета імпульсної реакції об'єкту на збурення $r(k)$;
 q^{-1} – оператор зсуву назад: $q^{-1} \cdot u(k) = u(k-1)$.

Сутність моделі полягає у її здатності завбачення, тому критерієм оцінки можливостей моделі є похибка завбачення. Параметри моделі повинні бути вибрані таким чином, щоб похибка завбачення була мінімальною. Верифікація моделі з відомою структурою обумовлює визначення коефіцієнтів структури за принципом мінімізації похибки вихідних сигналів об'єкта і моделі.

Для однокрокового завбачення процесу $y(t)$ маємо [35]

$$\begin{aligned} \hat{y}(k | k-1) &= W(q, \theta) \cdot u(k) + \hat{\varepsilon}(k | k-1) = \\ &= V^{-1}(q, \theta) \cdot W(q, \theta) \cdot u(k) + [1 - V^{-1}(q, \theta)] \cdot y(k), \end{aligned} \quad (1.4)$$

де $\hat{y}(k | k-1)$ – умовне математичне очікування, що прийняте як завбачення процесу $y(k)$ в момент часу $k-1$;

$$\hat{\varepsilon}(k | k-1) = \sum_{n=1}^{\infty} v(n, \theta) r(k-n) - \text{умовне математичне очікування збурення}$$

ε при нульовому математичному очікуванні білого шуму $r(k)$.

Умовне середнє $\hat{\varepsilon}(k | k-1)$ мінімізує середньоквадратичне відхилення похибки завбачення збурення.

Згідно з (1.1) модель лінійного об'єкту визначається передаточними функціями $W(q, \theta)$ і $V(q, \theta)$. Якщо модель доповнюється вірогідними властивостями об'єкту, її використовують у стохастичних методах ідентифікації.

Для параметризації $W(q, \theta)$ і $V(q, \theta)$ вхідно-вихідної відповідності використовуються узагальнена модельна структура [35]

$$A(q, \theta) y(k) = \frac{B(q, \theta)}{F(q, \theta)} u(k) + \frac{C(q, \theta)}{D(q, \theta)} r(k), \quad (1.5)$$

де $A(q, \theta) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na}$,
 $B(q, \theta) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$,
 $D(q, \theta) = 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \dots + d_{nd} q^{-nd}$,
 $F(q, \theta) = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_{nf} q^{-nf}$.

З (1.5) можна отримати деякі найбільш розповсюджені моделі. Модель похибки рівняння знаходиться з (1.5) за умовою

$$F(q, \theta) = D(q, \theta) = C(q, \theta) = 1. \quad (1.6)$$

Набір параметрів, що визначаються,

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_{na}, b_1, b_2, \dots, b_{nb}]^T. \quad (1.7)$$

Завбачник даної моделі

$$\hat{y}(k | k-1) = B(q, \theta) \cdot u(k) + [1 - A(q, \theta)] \cdot y(k). \quad (1.8)$$

З (1.8) видно, що цей завбачник є скалярним множенням відомого вектора вхідних і вихідних даних на параметри, тобто є лінійною регресією.

Найбільш поширений спосіб опису лінійних динамічних систем у теперішній час є опис у просторі станів. При цьому використовується математичне моделювання у неперервному часі з метою формування структур з фізичними параметрами θ із доповненням або без доповнення неперервною моделлю шуму

$$\dot{x}(t) = A(\theta) \cdot x(t) + B(\theta) \cdot u(t), \quad (1.9)$$

$$y(t) = C(\theta) \cdot x(t) + \varepsilon(t), \quad (1.10)$$

де $x(t)$, $\dot{x}(t)$ – матриці змінних стану і їх похідних відповідно;

$A(\theta)$, $B(\theta)$, $C(\theta)$ – матриці відповідної розмірності ($n \times n$, $n \times m$ і $n \times p$ відповідно при n - мірному стані, m - мірному вхідному і p - мірному вихідному сигналі).

В описах простору станів дискретна модель системи має вигляд [35]

$$y(k) = W(q, \theta) \cdot u(k) + V(q, \theta) \cdot r(k), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1.11)$$

$$W(q, \theta) = C_d(\theta) \cdot [qI - A_d(\theta)]^{-1} \cdot B_d(\theta), \quad (1.12)$$

$$V(q, \theta) = C_d(\theta) \cdot [qI - A_d(\theta)]^{-1} \cdot K(\theta) + I, \quad (1.13)$$

де $A_d(\theta) = e^{A(\theta)h}$; $B_d(\theta) = \int_0^h e^{A(\theta)\tau} B(\theta) d\tau$, $C_d(\theta) = C(\theta)$; $K(\theta)$ – фільтр Калмана; h – крок дискретизації.

У випадку опису системи у просторі станів при визначенні моделі завбачення фільтр Калмана розраховується достатньо складно, тому часто викори-

стовується пряма параметризація $K(\theta)$ через параметри θ . При цьому (1.12) і (1.13) представляється як раціональна дріб з чисельником і знаменником у вигляді лінійної комбінації параметрів і ступенів q [35]. Ці співвідношення відповідають параметризації моделі за типом "вхід–вихід".

При ідентифікації об'єктів джерелом інформації про них є вхідні і вихідні дані та дані про завади. У багатьох випадках інформація про завади відсутня, тому розглядається детермінована модель системи, тобто модель, що позбавлена шумів. Тоді при відсутності опису властивостей збурення з (1.1) впливає опис детермінованої моделі системи

$$y(k) = W(q, \theta) \cdot u(k). \quad (1.14)$$

У цьому випадку модель завбачення $\hat{y}(k | k-1)$ може визначатись через (1.14), але втрачається однозначність використання цієї моделі. Тому, використовуючи модель (1.14), вводять спостерігач (прогнозуючий фільтр). Тоді l -крокове завбачення процесу $y(t)$ має вигляд [35]

$$\hat{y}(k | k-l) = [1 - W_{cn}(q)] \cdot y(k) + W_{cn}(q) \cdot W(q) \cdot u(k), \quad (1.15)$$

де $W_{cn}(q)$ – передаточна функція спостерігача (прогнозуючого фільтра).

При повній специфікації шуму і повній інформації про минуле існує повна визначеність $W_{cn}(q)$. У іншому випадку фільтр вибирається як компроміс між чутливістю і похибками вимірів вихідного сигналу і швидко затухаючим впливом помилкових початкових умов.

Об'єкт з багатьма входами і виходом у статистиці може бути описаний регресійною моделлю виду [14]

$$Y = U \cdot B, \quad (1.16)$$

де $Y^T = \|Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_N\|$ – вектор вихідних даних;

$B^T = \|b_0 \ b_1 \ \dots \ b_n\|$ – коефіцієнти регресії;

$$U = \begin{bmatrix} U_0 & U_{1,1} & \dots & U_{1,n} \\ U_0 & U_{2,1} & \dots & U_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U_0 & U_{N,1} & \dots & U_{N,n} \end{bmatrix};$$

U_0 – фіктивний чинник, рівний одиниці.

Відповідно до теорії регресійного аналізу [17, 18] коефіцієнти системи рівнянь (1.16) можуть бути отримані за формулою

$$B = (U^T \cdot U)^{-1} \cdot U^T \cdot Y. \quad (1.17)$$

Попередній аналіз літератури показав, що наведені моделі найбільш поширені в задачах ідентифікації електромеханічних систем, тому вони будуть використовуватися у подальшому.

1.2. Методи

Існують непараметричні (прямі) і параметричні методи ідентифікації. Для перших трьох груп об'єктів усі методи ідентифікації є, як правило, параметричними.

Непараметричні методи ідентифікації основані на: а) аналізі перехідних процесів від імпульсної, східчастої або синусоїдальної вхідної дії; б) кореляційному аналізі [14, 15].

Методи непараметричного оцінювання є першими, що були реалізовані для ідентифікації. Вони дозволяють визначити характеристики системи: у часовій області – імпульсні перехідні функції, перехідні функції; у частотній області – амплітудні і фазові характеристики, годографи і т.д.

Отримані послідовності дискретних значень наведених вище характеристик апроксимуються певними аналітичними виразами. Коефіцієнти апроксимації можуть бути виражені через параметри об'єкту. У цьому випадку можливе визначення параметрів об'єкту, що ідентифікується. Однак складність вирішення такої задачі ідентифікації окремих параметрів об'єкту призводить до необхідності використання параметричних методів. Крім того непараметричні методи коректні тільки для лінійних стаціонарних процесів і за межами процесу керування.

Параметричні методи оцінювання ґрунтуються на такій постановці задачі.
Вихідні дані.

Розглядається модель з масивом параметрів θ . Отримуються масиви даних системи на вході $U^N = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ і виході $Y^N = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ (розмірності $(1 \times N)$). Загальний масив має вигляд $Z^N = \{y_1, y_2, \dots, y_N, u_1, u_2, \dots, u_N\}$.

Задача.

Визначити значення параметрів θ .

Рішення.

Параметри оцінюються за допомогою моделей системи. При цьому оцінка параметрів складає $\hat{\theta}$.

Можливості моделей оцінюються за критерієм похибки завбачення

$$\vartheta(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t | \hat{\theta}). \quad (1.18)$$

Основний принцип параметричного оцінювання виглядає таким чином [14, 33, 35, 52]. На основі Z^N для вибраної моделі розраховується $\vartheta(t, \theta)$. Послідовність похибок завбачення (1.18) у дискретні моменти часу $t = i \cdot h$, де

$i = 1, 2, 3, \dots, N$, h – інтервал дискретизації, розглядається як вектор. “Розмір” вектора оцінюється якоюсь нормою. Вектор $\hat{\theta}_N$ вибирається таким чином, щоб норма похибки завбачення була мінімальною.

Прийmemo, що послідовність похибок завбачення $\{\vartheta(t, \theta)\}$ перетворюється лінійним стійким фільтром $L(q)$, де q – оператор запізнення.

Після фільтрації похибки завбачення будуть мати вигляд [35]

$$\vartheta_F(t, \theta) = L(q) \cdot \vartheta(t, \theta). \quad (1.19)$$

Фільтрація (1.19) необхідна у тому випадку, якщо не виконувалась попередня фільтрація сигналу.

Далі використовуємо норму у вигляді математичного очікування скалярно-значущої функції $l(*)$ [14, 33, 35, 52]

$$J(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=h}^{Nh} l[\vartheta_F(t, \theta)], \quad (1.20)$$

Оцінка $\hat{\theta}_N$ визначається мінімізацією $J(\theta, Z^N)$.

Для даного сімейства підходів існує термін [35] – методи ідентифікації за похибкою завбачення.

Конкретні методи ідентифікації отримуються з формули (1.20) як окремий випадок вибору $l(*)$, $L(*)$, структури моделі.

Існує значна свобода у виборі різних функцій прогнозу $l(*)$. Найбільш розповсюдженими є: метод найменших квадратів (МНК); метод максимальної правдоподібності; чисельні методи пошуку (градієнтні методи); методи рекурентного оцінювання.

Першим вибором норми $l(*)$ повинна бути квадратична норма

$$l(*) = [y(t) - \hat{y}(t | \hat{\theta})]^2. \quad (1.21)$$

Такий вибір пояснюється тим, що квадратична норма може бути глобально мінімізована. Питання робастності відносно поганих даних можуть слугувати виправданням для використання інших норм [35]. Тому найбільш розповсюдженим є МНК, який використовує завбачення лінійної регресії

$$\hat{y}(t | \hat{\theta}) = \varphi^T(t) \cdot \theta, \quad (1.22)$$

де

$$\varphi^T(t) = [-y(t-h), -y(t-2h), \dots, -y(t-n_y h), u(t-h), u(t-2h), \dots, u(t-n_u h)]$$

– регресійний вектор.

Норма МНК з (1.20) – (1.22) приймає вигляд

$$J(\boldsymbol{\theta}, Z^N) = \frac{1}{2N} \sum_{t=h}^{Nh} [y(t|\boldsymbol{\theta}) - \boldsymbol{\varphi}^T(t) \cdot \boldsymbol{\theta}]^2. \quad (1.23)$$

Оцінка $\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$ за МНК визначається мінімізацією (1.23)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=h}^{Nh} \boldsymbol{\varphi}(t) \cdot \boldsymbol{\varphi}^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=h}^{Nh} \boldsymbol{\varphi}(t) y(t). \quad (1.24)$$

Перевагою даного методу є можливість однозначного і ефективного знаходження глобального мінімуму. Оцінка параметру $\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$ при $N \rightarrow \infty$ прагне до істинного значення.

Недоліком МНК є неможливість його використання, якщо шум $\vartheta(t)$ не є білим, тому що оцінка параметрів не зійдеться з істинними значеннями.

За методом максимальної правдоподібності виміри представляють собою випадковий вектор $Y^N = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$.

Вважаємо, що існує функція щільності вірогідності $f(\boldsymbol{\theta}, Y^N)$. Тоді оцінка, що максимізує вірогідність досліджуваної події, є оцінкою максимальної правдоподібності.

Даний метод є найбільш загальним, однак вимагає інформації про вірогідні характеристики об'єкту, що досліджується.

Чисельні методи пошуку (ітеративні) використовують чисельну мінімізацію функції (1.20). Вони перераховують оцінку мінімуму ітеративно. При цьому приймається така форма ітерації [33, 52]

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)} + \alpha^{(i+1)} \cdot \nabla_{\boldsymbol{\theta}} J^{(i)}, \quad (1.25)$$

де $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J^{(i)}$ – градієнт пошуку мінімуму $J(\boldsymbol{\theta}, Z^N)$, отриманий на попередній ітерації; $\alpha^{(i+1)}$ – позитивна константа на $(i+1)$ -й ітерації.

У залежності від $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J^{(i)}$, чисельні методи розділяються на [35]: методи, що використовують тільки значення функції $J(\boldsymbol{\theta}, Z^N)$; методи, що використовують значення функції $J(\boldsymbol{\theta}, Z^N)$ і її градієнту; методи, що використовують значення функції $J(\boldsymbol{\theta}, Z^N)$, її градієнту і матрицю других похідних (гессіан).

Методи рекурентного оцінювання (методи реального часу) призначені для ідентифікації об'єкту під час його роботи. Для таких методів необхідне формування відповідних адаптивних моделей. Обчислення сигналів об'єкту і його моделі, обробка даних в реальному масштабі часу повинні закінчувати-

ся на кожному кроку до початку іншого. Алгоритм рекурентних методів можна починати лише з кроку, більшого від кількості невідомих параметрів, інакше матриця значень може бути невизначеною. Це ускладнює процес ідентифікації і вимагає спрощення моделей і високої швидкодії обладнання.

Методи чисельного пошуку і рекурентні перевагою мають те, що вони безпосередньо мінімізують похибку оцінки параметрів об'єкту. Їх використання, наприклад, у компенсаційних методах ідентифікації (рис.1.2) підвищують точність ідентифікації. Сутність компенсаційних методів полягає у тому, що вхідна дія $u(t)$ подається на об'єкт, що ідентифікується і на його модель. Вихідний сигнал об'єкту $y(t)$ порівнюється з вихідним сигналом моделі $\hat{y}(t)$ і у відповідності до обраної норми (1.20) виконується настроювання

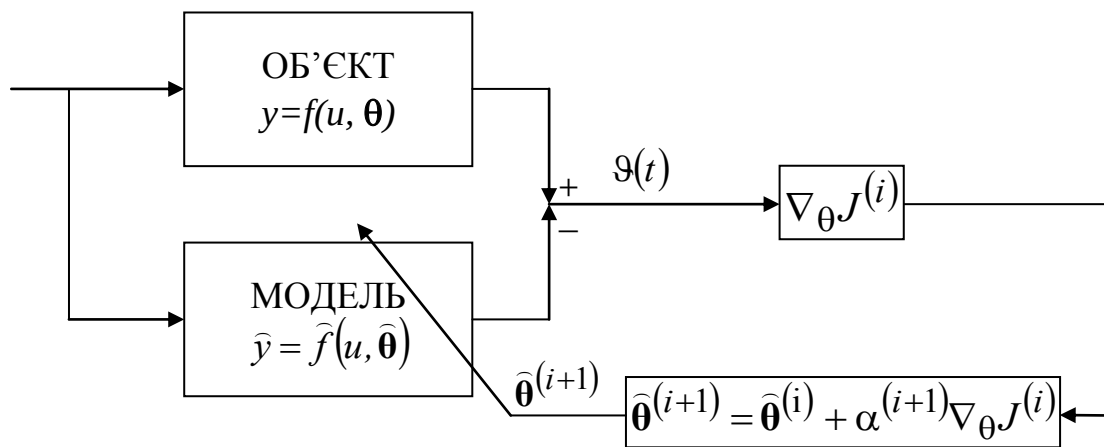


Рис.1.2. Компенсаційний метод ідентифікації

параметрів моделі. Налаштування параметрів за рекурентними методами виконується на кожному кроку.

Недоліками градієнтних і рекурентних методів є те, що вони складні за алгоритмом і вимагають значних обчислювальних засобів і часу. Крім того, як визначено у [14, 52], на швидкість збігання цих методів суттєво впливає початкове значення параметру, що ідентифікується.

Перевагою рекурентних методів є можливість відстеження нестационарностей і нелінійностей.

1.3. Проходження неперервного сигналу через цифрову ЕОМ

Використання цифрової ЕОМ в каналах керування неперервних систем обумовлює необхідність апаратного узгодження її з аналоговими системами керування, а також теоретичного обґрунтування цього узгодження для математичного опису таких гібридних систем.

Принциповою різницею між цифровою ЕОМ та аналоговими системами керування є те, що ЕОМ виконує опитування периферичних пристроїв в дис-

кретні моменти часу. Керування від ЕОМ також дискретне, тобто визначене тільки в дискретний момент часу. Таким чином, опис сигналів на вході і виході цифрової ЕОМ повинен виконуватися не за допомогою неперервних функцій $f(t)$ і $f_B(t)$ (неперервних послідовностей значень функцій), а через дискретні функції $f^*_k(t)$ і $f^*_{BK}(t)$ (кінцеві множини значень функцій). При цьому функції $f^*_k(t)$ і $f^*_{BK}(t)$ повинні бути кодовані, тобто кожне дискретне їх значення повинне мати вираз через певну послідовність цифр.

Таке представлення сигналів для ЕОМ означає, що необхідні певні пристрої, які повинні виконувати перетворення сигналів виду "дискретне значення сигналу-код" і "код-дискретне значення сигналу". Такими пристроями є відповідно аналогово-цифровий перетворювач (АЦП) і цифрово-аналоговий перетворювач (ЦАП). ЦАП забезпечує перехід від послідовності кодів функції вихідного сигналу ЕОМ $f^*_{BK}(t)$ до відповідної послідовності дискретних значень функції $f^*_B(t)$. АЦП, навпаки, перетворює послідовність дискретних значень функції вхідного сигналу ЕОМ $f^*(t)$ на відновлену послідовність кодів цієї функції $f^*_k(t)$.

Крім того, на АЦП і ЦАП покладається обов'язок буферизації даних, тобто утримання їх без зміни певний час, який визначається частотою дискретизації сигналу $f(t)$. Таким чином забезпечується екстраполяція нульового порядку (прямокутниками) дискретного сигналу $f^*_B(t)$ на інтервалі дискретизації. Отримується неперервний сигнал $f_e(t)$, який використовується для керування неперервним об'єктом із передаточною функцією $W_{об}(s)$. Для більш точної апроксимації вихідного сигналу $f^*_B(t)$ можливе використання більш складних функцій екстраполяції.

Для створення з неперервного сигналу на вході в системи $f(t)$ певної послідовності значень на АЦП накладається функція квантування. При цьому забезпечується квантування за рівнем і за часом. Квантування за рівнем створює на виході АЦП ефект другого порядку малості у порівнянні з ефектом від квантування за часом. Тому при вивченні динаміки систем із цифровою ЕОМ ефектом квантування за рівнем можна нехтувати і вважати характеристику „вхід-вихід” АЦП лінійною.

Квантування за часом означає дискретизацію, тобто заміну неперервного сигналу на послідовність імпульсів. Вплив квантування за часом на динаміку системи є суттєвим, тому такий вплив враховується введенням у канал проходження сигналу імпульсного елементу (ідеального квантувача). Фізично реалізація функції квантування за часом забезпечується комутатором (ключем). В ідеалі ключ повинен спрацьовувати в режимі „включено-виключено” миттєво. Тоді він називається ідеальним квантувачем. Інтервал між комутаціями ключа називається інтервалом дискретизації.

Схема, яка імітує описаний вище процес проходження неперервного сигналу через цифрову ЕОМ, представлена на рис.1.3.

Перетворення сигналу в АЦП, ЦАП і екстраполяторі графічно ілюструються на рис.1.4 та рис.1.5.

1.4. Використання z -перетворень

При аналізі роботи квантувача опираються на концепцію амплітудно-імпульсного модулятора, робота якого описана раніше. Розглянемо ідеальний квантувач, у якого час вибірки сигналу τ набагато менше періоду квантування h . Вихідний сигнал квантувача $f^*(t)$ може бути розглянутий як добуток від множення вхідного сигналу $f(t)$ на несучий сигнал $\delta_h(t)$, який є послідовністю одиничних імпульсів з періодом h (рис.1.6).

Поняття несучого імпульсного сигналу $\delta_h(t)$ базується на понятті одиничної імпульсної функції $\delta(t)$ (функції Кронекера)

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \quad (1.26)$$

З формули (1.26) випливає дельта-послідовність $\delta(t - kh)$

$$\delta(t - kh) = \begin{cases} 1, & t = kh, \\ 0, & t \neq kh, \end{cases} \quad (1.27)$$

де $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Тоді

$$\delta_h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kh). \quad (1.28)$$

Вираз для $f^*(t)$ прийме вигляд

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kh) \cdot \delta(t - kh). \quad (1.29)$$

Виконаємо перетворення Лапласа для функції $f^*(t)$, представлені формулою (1.29),

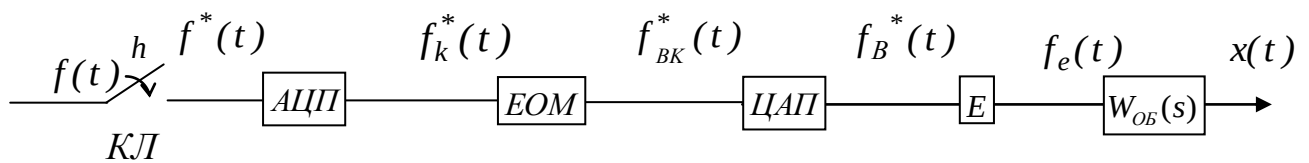


Рис.1.3. Схема проходження неперервного сигналу через цифрову ЕОМ:

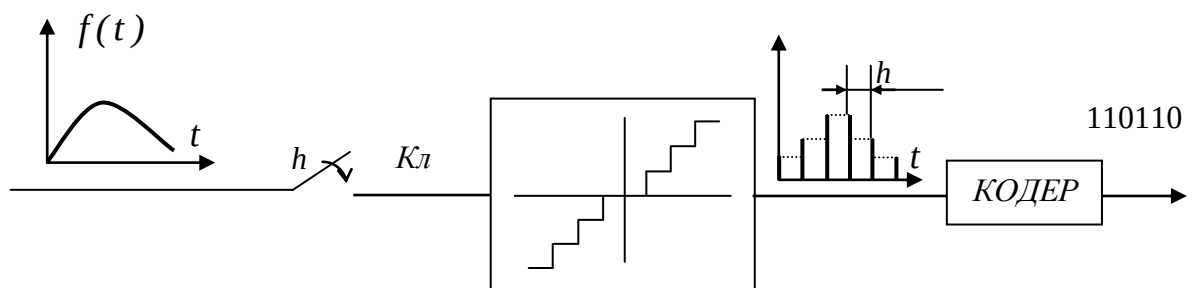
 $KЛ$ – ідеальний ключ; $АЦП$ – аналого-цифровий перетворювач; $ЦАП$ – цифро-аналоговий перетворювач; E – екстраполятор; $W_{ОБ}(s)$ – передаточна функція об'єкта

Рис.1.4. Проходження сигналу через АЦП

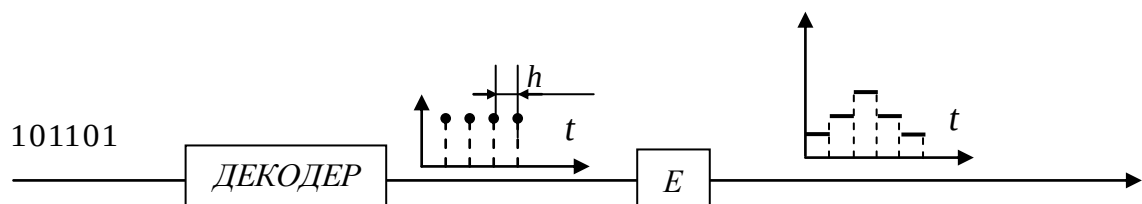
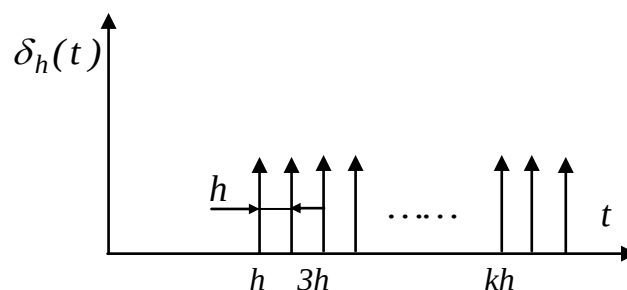


Рис.1.5. Проходження сигналу через ЦАП і екстраполятор

Рис.1.6. Несучий імпульсний сигнал $\delta_h(t)$

$$F^*(s) = \mathcal{L}[f^*(t)] = \int_0^\infty \left[\sum_{k=0}^\infty f(kh) \cdot \delta(t - kh) \right] \cdot e^{-st} dt =$$

$$= \sum_{k=0}^\infty f(kh) e^{-ksh} \cdot \int_0^\infty \delta(t_1) e^{-st_1} dt_1 = \sum_{k=0}^\infty f(kh) e^{-khs},$$

де $t_1 = t - kh$, $\int_0^\infty \delta(t_1) \cdot e^{-st_1} dt_1 = 1$, s – оператор Лапласа.

Таким чином, маємо вираз для дискретного перетворення Лапласа

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^\infty f(kh) e^{-khs}. \quad (1.30)$$

Функція $F^*(s)$ є періодичною функцією у частотній області з періодом $j\omega_h$, де ω_h – частота квантування. Це випливає з того, що границя сумування у формулі (1.30) безкінечна. Тому

$$F^*(s + j\omega_h) = \sum_{k=0}^\infty f(kh) e^{-kh(s + j\omega_h)} = \sum_{k=0}^\infty f(kh) e^{-khs} = F^*(s). \quad (1.31)$$

Тобто для кожної даної точки s_1 на s – площині функція $F^*(s)$ має однакове значення для усіх періодичних точок $\underline{s} = s_1 + j\omega_h$.

Таким чином, вплив квантувача у частотній області відповідає періодизації спектра вихідного сигналу квантувача до безкінечності.

Вираз (1.30) не є раціональною функцією відносно оператора s . При такій ірраціональній залежності можуть з'явитися труднощі в розрахунках зворотного перетворення Лапласа. Тому для переходу до раціональної функції виконується заміна комплексної перемінної $\underline{s}$ на другу комплексну перемінну $\underline{z}$

$$\underline{z} = e^{h\underline{s}}. \quad (1.32)$$

Зв'язок між $\underline{s}$ і $\underline{z}$ у рівнянні (1.32) може бути визначений як $\mathcal{Z}$ – відображення. Вирішуючи рівняння (1.32) відносно $\underline{s}$, маємо

$$\underline{s} = \frac{1}{h} \ln \underline{z}. \quad (1.33)$$

Якщо прийняти, що

$$\underline{s} = \sigma + j\omega, \quad (1.34)$$

то

$$\underline{z} = e^{\delta h} \cdot e^{j\omega h}. \quad (1.35)$$

З формули (1.35) можна зрозуміти відповідність між z та s -площинами. Множник $e^{\delta h}$ є амплітудою вектору $\underline{z}$, а множник $e^{j\omega h}$ визначає фазу цього вектору на площині z . Зміна частоти ω від нуля вздовж вісі $j\omega$ s -площини відповідає повертанню вектора $e^{j\omega h}$ проти руху часової стрілки в z -площині. Таким чином, усі точки лівої напівплощини s -площини відображаються всередину кола діаметром $e^{\delta h}$. Якщо $\delta = 0$, то коло буде одиничного радіуса.

Використовуючи формули (1.32), (1.33) для формули (1.30), маємо

$$F^*\left(s = \frac{1}{h} \ln z\right) = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kh) \cdot z^{-k}, \quad (1.36)$$

де $F(z)$ визначається як $\mathcal{Z}$ -перетворення функції $f(t)$.

Оскільки $\mathcal{Z}$ -перетворення функції $f(t)$ отримується з перетворень Лапласа для функції $f^*(t)$ заміною (1.32), то, взагалі, для будь-якої функції $f(t)$, яка має перетворення Лапласа, існує $\mathcal{Z}$ -перетворення.

З (1.29), (1.30) та (1.31) впливає процедура знаходження $\mathcal{Z}$ -перетворення: 1) визначення $f^*(t)$ за формулою (1.29) як вихід ідеального квантувача для вхідної функції $f(t)$; 2) визначення перетворення Лапласа для функції $f(t)$ за формулою (1.30); 3) заміна (1.32) у формулі (1.30) для отримання формули (1.36).

Маючи $\mathcal{Z}$ -перетворення функції $f(t)$, у вигляді $F(z)$, можна знайти зворотне $\mathcal{Z}$ -перетворення. Але при цьому слід пам'ятати, що для $\mathcal{Z}$ -перетворення зворотне $\mathcal{Z}$ -перетворення не є однозначним. Коректним результатом зворотного $\mathcal{Z}$ -перетворення функції $F(z)$ є не функція $f(t)$, а функція $f(kh)$, тобто функція, яка дорівнює $f(t)$ тільки у визначені моменти часу $t = kh$.

Тому результатом зворотних $\mathcal{Z}$ -перетворень є

$$f(kh) = \mathcal{Z}^{-1}[F(z)]. \quad (1.37)$$

З виразу (1.36) впливає

$$F(z) = f(0) + f(h)z^{-1} + f(2h)z^{-2} + \dots + f(kh)z^{-k} + \dots \quad (1.38)$$

Таким чином, коефіцієнти ряду відповідають значенням $f(t)$ у моменти квантування. Тобто, зворотне $\mathcal{Z}$ -перетворення функції $F(z)$ може бути визначене як розкладення її у безкінечний ряд за степенями z^{-1} .

$\mathcal{Z}$ -перетворення має ряд властивостей, які представляються у вигляді теорем. Основні з них представлені нижче [32].

1. Сумування й віднімання.

Якщо $f_1(t)$ й $f_2(t)$ мають $\mathcal{Z}$ -перетворення відповідно $F_1(z)$ та $F_2(z)$, то

$$\mathcal{Z}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(z) \pm F_2(z). \quad (1.39)$$

2. Множення на константу.

$$\mathcal{Z}[\alpha \cdot f(t)] = \alpha \cdot F(z). \quad (1.40)$$

3. Зсув у часовому просторі.

Якщо $f(t)$ має $\mathcal{Z}$ -перетворення $F(z)$, то

$$\mathcal{Z}[f(t - nh)] = z^{-n} \cdot F(z), \quad (1.41)$$

$$\mathcal{Z}[f(t + nh)] = z^n \cdot \left[F(z) - \sum_{k=0}^{\infty} f(kh)z^{-k} \right], \quad (1.42)$$

де n – позитивне число.

4. Теорема про початкове значення.

Якщо функція $f(t)$ має $\mathcal{Z}$ -перетворення $F(z)$ і якщо існує границя $\lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$, то

$$\lim_{k \rightarrow 0} f(kh) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z). \quad (1.43)$$

5. Теорема про кінцеве значення.

Якщо функція $f(t)$ має $\mathcal{Z}$ -перетворення $F(z)$ і якщо функція $(1 - z^{-1})F(z)$ не має полюсів на колі одиничного радіуса, або зовсім на z -площині, то

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(kh) = \lim_{z \rightarrow 1} [(1 - z^{-1}) \cdot F(z)]. \quad (1.44)$$

6. Теорема про згортку у часовому просторі.

Якщо $f_1(t)$ й $f_2(t)$ мають $\mathcal{Z}$ -перетворення відповідно $F_1(z)$ та $F_2(z)$ й $f_1(t) = 0, f_2(t) = 0$ при $t < 0$, то

$$F_1(z)F_2(z) = Z \left[\sum_{n=0}^k f_1(nh) \cdot f_2(kh - nh) \right]. \quad (1.45)$$

7. Теорема про згортку у просторі зображення.

Якщо Z -перетворення $f_1(t)$ та $f_2(t)$ відповідно дорівнюють $F_1(z)$ та $F_2(z)$, то Z -перетворення добутку цих двох функцій

$$Z[f_1(t) \cdot f_2(t)] = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} \frac{F_1(\xi) \cdot F_2(\xi)}{\xi} d\xi, \quad (1.46)$$

де Γ – коло, що лежить у кільцевій області, яка визначається виразами

$$\begin{aligned} \sigma_1 < |\xi| < |z| / \sigma_2, \\ |z| > \max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_1 \sigma_2), \end{aligned}$$

де σ_1 і σ_2 – радіуси збіжності відповідно $F_1(\xi)$ та $F_2(\xi)$.

1.5. Імпульсна передаточна функція

Для систем, які описуються лінійними диференціальними рівняннями, існує поняття імпульсної передаточної функції (ІПФ). ІПФ для неперервної системи визначається як її реакція на дельта-функцію (1.26). Вона має вигляд деякої неперервної функції $w(t)$ (рис. 1.7, а). Якщо для системи, яка знаходиться у спокої, відома ІПФ, то, використовуючи інтеграл згортки або принцип суперпозиції, можна знайти реакцію системи на будь-яку вхідну дію.

Аналогічне поняття існує і для дискретних систем. Реакцією дискретної системи на дельта-функцію є деяка послідовність чисел $w(k)$ (рис. 1.7, б).

Така послідовність називається ваговою послідовністю і записується у вигляді

$$\begin{aligned} w(t) = & b_0 \delta(t) + b_1 \delta(t - h) + \dots + b_n \delta(t - nh) - \\ & - a_1 w(t - h) - a_2 w(t - 2h) - \dots - a_m w(t - mh), \end{aligned} \quad (1.47)$$

де $\delta(t)$, $\delta(t - h)$, ..., $\delta(t - nh)$ визначаються у відповідності до формули (1.27).

Таким чином, для різних моментів часу $t = kh$, де $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, маємо з формули (1.47)

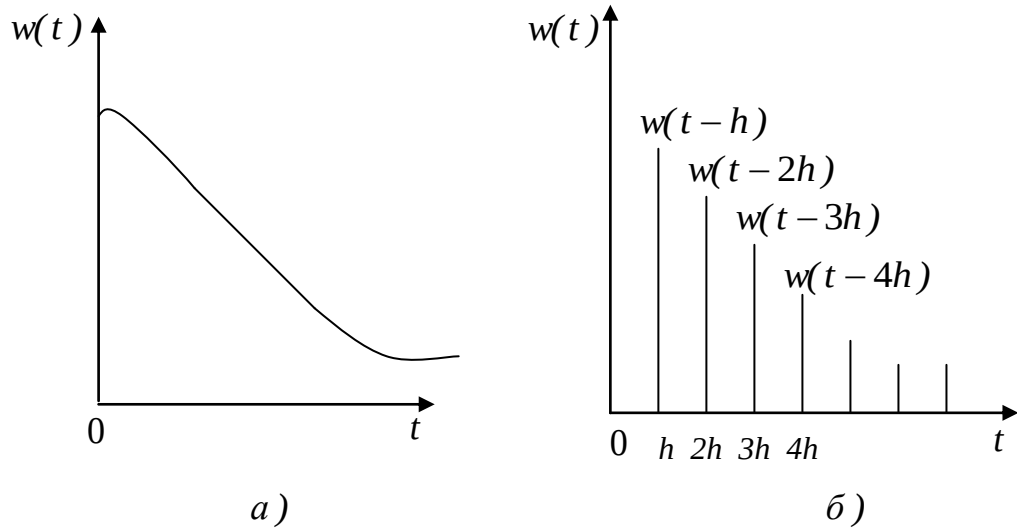


Рис.1.7. Реакція на дельта-функцію:

а) неперервної системи;

б) дискретної системи

$$\begin{cases}
 w(0) = b_0 \delta_0 = b_0, \\
 w(h) = b_1 \delta_0 - a_1 w(0) = b_1 - a_1 b_0, \\
 w(2h) = b_2 \delta_0 - a_1 w(h) - a_2 w(0) = b_2 - a_1 b_1 + a_1^2 b_0 - a_2 b_0, \\
 w(3h) = b_3 \delta_0 - a_1 w(2h) - a_2 w(h) - a_3 w(0) = \\
 = b_3 - a_1 (b_2 - a_1 b_1 + a_1^2 b_0 - a_2 b_0) - a_2 (b_1 - a_1 b_0) - a_3 b_0, \\
 \dots\dots\dots
 \end{cases} \quad (1.48)$$

Нехай у загальному випадку на вхід системи подається сума дельта-послідовностей $\delta(t - kh)$, прикладених у моменти часу $t = kh$ з вагомими коефіцієнтами $u(kh)$. Тоді, у відповідності з формулою (1.29), маємо

$$u^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot \delta(t - kh). \quad (1.49)$$

Перетворення Лапласа функції $u^*(t)$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}[u^*(t)] &= u^*(s) = \int_0^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot \delta(t - kh) \right] \cdot e^{-st} dt = \\
 &= \sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot \int_0^{\infty} \delta(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau = \sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot e^{-khs}, \quad (1.50)
 \end{aligned}$$

де $\tau = t - kh$.

Розглянемо реакцію системи $x(t)$ на дію k -ї дельта-функції. Реакцією системи на таку вхідну дію, аналогічно до формули (1.47), буде

$$x^*(t) = b_0 u^*(t) + b_1 u^*(t-h) + \dots + b_n u^*(t-n) - a_1 x^*(t-h) - a_2 x^*(t-2h) - \dots - a_m x^*(t-mh). \quad (1.51)$$

Тобто, для різних моментів часу $t = kh$, де $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, маємо з формули (1.27), (1.49), (1.25) для $t < kh$ $x^*(t) = 0$.

Далі:

$$\begin{cases} t = kh, & x^*(t) = x(kh) = b_0 u(kh), \\ t = (k+1)h, & x^*(t) = x[(k+1)h] = b_1 u(kh) - a_1 x(kh) = (b_1 - a_1 b_0) u(kh), \\ t = (k+2)h, & x^*(t) = x[(k+2)h] = b_2 u(kh) - a_1 x[(k+1)h] - a_2 x(kh) = \\ & = (b_2 + a_1^2 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_0) u(kh), \\ & \dots \end{cases} \quad (1.52)$$

Порівнюючи (1.48) і (1.52), бачимо, що реакцією системи на дію дельта-функції з ваговим коефіцієнтом $u(kh)$ у k -й момент часу є

$$x^*(t) = u(kh) \cdot w(t - kh). \quad (1.53)$$

У загальному випадку, коли на вході системи діє безкінечна послідовність імпульсів (1.49), використовуючи принцип суперпозиції, отримуємо

$$x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot w(t - kh) \quad (1.54)$$

Перетворення Лапласа функції $x^*(t)$ з урахуванням (1.52) має вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[x^*(t)] &= x^*(s) = \int_0^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot \delta(t - kh) \right] \cdot e^{-st} dt = \\ &= \left[\sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot e^{-khs} \right] \cdot \left[\int_0^{\infty} w(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau \right] = u^*(s) \cdot W(s), \end{aligned} \quad (1.55)$$

де $\tau = t - kh$.

Таким чином, згідно з формулою (1.55) передаточна функція $W(s)$ при дискретній послідовності на вході $u^*(s)$ не може бути представлена у замкнутій формі, тому що $u^*(s)$ за формулою (1.50) є безкінечним рядом, який не має замкнутої форми представлення.

Використовуючи заміну перемінної $z = e^{hs}$ у формулі (1.50), отримуємо у відповідності до процедури Z -перетворення $u(z)$ сигналу $u^*(s)$ у замкнутій формі

$$u^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kh) \cdot z^{-k} = u(z) \Big|_{s=\frac{1}{h} \ln z}. \quad (1.56)$$

Візьмемо Z -перетворення сигналу $x^*(t)$ у формулі (1.54)

$$\begin{aligned} x(z) = Z[x^*(t)] &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{\infty} U(kh) \cdot w(n-kh) \right] = \\ &= \left[\sum_{k=0}^{\infty} u(kh) z^{-k} \right] \cdot \left[\sum_{m=0}^{\infty} w(mh) z^{-m} \right] = u(z) \cdot W(z), \end{aligned} \quad (1.57)$$

де $m = n - k$,

$$W(z) = \sum_{m=0}^{\infty} w(kh) z^{-m}. \quad (1.58)$$

З теореми про згортку у часовому просторі (1.46) випливає аналогічний результат.

Функція $W(z)$ за формулою (1.58) є імпульсною передаточною функцією лінійної системи. Таким чином, імпульсна (або дискретна) передаточна функція $W(z)$ пов'язує Z -перетворення вхідного сигналу $u(z)$ із Z -перетворенням вихідного сигналу $x(z)$ подібно до того, як передаточна функція неперервної системи $W(s)$ пов'язує $u(s)$ й $x(s)$ (рис.1.8).

Порівнюючи формулу (1.54) з інтегралом згортки для неперервних систем

$$x(t) = \int_0^{\infty} u(\tau) \cdot w(t - \tau) d\tau,$$

бачимо, що Z -перетворення сигналу $x(t)$ фактично означає уведення ключа на вихід системи, а використання поняття імпульсної передаточної функції передбачає наявність ключів на вході і виході системи (рис.1.9).

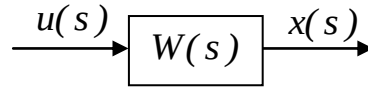


Рис.1.8. Неперервна модель системи

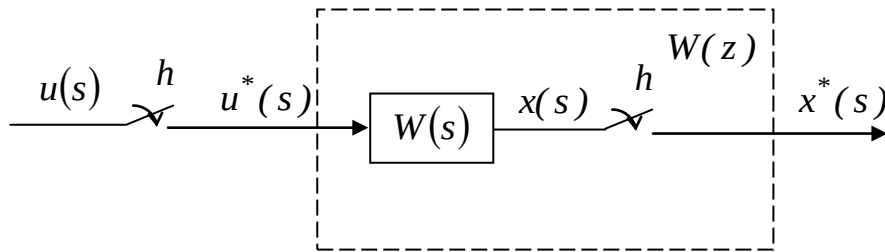


Рис. 1.9. Імпульсна (дискретна) модель системи

У виразі (1.58) Z -перетворення визначає неперервний сигнал $x(t)$ тільки у дискретні моменти часу $t = kh$, що є обмеженням методу Z -перетворення.

1.6. Аналіз стійкості дискретних систем

Розглянемо критерій, що дозволяє виконувати аналіз стійкості за розташуванням полюсів дискретної передаточної функції системи $W(z)$.

Якщо $W(z)$ є дрібно-раціональною функцією від z , то її можна розкласти на просту дріб виду

$$W(z) = \frac{b_1}{z - z_1} + \frac{b_2}{z - z_2} + \dots + \frac{b_n}{z - z_n}, \quad (1.59)$$

де $z_1, z_2, \dots, z_n$ - є n простих полюсів $W(z)$.

Через те, що дріб виду $b_i/(z - z_i)$ не має зворотного Z -перетворення, але відомо, що існує зворотне Z -перетворення дробу $b_i z / (z - e^{-\sigma_i h})$, яке дорівнює $b_i e^{-\sigma_i kh}$, то виконується розкладання на просту дріб функції $W_1(z) = z \cdot W(z)$

$$W_1(z) = z \cdot W(z) = \frac{zb_1}{z - z_1} + \frac{zb_2}{z - z_2} + \dots + \frac{zb_n}{z - z_n}. \quad (1.60)$$

Таким чином

$$Z^{-1}[W_1(z)] = b_1 z_1^k + b_2 z_2^k + \dots + b_n z_n^k, \quad (1.61)$$

де $z_i = e^{-\sigma_i h}$.

З (1.60) та (1.61) з урахуванням теореми (1.41) випливає

$$w(kh) = Z^{-1}[W(z)] = z^{-1} \cdot Z^{-1}[W_1(z)] = b_1 z_1^{k-1} + b_2 z_2^{k-1} + \dots + b_n z_n^{k-1}. \quad (1.62)$$

Послідовність (1.62) буде залишатися обмеженою при $k \geq 1$, якщо задовольняється умова

$$|z_i| < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.63)$$

Таким чином, умовою стійкості дискретної системи є умова (1.63). Іншими словами, щоб дискретна система була асимптотично стійкою, корені її характеристичного рівняння повинні лежати на z -площині у колі одиничного радіусу.

Послідовність дослідження стійкості дискретної системи у z -площині виглядає наступним чином:

- 1) визначається дискретна передаточна функція системи $W(z)$;
- 2) визначаються корені характеристичного рівняння дискретної передаточної функції $W(z)$;
- 3) для кожного кореня характеристичного рівняння перевіряється його відповідність умові (1.63).

У дискретної системи у порівнянні з аналогічною неперервною системою є додатковий параметр у вигляді періоду квантування h , який впливає на стійкість дискретної системи. Тому пункт 3 послідовності дослідження дискретної системи на стійкість можна розглядати не у сформульованому контексті (при заданому періоді квантування h), а, навпаки, при заданій умові (1.63) стійкості системи визначати період квантування, за яким ця умова виконується.

Для ілюстрації сказаного розглянемо приклад дискретної системи другого порядку.

Нехай деяка неперервна система має передаточну функцію

$$W(s) = \frac{\omega}{(s + \sigma)^2 + \omega^2}, \quad (1.64)$$

де σ, ω – параметри системи.

Дискретний аналог такої системи має дискретну передаточну функцію

$$W(z) = \frac{z \cdot e^{-\sigma h} \cdot \sin(\omega h)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot e^{-\sigma h} \cdot \cos(\omega h) + e^{-2\sigma h}}. \quad (1.65)$$

При стрибкоподібному одиничному вхідному сигналі системи, коли $u(z) = \frac{z}{z-1}$, рівень вихідного сигналу системи у сталому режимі за теоремою (1.44) про кінцеве значення визначається як

$$x(\infty) = \frac{e^{-\sigma h} \cdot \sin(\omega h)}{1 - 2 \cdot e^{-\sigma h} \cdot \cos(\omega h) + e^{-2\sigma h}}. \quad (1.66)$$

Характеристичним рівнянням для дискретної системи, що описується дискретною передаточною функцією (1.65), є

$$z^2 + pz + q = 0, \quad (1.67)$$

де $p = -2 \cdot e^{-\sigma h}$, $q = (e^{-\sigma h})^2$.

Корені рівняння (1.67) знаходяться за відомими формулами

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = e^{-\sigma h} \cdot e^{\pm j\omega h} = e^{-h(\sigma \pm j\omega)}. \quad (1.68)$$

У відповідності до умови стійкості системи (1.63), маємо

$$|z_{1,2}| = \sqrt{[Im(z_{1,2})]^2 + [Re(z_{1,2})]^2} = e^{-\sigma h}, \quad (1.69)$$

де $Im(z_{1,2}) = \pm e^{-\sigma h} \cdot \sin(\omega h)$ – уявна частина комплексного числа z_1 або z_2 ; $Re(z_{1,2}) = \pm e^{-\sigma h} \cdot \cos(\omega h)$ – дійсна частина комплексного числа z_1 або z_2 .

З формул (1.63) та (1.69) при очевидній умові $h > 0$ отримуємо

$$|\sigma| > 0. \quad (1.70)$$

Через те, що коефіцієнт σ є функцією h , можливі випадки, коли умова (1.70) не виконується. Прийнемо залежність $\sigma = f(h)$ у вигляді ступеневого ряду і розглянемо, при яких умовах, накладених на період дискретизації, виконуються умови стійкості (1.70) дискретної системи (1.65).

За умови, що степінь h не може перевищувати найбільшу степінь z характеристичного рівняння (1.67), приймаємо

$$\sigma = \alpha_2 h^2 + \alpha_1 h + \alpha_0, \quad (1.71)$$

де $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ – дійсні коефіцієнти.

Корені рівняння (1.71) мають вигляд

$$h_{1,2} = \frac{-\alpha_1 \pm \sqrt{D}}{2\alpha_2}, \quad (1.72)$$

де $D = \alpha_1^2 - 4\alpha_0\alpha_2$ – дискримінант рівняння (1.67).

В залежності від знаку D і α_2 можуть бути шість варіантів нерівності (1.70) [46], які представлені у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Варіанти рішення нерівності (1.70)

№ вар.	Знак D	Знак α_2	Рішення
1	$D > 0$	$\alpha_2 > 0$	$h \geq h_2, \quad h \leq h_1$
2	$D > 0$	$\alpha_2 < 0$	$h_1 \leq h \leq h_2$
3	$D < 0$	$\alpha_2 > 0$	h – любе
4	$D < 0$	$\alpha_2 < 0$	немає рішення
5	$D = 0$	$\alpha_2 > 0$	$h = h_1 = h_2$
6	$D = 0$	$\alpha_2 < 0$	$h = h_1$

Приклад 1.1. Розглянемо передаточну функцію системи (1.64), яка має дискретну передаточну функцію (1.65). Параметри системи: $\omega=10$, α – визначається за формулою (1.71). Значення коефіцієнтів $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ для усіх варіантів рішення нерівності (1.70) представлені в табл. 1.2. Там же представлені варіанти рішень. Відповідні перехідні процеси зображені на рис. 1.10.

Таблиця 1.2

Варіанти рішень для прикладу 1.1

№ вар.	D	α_2	α_1	α_0	h_1	h_2	Рішення для h	h	$X=x(\infty)$	Рисунок
1	500	500	50	1	-0,028	-0,072	$h > 0$	0,005	19,682	1.10,а
2	4500	-500	50	1	-0,017	0,117	$0 < h < 0,117$	0,005 0,117	19,694 0,754	1.10,б 1.10,в
3	-17500	500	50	10	-0,05+ 0,132j	-0,05- 0,132j	$h > 0$	0,005	9,737	1.10,г
5	0	400	40	1	-0,05	-0,05	$h > 0$	0,005	19,707	1.10,д
6	0	-400	40	-1	0,05	0,05	$h = 0,05$	0,005 0,05 0,06	19,865 1,986 1,616	1.10,е 1.10,ж 1.10,з

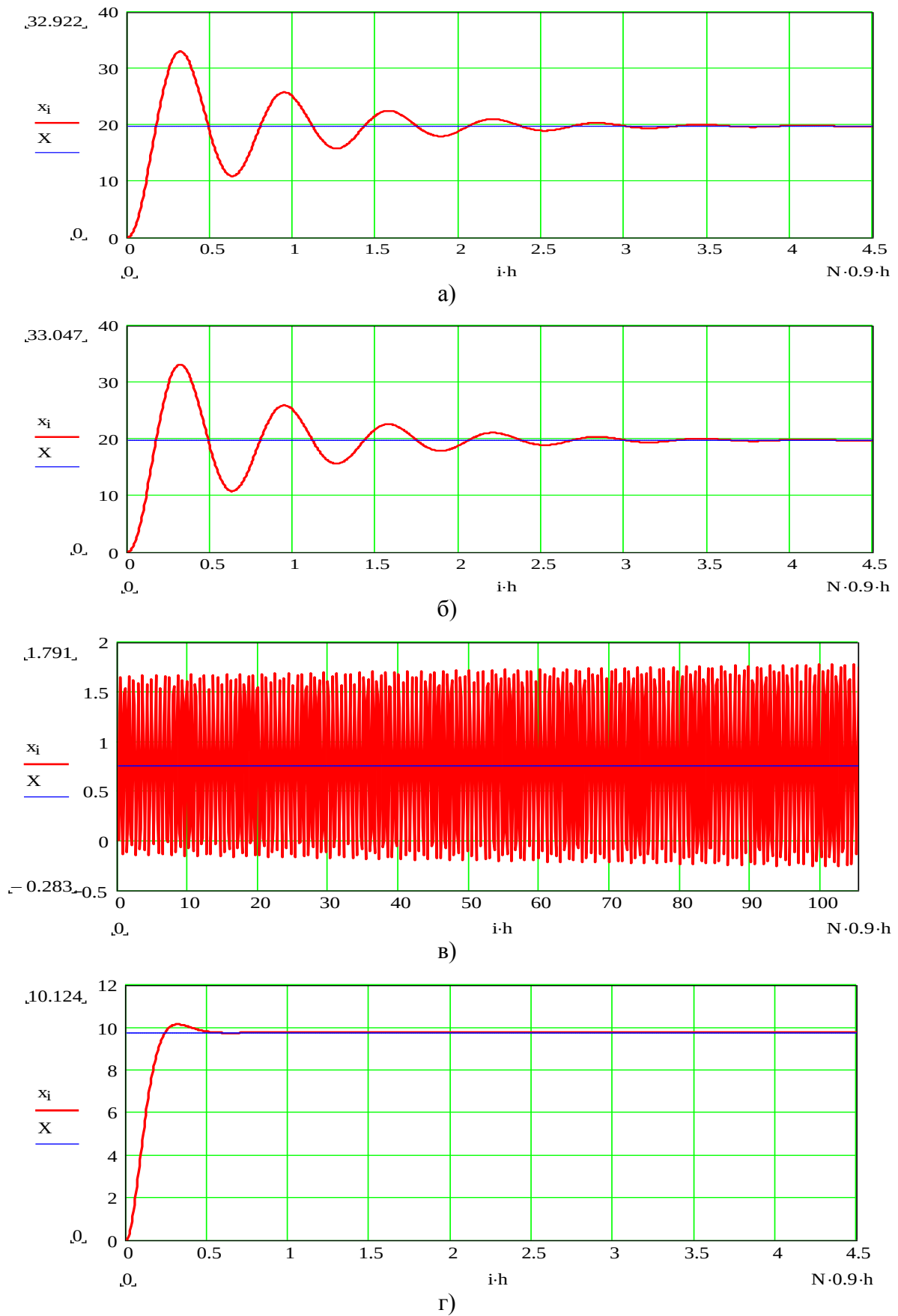


Рис.1.10. Перехідні процеси до прикладу 1.1

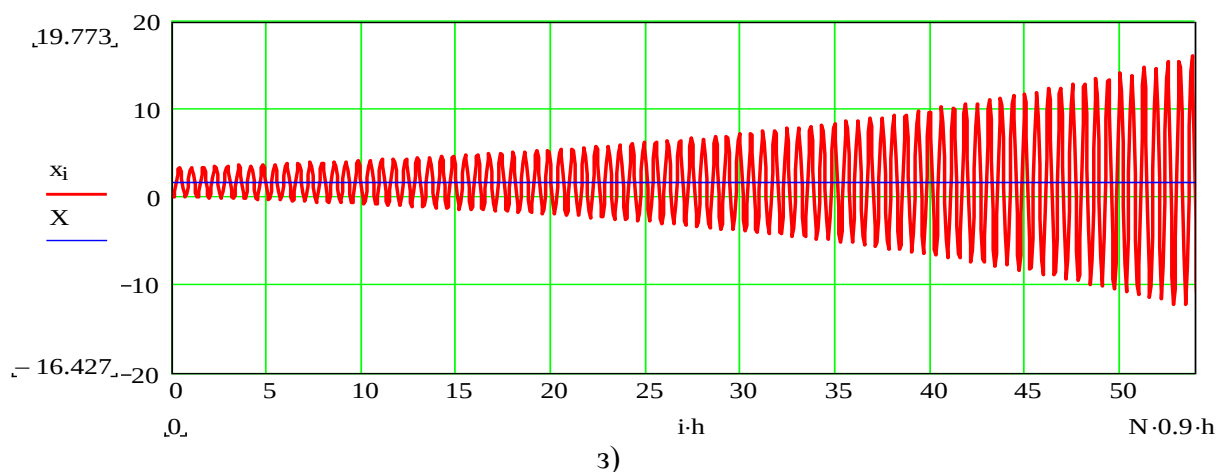
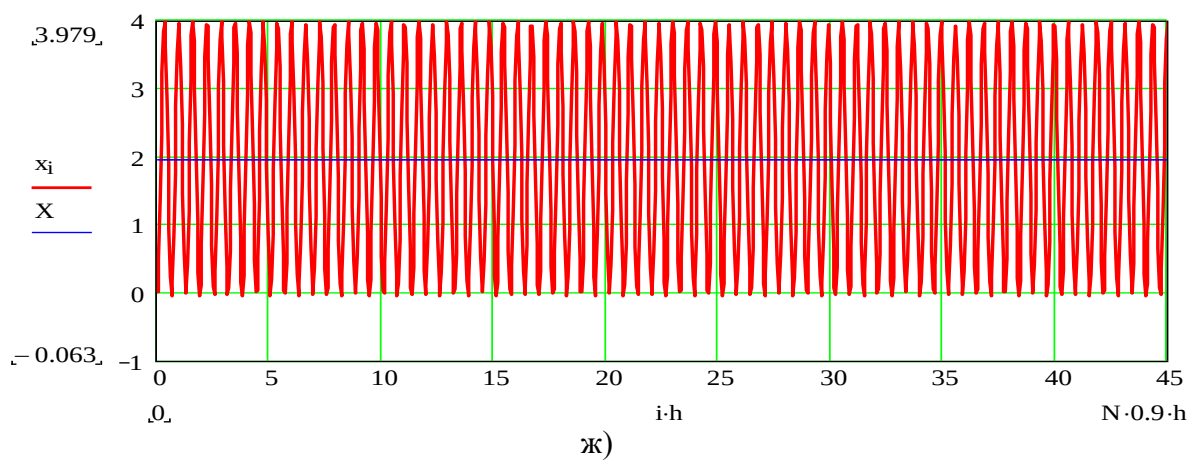
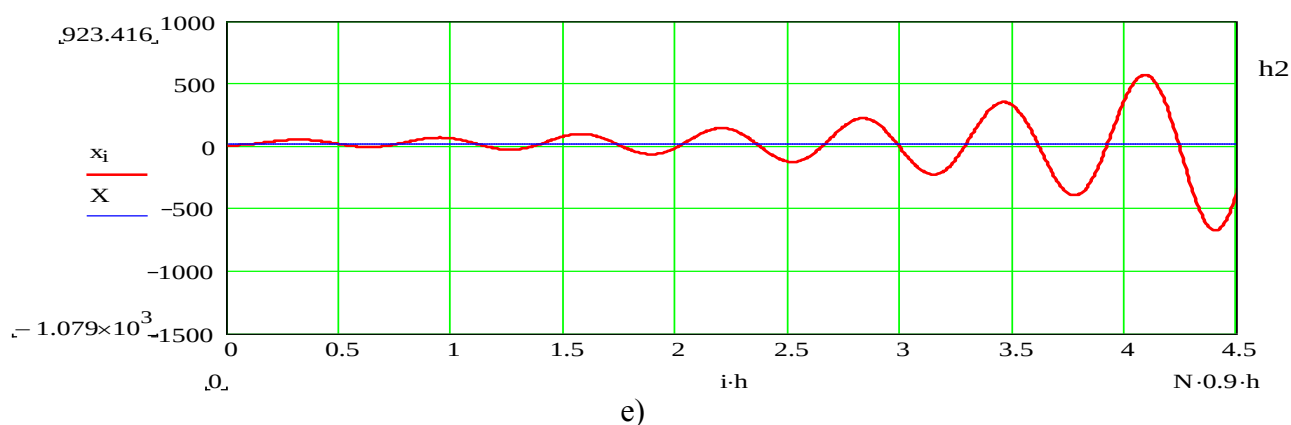
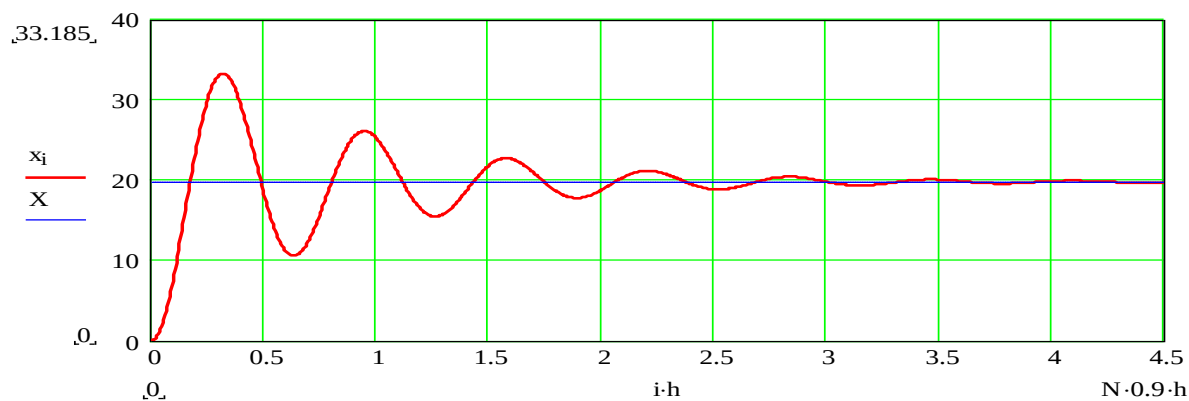


Рис.1.10. Перехідні процеси до прикладу 1.1 (продовження)

Розділ 2

ДИСКРЕТНА АПРОКСИМАЦІЯ НЕПЕРЕРВНИХ СИСТЕМ

2.1. Методи дискретної апроксимації

У першому розділі було розглянуто поняття дискретної передаточної функції системи. Згідно з формулою (1.58) дискретну передаточну функцію можна отримати безпосередньо, маючи Z -представлення вихідного та вхідного сигналів. У випадку, коли існує опис системи за допомогою передаточної функції у перетвореннях Лапласа $W(s)$ і виникає необхідність у представленні цієї системи у дискретній формі, тобто за допомогою дискретної передаточної функції $W(z)$, потрібна процедура переходу від функції $W(s)$ до функції $W(z)$.

У дискретній системі інформація про вхідний та вихідний сигнали системи існує тільки у дискретні моменти часу. У часовому просторі вхідний і вихідний сигнали описуються як нескінченні послідовності значень. З попереднього аналізу випливає, що представлення системи дискретною передаточною функцією $W(z)$ означає, що на вході і виході цієї системи повинні бути безкінечні послідовності $u^*(s)$ та $x^*(s)$ (рис. 1.9). Неперервність сигналу на вході і виході системи обумовлює необхідність використання фіктивних пристроїв вибірки і збереження (екстраполяторів). При цьому тип екстраполятора вибирається на розсуд дослідника. Точками установки екстраполятора є, як правило, входи у передаточні ланки, із яких складається об'єкт.

В разі використання імпульсного (переривчастого) керування неперервною системою необхідно мати безпосередньо імпульсну передаточну функцію системи $W(z)$ без екстраполяторів.

Розглянемо деякі методи дискретної апроксимації.

Уведення фіктивних пристроїв вибірки і збереження. Сутність методу – введення ідеального квантувача з екстраполятором на вхід системи. У цьому випадку структура об'єкта має вигляд (рис.2.1).

Для дискретної апроксимації неперервної системи необхідно визначити дискретну передаточну функцію $W(z)$ не системи $W(s)$, а сукупності передаточних функцій системи і екстраполятора. За такої умови отримаємо

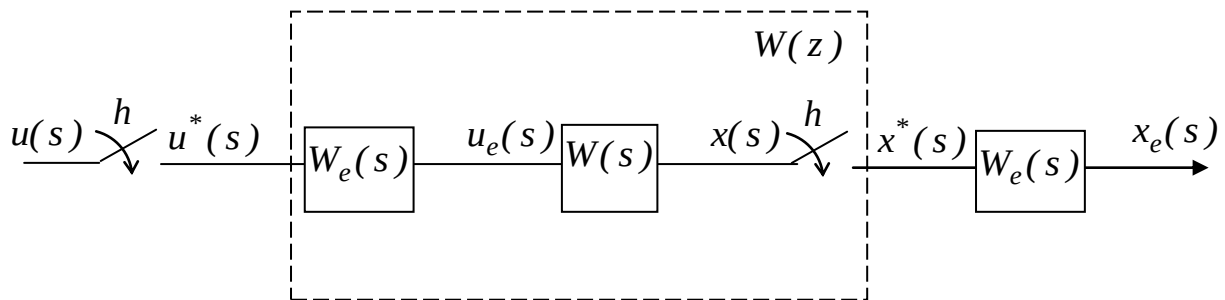


Рис. 2.1. Дискретна апроксимація неперервної системи

$$x(s) = u_e(s) \cdot W(s) = u^*(s) \cdot [W_e(s) \cdot W(s)], \quad (2.1)$$

де $u_e(s) = u^*(s) \cdot W_e(s)$.

$$x(t) = u^*(t) \cdot \mathcal{L}^{-1}[W_e(s) \cdot W(s)]. \quad (2.2)$$

Взявши Z -перетворення $x(t)$ у формулі (2.2), маємо

$$x(z) = u(z) \cdot Z[W_e(s) \cdot W(s)]. \quad (2.3)$$

Для екстраполятора нульового порядку

$$W_{e0}(s) = \frac{1 - e^{-sh}}{s}, \quad (2.4)$$

$$x(z) = u(z) \cdot (1 - z^{-1}) \cdot Z\left[\frac{W(s)}{s}\right]. \quad (2.5)$$

Узагальнюючи попереднє, можна зробити висновок, що під дискретною апроксимацією неперервної системи у даному випадку розуміється введення на її вхід ідеального ключа з екстраполятором і подальшим знаходженням дискретної передаточної функції за формулою (2.5). Необхідність у екстраполяторі на виході відпадає, якщо отриманий опис системи використовується далі у дискретному вигляді.

Приклад 2.1. Розглянемо аперіодичну ланку з передаточною функцією

$$W(s) = \frac{1}{1 + sT}, \quad (2.6)$$

де T – стала часу ланки.

Дискретна передаточна функція аперіодичної ланки (2.6) при уведенні екстраполятора нульового порядку на її вході (рис.2.2) за формулою (2.5) має вигляд

$$W(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left[\frac{1}{s(1 + sT)} \right].$$

Знаходячи табличне значення Z -перетворення функції

$$Z \left[\frac{1}{s(1 + sT)} \right] = \frac{z \left(1 - e^{-\frac{h}{T}} \right)}{(z - 1) \left(z - e^{-\frac{h}{T}} \right)}, \quad \text{маємо } W(z) = \frac{1 - e^{-\frac{h}{T}}}{z - e^{-\frac{h}{T}}}.$$

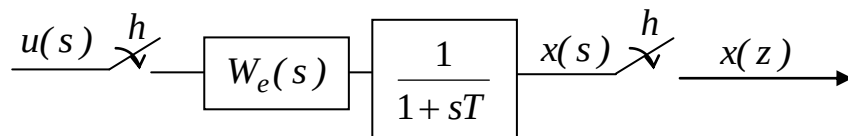


Рис.2.2. Дискретна апроксимація методом уведення екстраполятора на вході

Спрощуючи вираз, розкладемо $e^{-\frac{h}{T}}$ у степеневий ряд

$$e^{-\frac{h}{T}} \approx 1 - \frac{h}{T} + [\dots]. \quad (2.7)$$

Тоді

$$W(z) \approx \frac{h/T}{z - 1 + h/T} = \frac{(h/T)z^{-1}}{1 - z^{-1}(1 - h/T)}. \quad (2.8)$$

Різницеве рівняння для $x(t)$ у відповідності до формули (2.8) має вигляд

$$x_i = \left(1 - \frac{h}{T} \right) x_{i-1} + \left(\frac{h}{T} \right) u_{i-1}. \quad (2.9)$$

Чисельне інтегрування. Якщо виникають складнощі у отриманні $Z[W_e(s) \cdot W(s)]$, неперервна система з передаточною функцією $W(s)$ може

бути перетворена таким чином, щоб структурно вона складалась тільки з інтегральних ланок. Тоді, у відповідності до формули (2.3), отримуємо

$$x(z) = u(z) \cdot Z \left[\frac{W_e(s)}{s} \right]. \quad (2.10)$$

Для екстраполятора нульового порядку з передаточною функцією (2.4)

$$x(z) = u(z) \cdot (1 - z^{-1}) \cdot Z \left(\frac{1}{s^2} \right) = u(z) \cdot \frac{h}{z - 1} = u(z) \cdot \frac{h \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \quad (2.11)$$

Екстраполятор першого порядку має передаточну функцію

$$W_{e1}(s) = \frac{e^{hs} + e^{-hs} - 2}{hs^2}. \quad (2.12)$$

Для екстраполятора першого порядку

$$x(z) = u(z) \cdot \frac{z + z^{-1} - 2}{h} \cdot Z \left[\frac{1}{s^3} \right] = u(z) \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{z + 1}{z - 1} \right) = u(z) \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right). \quad (2.13)$$

Різницеве рівняння для формули (2.11) виглядає як

$$x_i = x_{i-1} + h \cdot u_{i-1}. \quad (2.14)$$

Фактично формула (2.14) є формулою чисельного інтегрування за методом Ейлера. Ця формула передбачає апроксимацію кривої $x(t)$ прямокутниками (метод прямокутників) (рис. 2.3,а).

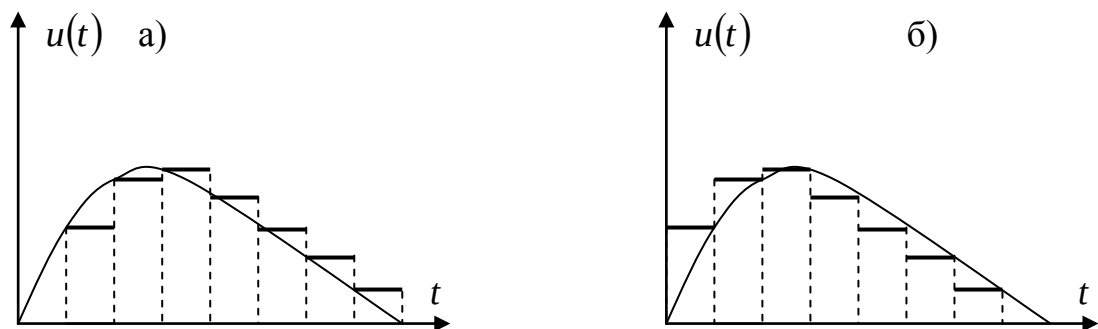


Рис.2.3. Інтегрування за методом Ейлера:
а) без упередження; б) з упередженням

Як видно з (рис.2.3,а), чисельне інтегрування функції $u(t)$ виконується із запізненням на один крок дискретизації. Можна використати метод Ейлера з

упередженням (рис.2.3,б). Для цього замість формули (2.14) використовується рівняння виду

$$x_i = x_{i-1} + h \cdot u_i. \quad (2.15)$$

Фактично це означає введення перед інтегратором ланки упередження з передаточною функцією e^{sh} (рис.2.4).

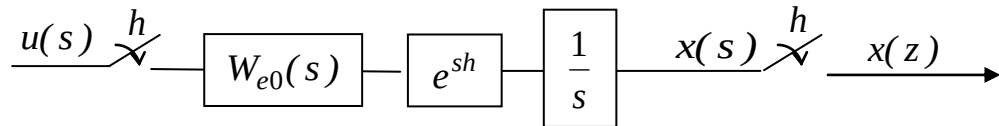


Рис.2.4. Модель інтегратора за методом Ейлера з упередженням

Виконуючи Z -перетворення для формули (2.15), маємо

$$x(z) = u(z) \cdot \frac{h \cdot z}{z - 1} = u(z) \cdot \frac{h}{1 - z^{-1}}. \quad (2.16)$$

У загальному випадку ланка упередження може мати структуру виду $z = \lambda e^{\gamma sh}$ [48]. При розкладанні у степеневий ряд, маємо

$$z = e^{\gamma sh} \approx 1 + \gamma hs + [\dots] \quad (2.17)$$

Чисельне інтегрування з екстраполятором нульового порядку і ланкою упередження загального виду з апроксимацією за формулою (2.17) двома членами ряду дає різницеве рівняння у неявній формі виду

$$x_i \approx x_{i-1} + \lambda h [\gamma u_i + (1 - \gamma) u_{i-1}]. \quad (2.18)$$

З цього загального рівняння впливають різні чисельні методи у залежності від вибору λ і γ . Широко відомі класичні формули чисельного інтегрування відрізняються лише величиною фазового зсуву функції, що інтегрується. Для методу Ейлера без упередження $\lambda = 1$ і $\gamma = 0$. Для методу Ейлера з упередженням $\lambda = 1$ і $\gamma = 1$.

Використання екстраполятора 1-го порядку за формулою (2.12) дозволяє отримати різницеве рівняння, яке відповідає схемі чисельного інтегрування за методом трапецій

$$x_i = x_{i-1} + \frac{h}{2} \cdot (u_i + u_{i-1}). \quad (2.19)$$

Відомо, що метод трапецій більш точніший, ніж методи Ейлера. Тому формула (2.19) найбільш точно відповідає функції $x(t)$ для кожного моменту часу у порівнянні із формулами (2.14) і (2.15).

Приклад.2.2. Для аперіодичної ланки з передаточною функцією (2.6) (приклад 2.1) виконаємо структурні перетворення для отримання інтегруючої ланки (рис.2.5).

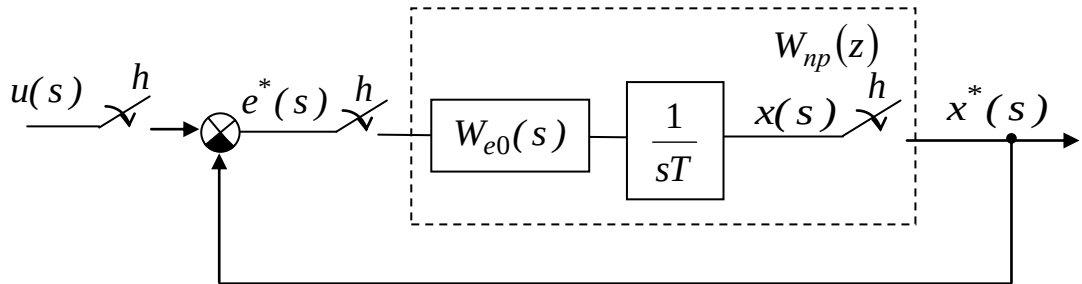


Рис.2.5. Структурні перетворення аперіодичної ланки

Згідно з (рис. 2.5) дискретна передаточна функція прямого каналу $W_{np}(z)$ і загальна передаточна функція $W(z)$ визначаються за допомогою розглянутих методів так:

а) метод Ейлера без упередження

$$W_{np}(z) = \mathcal{Z} \left[W_{e0}(s) \cdot \frac{1}{sT} \right] = \frac{h/T}{z-1},$$

$$W(z) = \frac{W_{np}(z)}{1 + W_{np}(z)} = \frac{h/T}{z-1 + h/T} = \frac{z^{-1} \cdot (h/T)}{1 - z^{-1} \cdot (1 - h/T)}; \quad (2.20)$$

б) метод Ейлера з упередженням

$$W_{np}(z) = \mathcal{Z} \left[W_{e0}(s) \cdot \frac{e^{sh}}{sT} \right] = \frac{z \cdot h/T}{z-1},$$

$$W(z) = \frac{z \cdot h/T}{z-1 + h/T} = \frac{h/T}{1 - z^{-1} \cdot (1 - h/T)}; \quad (2.21)$$

Різницеве рівняння

$$x_i = x_{i-1} \left(\frac{1}{1 + h/T} \right) + \frac{h}{T} u_i. \quad (2.22)$$

в) метод трапецій

$$W_{np}(z) = \mathcal{Z} \left[W_{el}(s) \cdot \frac{1}{sT} \right] = \frac{h}{2T} \cdot \left(\frac{z+1}{z-1} \right),$$

$$W(z) = \frac{(z+1) \cdot h/(2T)}{z \cdot (1+h/(2T)) - (1-h/(2T))} = \frac{(1+z^{-1}) \cdot h/(2T)}{(1+h/(2T)) - z^{-1} \cdot (1-h/(2T))}. \quad (2.23)$$

Різницеве рівняння

$$x_i = x_{i-1} \cdot \frac{1-h/(2T)}{1+h/(2T)} + \frac{h/(2T)}{1+h/(2T)} \cdot (u_i + u_{i-1}). \quad (2.24)$$

Порівнюючи формули (2.20) і (2.8) можна зробити висновок, що переобладнання сигналу на вході інтегральної ланки дозволяє отримати дискретну апроксимацію аперіодичної ланки тільки у спрощеному варіанті. Таким чином, декомпозиція системи до інтегральних ланок з подальшим переобладнанням сигналу на вході (уведення ідеального ключа і екстраполятора) погіршує дискретну модель системи. Додамо, що збільшення кількості ключів і екстраполяторів та ланок запізнення негативно впливає на стійкість дискретної моделі.

Метод Z -форм (метод підстановки). Метод передбачає одержання загальної передаточної функції об'єкта в s -області у вигляді $W = f(s^{-1}, s^{-2}, \dots, s^{-n})$ і відтворення її в передаточну функцію z -області за допомогою підстановок виду $s^{-1} = f_1(z)$, $s^{-2} = f_2(z)$ і т.д. Такі підстановки впливають із представлення $\ln(z)$ з формули (1.33) через степеневий ряд відносно аргументу $(z+1)/(z-1)$ [12].

На прикладі аперіодичної ланки з передаточною функцією (2.6) маємо

$$W(s) = \frac{x(s)}{u(s)} = \frac{s^{-1}}{s^{-1} + T}. \quad (2.25)$$

У Лапласовому просторі s^{-1} представляє собою інтегратор. Порівнюючи передаточні функції (2.25) і (2.20) бачимо, що дискретна передаточна функція (2.20) отримується простою заміною у (2.25) s^{-1} на функцію $f_1(z)$ виду

$$s^{-1} \Rightarrow f_1(z) = \frac{h}{z-1}. \quad (2.26)$$

Підстановка (2.26) дає різницеве рівняння (2.9).

Відповідно для (2.21) матимемо дискретну передаточну функцію через підстановку

$$s^{-1} \Rightarrow \frac{zh}{z-1}. \quad (2.27)$$

Підстановка (2.27) дає різницеве рівняння (2.22).

Порівняння (2.25) з розімкнутою дискретною передаточною функцією, отриманою за методом трапецій (2.23), призводить до підстановки

$$s^{-1} \Rightarrow \frac{h}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}. \quad (2.28)$$

Метод підстановки (2.28) отримав назву методу Тастіна [48] (Тустена [38], Тестина). Він дає різницеве рівняння за методом трапецій (2.24).

У загальному випадку за методом підстановок можна представити [32]

$$s^{-k} = \frac{N_k(z)}{(z-1)^k}, \quad (2.29)$$

де $N_k(z)$ – поліном по степеням z , в якому найвища степінь не перевищує k .

Окремі значення $N_k(z)$ представлені у табл.2.1 [32].

Таблиця 2.1

Значення поліному $N_k(z)$

k	1	2	3
$N_k(z)$	$h(z+1)/2$	$h^2(z^2+10z+1)/12$	$h^3(z+1)z/2$

Метод Фаулера. Сутність методу полягає в тому, що зберігається структура неперервної системи, а дискретна модель, побудована за цією структурою, повинна мати ті ж динамічні характеристики. Найбільш поширеними є методи Фаулера [48] і переустаткування неперервних систем для ЕОМ (метод Куо) [32].

За методом Фаулера розглядається структура виду (рис.2.6). Згідно з алгоритмом методу для отримання $W(z)$ виконується підстановка (2.27) у формулу передаточної функції $W(s)$.

Коефіцієнт K підбирається за умови однакового розташування полюсів неперервної системи і дискретної моделі. Передаточна функція регулятора $R(z)$ визначається за умови, щоб дана система зі збереженою структурою мала ті ж динамічні характеристики, що і дискретна модель в системі "вхід–вихід". Якщо при побудові дискретної моделі "вхід–вихід" застосовується метод, що дає ті ж різницеві рівняння, що і при підстановці (2.27) (наприклад, метод перебудови з екстраполятором нульового порядку і ланкою випере-

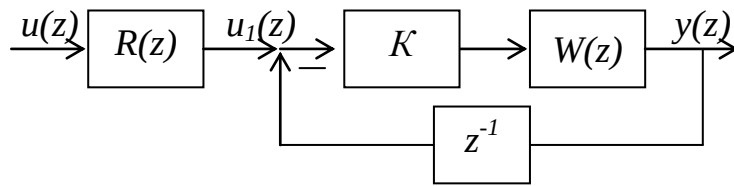


Рис.2.6. Структура об'єкта за методом Фаулера

дження), тоді $R(z)=1$.

Приклад 2.4. Розглянемо умови прикладу 2.1. Виконуючи підстановку (2.27) у формулу передаточної функції (2.6), отримуємо

$$\frac{y(z)}{u_1(z)} = K \cdot \frac{z \cdot h/T}{z - 1 + K \cdot h/T}. \quad (2.30)$$

Для приведення у відповідність полюсів дискретної системи з полюсами неперервної системи знаходимо K . З (2.30) випливає

$$K = \frac{T}{h} \cdot (1 - e^{s_n h}), \quad (2.31)$$

де $z_n = e^{s_n h}$ – полюс дискретного об'єкта;
 $s_n = -1/T$ – полюс неперервного об'єкта.

При апроксимації $e^{-h/T}$ двома членами ряду за формулою (2.7) і $R(z)=1$ отримуємо дискретну передаточну функцію $W(z) = y(z)/u(z)$, що збігається з формулою (2.21).

Переустаткування систем для ЕОМ (метод Куо). Розглядається неперервна детермінована система, що описується рівняннями стану у відповідності до (1.9), (1.10) і (рис.2.7). при $\varepsilon(t) = 0$

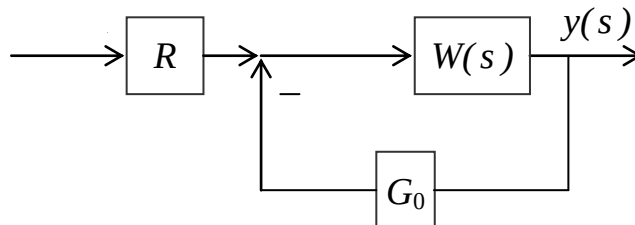


Рис.2.7. Структура об'єкта за методом Куо

$$\dot{y}(t) = [A - BG_0]y(t) + BRu(t), \quad (2.32)$$

де A, B – матриці коефіцієнтів,
 R – матриця входу,
 G_0 – матриця зворотного зв'язку.
Рішення (2.32) для $t \geq t_0$

$$y(t) = \varphi(t - t_0)y(t_0) + \int_{t_0}^t \varphi(t - \tau)BRu(\tau)d\tau, \quad (2.33)$$

де $\varphi(t - t_0) = e^{(A - BG_0)(t - t_0)} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} [A - BG_0]^j (t - t_0)^j$ – перехідна матриця.

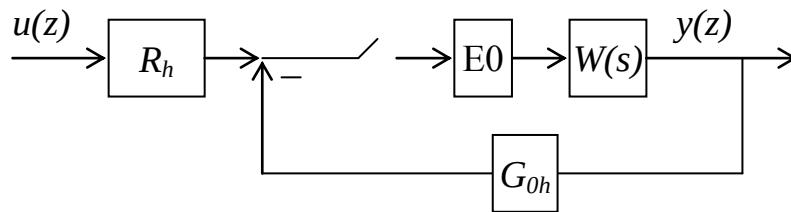


Рис.2.8. Імітаційна цифрова модель
неперервної системи

Цифрова модель (рис.2.8) є імітаційною моделлю неперервної системи (рис.2.7). Вважаємо, що цифрова система еквівалентна аналоговій, якщо реакції двох систем для тих же самих входніх сигналів і початкових умов добре збігаються. Вважаємо матриці A і B однаковими для неперервної системи і її моделі.

Ставиться задача знайти матриці коефіцієнтів R_h і G_{0h} такими, щоб імітаційна модель відповідала неперервній. Щоб рішення для R_h не залежало від $u(t)$, приймаємо, що входний сигнал східчастий, тобто $u(t) \approx u(ih)$. Якщо він не є східчастим, то апроксимація буде задовільною лише для малих h .

Рівняння стану цифрової системи для $ih \leq t \leq (i+1)h$

$$\dot{y}(t) = Ay(t) + B[R_h(h)u(ih) - G_{0h}(h)y(ih)]. \quad (2.34)$$

Рішення (2.34) має вигляд для $t = (i+1)h$ і $t_0 = ih$

$$y[(i+1)h] = \left[\varphi_{\Pi}(h) - \int_{ih}^{(i+1)h} \varphi_{\Pi}(ih + h - \tau) d\tau B G_{0h}(h) \right] y(ih) + \int_{ih}^{(i+1)h} \varphi_{\Pi}(ih + h - \tau) d\tau B R_h(h) u(ih), \quad (2.35)$$

де $\Phi_{\text{ц}}(h) = e^{Ah} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(Ah)^j}{j!}$ – перехідна матриця цифрової системи.

Приклад 2.5. Розглянемо умови прикладу 2.1. Вважаючи у виразі (2.31) $t_0 = ih$ і $t = (i+1)h$, а також $u(\tau) \approx u(ih)$, отримуємо для $ih \leq t \leq (i+1)h$

$$y[(i+1)h] = \Phi(h)y(ih) + \int_{ih}^{(i+1)h} \Phi(ih + h - \tau) B R d\tau u(ih). \quad (2.36)$$

Порівняння рівнянь (2.35) і (2.36) при довільному початковому стані системи і довільному вхідному сигналі дає рішення щодо G_{0h} і R_h

$$G_{0h} = \theta(h)^{-1} [\Phi_{\text{ц}}(h) - \Phi(h)], \quad (2.37)$$

$$R_h = \theta_{\text{ц}}(h)^{-1} \theta(h) R, \quad (2.38)$$

$$\text{де } \theta_{\text{ц}} = \int_0^h e^{A\lambda} B d\lambda; \quad \lambda = (i+1)h - \tau; \quad \theta = \int_0^h \Phi(\lambda) B d\lambda.$$

З достатньою для практики точністю можна розкласти матриці G_{0h} й R_h у ряд Тейлора в області точки $h=0$. Для одного члена ряду [32]

$$G_{0h} = G_0, \quad R_h = R. \quad (2.39)$$

У нашому випадку $G_{0h} = 1$, $R_h = 1$ і передаточна функція $W(z)$ замкнутої цифрової системи збігається з (2.21) при підстановці у формулу $W(s)$ формули (2.27).

Особливістю методів Фаулера і Куо є використання їх для замкнутих систем. Виконувати запропоновані математичні перетворювання складної передаточної функції $W(s)$ шляхом її розкладання на більш прості структури виду (рис.2.8) недоцільно.

2.2. Дискретна апроксимація ланок s^{-k}

Розглянемо можливість дискретної апроксимації ланок s^{-k} . При цьому використаємо два варіанти дискретної апроксимації: 1) введення ключа і екстраполятора на вході ланки s^{-k} (рис. 2.9); 2) декомпозиція системи до рівня інтегральних ланок і введення ключа і екстраполятора на вході кожної інтегральної ланки (рис.2.10).

Для першого варіанту, який є найбільш доцільним через меншу кількість ключів, у відповідності до формули (2.3), маємо

$$W_1(z) = Z \left[\frac{W_e(s)}{s^k} \right]. \quad (2.40)$$

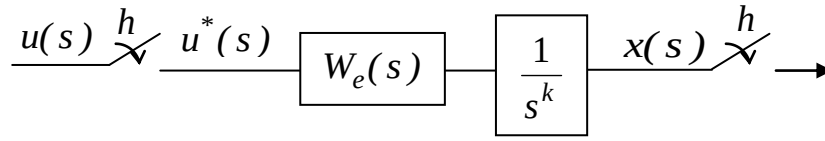
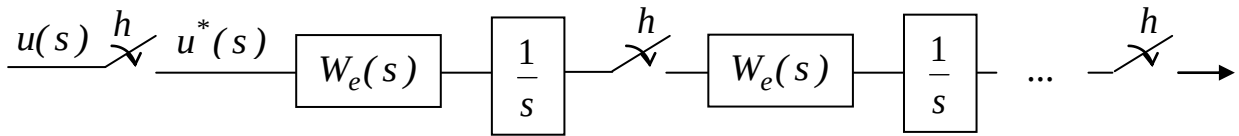
Рис.2.9. Уведення ключа і екстраполятора на вході ланки s^{-k} 

Рис.2.10. Декомпозиція системи до рівня інтегральних ланок

Для екстраполятора нульового порядку

$$W_1(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left(\frac{1}{s^{k+1}} \right). \quad (2.41)$$

У другому варіанті

$$W_2(z) = \left\{ Z \left[\frac{W_e(s)}{s} \right] \right\}^k. \quad (2.42)$$

Для екстраполятора нульового порядку

$$W_2(z) = \left[(1 - z^{-1}) \cdot Z \left(\frac{1}{s^2} \right) \right]^k = \left(\frac{h}{z - 1} \right)^k = \left(\frac{h \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right)^k. \quad (2.43)$$

Для екстраполятора першого порядку

$$W_2(z) = \left[\frac{z + z^{-1} - 2}{h} \cdot Z \left(\frac{1}{s^3} \right) \right]^k = \left(\frac{h}{2} \cdot \frac{z + 1}{z - 1} \right)^k = \left(\frac{h}{2} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right)^k. \quad (2.44)$$

Приклад 2.6. Розглянемо метод дискретної апроксимації ланок s^{-k} для випадку $k = 2$ і екстраполяторах нульового порядку.

Для обох варіантів апроксимації, розглянутих вище, з формул (2.41) і (2.43) маємо

$$W_1(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left(\frac{1}{s^3}\right) = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2} = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{z^{-1} + z^{-2}}{(1 - z^{-1})^2},$$

$$W_2(z) = \left(\frac{h}{z-1}\right)^2 = \left(\frac{h \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}\right)^2.$$

Різницеві рівняння відповідно такі:

$$x_i = 2x_{i-1} - x_{i-2} + h^2 \cdot \left(\frac{u_{i-1} + u_{i-2}}{2}\right),$$

$$x_i = 2x_{i-1} - x_{i-2} + h^2 \cdot u_{i-2}.$$

Різниця між першим і другим рівняннями складає

$$\Delta x_i = h^2 \cdot \left(\frac{u_{i-1} + u_{i-2}}{2}\right).$$

З останнього рівняння випливає, що розходження між двома різницевиими рівняннями визначається видом функції вхідного сигналу $u(t)$. Якщо у якості вхідного сигналу приймається функція стрибка

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (2.45)$$

то $\Delta x_i = 0$ для всіх значень індексу "i" при $t \geq 0$. Таким чином, при стрибковій дії вхідного сигналу не має значення, яку апроксимацію використовувати.

При зростаючому з постійним прискоренням вхідному сигналі виду

$$u(t) = \begin{cases} \alpha \cdot t & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (2.46)$$

маємо постійне значення різниці $\Delta x_i = \alpha h^3 / 2$, причому крива вихідного сигналу за першим варіантом різницевого рівняння буде проходити вище кривої за другим варіантом. Крива $x(t)$ неперервної системи лежатиме між цими кривими.

Зростання $u(t)$ з постійним ривком, вочевидь, призводить до зростаючої різниці між кривими.

При гармонійному сигналі виду

$$u(t) = u_m \cdot \sin(\omega t), \quad (2.47)$$

з формули для Δx_i маємо

$$\Delta x_i = \left[h^2 \cdot \sin\left(\frac{\omega h}{2}\right) \right] \cdot \cos\left[\frac{\omega(2i-3)h}{2}\right].$$

З отриманого виразу випливає, що різниця між кривими змінюється зі збільшенням значення індексу "i" за законом косинуса і має амплітуду, що визначається виразом у квадратних скобках.

Аналогічні висновки можна зробити і для узагальнюючих рівнянь (2.40) і (2.42).

2.3. Дискретна апроксимація за допомогою імпульсних функцій

Одним з видів автоматичного регулювання є імпульсні (переривисті) системи регулювання. Лінійна імпульсна система регулювання окрім ланок, які описуються звичайними лінійними диференціальними рівняннями, має імпульсний елемент (квантувач), що перетворює неперервний вхідний сигнал $f(t)$ на послідовність імпульсів $f^*(t)$. При такому регулюванні неперервна система буде реагувати не на неперервний, апроксимований екстраполятором, вхідний сигнал $f_e(t)$ (рис.1.3), а на сигнал $f^*(t)$. Тому для дискретної апроксимації неперервної системи з імпульсним регулюванням необхідно визначити дискретну передаточну функцію $W(z)$ системи виду (рис.2.11).

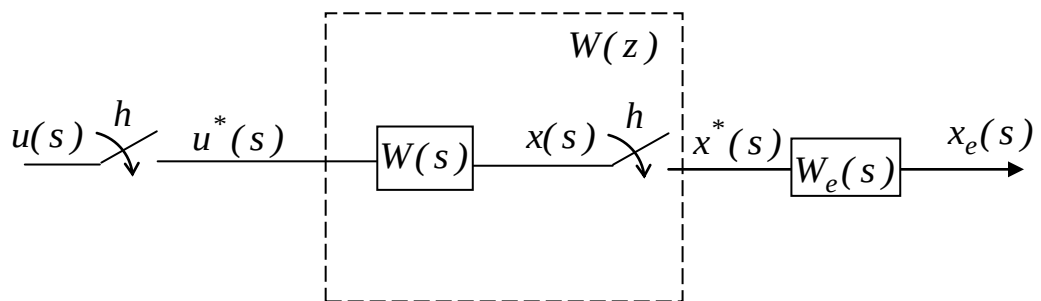


Рис. 2.11. Дискретна апроксимація неперервної системи з імпульсним регулюванням

За таких умов отримаємо

$$x(s) = u^*(s) \cdot W(s), \quad (2.48)$$

$$x(t) = u^*(t) \cdot \mathcal{L}^{-1}[W(s)]. \quad (2.49)$$

Взявши Z-перетворення $x(t)$ для формули (2.49), маємо

$$x(z) = u(z) \cdot \mathcal{Z}[W(s)] = u(z) \cdot W(z). \quad (2.50)$$

Тобто дискретна апроксимація неперервної системи з імпульсним регулюванням вимагає отримання замкнутої Z -форми $W(z)$ передаточної функції неперервної системи $W(s)$.

Приклад 2.7. Прийнемо умови прикладу 2.1. Для аперіодичної ланки з передаточною функцією (2.6) отримуємо замкнуту Z -форму

$$W(z) = Z[W(s)] = Z\left[\frac{1}{(1+sT)}\right] = \frac{z}{z - e^{-\frac{h}{T}}}. \quad (2.51)$$

Різницеве рівняння за умови спрощення виразу за допомогою формули (2.7) має вигляд

$$x_i = \left(1 - \frac{h}{T}\right)x_{i-1} + u_{i-1}. \quad (2.52)$$

При декомпозиції системи можуть бути виконані структурні перетворення передаточної функції $W(s)$, за рахунок яких квантувач переноситься на вхід елементарних ланок. Але слід зазначити, що дискретна апроксимація вже елементарних ланок згідно до розглянутого методу через перенесення квантувачів не завжди може бути еквівалентною до дискретної апроксимації вихідної системи. Наприклад, розглянемо структурну схему (рис.2.12,а). У запропонованому варіанті можливі переноси квантувачів, як показано на (рис.2.12,б – рис. 2.12,г). Дискретна апроксимація кожної із схем має наступний вигляд:

для рис.2.12,а

$$W(z) = Z\left[\frac{W_1(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_{36}(s)}\right]; \quad (2.53)$$

для рис.2.12,б,в

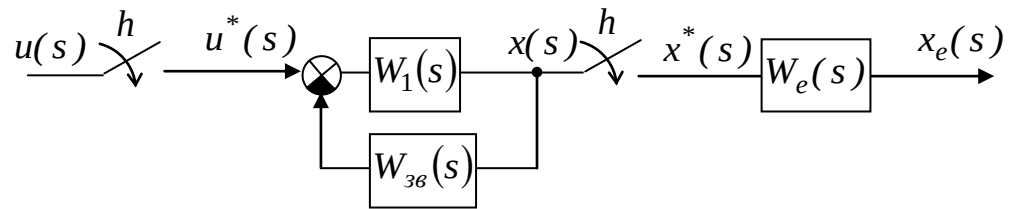
$$W(z) = \frac{W_1(z)}{1 + W_1(z) \cdot W_{36}(z)}, \quad (2.54)$$

де $W_1 W_{36}(z) = Z[W_1(s) \cdot W_{36}(s)]$;

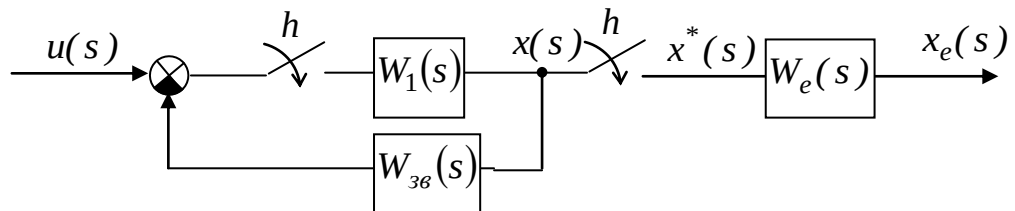
для рис.2.12,г

$$W(z) = \frac{W_1(z)}{1 + W_1(z) \cdot W_{36}(z)}. \quad (2.55)$$

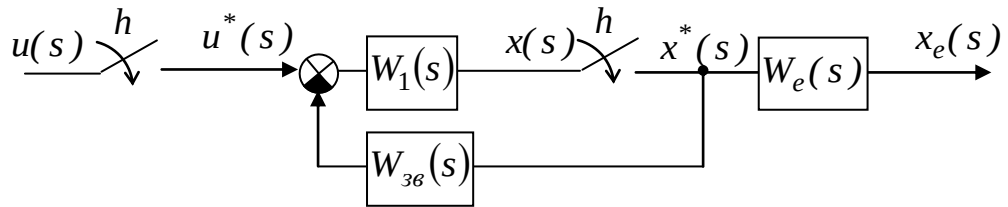
Порівняння формул (2.53) – (2.55) підтверджує зроблений раніше висновок.



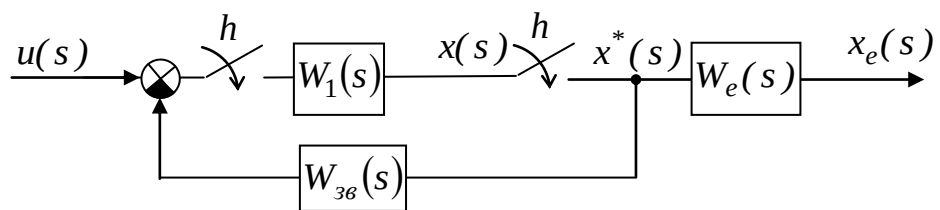
а)



б)



в)



г)

Рис. 2.12. Приклади переносу квантувачів

Приклад 2.8. Для умов прикладу 2.7 виконаємо структурні перетворення виду (рис.2.12,б,в,г). Відповідно маємо формули:
для рис.2.12,а:

$$W(z) = \frac{z}{z - 1 + h/T};$$

для рис.2.12,б,в,г:

$$W(z) = \frac{z}{(1 + T)z - T}.$$

Відповідно до отриманих формул відрізняються також і різницеві рівняння, що описують апроксимовану систему.

Однак зауважимо, що при високій частоті дискретизації реакція апроксимованої за запропонованим методом системи не суттєво відрізняється від реакції системи, апроксимованої за іншими методами. Подальший аналіз підтверджує цей висновок.

Дискретна модель елементарної ланки є елементом структури неперервної системи. Тому вихід цієї моделі повинний бути узгоджений з неперервним сигналом за допомогою екстраполятора. З (рис. 2.11, рис.2.12) видно, що

$$x_e(s) = W_e(s) \cdot x^*(s), \quad (2.56)$$

$$\text{де } x^*(s) \Big|_{s=\frac{1}{h} \ln(z)} = x(z).$$

Для екстраполятора нульового порядку використовуємо формулу (2.4). Спростуючи вираз (2.4) за допомогою розкладання e^h у степеневий ряд (див. формулу (2.7)), отримуємо для випадку, коли крок дискретизації h малий

$$W_e(s) \approx h. \quad (2.57)$$

Таким чином, з формул (2.56) і (2.57) випливає

$$x_e(s) \approx h \cdot x^*(s) = h \cdot [W(z) \cdot u(z)]_{z=e^{sh}}. \quad (2.58)$$

Роблячи висновок з викладеного вище, констатуємо, що можлива дискретна апроксимація неперервної системи шляхом її структурної декомпозиції з подальшим знаходженням Z -перетворень передаточних функцій елементарних ланок і приблизною екстраполяцією за формулою (2.58) вихідних сигналів отриманих дискретних моделей.

2.4. Дискретні моделі неперервних систем

Види декомпозиції неперервних систем. Розділяють *безпосередню, послідовну та паралельну* декомпозицію складних систем.

Послідовна декомпозиція передбачає представлення передаточної функції $W(s)$ у вигляді добутку передаточних функцій першого порядку з одним відомим полюсом і одним відомим нулем. Така декомпозиція матиме місце тільки при відомих коренях системи. Паралельна декомпозиція передбачає представлення передаточної функції $W(s)$ у вигляді суми простих дробів з відомими коренями. Таким чином, визначені види декомпозиції не можуть бути використані в задачах ідентифікації об'єктів.

Безпосередня декомпозиція дозволяє виконати наступні структурні перетворення. Розглянемо передаточну функцію виду

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \sum_{i=0}^m b_i s^{m-i} \Big/ \sum_{j=0}^n a_j s^{n-j}, \quad (2.59)$$

де $a_0, a_1, \dots, a_n$ і $b_0, b_1, \dots, b_m$ – коефіцієнти.

Її можна представити відносно оператора s з негативними степенями

$$W(s^{-1}) = \frac{b_0 s^{-n+m} + b_1 s^{-n+m-1} + \dots + b_{m-1} s^{-n+1} + b_m s^{-n}}{a_0 + a_1 s^{-1} + \dots + a_{n-1} s^{-n+1} + a_n s^{-n}} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^{-n+m-i}}{\sum_{j=0}^n a_j s^{-j}}. \quad (2.60)$$

Таке представлення неперервної системи дозволяє виконувати дискретну апроксимацію за запропонованими методами.

Вираз (2.60) може бути розкладений на дві складові

$$W(s) = W_u^{nap}(s) \cdot W_x^{nap}(s), \quad (2.61)$$

$$\text{де } W_u^{nap}(s) = b_0 s^{-n+m} + b_1 s^{-n+m-1} + \dots + b_{m-1} s^{-n+1} + b_m s^{-n} = \frac{\mathcal{G}(s)}{u(s)},$$

$$W_x^{nap}(s) = 1 / (a_0 + a_1 s^{-1} + \dots + a_{n-1} s^{-n+1} + a_n s^{-n}) = \frac{x(s)}{\mathcal{G}(s)}.$$

Таким чином, перемінна $\mathcal{G}(s)$ визначається як сума вихідних сигналів ланок виду $b_k s^{-k}$, де $k=1,2,3,\dots$. Перемінна $x(s)$ отримується через $W_x(s)$ аналогічним чином (рис.2.13).

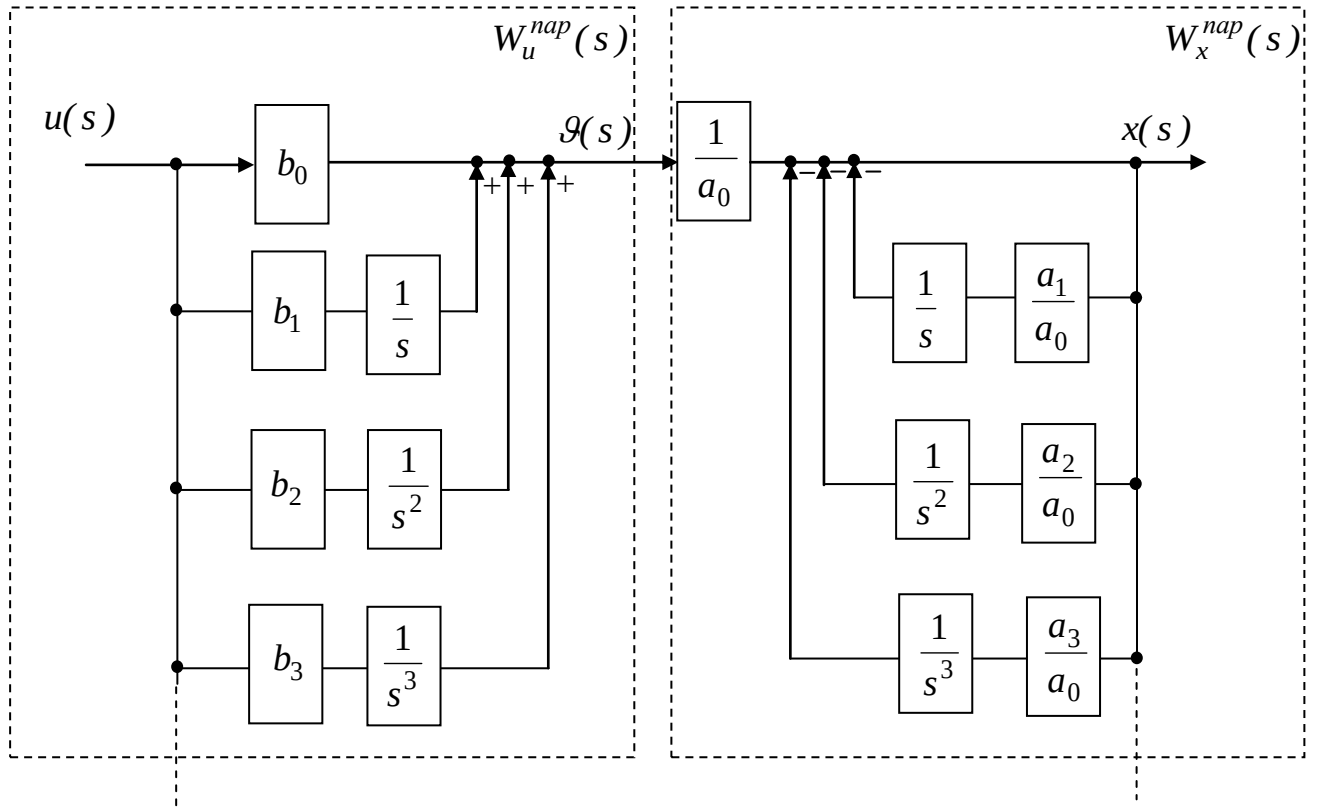


Рис. 2.13. Безпосередня декомпозиція неперервної системи

Якщо вираз (2.59) розкласти на складові передаточні функції, тоді

$$W(s) = W_u^{noc}(s) \cdot W_x^{noc}(s), \quad (2.62)$$

де
$$W_u^{noc}(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-2} s^2 + b_{m-1} s + b_m = \frac{g(s)}{u(s)},$$

$$W_x^{noc}(s) = 1 / (a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-2} s^2 + a_{n-1} s + a_n) = \frac{x(s)}{g(s)}.$$

Представимо $u(s)$ і $x(s)$ через вирази для $W_u^{noc}(s)$ і $W_x^{noc}(s)$

$$u_k(s) = \frac{1}{b_m} \left\{ g(s) - b_0 [u(s) s^m] - b_1 [u(s) s^{m-1}] - \dots - b_{m-1} [u(s) s] - b_m u(s) \right\}, \quad (2.63)$$

$$x(s) = \frac{1}{a_n} \left\{ g(s) - a_0 [x(s) s^n] - a_1 [x(s) s^{n-1}] - \dots - a_{n-1} [x(s) s] \right\}. \quad (2.64)$$

Зробимо заміну перемінних виду

$$s \cdot u(s) = u_1(s), s^2 \cdot u(s) = u_2(s), \dots s^{m-1} \cdot u(s) = u_{m-1}(s), s^m \cdot u(s) = u_m(s), \quad (2.65)$$

$$s \cdot x(s) = x_1(s), s^2 \cdot x(s) = x_2(s), \dots s^{n-1} \cdot x(s) = x_{n-1}(s), s^n \cdot x(s) = x_n(s). \quad (2.66)$$

Вирази у формулах (2.65) та (2.66) назвемо перемінними стану. Через перемінні стану формули (2.63) і (2.64) мають вигляд

$$\mathcal{Y}(s) = b_0 u_m(s) + b_1 u_{m-1}(s) + \dots + b_{m-1} u_1(s) + b_m u(s), \quad (2.67)$$

$$x(s) = \frac{1}{a_n} [\mathcal{Y}(s) - a_0 x_n(s) - a_1 x_{n-1}(s) - \dots - a_{n-2} x_2(s) - a_{n-1} x_1(s)]. \quad (2.68)$$

Для $n=3$ з формул (2.67) і (2.68) маємо (рис.2.14). Структура (рис. 2.14) є прикладом безпосередньої декомпозиції неперервної системи за перемінними стану.

Отримані через запропоновані методи декомпозиції структури неперервної системи (рис. 2.13, рис. 2.14) мають дві підсистеми $W_u(s)$ та $W_x(s)$, для яких можна використати метод дискретної апроксимації введення фіктивних пристроїв вибірки і збереження на вході системи.

Кожна з цих підсистем розкладена на ланки рівня $(1/s)^k$. Через структурні перетворення можна створити декілька більш складних підсистем та використати для них згаданий вище метод дискретної апроксимації. Наприклад, для підсистем $W_x^{nap}(s)$ та $W_x^{noc}(s)$ маємо відповідно (рис. 2.15) і (рис. 2.16).

Розкладання неперервних систем на ланки s^{-k} (рис.2.13 і 2.14) дозволяє додатково використовувати методи дискретної апроксимації цих ланок.

Приклади цифрових моделей. Будемо розглядати тільки передаточну функцію $W_x(s)$, звертаючи увагу на симетричність схем (рис.2.13) і (рис.2.14) відносно перемінної стану $\mathcal{Y}(s)$, а також на те, що передаточна функція $W_u(s)$ визначає корені системи завдання сигналу керування $\mathcal{Y}(s)$ підсистемою $W_x(s)$, а властивості системи в цілому визначаються коренями передаточної функції $W_x(s)$. Таким чином, підсистема $W_u(s)$ може розглядатися як задатчик інтенсивності, реалізований будь-яким чином – апаратно чи програмно.

В залежності від рівня декомпозиції підсистеми $W_x(s)$ можна розглядати введення ключа з екстраполятором, або тільки ключа (у випадку імпульсного регулювання) у різних перетинах. Наприклад, для випадку системи 3-го порядку це перетини "I", "II", "III", "IV" (рис.2.17).

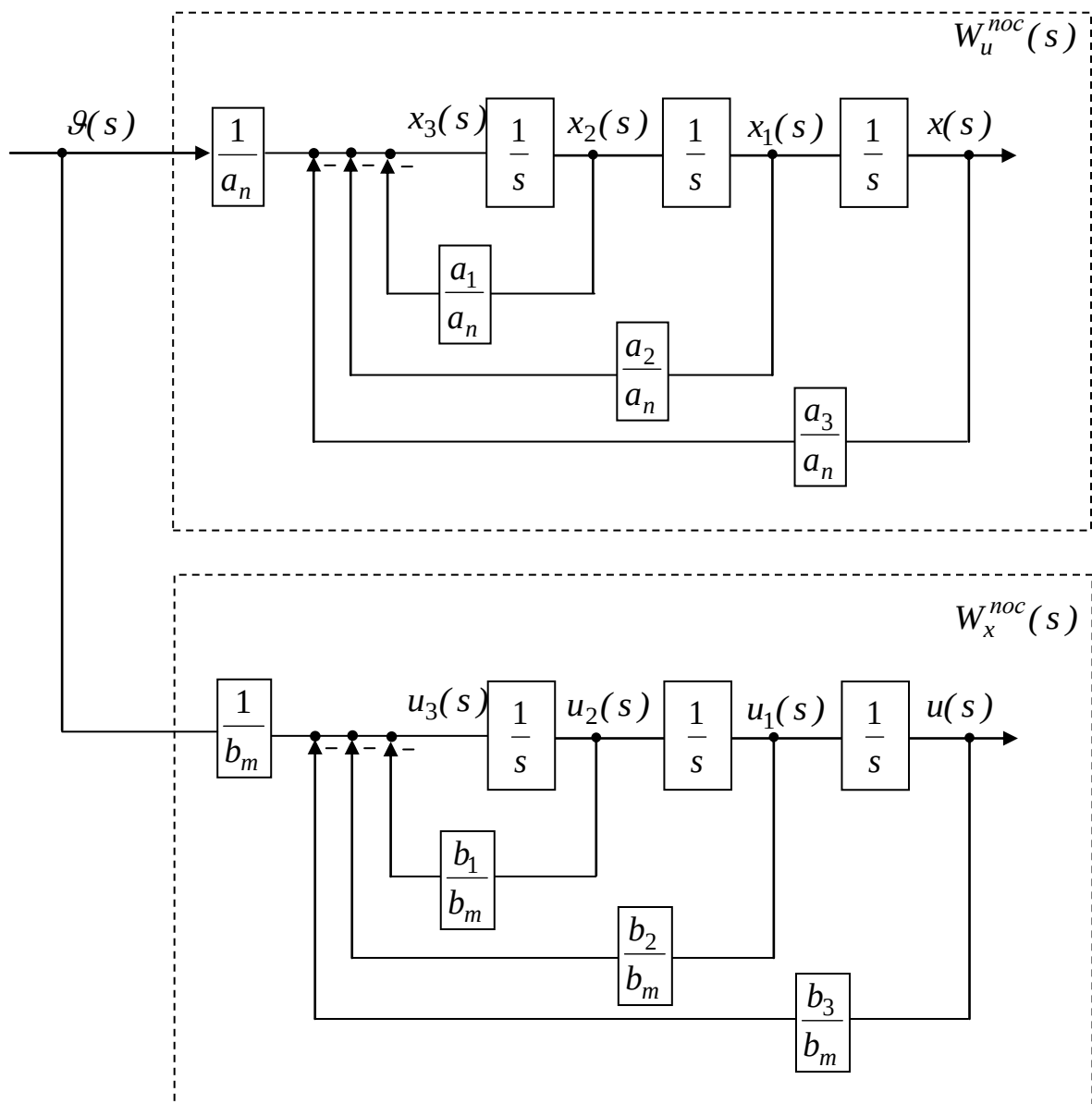
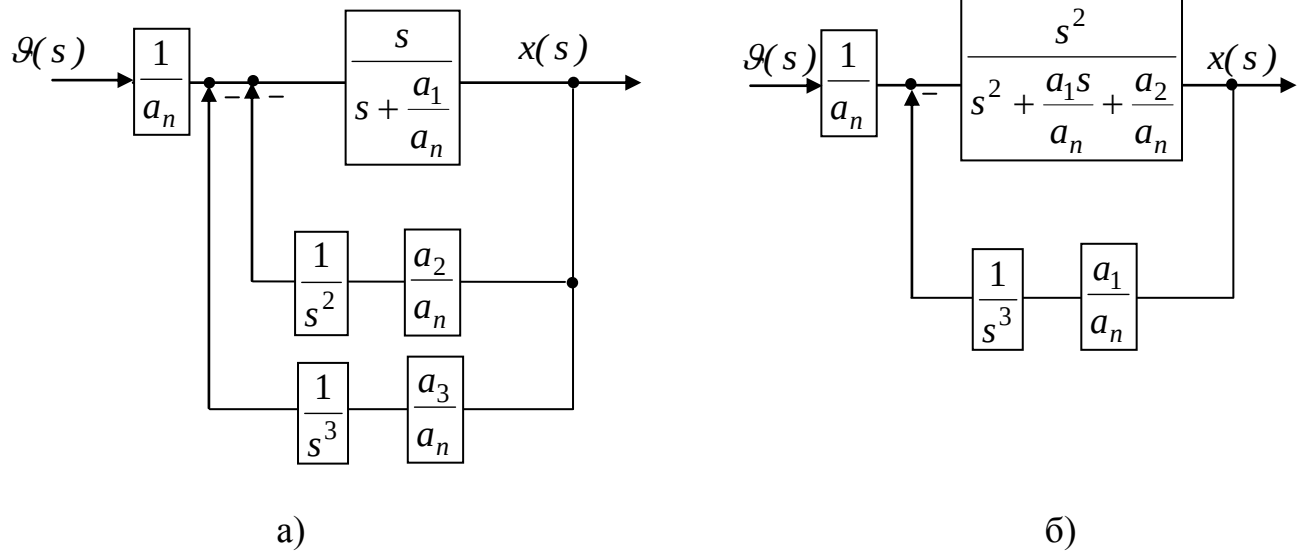
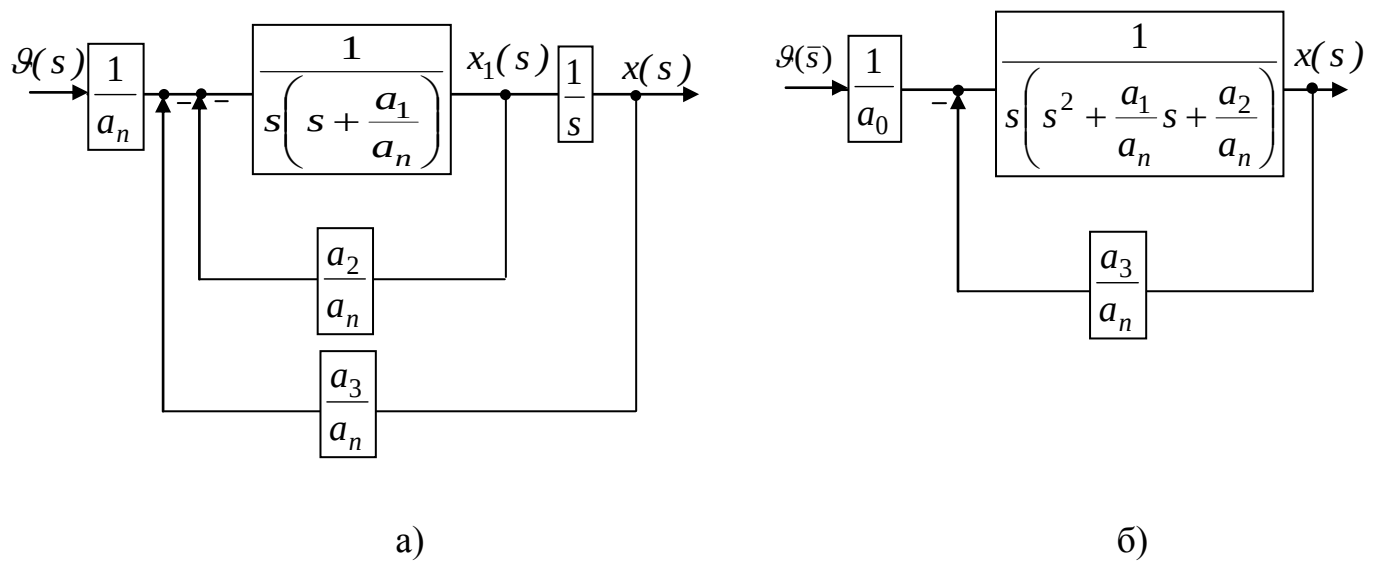


Рис. 2.14. Безпосередня декомпозиція неперервної системи за змінними стану

Рис. 2.15. Приклади структурної декомпозиції підсистеми $W_x^{nap}(s)$ Рис. 2.16. Приклади структурної декомпозиції підсистеми $W_x^{noc}(s)$

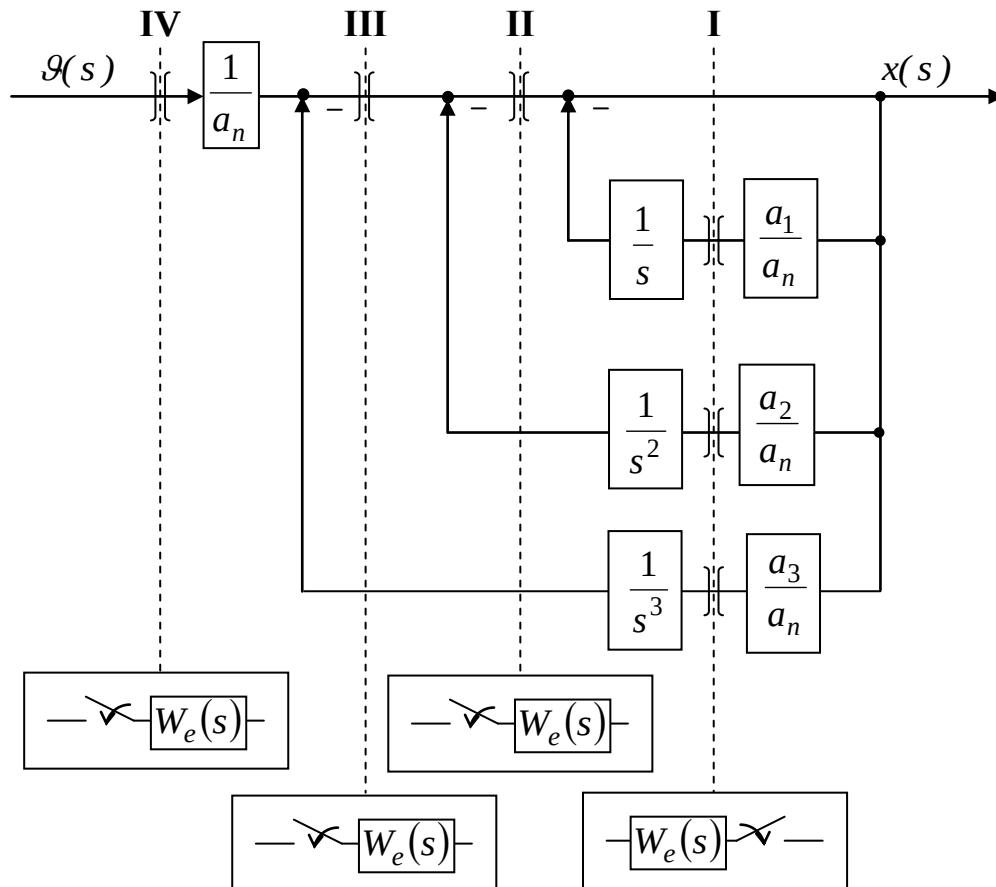


Рис. 2.17. Варіанти дискретної апроксимації системи

Перетин "I" відповідає найбільшій деталізації структури системи до ланок s^{-k} , які, в свою чергу, можуть розбиватися на інтегральні ланки. Дискретизація у цьому випадку може виконуватися: 1) шляхом взяття Z -перетворення для ланок s^{-k} (формула типу (2.55), метод I.1); 2) розкладанням ланок s^{-k} на інтегральні ланки і використання для них одного з методів чисельного інтегрування, наприклад, методу трапецій (формули (2.42) – (2.44) метод I.2); 3) підстановкою Z -форм (приблизна Z -форма (метод I.3); 4) введення ідеального квантувача з екстраполятором на вхід системи (формула (2.41), метод I.4).

2.5. Порівняльний аналіз точності методів

Розглянемо варіант деталізації системи (рис.2.17) з перетином "I". При цьому розглядаємо деталізацію ланок s^{-k} до рівня інтегральних. Це дає дискретну апроксимацію неперервної системи з найбільшою кількістю екстраполяторів у дискретній моделі. Для цієї моделі виконаємо аналіз методів дискретної апроксимації, розуміючи, що похибка апроксимації моделі бу-

де найбільшою. Через те, що уся модель розбита на інтегральні ланки, розглянемо розбіжність методів апроксимації інтегральних ланок, розглядаючи реакцію різних апроксимацій інтегральної ланки на стрибкову дію

$$u(z) = U \cdot \frac{z}{z-1}, \quad (2.69)$$

де U – амплітуда стрибка.

Використовуючи метод **I.1**, отримуємо для інтегральної ланки з передаточною функцією $W(s) = 1/(sT)$

$$W(z) = \frac{x(z)}{u(z)} \quad Z\left(\frac{1}{sT}\right) = \frac{1}{T} \cdot \frac{z}{z-1}. \quad (2.70)$$

Реакцією ланки з імпульсною передаточною функцією (2.70) на сигнал виду (2.69) є дискретна перехідна функція

$$x(z) = W(z) \cdot u(z) = \frac{U}{T} \cdot \frac{z^2}{(z-1)^2}. \quad (2.71)$$

З урахуванням формули (2.58) дискретна перехідна функція (2.71) може бути представлена у вигляді безкінечного степеневого ряду відносно z з негативними степенями

$$x_e^*(z) = \frac{Uh}{T} \cdot (1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3} + \dots) \quad (2.72)$$

Ряд коефіцієнтів 2, 3, 4, ... у формулі (2.72) представляє собою арифметичну прогресію з різницею, яка дорівнює одиниці. Тому k -й член цієї прогресії визначається як $a_k = 1 + k$, а k -й член ряду (2.72)

$$x_{e,k} = \frac{Uh}{T} \cdot (1 + k). \quad (2.73)$$

Аналогічним чином визначаємо вихідні послідовності для дискретних апроксимацій, отриманих іншими методами.

Методи **I.4** і **I.2** з методом чисельного інтегрування Ейлера без упередження:

$$x(z) = W(z) \cdot u(z) = \frac{Uh}{T} \cdot \frac{z}{(z-1)^2}, \quad (2.74)$$

$$x_e^*(z) = \frac{Uh}{T} \cdot (1z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + 4z^{-4} \dots), \quad (2.75)$$

$$x_{e,k} = \frac{Uh}{T} \cdot k. \quad (2.76)$$

Методи **I.3** і **I.2** з методом чисельного інтегрування трапецій:

$$x(z) = W(z) \cdot u(z) = \frac{Uh}{2T} \cdot \frac{z(z+1)}{(z-1)^2}, \quad (2.77)$$

$$x_e^*(z) = \frac{Uh}{T} \cdot (1 + 3z^{-1} + 5z^{-2} + 7z^{-3} + 9z^{-4} \dots), \quad (2.78)$$

$$x_{e,k} = \frac{Uh}{2T} \cdot (1 + 2k). \quad (2.79)$$

Реакцією неперервної інтегральної ланки на одиничну стрибкову дію у дискретні моменти часу $k \cdot h$ буде решітчаста функція

$$x_e(kh) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right)_{t=kh} = 0, 1, 3, 4, 5, \dots \quad (2.80)$$

Тобто у цьому випадку

$$x_{e,k} = \frac{Uh}{T} \cdot k. \quad (2.81)$$

Порівнюючи формули (2.73), (2.76), (2.79) і (2.81), бачимо, що похибка методів визначається початковими умовами, які складають для методів:

$$\text{„I.1”} - x_{e,0} = \frac{Uh}{T},$$

„I.2” з методом чисельного інтегрування Ейлера, „I.4” без упередження – $x_{e,0} = 0$,

$$\text{„I.3”, „I.2” з методом чисельного інтегрування трапецій} - x_{e,0} = \frac{Uh}{2T}.$$

З останніх формул можна зробити висновок, що при декомпозиції системи до рівня інтегральних ланок найкращим методом дискретної апроксимації з точки зору точності є методи чисельного інтегрування Ейлера без упередження (метод **I.2**) та метод уведення фіктивних пристроїв вибірки та фіксування (метод **I.4**).

Використання структур з більш високим рівнем інтеграції порівняно із структурою, що має тільки інтегральні ланки, призводить до інших висновків. Спостерігається тенденція до зростаючого розходження методів при їх використанні для дискретної апроксимації ланок, складніших за інтегральну.

Розглянемо ланку із передаточною функцією

$$W(s) = \frac{1}{s^2 T^2}. \quad (2.83)$$

Виконуючи процедуру, аналогічну до розглянутої вище, отримуємо вихідні послідовності для дискретних апроксимацій при стрибковій вхідній дії виду (2.69). Результати зведені у табл.2.2. Нормовані вихідні послідовності показані на (рис.2.18), а різниця у нормованих вихідних послідовностях різних методів апроксимації відносно нормованого вихідного сигналу неперервної системи для дискретних значень часу $\Delta x|_{t=0}$ і $\Delta x|_{t=4 \cdot h}$ представлена у табл.2.3.

Аналіз (рис.2.18), табл.2.3 показує, що:

- спостерігається тенденція до зростаючого розходження вихідних послідовностей усіх методів дискретної апроксимації відносно вихідної послідовності неперервної системи;
- найкращу апроксимацію дає метод імпульсної функції (метод **I.1**);
- методи **I.1–I.3** відрізняються початковими умовами, саме які і визначають розбіжності між цими методами впродовж перехідного процесу;
- метод уведення фіктивних ланок вибірки та збереження (метод **I.4**) є найгіршим і може бути використаний тільки для апроксимації елементарних ланок;
- усі методи дають похибку одного знаку у сторону збільшення вихідного сигналу.

Дискретна апроксимація більш складної неперервної системи призведе до більшого темпу зростання розбіжностей між вихідними послідовностями дискретних моделей і неперервної системи.

Наявність зворотних зв'язків може призвести до зменшення похибки апроксимації у кінці перехідного процесу. Це можна бачити на прикладі аперіодичної ланки, яка представлена у вигляді (рис.2.5). Цифрова апроксимація цієї ланки призводить до результатів, показаних на (рис.2.19). Однак, збільшення порядку системи збільшує коливальність вихідного сигналу її дискретних моделей і, таким чином, збільшує похибку апроксимації.

Таблиця 2.2

Результати дискретної апроксимації за різними методами

Ме- тод	Дискретна апроксимація	Вихідна послідовність
I.1	$x(z) = \frac{Uh^2}{T^2} \cdot \frac{z^2}{(z-1)^3}$	$x(z) = \frac{Uh^2}{T^2} \cdot (0 + z^{-1} + 3z^{-2} + 6z^{-3} + 10z^{-4} + \dots)$
I.2	$x(z) = \frac{Uh^2}{4T^2} \cdot \frac{z(z+1)^2}{(z-1)^3}$	$x(z) = \frac{Uh^2}{T^2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{4}z^{-1} + \frac{13}{4}z^{-2} + \right.$ $\left. + \frac{25}{4}z^{-3} + \frac{41}{4}z^{-4} + \dots \right)$
I.3	$x(z) = \frac{Uh^2}{12T^2} \cdot \frac{z(z^2 + 10z + 1)}{(z-1)^3}$	$x(z) = \frac{Uh^2}{T^2} \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{13}{12}z^{-1} + \frac{37}{12}z^{-2} + \right.$ $\left. + \frac{73}{12}z^{-3} + \frac{121}{12}z^{-4} + \dots \right)$
I.4	$x(z) = \frac{Uh^2}{2T^2} \cdot \frac{z^2(z+1)}{(z-1)^4}$	$x(z) = \frac{Uh^2}{T^2} \cdot \left(0 + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{5}{2}z^{-2} + 7z^{-3} + 15z^{-4} + \dots \right)$
$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^3}\right)$	$x(kh) = \frac{(kh)^2}{2!}$	$\left\{ 0, \frac{1}{2}, 2, \frac{9}{2}, 8, \dots \right\}$

Таблиця 2.3

Різниця між нормованими вихідними послідовностями і вихідним сигналом неперервної системи для різних методів апроксимації

	I.1	I.2	I.3	I.4
$\Delta x _{t=0}$	0	0,25	0,0833	0
$\Delta x _{t=4h}$	+2	+2,25	+2,0833	+7

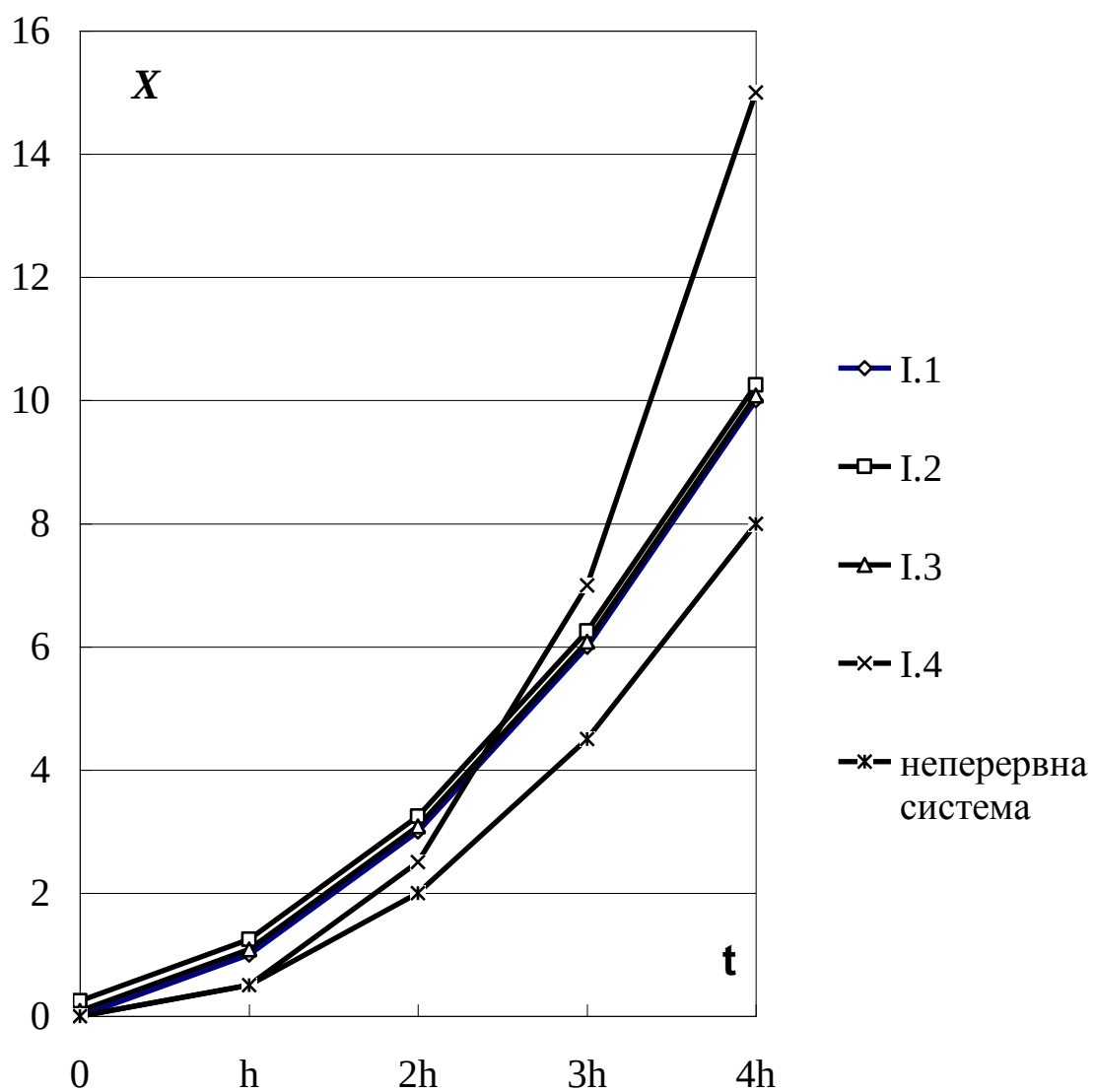


Рис. 2.18. Нормовані вихідні послідовності

У дискретній моделі додатковим параметром, який впливає на її точність та стійкість, є інтервал дискретизації h . Наприклад, візьмемо неперервну систему з передаточною функцією

$$W(s) = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \quad (2.84)$$

Виконаємо еквівалентні структурні перетворення виду (рис.2.13) передаточної функції до рівня інтегральних ланок. Тоді передаточна функція матиме вид

$$W(s) = \frac{b_0 s^{-1} + b_1 s^{-2}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2}}. \quad (2.85)$$

Використаємо для дискретної апроксимації функції (2.84) метод **I.1**. Шляхом перетворень, отримуємо дискретну апроксимацію

$$W(z) = \frac{c_0 + c_1 z^{-1}}{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}, \quad (2.86)$$

де $c_0 = b_0$, $c_1 = -b_0 + b_1$, $d_0 = a_0 + a_1$, $d_1 = -2a_0 - a_1 + a_2 h$, $d_2 = a_0$.

Різницеве рівняння, що відповідає дискретній моделі (2.86)

$$x_i = \left(\frac{c_0}{d_0} \right) u_i + \left(\frac{c_1}{d_0} \right) u_{i-1} - \left(\frac{d_1}{d_0} \right) x_{i-1} - \left(\frac{d_2}{d_0} \right) x_{i-2}. \quad (2.87)$$

Як видно з формули (2.87), якість перехідного процесу залежить від параметра h . Моделювання перехідної функції системи (2.84) за різницеvim рівнянням (2.87) при різних значеннях інтервалу дискретизації підтвердило цей висновок (рис.2.20). Збільшення інтервалу дискретизації призводить до появи перерегулювання і коливань вихідного сигналу системи. В решті решт система може стати нестійкою. Однак, досить малий інтервал дискретизації у реальних системах призводить до того, що у цифрових системах керування з'являється високочастотна складова шумового сигналу. Тому вибір інтервалу дискретизації у цифрових системах керування будується на компромісі між мінімізацією похибки, пов'язаної із точністю дискретної моделі, і мінімізацією похибки, пов'язаною із шумом сигналів в реальній системі керування.

Узагальнюючими висновками що до точності є такі. По-перше, для збільшення точності дискретних моделей необхідно якомога більше деталізувати структуру неперервної системи. По-друге, необхідно створювати дискретні моделі із урахуванням ненульових початкових умов для використання цих моделей на різних відрізках перехідного процесу. По-третє, необхідно правильно визначити інтервал дискретизації для отримання адекватної дискретної моделі.

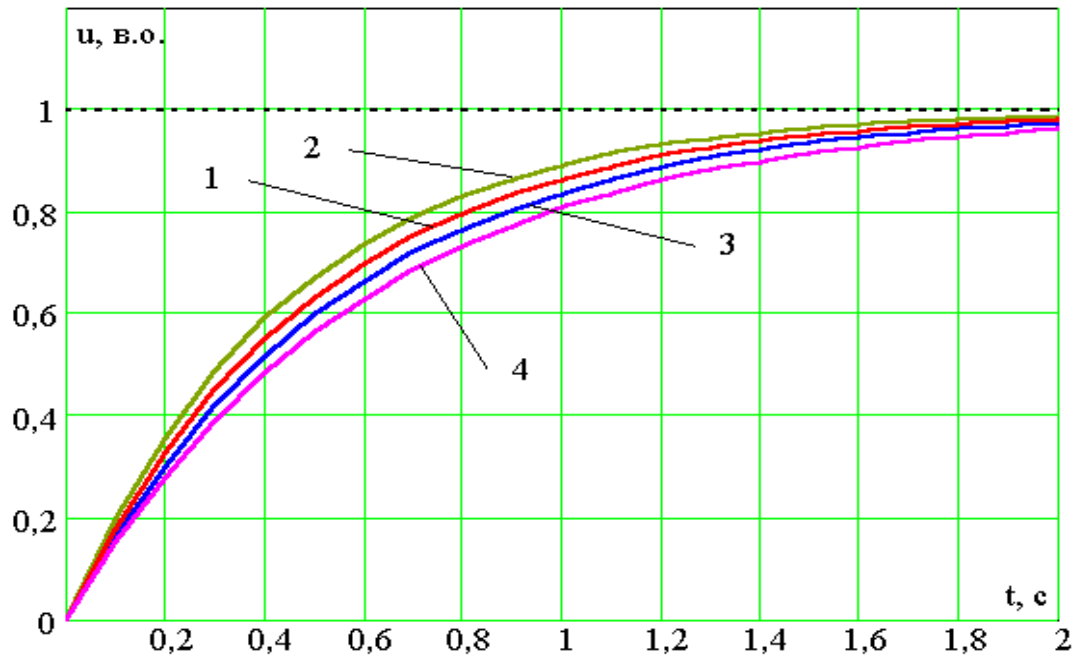


Рис. 2.19. Перехідний процес в аперіодичній ланці для стрибкової вхідної дії, що отриманий за допомогою:

- 1 – рішення диференційного рівняння і різницевого рівнянь за методами трапецій, Фаулера, Тастіна;
- 2 – різницевого рівняння методом Ейлера без упередження;
- 3 – різницевого рівняння за методом Ейлера з упередженням;
- 4 – різницевого рівняння за методом Куо

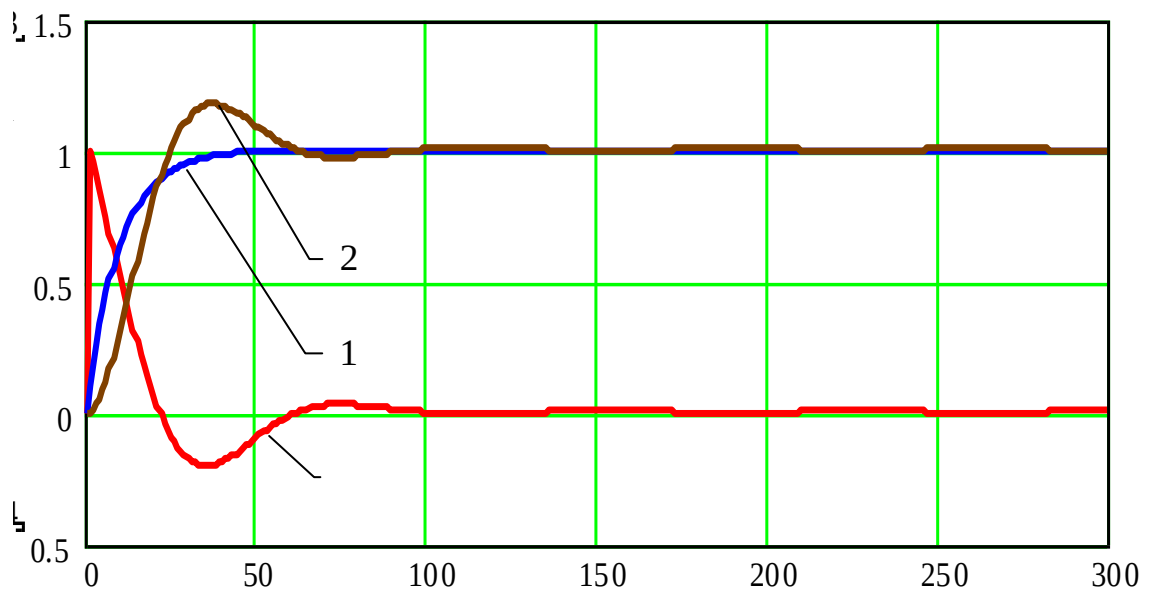


Рис.2.20. Реакція дискретної моделі (2.87) за умов $a_0=1$, $a_1=0,1$, $a_2=0,1$, $b_0=1$, $b_1=0,1$, $b_2=0,1$ при різних інтервалах дискретизації: 1 – $h = 0,1$ с ; 2 – $h=0,0001$ с; 3 – різниця у відсотках між двома перехідними процесами

2.6. Порівняльний аналіз стійкості дискретних моделей

Відомо [32], що уведення квантувачів у систему збільшує вірогідність нестійкості її дискретної моделі. Розглянемо варіант деталізації системи (рис.2.17) з перетином "I". При цьому виконуємо деталізацію ланок s^{-k} до рівня інтегральних. Такий варіант є найбільш небезпечний з точки зору втрати стійкості дискретно апроксимованої системи.

Розглянемо декілька варіантів передаточних функцій неперервної системи з різним рівнем складності, отримаємо їх дискретну апроксимацію за різними методами і визначимо стійкість дискретних моделей за умов, розглянутих у пункті 1.6 (формула (1.63)). Наприклад, для неперервної системи з передаточною функцією (2.84), яка має дискретну передаточну функцію (2.86), коренями характеристичного рівняння є

$$z_{1,2} = \frac{-d_1 \pm \sqrt{d_1^2 - 4d_0d_1}}{2d_0}.$$

Таким чином, умовою стійкості дискретної моделі (2.86) за формулою (1.63) є нерівність $\sqrt{d_1^2 - 4d_0d_1} \leq d_1 + 2d_0$. Виконуючи алгебраїчні перетворення, отримуємо $d_0(d_0 + d_1 + d_2) \geq 0$. З урахуванням значень d_0 , d_1 , d_2 з формули (2.86) маємо умови стійкості $a_0 + a_1 \geq 0$, $a_2 \geq 0$ ($h > 0$).

Підтвердженням цих умов може бути моделювання перехідних процесів за різницеvim рівнянням (2.87), отриманих при одиничній стрибковій вхідній дії. На (рис. 2.21,а) показаний перехідний процес, отриманий за умов $a_0=1$, $a_1=0,1$, $a_2=0,1$, $b_0=1$, $b_1=0,1$, $b_2=0,1$. Змінюючи знак коефіцієнта $a_2 = -0,1$, ми порушуємо умови стійкості моделі, що видно з (рис.2.21,б).

Виконуючи аналогічним чином наведену вище процедуру для інших варіантів неперервних моделей та методів дискретизації, отримуємо табл.2.4 і табл.2.5.

Як було вже сказано раніше (п.2.5), у дискретних системах додатковим параметром, що впливає на їх стійкість, є інтервал дискретизації (рис.2.20). Крім того, слід зауважити, що окремі методи дискретизації неперервних систем призводять до підвищеної коливальності вихідного сигналу моделей у порівнянні з іншими при однаковому інтервалі дискретизації та виконанні умов стійкості (рис.2.22). Тому виконання умови стійкості є необхідною, але недостатньою умовою вибору методу дискретизації. Після перевірки на стійкість, дискретну модель слід перевірити на її адекватність. Це є відповідність реакції на вхідний вплив дискретної моделі до реакції неперервної системи на той же вхідний вплив за заданим критерієм відповідності, наприклад, за критерієм найменших квадратів.

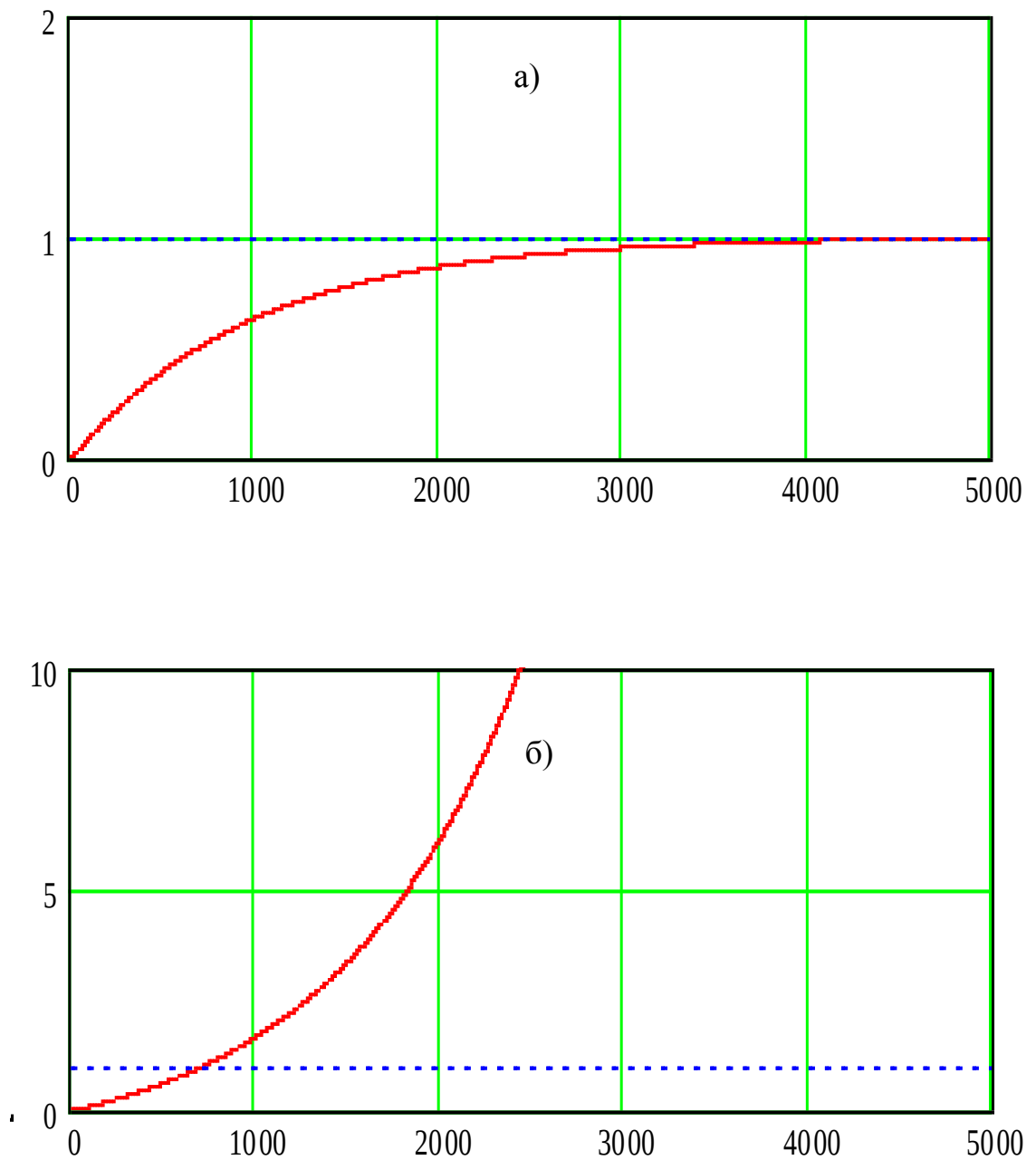


Рис.2.21. Перехідні процеси за рівнянням (2.87):

а) $a_0=1, a_1=0,1, a_2=0,1, b_0=1, b_1=0,1, b_2=0,1$;

б) $a_0=1, a_1=0,1, a_2=-0,1, b_0=1, b_1=0,1, b_2=0,1$.

Таблиця 2.4

Результати дискретної апроксимації неперервних систем за методами I.1 і I.2

№ п. п.	Функції	Методи	
		I.1	I.2
		$s^{-1} \Rightarrow \frac{z}{z-1}$ $s^{-2} \Rightarrow \frac{hz}{(z-1)^2}$ $s^{-3} \Rightarrow \frac{h^2}{2} \cdot \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$	$s^{-1} \Rightarrow \frac{h}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$ $s^{-2} \Rightarrow \left(\frac{h}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1} \right)^2$ $s^{-2} \Rightarrow \left(\frac{h}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1} \right)^3$
1	2	3	4
1.	$\frac{b_0 s^{-1}}{a_0 + a_1 s^{-1}},$ Умови стійкості: I.1. $a_1 \geq 0$; I.2. $a_1 \geq 0$.	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1},$	
		де $c_0 = b_0$, $d_0 = a_0 + a_1$, $d_1 = -a_0$.	де $c_0 = b_0 h$, $c_1 = b_0 h$, $d_0 = 2a_0 + a_1 h$, $d_1 = -2a_0 + a_1 h$.
2.	$\frac{b_0 + b_1 s^{-1}}{a_0 + a_1 s^{-1}},$ Умови стійкості: I.1. $a_1 \geq 0$; I.2. $a_1 \geq 0$.	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1},$	
		де $c_0 = b_0 + b_1$, $c_1 = -b_0$, $d_0 = a_0 + a_1$, $d_1 = -a_0$.	де $c_0 = 2b_0 + b_1 h$, $c_1 = -2b_0 + b_1 h$, $d_0 = 2a_0 + a_1 h$, $d_1 = -2a_0 + a_1 h$.
3.	$\frac{b_0 s^{-1} + b_1 s^{-2}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2}},$ Умови стійкості: I.1. $a_0 + a_1 \geq 0$, $a_2 \geq 0$; I.2. $4a_0 + 2a_1 h + a_2 h \geq 0$, $a_2 \geq 0$.	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2},$	
		де $c_0 = b_0$, $c_1 = -b_0 + b_1 h$, $d_0 = a_0 + a_1$, $d_1 = -2a_0 - a_1 + a_2 h$, $d_2 = a_0$	де $c_0 = 2b_0 + b_1 h^2$, $c_1 = 2b_1 h^2$, $c_2 = -2b_0 h + b_1 h^2$, $d_0 = 4a_0 + 2a_1 h + a_2 h^2$, $d_1 = -8a_0 + 2a_2 h^2$, $d_2 = 4a_0 - 2a_1 h + a_2 h^2$.

Продовження таблиці 2.4

1	2	3	4
4.	$\frac{b_0 + b_1 s^{-1} + b_2 s^{-2}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2}},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} + \frac{c_2}{d_0} u_{i-2} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2},$	
		де $c_0 = b_0 + b_1,$ $c_1 = -2b_0 - b_1 + b_2 h,$ $c_2 = b_0$ $d_0 = a_0 + a_1,$ $d_1 = -2a_0 - a_1 + a_2 h,$ $d_2 = a_0$	де $c_0 = 4b_0 + 2b_1 h +$ $+ b_2 h^2,$ $c_1 = -8b_0 + 2b_2 h^2,$ $c_2 = 4b_0 - 2b_1 h +$ $+ b_2 h^2,$ $d_0 = 4a_0 + 2a_1 h + a_2 h^2,$ $d_1 = -8a_0 + 2a_2 h^2,$ $d_2 = 4a_0 - 2a_1 h + a_2 h^2.$
5.	$\frac{b_0 + b_1 s^{-1} + b_2 s^{-2} + b_3 s^{-3}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2} + a_3 s^{-3}},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} + \frac{c_2}{d_0} u_{i-2} + \frac{c_3}{d_0} u_{i-3} -$ $-\frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2} - \frac{d_3}{d_0} x_{i-3},$	
		де $c_0 = 2b_0 + 2b_1,$ $c_1 = -6b_0 - 4b_1 +$ $+ 2b_2 h + b_3 h^2,$ $c_2 = 6b_0 + 2b_1 - 2b_2 h,$ $c_3 = -2b_0,$ $d_0 = 2a_0 + 2a_1,$ $d_1 = -6a_0 - 4a_1 +$ $+ 2a_2 h + a_3 h^2,$ $d_2 = 6a_0 + 2a_1 - 2a_2 h,$ $d_3 = -2a_0.$	де $c_0 = 8b_0 + 4b_1 h +$ $+ 2b_2 h^2 + b_3 h^3,$ $c_1 = -24b_0 - 4b_1 h +$ $+ 2b_2 h^2 + 3b_3 h^3,$ $c_2 = 24b_0 - 4b_1 h -$ $- 2b_2 h^2 + 3b_3 h^3,$ $c_3 = -8b_0 + 4b_1 h -$ $- 2b_2 h^2 + b_3 h^3,$ $d_0 = 8a_0 + 4a_1 h +$ $+ 2a_2 h^2 + a_3 h^3,$ $d_1 = -24a_0 - 4a_1 h +$ $+ 2a_2 h^2 + 3a_3 h^3,$ $d_2 = 24a_0 - 4a_1 h -$ $- 2a_2 h^2 + 3a_3 h^3$ $d_3 = -8a_0 + 4a_1 h -$ $- 2a_2 h^2 + a_3 h^3$

Таблиця 2.5

Результати дискретної апроксимації неперервних систем за методами I.3 і I.4

№ п. п.	Функції	Методи	
		I.3	I.4
		$s^{-1} \Rightarrow \frac{h}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$ $s^{-2} \Rightarrow \frac{h^2}{12} \cdot \frac{z^2+10z+1}{(z-1)^2}$ $s^{-2} \Rightarrow \frac{h^3}{2} \cdot \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$	$s^{-1} \Rightarrow \frac{h}{z-1}$ $s^{-2} \Rightarrow \frac{h^2}{2} \cdot \frac{z(z+1)}{(z-1)^2}$ $s^{-3} \Rightarrow \frac{h^3}{6} \cdot \frac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^3}$
1	2	3	4
1.	$\frac{b_0 s^{-1}}{a_0 + a_1 s^{-1}},$ Умови стійкості: I.3. $a_1 \geq 0$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1},$
		де $c_0 = b_0 h,$ $c_1 = b_0 h,$ $d_0 = 2a_0 + a_1 h,$ $d_1 = -2a_0 + a_1 h.$	де $c_0 = b_0 h,$ $d_0 = a_0,$ $d_1 = -a_0 + a_1 h.$
2.	$\frac{b_0 + b_1 s^{-1}}{a_0 + a_1 s^{-1}},$ I.3. $a_1 \geq 0$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1},$
		де $c_0 = 2b_0 + b_1 h,$ $c_1 = -2b_0 + b_1 h,$ $d_0 = 2a_0 + a_1 h,$ $d_1 = -2a_0 + a_1 h.$	де $c_0 = b_0,$ $c_1 = -b_0 + b_1 h,$ $d_0 = a_0 + a_1,$ $d_1 = -a_0.$
3.	$\frac{b_0 s^{-1} + b_1 s^{-2}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2}},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} + \frac{c_2}{d_0} u_{i-2} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} + \frac{c_2}{d_0} u_{i-2} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2},$
		де $c_0 = 6b_0 h + 6b_1 h^2,$ $c_1 = 10b_1 h,$ $c_2 = -6b_0 h + b_1 h^2,$ $d_0 = 12a_0 + 6a_1 h + a_2 h^2,$ $d_1 = -24a_0 + 10a_2 h^2,$ $d_2 = 12a_0 - 6a_1 h + a_2 h^2.$	де $c_0 = b_1 h^2,$ $c_1 = 2b_0 h + b_1 h^2,$ $c_2 = -2b_0 h,$ $d_0 = 2a_0 + a_2 h^2,$ $d_1 = -4a_0 + 2a_1 h + a_2 h^2,$ $d_2 = 2a_0 - 2a_1 h.$

Продовження таблиці 2.5

1	2	3	4
4.	$\frac{b_0 + b_1 s^{-1} + b_2 s^{-2}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2}},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} + \frac{c_2}{d_0} u_{i-2} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2},$	
		де $c_0 = 12b_0 + 6b_1 h + b_2 h^2,$ $c_1 = -24b_0 + 10b_2 h^2,$ $c_2 = 12b_0 - 6b_1 h + b_2 h^2,$ $d_0 = 12a_0 + 6a_1 h + a_2 h^2,$ $d_1 = -24a_0 + 10a_2 h^2,$ $d_2 = 12a_0 - 6a_1 h + a_2 h^2.$	де $c_0 = 2b_0,$ $c_1 = -4b_0 + 2b_1 h + b_2 h^2,$ $c_2 = 2b_0 - 2b_1 h + b_2 h^2,$ $d_0 = 2a_0,$ $d_1 = -4a_0 + 2a_1 h + a_2 h^2,$ $d_2 = 12a_0 - 6a_1 h + a_2 h^2.$
5.	$\frac{b_0 + b_1 s^{-1} + b_2 s^{-2} + b_3 s^{-3}}{a_0 + a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2} + a_3 s^{-3}},$	$x_i = \frac{c_0}{d_0} u_i + \frac{c_1}{d_0} u_{i-1} + \frac{c_2}{d_0} u_{i-2} + \frac{c_3}{d_0} u_{i-3} - \frac{d_1}{d_0} x_{i-1} - \frac{d_2}{d_0} x_{i-2} - \frac{d_3}{d_0} x_{i-3},$	
		де $c_0 = 12b_0 + 6b_1 h + b_2 h^2,$ $c_1 = -36b_0 - 6b_1 h + 9b_2 h^2 + 6b_3 h^3,$ $c_2 = 36b_0 - 6b_1 h - 9b_2 h^2 + 6b_3 h^3,$ $c_3 = -12b_0 + 6b_1 h - 9b_2 h^2,$ $d_0 = 8a_0 + 4a_1 h + 2a_2 h^2 + a_3 h^3,$ $d_1 = -24a_0 - 4a_1 h + 2a_2 h^2 + 3a_3 h^3,$ $d_2 = 24a_0 - 4a_1 h - 2a_2 h^2 + 3a_3 h^3,$ $d_3 = -8a_0 + 4a_1 h - 2a_2 h^2 + a_3 h^3$	де $c_0 = 6b_0 + 3b_2 h^2 + b_3 h^3,$ $c_1 = -18b_0 + 6b_1 h + 4b_3 h^3,$ $c_2 = 18b_0 - 12b_1 h - 3b_2 h^2 + b_3 h^3,$ $c_3 = -6b_0 + 6b_1 h,$ $d_0 = 6a_0 + 3a_2 h^2 + a_3 h^3,$ $d_1 = -18a_0 + 6a_1 h + 4a_3 h^3,$ $d_2 = 18a_0 - 12a_1 h - 3a_2 h^2 + a_3 h^3,$ $d_3 = -6a_0 + 6a_1 h.$

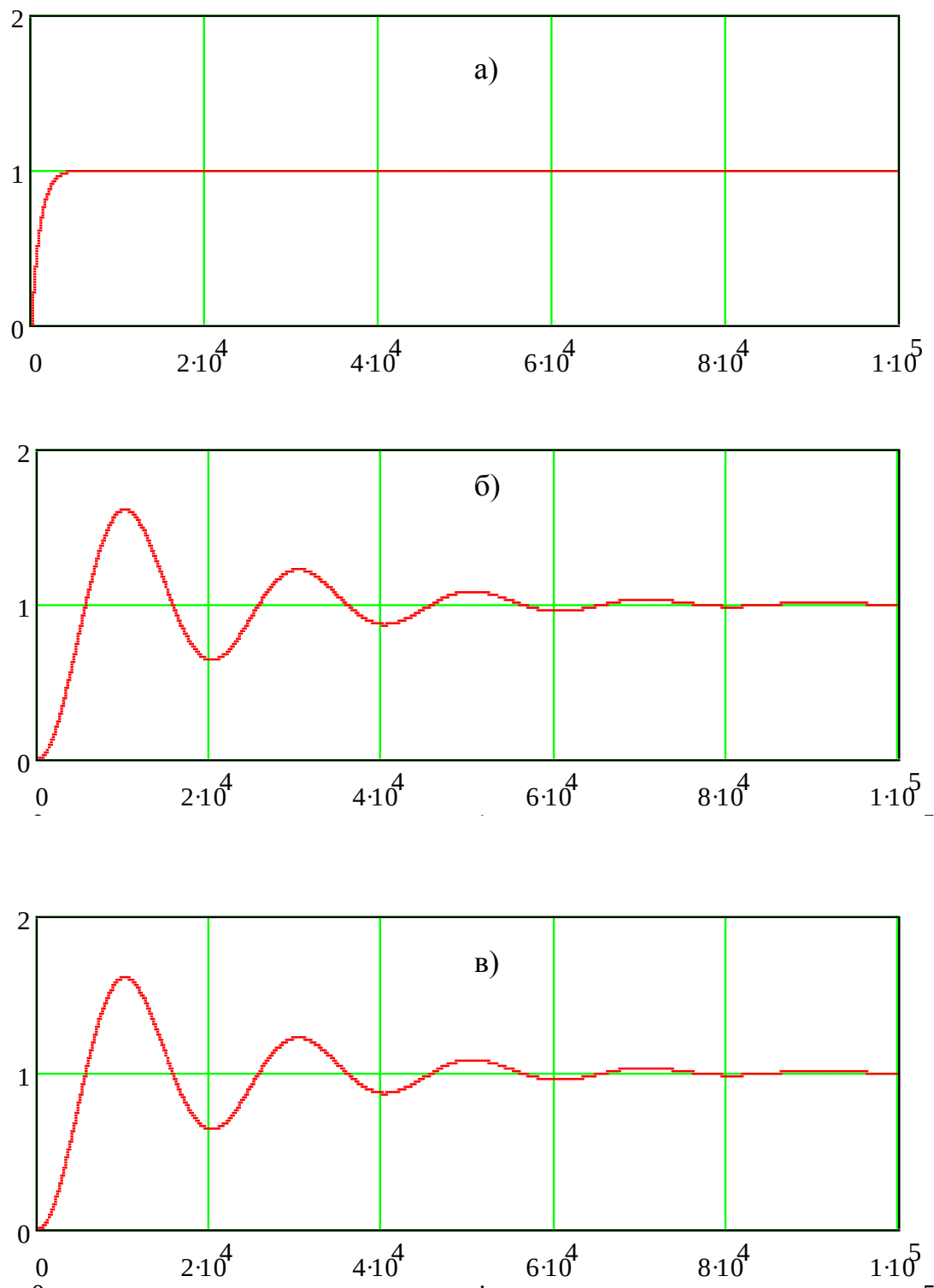


Рис.2.22. Порівняльний аналіз методів дискретизації:
а) метод I.1; б) метод I.2; в) метод I.3

Розділ 3

МЕТОДИ ДИСКРЕТНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НА ОСНОВІ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ПРОЦЕСІВ

Ідентифікація параметрів дискретних моделей систем на основі детермінованих процесів може відбуватися різними методами. Однак перевагу слід віддавати тим з них, які можуть бути достатньо просто реалізовані на практиці в умовах роботи досліджуваної системи. Це дозволяє вести періодичний чи неперервний моніторинг стану системи для стабілізації її номінального режиму та передбачення критичних ситуацій. Крім того, використання тих чи інших методів ідентифікації залежить від того, які параметри режиму доступні для експериментального визначення або обчислення.

Проблему ідентифікації динамічних параметрів систем пропонується вирішувати за допомогою їх дискретних моделей відносно достатньо просто вимірюваних вихідних параметрів, наприклад, струму та напруги. З цієї точки зору вважаємо за достатнє розглянути методи, пов'язані із дискретною передаточною функцією системи та системою рівнянь відносно змінних стану, записаних у дискретній формі.

3.1. Метод рекурентних форм

Доцільним є визначення закономірностей взаємозв'язку між динамічними параметрами дискретної моделі і послідовностями дискретних значень перехідного процесу її вихідних координат. Це дозволить отримати алгоритм розрахунків сталих часу, коефіцієнтів підсилення та ін. Отримані залежності можна використовувати послідовно на кожному кроку дискретизації. Це дозволить визначати динамічні і статичні нелінійності досліджуваної системи.

Прийmemo, що параметри проміжних ланок системи невідомі, а відоме лише узагальнене рівняння, що зв'язує в динаміці вхід і вихід

$$a_0 x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \dots a_{n-1} x' + a_n x = b_0 u^{(m)} + b_1 u^{(m-1)} + \dots b_{m-1} u' + b_m u, \quad (3.1)$$

де $a_0, a_1, \dots, a_j, \dots, a_n$ і $b_0, b_1, \dots, b_j, \dots, b_m$ – коефіцієнти рівняння, що підлягають ідентифікації; m і n – порядок вищої похідної відповідно вхідного і вихідного сигналу; $(n > m)$. Нерівність $(n > m)$ обумовлює фізичну реалізацію системи.

Для простоти будемо вважати початкові умови нульовими. Це не буде впливати на загальність підходу до ідентифікації параметрів електромеханічних систем методом, що пропонується далі. Тоді, після перетворень за Лапласом, отримаємо

$$X(s)(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots a_{n-1} s + a_n) = U(s)(b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots b_{m-1} s + b_m). \quad (3.2)$$

З рівняння (3.2) випливають формули для передаточних функцій (2.59), (2.60).

Згідно із методами, що представлені у 2-му розділі, отримуємо дискретну передаточну функцію. У загальному випадку найвища степінь чисельника менша від найвищої степені знаменника, тому

$$W(z) = \sum_{i=0}^p c_i z^{p-i} / \sum_{j=0}^n d_j z^{n-j}, \quad (p \leq n), \quad (3.3)$$

де $c_n, c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_1, c_0$ і $d_n, d_{n-1}, d_{n-2}, \dots, d_1, d_0$ – коефіцієнти поліномів чисельника і знаменника відповідно.

$$c_i = f_{c,i}(b_0, b_1, \dots, b_j, \dots, b_m), \quad (3.4)$$

$$d_j = f_{d,j}(a_0, a_1, \dots, a_j, \dots, a_n). \quad (3.5)$$

Шляхом ділення чисельника на знаменник виразу (3.3) отримуємо безкінечний ряд по степеням z^{-1}

$$W(z) = A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3} + \dots + A_k z^{-k} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A_k z^{-k}. \quad (3.6)$$

При цьому маємо $A_0 = A_1 = \dots = A_{n-p-1} = 0$.

Коефіцієнти $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}, A_n$ є дискретами перехідної функції системи при одиничній східчастій вхідній дії і представляють складну залежність від коефіцієнтів рівняння (3.1)

$$A_k = f_{A,k}(b_0, b_1, \dots, b_m, a_0, a_1, \dots, a_n). \quad (3.7)$$

Тому є сенс визначити рекурентну формулу для A_k , що дасть спрощення формул ідентифікації параметрів $b_0, b_1, \dots, b_m, a_0, a_1, \dots, a_n$. При східчастому вхідному сигналі для дискрет, починаючи з $k \geq 2n - p$, можна отримати

$$A_k = -\frac{1}{a_n} \sum_{i=0}^{n-1} a_i A_{k-n+i}, \quad (k \geq 2n - p). \quad (3.8)$$

Коефіцієнти $b_0, b_1, \dots, b_m$ входять у формули для A_k при $k \leq 2n - p$.

Особливістю формули (3.8) є її залежність тільки від параметрів $a_0, a_1, \dots, a_n$, а ідентифікація наведених параметрів виконується тільки за допомогою перехідного процесу вихідного сигналу.

Якщо виконати перетворення (3.7) з тим, щоб $a_n = 1$, рівняння (3.8) спрощується.

Перебираючи k , маємо систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих параметрів вектору $\mathbf{a}$. Отримана система рівнянь вирішується на ЕОМ одним з методів, наприклад, ітераційним. Для системи з двома-трьома рівняннями достатньо просто знайти аналітичні вирази для коефіцієнтів за формулами Крамера.

Приклад 3.1. Як приклад розглянемо аперіодичну ланку з передаточною функцією (2.6). При дискретній екстраполяції за методом трапецій функції (2.6) відповідає дискретна передаточна функція (2.23). Для східчастої вхідної дії $u(z) = Uz/(z - 1)$, де U – амплітуда сходінки, отримуємо у відповідності до (3.8) при $(i > 1)$

$$x_i = (a_1 x_{i-1} + a_2 x_{i-2}) / a_0, \quad (i > 1), \quad (3.9)$$

де $a_0 = 1 + h/(2T)$; $a_1 = -2$; $a_2 = 1 - h/(2T)$.

З (3.9) маємо

$$T = \frac{h}{2} \cdot \frac{x_i - x_{i-2}}{2x_{i-1} - x_i - x_{i-2}}. \quad (3.10)$$

У [15] наведені методи визначення коефіцієнтів системи рівнянь для нестационарних об'єктів. Для цього пропонується компенсаційний метод ідентифікації за схемою рис.1.2 і формулою (1.25). Як норма градієнтного пошуку пропонується середній модуль різниці між поточними значеннями перехідної функції і усередненим її значенням за прийнятну кількість циклів усереднення. Пропонується також норма МНК (1.23), оцінка якої залежить від інтервалу усереднення. Наприклад, для об'єкта (3.3) маємо дві моделі завбачення вихідною сигналу на $k - j$ кроку:

– через степеневий ряд (3.6)

$$\hat{x}(k | k - j) = \sum_{i=0}^k A_{k-i} u(k - i), \quad (3.10)$$

– через передаточну функцію (3.3) відповідно до (1.8)

$$\hat{x}(k | k - j) = \sum_{i1=0}^p c_{k-i1} \cdot u(k - i1) - \sum_{i2=j}^n d_{k-i2} \cdot x(k - i2). \quad (3.11)$$

Похибка за нормою методу найменших квадратів (1.23) від інтервалу усереднення N складає

$$\varepsilon_{cp}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \varepsilon_k^2(N) = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^N [\hat{x}(k | k - j) - x(k)]^2. \quad (3.12)$$

Завбачення вихідного сигналу $x(k)$ на $k - 1$ -му кроку ($j = 1$) за формулою (3.10) передбачає знання послідовності вхідного сигналу $\mathbf{u} = \{u(k), u(k - 1), \dots, u(0)\}$. Якщо така послідовність невідома, то похибка рівняння (3.10) зменшується за законом зменшення коефіцієнту A_{k-i} . Завбачення вихідного сигналу $x(k)$ на $k - 1$ -му кроку ($j = 1$) за рівнянням (3.11) передбачає знання послідовності вхідного сигналу $\mathbf{u} = \{u(k), u(k - 1), \dots, u(k - p)\}$ і послідовності вихідного сигналу $\mathbf{x} = \{x(k - 1), x(k - 2), \dots, x(k - n)\}$. Таким чином, похибка рівняння (3.11), що пов'язана з впливом невірно заданих початкових умов, визначається степенем p чисельника (3.3) і зменшується при зменшенні p . Однак, у прогноз (3.11) входять завбачені на попередніх кроках значення вихідного сигналу, тобто використання цієї формули накопичує похибку прогнозування. Похибка прогнозування тим менше, чим менше степінь n знаменника (3.3). Це обумовлює необхідність редукції моделі при значному степені знаменника (3.3).

3.2. Метод дискретної передаточної функції

Якщо вхідний керуючий сигнал $u(t)$ системи відрізняється від одиничної сходинок і може бути визначений експериментально або аналітично, то можна використати метод дискретної передаточної функції для отримання залежності у вигляді алгебраїчного рівняння між вхідним і вихідним сигналом. Для цього використаємо формулу (3.3), виконавши перехід до негативних степенів відносно оператора z

$$W(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = \frac{c_0 z^{-n+p} + c_1 z^{-n+p-1} + \dots + c_k z^{-n+p-k} + \dots + c_p z^{-n}}{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_k z^{-k} + \dots + d_n z^{-n}}, \quad (p \leq n). \quad (3.13)$$

З формули (3.13) слідує

$$x(z) = u(z) \cdot \left(\frac{c_0}{d_0} z^{-n+p} + \frac{c_1}{d_0} z^{-n+p-1} + \dots + \frac{c_k}{d_0} z^{-n+p-k} + \dots + \frac{c_p}{d_0} z^{-n} \right) - x(z) \cdot \left(\frac{d_1}{d_0} z^{-1} + \dots + \frac{d_k}{d_0} z^{-k} + \dots + \frac{d_n}{d_0} z^{-n} \right). \quad (3.14)$$

Виконавши зворотні Z -перетворення для рівняння (3.14), отримуємо різницеве рівняння

$$x_i = \left(\frac{c_0}{d_0} u_{i-n+p} + \frac{c_1}{d_0} u_{i-n+p-1} + \dots + \frac{c_k}{d_0} u_{i-n+p-k} + \dots + \frac{c_n}{d_0} u_{i-n} \right) - \left(\frac{d_1}{d_0} x_{i-1} + \frac{d_1}{d_0} x_{i-2} + \dots + \frac{d_k}{d_0} x_{i-k} + \dots + \frac{d_n}{d_0} x_{i-n} \right). \quad (3.15)$$

Для детермінованого динамічного процесу при відсутності шуму вимірювань (або близькому до нуля) можна скласти систему рівнянь виду (3.15) за допомогою наступних дискрет вхідних і вихідних координат. Якщо взяти за крок зміни номера дискрети число q , то тоді наступне рівняння буде виглядати так

$$x_{i+q} = \left(\frac{c_0}{d_0} u_{(i-n+p)+q} + \frac{c_1}{d_0} u_{(i-n+p-1)+q} + \dots + \frac{c_k}{d_0} u_{(i-n+p-k)+q} + \dots + \frac{c_n}{d_0} u_{(i-n)+q} \right) - \left(\frac{d_1}{d_0} x_{(i-1)+q} + \frac{d_1}{d_0} x_{(i-2)+q} + \dots + \frac{d_k}{d_0} x_{(i-k)+q} + \dots + \frac{d_n}{d_0} x_{(i-n)+q} \right). \quad (3.16)$$

Далі складається рівняння для $(i + 2q)$ -тих дискрет і т.д. Таким чином маємо систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів. Рішення шукається за відомими методами рішення таких систем.

По суті число q є кроком розрідження масиву даних вхідного і вихідного сигналів і є фактором, що дозволяє виконати фільтрацію даних. Розрідження призводить до фактичної апроксимації кривої перехідного процесу між дискретами горизонтальною прямою аналогічно (рис.2.3), що забезпечує "вирізання" з частотної характеристики системи високочастотної складової. Виконується низькочастотна фільтрація даних. Збільшення кроку розрідження призводить до зменшення частоти зрізу низькочастотного фільтра. Однак при цьому погіршується відповідність апроксимації до реального сигналу. Тому вибір числа q є компромісною задачею.

Аналогічний метод розрідження сигналу можна використати і для рекурентних форм (3.8).

Приклад 3.2. За умов прикладу 2.2 отримуємо різницеве рівняння (2.22). Запишемо його відносно невідомого параметру T

$$u_i \left(\frac{h}{T} \right)^2 + (u_i - x_i) \left(\frac{h}{T} \right) - (x_i - x_{i-1}) = 0.$$

Вирішуючи квадратне рівняння відносно невідомого, маємо рішення

$$T = \frac{2u_i h}{x_i - u_i + \sqrt{(x_i + u_i)^2 - 4u_i x_{i-1}}}, \text{ при умові } x_i > u_i.$$

3.3. Метод інверсних рівнянь

У [4, 5] представлені алгоритми трьох видів синтезу – функціонального, параметричного та структурно-параметричного – неперервних систем. Ці алгоритми ґрунтуються на чисельному ітераційному методі послідовного типу. Ідея методу полягає у використанні метода Ейлера з упередженням і без нього.

Приймається, що є диференціальне рівняння виду

$$\frac{dx}{dt} = f(y, u). \quad (3.17)$$

За методом, запропонованим Башарінім [5], формула (3.17) представляється у вигляді різницевого інверсного рівняння

$$\frac{x_i - x_{i-1}}{h} = f(x_{cp,i}, u_{cp,i}, a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m) = f_{cp,i}, \quad (3.18)$$

де $x_{cp,i} = \frac{x_i + x_{i-1}}{2}$; $u_{cp,i} = \frac{u_i + u_{i-1}}{2}$; $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$ – коефіцієнти рівняння, що підлягають ідентифікації; m і n – порядок вищої похідної відповідно вхідного і вихідного сигналу; ($n > m$).

Нерівність ($n > m$) обумовлює фізичну реалізацію системи.

З (3.18) випливає

$$x_i^{(k)} = x_{i-1} + \Delta x_i, \quad (3.19)$$

де $\Delta x_i = f_{cp,i} \cdot h$, k – номер ітерації.

Таким чином, запропоновані алгоритми синтезу передбачають опис досліджуваного об'єкту системою диференціальних рівнянь у формі (3.17) з подальшим отриманням системи різницевих рівнянь виду (3.18). Далі визначається система алгебраїчних рівнянь відносно усіх змінних стану виду (3.19). В залежності від задач синтезу за допомогою відомих методів знаходяться рівняння відносно параметрів, що є невідомими. Наприклад, в режимі параметричного синтезу шукаються рівняння відносно сполучень невідомих коефіцієнтів $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$.

Метод Башаріна використовується для неперервних систем, тому при складанні інверсних рівнянь необхідно виконувати інтерполяцію функцій для їх подальшого чисельного диференціювання. Це призводить до збільшення похибки і часу обчислень. Чисельна стійкість методу при чисельному інтегруванні не краще чисельної стійкості методу трапецій для неперервних систем [5].

Можна показати, що розглянутий метод є окремим випадком запропонованих у 2-му розділі методів дискретної апроксимації.

Виконавши Z -перетворення для формули (3.19), отримуємо

$$\frac{x(z)}{f_{cp}(z)} = \frac{hz}{z-1}. \quad (3.20)$$

Порівнюючи (3.20) з Лапласовим зображенням функції (3.17), бачимо, що для отримання дискретної апроксимації диференціального рівняння (3.17) виконується підстановка виду (2.16) з попереднім усередненням вхідного сигналу методом ковзного середнього. Розкриття $f_{cp}(z)$ через $x(z)$ і $u(z)$ призводить до методу трапецій.

Таким чином, наприклад, для системи третього порядку, яка представлена структурно у змінних стану (рис.2.14), можна виконати підстановку за методом трапецій (рис.3.1). Звертаючи цю структурну схему, отримуємо

$$\begin{aligned} x(z) \cdot \left[z^{-3} \left(-\frac{8}{h^3} + \frac{4a_1}{h^2 a_n} - \frac{2a_2}{h a_n} + \frac{a_3}{a_n} \right) + z^{-2} \left(\frac{24}{h^3} - \frac{4a_1}{h^2 a_n} - \frac{2a_2}{h a_n} + \frac{3a_3}{a_n} \right) + \right. \\ \left. + z^{-1} \left(-\frac{24}{h^3} - \frac{12a_1}{h^2 a_n} + \frac{2a_2}{h a_n} + \frac{3a_3}{a_n} \right) + \left(\frac{8}{h^3} + \frac{4a_1}{h^2 a_n} + \frac{2a_2}{h a_n} + \frac{a_3}{a_n} \right) \right] = \\ = g(z) \cdot (1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Рівняння (3.21) аналогічне до рівняння (3.14), тому для ідентифікації невідомих параметрів можна використовувати метод дискретної передаточної функції.

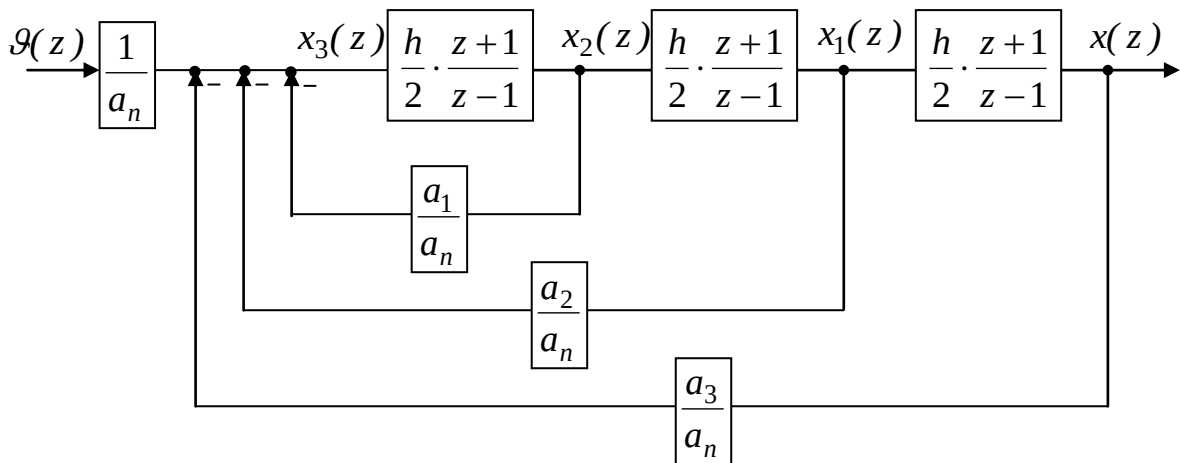


Рис.3.1. Дискретна апроксимація системи, структурно представлена у змінних стану

Якщо вхідний сигнал системи є стрибком, то тоді після перетворень за алгоритмом п.3.1 з рівняння (3.21) можна отримати рекурентні рівняння виду (3.8) з подальшим знаходженням невідомих коефіцієнтів.

3.4. Особливості дискретної ідентифікації нелінійностей

Сучасні електромеханічні системи розглядаються як нелінійні. Наприклад, нелінійності електромеханічної системи електропривода обумовлені нелінійностями практично всіх складових частин: перетворювача, системи керування, електродвигуна, механічної передачі, робочого органу. Класифікація нелінійностей, що зустрічаються в ЕМС ЕП, наведена в [5].

Методи ідентифікації нелінійних динамічних об'єктів поділяються на дві основні групи [15]: 1) методи, засновані на лінеаризації математичного опису об'єкта; 2) методи, в яких модель об'єкта розглядається із суттєвими нелінійностями.

Найбільш поширеним методом лінеаризації ЕМС ЕП є метод переходу від абсолютних значень координат до їх прирощень відносно певної характерної точки (наприклад, усталеного режиму) [4]. Він є ефективним для виключення впливу функціональних дій (наприклад, перехресних зв'язків в моделі електричного двигуна) при регулюванні координат електропривода в "малому". При цьому нелінійності системи рівнянь, що пов'язані з множенням змінних стану, замінюються на їх суму за таким алгоритмом. Приймаємо відомими початкові значення $x_{1,n}$ і $x_{2,n}$ двох змінних стану x_1 і x_2 , що входять у математичну модель ЕМС ЕП у вигляді множення $x_1 \cdot x_2$. Тоді у вигляді відповідних прирощень Δx_1 і Δx_2 маємо

$$(x_{1,n} + \Delta x_1) \cdot (x_{2,n} + \Delta x_2) = x_{1,n} \cdot x_{2,n} + x_{1,n} \cdot \Delta x_2 + x_{2,n} \cdot \Delta x_1 + \Delta x_1 \cdot \Delta x_2. \quad (3.22)$$

Виключаючи добуток $x_{1,n}x_{2,n}$, що входить до рівнянь статистики, і нехтуючи величинами другого порядку малості $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2$, отримуємо замість множення абсолютних величин $x_1 \cdot x_2$ їх суму в припущеннях $x_{1,n} \cdot x_{2,n} + x_{1,n} \cdot \Delta x_2$, що залежить від початкових значень $x_{1,n}$ і $x_{2,n}$ [5].

У ЕМС ЕП існують суттєві нелінійності у вигляді статичних нелінійних характеристик, наприклад, насичення магнітної системи двигуна, характеристика тиристорного перетворювача постійного струму, зона переривчастих струмів і т.д. Такі нелінійності можуть бути задані у вигляді: 1) аналітичному; 2) графічному; 3) табличному. Найбільш зручним для використання на ЕОМ є табличний метод. У цьому випадку задача моделювання нелінійностей зводиться до завдання масиву даних нелінійної залежності і розрахунку проміжних значень за допомогою алгоритмів інтерполяції [5]. Відомо багато методів інтерполяції [30]. При цьому, як вказано у [5], існує два напрямки інтерполяції: 1) отримання аналітичного виразу нелінійної залежності у формі ступеневого поліному за допомогою всього масиву даних; 2) знаходження нелінійної залежності на кожному кроку дискретизації без отримання виду і коефіцієнтів інтерполяційного поліному.

Згадані методи опису нелінійностей використовуються для неперервних моделей об'єктів. Для дискретних моделей необхідність у інтерполяції нелінійностей в інтервалі дискретизації відпадає, тому що нелінійність повинна бути визначена тільки у дискретні моменти часу. Тому достатньо отримати масив даних суттєвих нелінійностей, що входять у модель ЕМС ЕП.

Відомо [35], що рекурентні методи ідентифікації дозволяють визначати нелінійності. Розглянемо таку можливість у нашому випадку.

Прийmemo об'єкт із суттєвою нелінійністю у зворотному зв'язку (рис.3.2).

Рівняння, що відповідає структурній схемі (рис.3.2), має вигляд

$$u(s) = x(s)[sT + k_o k_{HE}(x)], \quad (3.23)$$

де T – стала часу, k_o – коефіцієнт зворотного зв'язку, $k_{HE}(x)$ – передаточний коефіцієнт нелінійного елемента, що залежить від сигналу x .

Поділивши формулу (3.23) на оператор s і виконавши підстановку (2.13), переходимо до дискретної форми рівняння

$$u_i + u_{i-1} = \frac{2T}{h}(x_i - x_{i-1}) + k_o k_{HE}(x_i)(x_i + x_{i-1}). \quad (3.24)$$

З формули (3.24) можна отримати рівняння відносно $k_{HE}(x_i)$.

Припустимо, що нам відомі стала часу T і коефіцієнт зворотного зв'язку k_o . Тоді на підставі вимірних дискрет вхідного і вихідного сигналів маємо рекурентну формулу

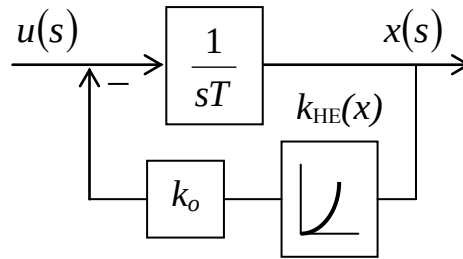


Рис. 3.2. Структурна схема об'єкта з суттєвою нелінійністю

$$k_{HE}(x_i) = \frac{(u_i + u_{i-1}) - \frac{2T}{h}(x_i - x_{i-1})}{k_o(x_i + x_{i-1})}. \quad (3.25)$$

Якщо стала часу T невідома і теж ідентифікується, пропонується її визначення на лінійному відрізку нелінійності, де коефіцієнт $k_{HE}(x)$ незмінний.

$$T = \frac{h}{2} \cdot \frac{(u_i + u_{i-1}) - k_o k_{HE}(0)(x_i + x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}. \quad (3.26)$$

Для прикладу на рис.3.3 наведені результати ідентифікації квадратичної нелінійності $k_{HE}(y) = y^2$ за даними моделювання вхідних $u(t)$ і вихідних $y(t)$ сигналів об'єкта при $k_o = 1$, $T = 0.4$ с. З рис.3.3 видно, що відносна похибка Δ

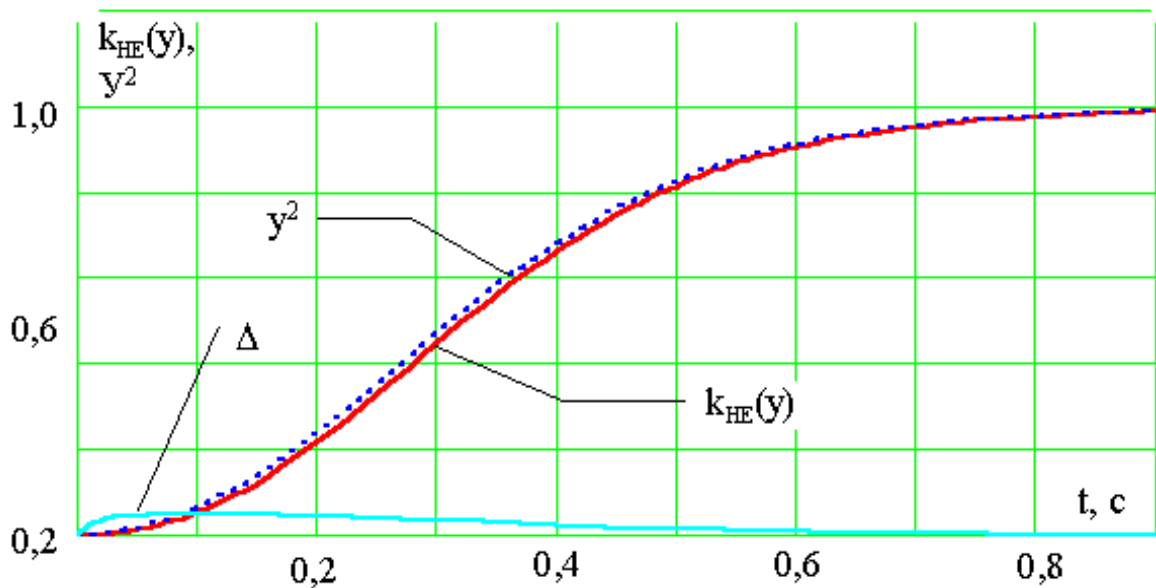


Рис. 3.3. Порівняння ідентифікованої нелінійності $k_{HE}(y)$ з реальною y^2

визначення $k_{HE}(y)$ має максимум, що не перевищує 0,047 в.о.

Розділ 4

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

4.1. Метод балансу потужності

Умови експлуатації істотно впливають на надійність роботи електропривода і їхнє погіршення призводить до значної кількості відмов. Умови роботи характеризуються статичним навантаженням, режимом роботи, а також іншими чинниками. Однією з задач, що вирішуються при проектуванні електропривода, є задача вибору електродвигуна. Правильно обраний для заданого режиму роботи двигун повинний працювати без перегріву і не виходячи з ладу, тобто забезпечувати безвідмовність роботи. Двигун вибирається за номінальними паспортними даними, тому дуже важливим є як слухність методики вибору, так і відповідність паспортних даних двигуна його реальним номінальним параметрам. Проблема відповідності паспортних даних двигуна його реальним номінальним параметрам має особливу важливість у теперішній час, коли подовження ресурсу роботи електродвигунів все більше і частіше виконується через ремонт.

Питання визначення номінальних параметрів електричних машин як на стадії післяремонтних іспитів, так і для самонастроювання електроприводів на неробочому ході, перед виходом їх у номінальний режим роботи, вирішуються шляхом ідентифікації.

Основою методу ідентифікації є спосіб поділу втрат в електричному двигуні з метою визначення втрат, що гріють. Як слідство, через поділ втрат визначається номінальний струм, при якому нагрів обмоток двигуна залишається у припустимих межах.

Існує традиційна методика поділу втрат [27]. За цією методикою розглядається рівняння енергетичного балансу електромеханічної системи в режимах неробочого ходу і короткого замикання. При цьому виникає проблема розподілу сталих втрат у двигуні на механічні та магнітні. Він виконується графоаналітичним методом за допомогою характеристики неробочого ходу. Побудувавши залежність повних втрат у двигуні від напруги живлення в ре-

жимі неробочого ходу, проводять дотичну до цієї кривої на лінійному її відрізку до перетинання з віссю втрат. Точка перетину дасть значення механічних втрат.

Суттєвими недоліками традиційної методики є використання графоаналітичного методу як при розподілі втрат, так і при розрахунку номінальних даних і робочих характеристик електричного двигуна. Вони грішать громіздкістю, неточністю і не піддаються автоматизації за допомогою сучасних засобів.

У даний час отримав поширення новий, оригінальний метод діагностики електродвигунів в системах динамічного навантаження [45]. Він дозволяє визначати параметри електричної машини і її характеристики шляхом формування навантажувальних режимів за допомогою керуючих впливів визначеного виду і без механічного сполучення досліджуваної машини з навантаженням. Однак, даний метод принципово не допускає можливості поділу механічних втрат і втрат у сталі, тому що обидва види втрат змінюються при зміні швидкості обертання ротора, яка у системах динамічного навантаження регулюється за заданим законом.

Таким чином, потрібен усталений режим роботи електродвигуна і підтримка сталості швидкості його обертання. Бажаним є, також, використання режиму неробочого ходу, що виключає застосування навантажувальної машини. У цьому випадку рівняння балансу потужності, характерне для режиму динамічного навантаження, перетворюється у рівняння балансу втрат статичного режиму. Причому, з аналізу рівнянь для різного типу двигунів (постійного струму (ДПС), синхронних (СД) і асинхронних (АД)), баланс втрат у режимі неробочого ходу має загальний вигляд

$$\Delta P = \Delta P_{m1} + \Delta P_c + \Delta P_{m2} + (\Delta P_{mex} + \Delta P_{dod}), \quad (4.1)$$

де ΔP – втрати неробочого ходу;

ΔP_{m1} – втрати у міді статора (якоря);

ΔP_{m2} – втрати у міді ротора (обмотки збудження);

$(\Delta P_{mex} + \Delta P_{dod})$ – механічні і додаткові втрати;

ΔP_c – втрати у сталі.

Додаткові втрати викликані зубчатістю статора або (і) ротора (якоря) і залежать від швидкості обертання електричного двигуна. Для двигунів постійного струму і синхронного втрати в обмотці збудження ΔP_{m2} враховуються окремо від втрат неробочого ходу ΔP , тому для цих двигунів дійсний окремий випадок рівняння (4.1) при $\Delta P_{m2} = 0$.

Задаючись для кожного типу двигуна емпіричними моделями втрат у сталі, можна визначити параметри двигунів, від яких ці втрати залежать (табл.4.1). У табл. 4.1 у формулах для втрат беруть участь такі змінні: I_1 , I_2 , I_a , I_z – струми статора, ротора, якоря і збудження відповідно;

R_1, R_2, R_a, R_3 – активні опори статора, ротора, якоря і збудження (для двигуна постійного струму і синхронного двигуна опори R_a і R_3 відповідно містять у собі перехідні опори щіткового контакту); U_1, U_a – напруги статора і якоря; d – коефіцієнт, що враховує дефекти при обробці, марку сталі, масу магнітопровода; w – кутова швидкість двигуна, віднесена до номінальної; $\alpha = 1, 3 \dots 1, 5$; f – частота живильної мережі, віднесена до номінальної.

У двигуна постійного струму домогтися поділу втрат можна в системі живлення з каналами стабілізації швидкості і регулювання збудження. При цьому зниження напруги збудження призводить до зменшення потоку і при стабілізації кутової швидкості двигуна викликає зміну напруги живлення і струму якоря для збереження загального балансу енергії неробочого ходу в системі електропривода. При одночасному вимірюванні струмів збудження, якоря, а також напруги якоря, можна скласти бажану кількість рівнянь енергетичного балансу за формулою (4.1) з урахуванням табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Складові втрат у режимі неробочого ходу
для різних типів двигунів

Тип двигуна	ΔP	ΔP_{M1}	ΔP_{M2}	ΔP_c
ДПС	$U_a I_a$	$I_a^2 R_a$	$I_3^2 R_3$	$d I_3^2 w^\alpha$
АД	$3 U_1 I_1 \cos \varphi_1$	$3 I_1^2 R_1$	$3 I_2^2 R_2$	$d U_1^2 f^\alpha$
СД	$3 U_1 I_1 \cos \varphi_1$	$3 I_1^2 R_1$	$I_3^2 R_3$	$d I_3^2 f^\alpha$

Поділ втрат у АД можна здійснити у системі "перетворювач частоти – асинхронний двигун" із незалежними каналами регулювання частоти і напруги та замкнутої по швидкості. Можна також реалізувати поставлену мету і в системі "регулятор напруги – асинхронний двигун". Причому, при незалежному регулюванні напруги в обох системах електропривода можна не замикати їх по швидкості, тому що в режимі неробочого ходу у цьому випадку кутова швидкість двигуна змінюється незначно. Аналогічно до поділу втрат у ДПС, при зміні напруги статора або частоти живлення вимірюються струми фаз статора і напруга живлення і складаються системи рівнянь енергетичного балансу.

У синхронному двигуні домогтися зміни складового рівняння балансу потужності в режимі неробочого ходу можна зміною струму збудження при сталості параметрів напруги, що живить статор.

Таким чином, алгоритми розподілу втрат у електричних двигунах різного типу мають загальні риси. Виконуючи зміни одного з зазначених вище параметрів системи живлення двигуна будь-якого типу і міряючи втрати активної потужності ΔP та відповідні струми і напруги у режимі неробочого ходу

при незмінності кутової швидкості, одержуємо рівняння балансу втрат у необхідній кількості.

Якщо прийняти кількість рівнянь енергетичного балансу за кількістю невідомих параметрів, що входять до них, то підставляючи формули табл. 4.1 у (4.1) і визначаючи змінні параметри, що вимірюються, у вигляді X_i , де i означає номер змінної, а незмінні, обумовлені параметри – у вигляді b_i , отримуємо

$$DP = X \cdot B, \quad (4.2)$$

де $DP^T = \|\Delta P_1 \quad \Delta P_2 \quad \Delta P_3\|$;

$$X = \begin{bmatrix} X_0 & X_{11} & X_{12} \\ X_0 & X_{21} & X_{22} \\ X_0 & X_{31} & X_{32} \end{bmatrix} ;$$

$$B^T = \|b_0 \quad b_1 \quad b_2\| ;$$

X_0 – фіктивний чинник, рівний одиниці.

Відповідно до теорії матриць коефіцієнти системи рівнянь (4.2) обчислюються у вигляді

$$B = X^T \cdot DP. \quad (4.3)$$

Однак, для зниження впливу випадкових похибок запропонованого методу необхідно проведення рівнобіжних дослідів з визначення середніх значень і середньоквадратичних відхилень усіх параметрів, що вимірюються, системи рівнянь (4.2). Тобто, визначення статистичних характеристик отриманих результатів в межах даного методу потребує повторення декілька разів алгоритму розподілу втрат. Недоліку наведеного методу позбавляє використання теорії регресійного аналізу.

Розглянемо рівняння балансу потужності (4.1) з урахуванням табл.4.1 для усіх типів двигунів. З погляду регресійного аналізу ці рівняння являють собою лінійну регресійну двофакторну модель виду

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2. \quad (4.4)$$

У разі використання моделі виду (4.4), наприклад, для асинхронного двигуна, маємо $Y = \Delta P$, $b_0 = (\Delta P_{\text{мех}} + \Delta P_{\text{доо}} + \Delta P_p)$, $b_1 = R_c$, $b_2 = df^\alpha$, $X_1 = 3I_c^2$, $X_2 = U_c^2$. Нехтуючи у режимі неробочого ходу втратами $\Delta P_{\text{доо}}$ і ΔP_p , можна прийняти $b_0 = \Delta P_{\text{мех}}$.

Для розділу втрат у сталі і механічних втрат, а також для визначення активного опору якоря, або фази статора необхідно обчислення невідомих кое-

фіцієнтів b_0, b_1, b_2 . Якщо зроблено N вимірів, то отримані дані можна записати у матричній формі виду (1.16)

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{B}, \quad (4.5)$$

де $\mathbf{Y}^T = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \end{bmatrix}$.

Відповідно до теорії регресійного аналізу [17, 18] коефіцієнти системи рівнянь (4.5) можуть бути отримані у вигляді (1.17)

$$\mathbf{B} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1} \cdot \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{Y}. \quad (4.6)$$

Згідно з правилами множення, транспонування й обертання матриць маємо

$$b_0 = \frac{A_{11}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i + \frac{A_{21}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i X_{1i} + \frac{A_{31}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i X_{2i}, \quad (4.7)$$

$$b_1 = \frac{A_{12}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i + \frac{A_{22}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i X_{1i} + \frac{A_{32}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i X_{2i}, \quad (4.8)$$

$$b_2 = \frac{A_{13}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i + \frac{A_{23}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i X_{1i} + \frac{A_{33}}{\Delta} \sum_{i=1}^{i=N} Y_i X_{2i}, \quad (4.9)$$

де Δ – визначник, а A_{ij} – алгебраїчне доповнення елемента a_{ij} матриці

$$\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum X_{i1} & \sum X_{i2} \\ \sum X_{i1} & \sum X_{i1}^2 & \sum X_{i1} X_{i2} \\ \sum X_{i2} & \sum X_{i1} X_{i2} & \sum X_{i2}^2 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

З (4.10) отримуємо

$$\Delta = N \left[\sum X_{i1}^2 \sum X_{i2}^2 - (\sum X_{i1})^2 (\sum X_{i2})^2 \right] + \left[2(\sum X_{i1})^2 (\sum X_{i2})^2 - \sum X_{i1}^2 (\sum X_{i2})^2 - \sum X_{i2}^2 (\sum X_{i1})^2 \right] \quad (4.11)$$

$$A_{11} = \left[\sum X_{i1}^2 \sum X_{i2}^2 - (\sum X_{i1})^2 (\sum X_{i2})^2 \right], \quad (4.12)$$

$$A_{12} = A_{21} = \sum X_{i1} \left[(\sum X_{i2})^2 - \sum X_{i2}^2 \right], \quad (4.13)$$

$$A_{13} = A_{31} = \sum X_{i2} \left[(\sum X_{i1})^2 - \sum X_{i1}^2 \right], \quad (4.14)$$

$$A_{23} = A_{32} = -(N - 1) \sum X_{i1} \sum X_{i2}, \quad (4.15)$$

$$A_{22} = N \sum X_{i2}^2 - (\sum X_{i2})^2, \quad (4.16)$$

$$A_{33} = N \sum X_{i1}^2 - (\sum X_{i1})^2. \quad (4.17)$$

Перевірка значимості рівняння регресії (4.4) здійснюється за критерієм Фішера, значимість коефіцієнтів регресії – за критерієм Стьюдента.

Запропонований методологічний підхід є загальним для розглянутих типів двигунів і дозволяє визначати і розділяти втрати при їх роботі у режимі неробочого ходу. При цьому двигуни повинні бути підключені до відповідних джерел живлення для регулювання запропонованих чинників. Основною умовою реалізації експерименту є сталість кутової швидкості двигунів, що повинно забезпечуватися системою регулювання джерел живлення. Спільність алгоритму обчислення втрат і інших параметрів для різних типів машин дозволяє побудувати універсальний іспитовий стенд із використанням ЕОМ і універсальний алгоритм для керування процесом виміру і розрахунків. Стенд повинний включати також джерела живлення на струми, що незначно перевищують струми неробочого ходу відповідних кіл випробовуваних двигунів найбільшої потужності.

4.2. Ідентифікація номінального навантаження

У паспортні дані двигуна входять, разом з іншими номінальними даними, номінальна потужність, номінальний струм і ККД. Вони характеризують його навантажувальну здатність і ефективність використання. Відомо, що навантажувальна здатність електричного двигуна визначається сталою температурою нагріву ізоляції обмоток. Перевищення у процесі експлуатації допустимої температури нагріву з часом призводить до теплового пробою ізоляції обмоток і виходу електричної машини з ладу. Це є найбільш розповсюджена причина відмов електродвигунів.

Традиційно [20, 27] для перевірки теплового режиму двигуна використовується спосіб дослідження на нагрів методом навантаження. При цьому двигун, що досліджується, включається у мережу на номінальну напругу. Для електродвигуна змінного струму номінальною є й частота напруги живлення. Навантаженням двигуна слугує тарована навантажувальна машина рівної або близької потужності. Навантажування виконується до настання сталої температурного режиму двигуна. Увесь цей час контролюються напруги, струми, а також момент на валу двигуна. За допомогою вмонтованих датчиків температури окремих частин машини можливо також синхронне знімання значень температур для нерухомих частин. Відлік робитися синхронно

за всіма приладами, що вимірюють. Після роботи двигуна протягом години у усталеному температурному режимі його швидко гальмують і роблять виміри температур різних частин.

Даний метод є найбільш точним при визначенні температурного режиму дослідного двигуна, але він потребує відповідної габаритної стаціонарної діагностичної установки і складної методики вимірів. Тому метод навантаження використовується, в основному, тільки на підприємствах-виробниках електродвигунів. Поточна ідентифікація навантажувальної здатності електродвигунів в умовах їх експлуатації і електроремонтних підприємств, де номенклатура двигунів досить широка, вимагає нових шляхів вирішення цього питання.

У класичній теорії проектування та розрахунку електричних машин використовується методика непрямого визначення теплового стану електродвигуна за допомогою теплових моделей [7–9, 44]. Використання теплової моделі електродвигуна призводить до системи рівнянь відносно втрат, що гріють, і теплових провідностей окремих частин електричної машини. Окремі види втрат прийняті сконцентрованими у відповідних частинах машини, що в тепловій моделі позначені вузлами. Між вузлами через теплопровідності циркулюють теплові потоки, обумовлені різницею температур. Згідно законів теплообміну в i -му вузлі

$$\sum Q_{ex,i} + \sum \Delta P_i = \sum Q_{vix,i}, \quad (4.18)$$

де $\sum Q_{ex,i}$ – сума теплових потоків, що надходять до i -го вузла теплової моделі;

$\sum \Delta P_i$ – сума втрат, що гріють електричний двигун, в i -му вузлі;

$\sum Q_{vix,i}$ – сума теплових потоків, що витікають з i -го вузла.

Між i -м і j -м вузлами тепловий потік визначається як

$$Q_{1,2} = \lambda_{i,j}(\theta_i - \theta_j), \quad (4.19)$$

де $\lambda_{i,j}$ – теплова провідність між вузлами i та j з перевищенням температур над температурою зовнішнього повітря відповідно θ_i і θ_j .

З (4.18) і (4.19) впливає матрична форма запису системи з N рівнянь теплової моделі електричної машини

$$\Delta P = \Lambda \cdot \theta, \quad (4.20)$$

де $\Delta P^T = |\Delta P_1 \quad \Delta P_2 \quad \dots \quad \Delta P_i \quad \dots \quad \Delta P_N|$;

$\theta^T = |\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_i \quad \dots \quad \theta_N|$;

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{vmatrix} \lambda_{\Sigma,1} & -\lambda_{12} & \dots & -\lambda_{1,i} & \dots & -\lambda_{1,N} \\ -\lambda_{21} & \lambda_{\Sigma,2} & & & & -\lambda_{2,N} \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ -\lambda_{j,1} & & & \lambda_{\Sigma,j} & & -\lambda_{j,N} \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ -\lambda_{N,1} & -\lambda_{N,2} & \dots & -\lambda_{N,i} & \dots & \lambda_{\Sigma,N} \end{vmatrix}.$$

Матриця теплових провідностей $\mathbf{\Lambda}$ є симетричною відносно головної діагоналі, в яку входять теплові провідності $\lambda_{\Sigma,i}$, що є сумою теплових провідностей для вхідних потоків i -го вузла.

У відповідності до (4.20) поле температур електричної машини дорівнює

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{\Lambda}^{-1} \cdot \Delta P. \quad (4.21)$$

В залежності від конструкції і системи охолодження найбільш критичними з точки зору локальних перегрівів будуть різні частини електродвигуна. В деяких яких випадках це може бути пазова частина обмоток двигуна, а в деяких – лобова.

Орієнтуючись на максимальне перевищення температури масиву (4.21), можна визначити критичне перевищення температури електродвигуна

$$\theta_{\max} = \max\{\boldsymbol{\theta}\}. \quad (4.22)$$

Очевидно, що необхідною вимогою для підвищення рівня безвідмовності роботи електричної машини з точки зору її перегріву є нерівність

$$\theta_{\max} \leq \theta_{\text{дон}}, \quad (4.23)$$

де $\theta_{\text{дон}}$ – допустиме для даного класу перевищення температури ізоляції.

Можливі два підходи до визначення навантажувального режиму двигуна в залежності від виконання або невиконання нерівності (4.23). У зв'язку з цим сформулюємо задачі прогнозування за допомогою теплової моделі.

Задача 1. Заданим є клас ізоляції обмоток електричної машини і необхідні для визначення відповідних теплових провідностей конструктивні параметри обмотки та ізоляції. Потрібно визначити номінальний режим роботи електродвигуна, при якому нерівність (4.23) виконується.

Таке формулювання задачі прийнятне, наприклад, для відремонтованої електричної машини, або при виборі електродвигуна на заміну. В такій постановці задача кореспондується з класичною задачею перевірки електродвигуна на нагрів при його виборі. Різниця є в кінцевій меті дій. Якщо при перевірці двигуна на нагрів номінальні дані відомі з паспорту машини і перевіряється відповідність цих даних реальному режиму роботи, то у методі, що пропонується, головною метою є визначення номінальних даних.

Задача 2. Заданим є клас ізоляції обмоток електричної машини і необхідні для визначення відповідних теплових провідностей конструктивні параметри обмотки та ізоляції. Потрібно встановити час роботи електродвигуна без теплового пробою ізоляції з відомим навантаженням, при якому нерівність (4.23) не виконується.

Така задача може вирішуватися в процесі поточної діагностики електродвигуна.

При вирішенні поставлених задач необхідно визначитися з видом теплової моделі. Найбільш спрощена теплова модель для перевірки двигуна на нагрів застосована в теорії електропривода [51]. У цій моделі електродвигун розглядається як однорідне і ізотропне тіло, в якому зосереджені сумарні втрати, що гріють двигун, і визначається його середня температура. Відповідно до цієї методики стало значення перевищення температури для машин тривалого режиму роботи дорівнює

$$\theta_{max} = \Delta P_{cp} / \lambda_n, \quad (4.24)$$

де ΔP_{cp} – сумарні втрати, що гріють, у двигуні;

λ_n – тепловіддача двигуна у зовнішнє повітря.

У загальному випадку, в процесі експлуатації або через ремонт, змінюється допустимий перегрів ізоляції з θ_{don} до θ'_{don} і змінюються втрати у двигуні, що гріють. При цьому вважається, що система охолодження залишається незмінною (тобто для даної теплової моделі постійною є λ_n).

Згідно з табл.4.1 для номінального режиму ДПС незалежного збудження

$$\Delta P_{cp,n} = I_{a,n}^2 R_a + \Delta P_c. \quad (4.25)$$

Після зміни втрат $\Delta P'_{cp,n}$, що гріють електродвигун за рахунок зміни активного опору якоря R'_a і втрат у сталі $\Delta P'_c$, очевидно, що повинний змінитися його номінальний режим

$$\Delta P'_{cp,n} = (I'_{a,n})^2 R'_a + \Delta P'_c. \quad (4.26)$$

Відповідно до (4.24) можна записати умову збереження теплового режиму електродвигуна з урахуванням незмінності λ_n при критичному перевищенні температури, що дорівнює допустимому перегріву

$$\Delta P_{cp,n} \theta'_{max} = \Delta P'_{cp,n} \theta_{max}, \quad (4.27)$$

де $\theta_{max} = \theta_{don}$; $\theta'_{max} = \theta'_{don}$.

З (4.25), (4.26) і (4.27), маємо

$$I'_{a,n} = \sqrt{\frac{\left(I_{a,n}^2 R_a + \Delta P_c\right) \frac{\theta'_{don}}{\theta_{don}} - \Delta P'_c}{R'_a}}. \quad (4.28)$$

Аналогічно, за тією ж тепловою моделлю (4.24), знаходиться новий номінальний струм фази статора $I'_{1,n}$ для асинхронного двигуна з попереднім номінальним струмом $I_{1,n}$ за формулою

$$I'_{1,n} = \sqrt{\frac{\left(3I_{1,n}^2 R_1 + \Delta P_c\right) \frac{\theta'_{don}}{\theta_{don}} - \Delta P'_c}{3R'_1}}, \quad (4.29)$$

де R_1 і R'_1 – відповідно активний опір фази статора до і після зміни обмоток.

Перевірка вибраного електродвигуна за нагрівом за розглянутою тепловою моделлю має досить приблизний характер. Більш точним, безумовно, є напрям ускладнення теплових моделей через визначення окремих сконцентрованих джерел втрат і шляхів розповсюдження теплових потоків [10, 50]. Так, для електричних двигунів постійного і змінного струму умови охолодження пазової і лобової частин обмотки різні. Тому доцільно розбити статор АД або якір ДПС на три умовно однорідних у тепловому відношенні тіла, що є джерелами тепла: пазова частина обмотки з втратами ΔP_{mn} , дві сторони обмотки лобових частин з сумарними втратами ΔP_{ml} і стальний пакет з втратами у сталі ΔP_c .

Кожна частина створює теплові потоки. Їх кількість та напрямки теплових потоків залежать від конструктивного виконання електричного двигуна.

Використання більш складної теплової моделі передбачає процедуру визначення зворотної матриці Λ^{-1} . У відповідності до [29] маємо

$$\Lambda^{-1} = \frac{1}{\det \Lambda} \cdot \begin{vmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,i} & \dots & A_{1,N} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,i} & \dots & A_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{j,1} & A_{j,2} & \dots & A_{j,i} & \dots & A_{j,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{N,1} & A_{N,2} & \dots & A_{N,i} & \dots & A_{N,N} \end{vmatrix}, \quad (4.30)$$

де $\det \Lambda$ – визначник матриці Λ ;

$A_{j,i} = (-1)^{i+j} M_{j,i}$ – алгебраїчне доповнення елемента $\lambda_{j,i}$ матриці $\mathbf{\Lambda}$;
 $M_{j,i}$ – мінор елемента $\lambda_{j,i}$ матриці $\mathbf{\Lambda}$.

Згідно з (4.21) перевищення температури j -го елемента електричного двигуна над температурою зовнішнього повітря дорівнює

$$\theta_j = \frac{1}{\det \mathbf{\Lambda}} \cdot \sum_{i=1}^N A_{j,i} \Delta P_i. \quad (4.31)$$

Будемо вважати, що j -м елементом є обмотки електродвигуна. Врахуємо, що в масиві втрат $\Delta \mathbf{P}$ присутні втрати, пов'язані зі струмом обмотки у вигляді

$$\Delta P_k = R_k I^2, \quad (4.32)$$

де R_k – активний опір частини обмотки, де сконцентровані втрати ΔP_k ;
 I – струм в обмотці.

Тоді, прийнявши у (4.31) допустимий перегрів обмоток θ_{don} , маємо, з урахуванням (4.32) і того, що при θ_{don} повинне виконуватись рівняння $I = I_n$,

$$\theta_{don} = \frac{1}{\det \mathbf{\Lambda}} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N A_{j,i} \Delta P_i + I_n^2 \sum A_{j,k} R_k \right). \quad (4.33)$$

З (4.33) отримуємо номінальний струм електродвигуна через його конструктивні параметри і втрати

$$I_n = \sqrt{\left(\det \mathbf{\Lambda} \cdot \theta_{don} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N A_{j,i} \Delta P_i \right) / \sum A_{j,k} R_k}. \quad (4.34)$$

Для визначення нової навантажувальної здатності двигуна через попередню при зміні в ньому у загальному випадку втрат $\Delta \mathbf{P}'$ (при зміні опору обмоток R' і втрат у сталі $\Delta P'_c$, або інших) і класу ізоляції, що призводить до зміни $\mathbf{\Lambda}$ на $\mathbf{\Lambda}'$ і θ_{don} на θ'_{don} , порівняємо попередні і нові втрати, які гріють двигун. Тоді з (4.33) випливає

$$I'_n = \sqrt{\left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N A_{j,i} \Delta P_i + I_n^2 \sum A_{j,k} R_k - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N A'_{j,i} \Delta P'_i \right) / \sum A'_{j,k} R'_k} . \quad (4.35)$$

Формули (4.28) і (4.29), або (4.35) слід використовувати тільки у режимі роботи електропривода S1.

Для повторно-короткочасних режимів роботи (S3–S5) перегрів двигуна коливається у межах від θ_{min} (початок періоду включеного стану, або кінець періоду паузи) до θ_{max} (кінець періоду включеного стану, або початок періоду паузи). Це нестационарні теплові режими, тому слід визначити еквівалентний довготривалий режим роботи електродвигуна, що відповідає режимам S3–S5.

Приймемо, що усталений перегрів обмоток двигуна θ_{∞} відповідає довготривалій роботі з втратами, що гріють ΔP_{zp} , а перегрів θ_{max} – еквівалентному довготривалому режиму з втратами $\Delta P_{zp,e}$. Для повного використання двигуна необхідно, щоб θ_{max} дорівнював перегріву θ_{don} , який допускається у цьому випадку. Згідно з [13] маємо

$$\theta_{don} (1 - e^{t_u/T}) = \theta_{\infty} (1 - e^{t_e/T}), \quad (4.36)$$

де $t_u = t_e + t_o$ – відповідно час циклу, включеного стану і паузи у роботі електродвигуна; $T = mC\theta_{\infty}/\Delta P_{zp}$ – теплова стала часу обмотки; m – маса міді обмотки; C – питома теплоємність міді.

Якщо розглядати теплову модель двигуна (4.24), то можна записати

$$\theta_{\infty} = \Delta P_{zp} / \lambda_n, \quad (4.37)$$

$$\theta_{don} = \Delta P_{zp,e} / \lambda_n. \quad (4.38)$$

З (4.37) і (4.38) маємо коефіцієнт теплового перевантаження k_m , на який можна збільшувати номінальну навантажувальну здатність двигуна

$$k_m = \frac{\Delta P_{zp}}{\Delta P_{zp,e}} = \frac{\theta_{\infty}}{\theta_{don}} = \frac{1 - e^{-t_e/(\varepsilon T)}}{1 - e^{-t_e/T}}, \quad (4.39)$$

де $\varepsilon = t_e/t_u$ – відносна тривалість вмикання.

У разі використання більш складної теплової моделі двигуна, k_m знаходять за аналогічною процедурою з виключенням моделей (4.37) і (4.38), замість яких фігурують моделі виду (4.21).

Для встановлення довговічності ізоляції при перевищенні номінального навантаження (задача 2) необхідне визначення терміну служби ізоляції від її температури. Відомі емпіричні залежності такого виду [11, 43, 53]. Терміну служби ізоляції за більшістю показників (механічна міцність, електричний опір та ін.) зменшується за експоненціальним законом

$$t_{i3} = Ae^{-\left(\frac{B}{\tau_{i3}} + b\right)}, \quad (4.40)$$

де t_{i3} – час безвідмовної роботи ізоляції, років (строк служби);

τ_{i3} – температура ізоляції;

A, B, b – числові константи.

У [11, 43, 53] наведені графічні залежності строку служби ізоляції класів A, B, H від її температури

$$t_{i3,A} = 7,15 \cdot 10^4 e^{-0,088 \cdot \tau_{i3}}, \quad (4.41)$$

$$t_{i3,B} = 3,778 \cdot 10^4 e^{-0,0687 \cdot \tau_{i3}}, \quad (4.42)$$

$$t_{i3,H} = 9,494 \cdot 10^4 e^{-0,053 \cdot \tau_{i3}}. \quad (4.43)$$

Таким чином, маючи температуру сталого теплового режиму двигуна, можна без ускладнень встановити за рівняннями (4.41)–(4.43) строк служби ізоляції його обмоток при умові, що двигун постійно працює з однаковим навантаженням. При цьому температура ізоляції може бути визначена за тепловою моделлю. Очевидно, що модель виду (4.24) дасть значно занижену температуру і завищений результат довговічності. Це підтверджує необхідність використання у даному випадку більш складних теплових моделей.

У разі роботи двигуна в повторно-короткочасному режимі слід використовувати формулу (4.36), в якій усталений перегрів буде допустимим, а допустимий – максимальним, тоді вважаючи $\theta_{max} = \theta_{i3} = \tau_{i3} - \tau_o$, де τ_o – температура зовнішнього повітря, перегрів ізоляції відносно допустимого дорівнюватиме

$$\theta_{i3} = \theta_{don} \frac{1 - e^{t_{\epsilon}/T}}{1 - e^{t_{\epsilon}/(\epsilon T)}}. \quad (4.44)$$

Іншим шляхом визначення строку служби ізоляції при повторно-короткочасному режимі роботи двигуна є його розрахунок через середнє зношення, що дорівнює сумі значень середніх зносів на окремих ділянках циклу роботи [43].

Складні теплові моделі вміщують значну кількість конструктивних теплових параметрів, визначення яких утруднено, і описуються складною систе-

мою рівнянь. При наявності потужної обчислювальної техніки рішення системи зі значною кількістю рівнянь не викликає труднощів (але не всі провідності теплової моделі можуть бути визначені з достатньою точністю і легкістю). Тому на перший план виходить питання обґрунтування виключення з моделі того чи іншого конструктивного теплового коефіцієнту, визначення якого утруднено. Критерієм обґрунтування може бути похибка оцінки, наприклад, температури ізоляції за спрощеною моделлю відносно найбільш складної, що обрана як еталонна.

Для підвищення точності теплових моделей двигунів слід під час їх ремонту встановлювати, де можливо, температурні датчики. Це дозволить виконувати адаптивну ідентифікацію параметрів теплової моделі виходячи з критерію мінімізації похибки у визначенні температури у вузлі, де знаходиться датчик, відносно вимірної.

4.3. Ідентифікація при неякісності напруги живлення

Якість електроенергії оцінюється рядом показників. Для мереж змінного струму нормованими параметрами є: а) відхилення напруги; б) коливання напруги; в) несиметрія напруги; г) несинусоїдальність напруги; д) коливання частоти; е) відхилення частоти. У мережах постійного струму нормуються: а) відхилення напруги; б) коливання напруги; в) пульсації напруги.

Неякісність напруги живлення впливають на номінальні параметри електричного двигуна. Для асинхронних двигунів неякісність напруги живлення призводить не тільки до зміни моменту і потужності на валу, але й до перерозподілу втрат.

Приймемо у загальному випадку полігармонійний склад напруги живлення. Відомо [16], що при цьому необхідно уточнювати втрати в сталі у вигляді окремого визначення втрат на гістерезис і вихрові струми. Вважаючи, що індукція магнітного поля електричного двигуна пропорційна напрузі, запишемо для ν -ї часової гармоніки

$$\Delta P_{c,\nu} = d_\nu (d_{c,\nu} \nu + d_{n,\nu} \nu^2) U_\nu^2, \quad (4.45)$$

де $d_\nu, d_{c,\nu}, d_{n,\nu}$ – коефіцієнти;

ν – відносна частота ν -ї часової гармоніки,

U_ν – напруга ν -ї часової гармоніки.

При полігармонійному живленні збільшуються додаткові втрати. Це є поверхні і пульсаційні втрати статора і ротора в режимі неробочого ходу. Для ν -ї гармоніки

$$\Delta P_{n\delta, \nu} = d_{n\delta, \nu} \nu^{1,5} U_{\nu}^2, \quad (4.46)$$

$$\Delta P_{nl, \nu} = d_{nl, \nu} \nu^2 U_{\nu}^2. \quad (4.47)$$

Крім того, існує ефект витіснення струму в обмотках статора і ротора, навіть при живленні напругою без гармонік, за рахунок дії полів розсіювання. При появі в напрузі полігармонійних складових, втрати, викликані цим ефектом, збільшуються. Врахування втрат від витіснення струму можливе через так званий коефіцієнт Фільда k_r , який можна представити з урахуванням виразів [16], як

$$k_r = 1 + a_r \nu^2, \quad (4.48)$$

де a_r – коефіцієнт.

Коефіцієнт Фільда є відношенням втрат в обмотці від змінного струму до втрат від постійного струму в тій же обмотці [16]. Тому для ν -ї часової гармоніки можна записати

$$k_{r, \nu} = R_{\nu} / R_o, \quad (4.49)$$

де R_{ν} – активний опір для ν -ї часової гармоніки струму,

R_o – активний опір постійному струму в обмотці.

При розрахунку втрат від ν -ї часової гармоніки використаємо рівняння енергетичного балансу для цієї гармоніки. Вважаємо, що сумарні втрати від полігармонійного живлення електродвигуна знаходяться методом накладення. Таким чином, з урахуванням формул (4.45) – (4.49), маємо

$$\begin{aligned} \Delta P = \sum_{\nu} \Delta P_{\nu} = 3R_o \sum_{\nu} I_{\nu}^2 + 3R_o a_r \sum_{\nu} \nu^2 I_{\nu}^2 + \\ + d_1 \sum_{\nu} \nu U_{\nu}^2 + d_2 \sum_{\nu} \nu^{1,5} U_{\nu}^2 + d_3 \sum_{\nu} \nu^2 U_{\nu}^2 + \Delta P_{\text{мех}}, \end{aligned} \quad (4.50)$$

де d_1, d_2, d_3 – коефіцієнти.

Змінюючи амплітуду напруги і розглядаючи ту ж кількість гармонік, отримуємо N рівнянь для знаходження коефіцієнтів за методикою п. 4.1. Для i -го значення напруги $U_{1,i}$ першої гармоніки

$$\begin{aligned} \Delta P_i = 3R_o \left(\sum_{\nu} I_{\nu}^2 \right)_i + 3R_o a_r \left(\sum_{\nu} \nu^2 I_{\nu}^2 \right)_i + \\ + d_1 \left(\sum_{\nu} \nu U_{\nu}^2 \right)_i + d_2 \left(\sum_{\nu} \nu^{1,5} U_{\nu}^2 \right)_i + d_3 \left(\sum_{\nu} \nu^2 U_{\nu}^2 \right)_i + \Delta P_{\text{мех}}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Складові рівняння (4.51), що вміщують струм, є втратами в обмотках статора двигуна. Складові, що вміщують напругу, віддзеркалюють втрати в сталі при полігармонійному живленні.

Перерахування додаткових втрат при номінальній напрузі виконується з урахуванням формул [16].

Для машини постійного струму врахування впливу неякісності напруги живлення пов'язане, здебільшого, з пульсаціями випрямленої напруги. Алгоритм розрахунку складових втрат, пов'язаних з вищими гармоніками, може бути повністю автоматизований.

Виділення втрат, пов'язаних з вищими гармоніками, [49] виконується шляхом розрахунку середнього і діючого значень струмів якоря і обмотки збудження через дискрети цих струмів за період коливань напруги живлення змінного струму. У цьому випадку

$$I_{ve}^2 = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{v=\infty} I_v^2 = I_o^2 - \frac{I_{cp}^2}{2}, \quad (4.52)$$

де I_{ve}^2 – еквівалентне значення квадрату діючого значення вищих гармонік струму якоря або збудження;

I_v^2 – квадрат діючого значення v -ї гармоніки струму якоря або збудження;

I_o^2 – квадрат діючого значення струму якоря або збудження;

I_{cp}^2 – квадрат середнього значення струму якоря або збудження.

Через миттєві значення струмів якоря або збудження I_j у дискретні значення часу $j \cdot h$, де $j = 0, 1, 2, 3, \dots, m$, за період $(m-1) \cdot h$ отримані формули [49]

$$I_o^2 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^m I_{j+1}^2 + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^m I_j^2 + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^m I_{j+1} I_j, \quad (4.53)$$

$$I_{cp}^2 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^m I_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m-1} I_j I_{j+1}. \quad (4.54)$$

З (4.1) і таблиці 4.1 маємо для двигуна постійного струму з урахуванням формул (4.52) – (4.54) втрати $\Delta P_{\Sigma v}$, пов'язані з вищими гармоніками

$$\Delta P_{\Sigma v} = \frac{R_a}{2} \sum_v I_{a,v}^2 + \frac{d}{2} \sum_v I_{3,v}^2 v^\alpha. \quad (4.55)$$

4.4. Ідентифікація параметрів багатомасових систем з пружними зв'язками

В сучасних умовах розвиток теорії і практики автоматизованого електропривода призвів до необхідності враховувати особливості ЕМС ЕП як багатомасової системи з пружними зв'язками [5, 25, 47, 55]. Розглядаючи такі електромеханічні системи як об'єкти автоматичного керування, необхідно враховувати коефіцієнти і характеристики пружних зв'язків, в'язкого внутрішнього тертя, зовнішнього тертя та ін. Ці параметри та характеристики, як правило, досить складно визначити, тому актуальним є питання розробки методів ідентифікації згаданих параметрів.

При дослідженні динаміки ЕМС ЕП з пружними зв'язками реальні ЕМС ЕП замінюються еквівалентними, із зосередженими масами, які приведені до одного валу разом з параметрами пружних зв'язків [26]. Кількість зосереджених мас значною мірою оцінюється достатністю вихідної інформації про кожну масу. Якщо реальний механізм дозволяє знімати кутову (лінійну) швидкість або кутовий шлях в конкретних точках кінематичної схеми ЕМС ЕП, то розподіл на маси може бути виконаний по цим точкам за умови, природно, невисоких, порівняно з іншими точками кінематичної схеми, значень коефіцієнтів пружності між ними [5, 25]. Таким чином, задача ідентифікації параметрів ЕМС ЕП з пружними зв'язками розпадається на дві задачі [5] :

- 1) визначення структури еквівалентної моделі для реальної ЕМС ЕП;
- 2) визначення параметрів еквівалентної моделі.

Обидві задачі вирішуються методами ідентифікації, однак кожна з них має свою специфіку.

Перша задача є задачею ідентифікації системи з невідомою структурою. Вибір структури моделі у цьому випадку виконується з певного класу моделей за методом, наприклад, адаптивної ідентифікації (1.25), при подачі на вхід реальної системи і вибраної моделі однієї й тієї ж збудуючої дії. Модель вважається вибраною при найменшій похибці $\vartheta_{\text{ср}}^2$.

Друга задача є задачею ідентифікації параметрів відомої моделі реальної ЕМС ЕП.

Розглянемо ЕМС ЕП з багатьма зосередженими масами (рис.4.1), що приведені до одного валу двигуна, з моментами інерції $J_1, J_2, \dots, J_n$, між якими є пружні зв'язки з коефіцієнтами пружності $c_2, c_3, \dots, c_n$. Система має внутрішнє в'язке тертя, яке для кожної пари суміжних мас характеризується коефіцієнтами $b_{\text{в}}^{(2)}, b_{\text{в}}^{(3)}, \dots, b_{\text{в}}^{(n)}$. Зовнішні дисипативні сили характеризуються моментами сил тертя $M_{\text{тр}}^{(1)}, M_{\text{тр}}^{(2)}, \dots, M_{\text{тр}}^{(n)}$, що прикладені до зосереджених мас. Момент статичних опорів $M_{\text{с}}$ прикладений до останньої маси.

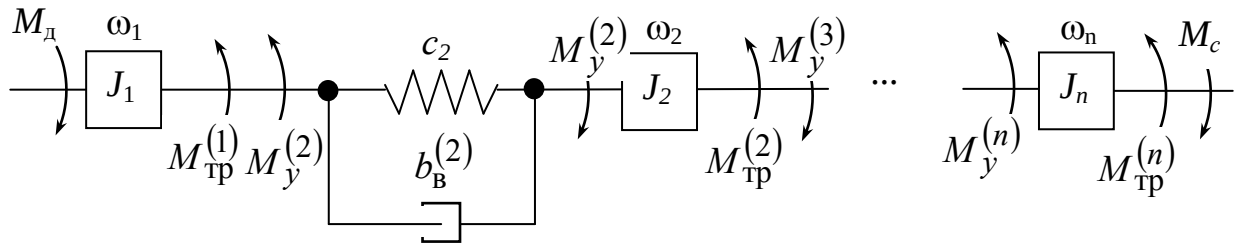


Рис.4.1. Еквівалентна схема багатомасової ЕМС ЕП.

Вважатимемо відомими зняті експериментально у табличному вигляді тахограми всіх мас, а також момент на валу двигуна M_d , що прикладений до першої маси – ротора двигуна і момент опору на валу кінцевої маси.

Запишемо систему рівнянь руху кожної маси

$$\left\{ \begin{array}{l} M_d(s) - M_y^{(1)}(s) - M_{tr}^{(1)}(s) = J_1 s \omega_1(s), \\ M_y^{(1)}(s) - M_{tr}^{(2)}(s) - M_B^{(2)}(s) = J_2 s \omega_2(s), \\ \dots, \\ M_y^{(j)}(s) - M_{tr}^{(j)}(s) - M_B^{(j)}(s) = J_j s \omega_j(s), \\ \dots, \\ M_y^{(n)}(s) - M_{tr}^{(n)}(s) - M_c(s) = J_n s \omega_n(s). \end{array} \right. \quad (4.56)$$

Пружний момент $M_y^{(j)}$, моменти зовнішнього тертя $M_{tr}^{(j)}$ і в'язкого тертя $M_B^{(j)}$ в операторах Лапласа визначаються з відомих формул [26]

$$M_y^{(j)}(s) = c_j [\varphi_j(s) - \varphi_{j-1}(s)], \quad (4.57)$$

де c_j – коефіцієнт пружності;

$\varphi_j(s) = \omega_j(s)/s$ – кутове переміщення в операторах Лапласа.

$$M_{tr}^{(j)}(s) = M_{tr0}^{(j)} + b_{tr}^{(j)} \omega_j^\beta(s), \quad (4.58)$$

де $M_{tr0}^{(j)}$ – момент тертя початку руху,

$b_{tr}^{(j)}$ – коефіцієнти пропорційності,

β – ступінь залежності тертя від швидкості.

$$M_B^{(j)}(s) = b_B^{(j)} [\omega_j(s) - \omega_{j-1}(s)]. \quad (4.59)$$

Вирішуючи дану систему рівнянь відносно невідомих, знаходимо

$$M_d(s) - \sum_{j=1}^n M_{\text{тр}}^{(j)}(s) - \sum_{j=2}^n M_{\text{в}}^{(j)}(s) - M_c(s) = s \sum_{j=1}^n J_j \omega_j(s), \quad (4.60)$$

Виконаємо перехід від (4.60) до дискретної моделі шляхом підстановки (2.28). Після зворотного Z - перетворення

$$M_{\text{д(ср)},i} = \sum_{j=1}^n M_{\text{тр(ср)},i}^{(j)} + \sum_{j=2}^n M_{\text{в(ср)},i}^{(j)} + M_{\text{с(ср)},i} + \sum_{j=1}^n J_j \omega'_{j,i}, \quad (4.61)$$

$$\text{де } M_{\text{д(ср)},i} = \frac{M_{\text{д},i} + M_{\text{д},i-1}}{2}; \quad M_{\text{тр(ср)},i}^{(j)} = \frac{M_{\text{тр},i}^{(j)} + M_{\text{тр},i-1}^{(j)}}{2};$$

$$M_{\text{в(ср)},i}^{(j)} = \frac{M_{\text{в},i}^{(j)} + M_{\text{в},i-1}^{(j)}}{2}; \quad M_{\text{с(ср)},i} = \frac{M_{\text{с},i} + M_{\text{с},i-1}}{2}; \quad \omega'_{j,i} = \frac{\omega_{j,i} - \omega_{j,i-1}}{h}.$$

Вважаючи у (4.61) усі моменти інерції, до $(n-1)$ -го включно, і коефіцієнти $M_{\text{тр}0}^{(j)}$, $b_{\text{тр}}^{(j)}$, $b_{\text{в}}^{(j)}$ для всіх мас відомими, маємо залежність для знаходження моменту інерції n -ї маси

$$J_{n,i} = \frac{M_{\text{д(ср)},i} - \sum_{j=1}^n M_{\text{тр(ср)},i}^{(j)} - \sum_{j=2}^n M_{\text{в(ср)},i}^{(j)} - M_{\text{с(ср)},i}}{\omega'_{n,i}} - \sum_{j=1}^{n-1} J_j \frac{\omega'_{j,i}}{\omega'_{n,i}}. \quad (4.62)$$

Рівняння (4.62) можна спростити за методикою, що представлена формулами (3.3) – (3.8). Однак стрибова дія моменту двигуна може негативно вплинути на механічну частину привода.

Якщо згадані параметри невідомі, для ідентифікації параметрів рівняння моделі (4.61) використовуються регресійні методи. Через те, що модель (4.61) лінійна відносно параметрів, виконується ідентифікація параметрів моделі лінійної регресії (1.22) з завбачником (1.24) за нормою найменших квадратів (1.23) або (3.12).

Параметри моделі моменту зовнішнього тертя можливо ідентифікувати у режимі сталої роботи ЕМС ЕП на різних швидкостях. В усталеному режимі для i -го виміру

$$M_{\text{д},i} = \sum_{j=1}^n M_{\text{тр},i}^{(j)} + M_{\text{с},i}. \quad (4.63)$$

У режимі неробочого ходу

$$M_{д,i} = \sum_{j=1}^n M_{тр0}^{(j)} + \omega_{1,i} \sum_{j=1}^n b_{тр}^{(j)}. \quad (4.64)$$

Накопичення вимірів у вигляді масивів даних $\{M_{д}\}$, $\{\omega_1\}$ дозволяє ідентифікувати параметри формули (4.64) за допомогою регресійної моделі виду (4.5)

$$\left\| \begin{array}{c} \sum_{j=1}^n M_{тр0}^{(j)} \\ \sum_{j=1}^n b_{тр}^{(j)} \end{array} \right\| = (\omega^T \omega)^{-1} \omega^T \left\| \begin{array}{c} M_{д,1} \\ \dots \\ M_{д,i} \\ \dots \\ M_{д,N} \end{array} \right\|, \quad (4.65)$$

$$\text{де } \omega = \left\| \begin{array}{ccccc} 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{1,1} & \dots & \omega_{1,i} & \dots & \omega_{1,N} \end{array} \right\|^T.$$

Як бачимо, в такий спосіб окремі складові $M_{тр0}^{(j)}$ та $b_{тр}^{(j)}$ не ідентифікуються. Їх можна отримати методами, які назвемо методом послідовної прямої ідентифікації і методом послідовної інверсної ідентифікації зосереджених мас.

При послідовному прямому методі ідентифікуються окремі маси, починаючи з двигуна. При цьому виконується послідовне приєднання мас до ЕМС ЕП і ідентифікація коефіцієнтів відповідного регресійного рівняння виду (4.65) з подальшим порівнянням вільних членів моделей.

Послідовний інверсний метод вимагає відокремлення мас, починаючи з кінцевої. Виконується ідентифікація вільного члену зрізаної моделі (4.65) з подальшим порівнянням з ідентифікованим вільним членом повної моделі.

Ідентифікація параметрів механічної системи двигуна. Вважаємо, що вал двигуна не з'єднаний з робочою машиною. Вихідними даними для ідентифікації є експериментальні дані в табличному виді $\{M_{д}\}$, $\{\omega_1\}$. Навантаженням для двигуна є момент тертя, залежний від швидкості відповідно до (4.58). Згідно з (4.62) маємо рівняння для ідентифікації моменту інерції двигуна в режимі неробочого ходу

$$J_{1,i} = \frac{M_{д(сп),i} - M_{тр(сп),i}^{(1)}}{\omega'_{1,i}}. \quad (4.66)$$

В усталеному режимі неробочого ходу згідно з (4.66) ідентифікується момент зовнішнього тертя двигуна

$$M_{д,i} = M_{тр0}^{(1)} + b_{тр}^{(1)}\omega_{1,i}. \quad (4.67)$$

Усі наведені формули ідентифікації отримані через момент двигуна $M_{д,i}$, який теж потребує ідентифікації. Для двигунів постійного струму незалежного збудження, в яких електромеханічний перехідний процес проходить із усталеним потоком, момент на валу можна виразити через струм якоря $I_{a,i}$ і конструктивну сталу двигуна C_d . Тоді у (4.67) підставляється

$$M_{д,i} = C_d I_{a,i}. \quad (4.68)$$

В асинхронних двигунах і двигунах постійного струму послідовного збудження електромеханічний перехідний процес проходить на фоні зміни потоку, і тому ідентифікацію моменту двигуна слід виконувати через потужність на валу з використанням рівняння енергетичного балансу в режимі неробочого ходу (4.1). У цьому випадку рівняння для моменту двигуна буде мати вигляд

$$M_{д,i} = (\Delta P_i - \Delta P_{м1,i} - \Delta P_{с,i} - \Delta P_{дод,i}) / \omega_{1,i}. \quad (4.69)$$

Ідентифікація параметрів механічної системи маси, приєднаної до двигуна. До валу двигуна приєднана маса з невідомим моментом інерції J_2 . Маса двигуна і приєднана маса складають двомасову систему з пружним зв'язком і в'язким тертям. Пружність характеризується коефіцієнтом пружності c_2 , а в'язке тертя – коефіцієнтом $b_v^{(2)}$. Параметри механічної системи двигуна вважаються відомими.

В усталеному режимі неробочого ходу

$$M_{д,i} = (M_{тр0}^{(1)} + M_{тр0}^{(2)}) + \omega_{1,i} (b_{тр}^{(1)} + b_{тр}^{(2)}). \quad (4.70)$$

Виконуючи ідентифікацію $(M_{тр0}^{(1)} + M_{тр0}^{(2)})$ і $(b_{тр}^{(1)} + b_{тр}^{(2)})$ за формулою (4.65), порівнюємо їх з попередньо ідентифікованими $M_{тр0}^{(1)}$ та $b_{тр}^{(1)}$, знаходимо $M_{тр0}^{(2)}$ і $b_{тр}^{(2)}$.

З (4.61) для двомасової системи впливає рівняння для ідентифікації параметрів механічної системи другої маси за допомогою регресійного рівняння

$$M_{д(ср),i} - \left(M_{тр(ср),i}^{(1)} + M_{тр(ср),i}^{(2)} \right) - J_1 \omega'_{1,i} = J_2 \omega'_{2,i} + b_B^{(2)} (\omega_{1(ср),i} - \omega_{2(ср),i}). \quad (4.71)$$

Виходячи з першого рівняння системи (4.56) і враховуючи (4.57), отримуємо рівняння відносно коефіцієнтів пружності $c^{(2)}$ і в'язкого тертя $b_B^{(2)}$. Переходячи до дискретної моделі методом підстановки, маємо рівняння для ідентифікації згаданих параметрів

$$M_{д(е),i} - M_{тр(е),i}^{(1)} - J_1 \omega'_{1(е),i} = c^{(2)} (\varphi_{1(е),i} - \varphi_{2(е),i}) + b_B^{(2)} (\omega_{1(е),i} - \omega_{2(е),i}), \quad (4.72)$$

де

$$M_{д(е),i} = M_{д,i} + 9M_{д,i-1} + 9M_{д,i-2} - M_{д,i-3},$$

$$M_{тр(е),i}^{(1)} = M_{тр,i}^{(1)} + 9M_{тр,i-1}^{(1)} + 9M_{тр,i-2}^{(1)} - M_{тр,i-3}^{(1)},$$

$$\omega'_{1(е),i} = \frac{6}{h} (\omega_{1,i} - \omega_{1,i-1} - \omega_{1,i-2} + \omega_{1,i-3}),$$

$$\omega_{1(е),i} = \omega_{1,i} + 9\omega_{1,i-1} + 9\omega_{1,i-1} - \omega_{1,i-3},$$

$$\varphi_{1(е),i} = \frac{h}{2} (\omega_{1,i} + 11\omega_{1,i-1} + 11\omega_{1,i-1} + \omega_{1,i-3}),$$

$$\varphi_{2(е),i} = \frac{h}{2} (\omega_{2,i} + 11\omega_{2,i-1} + 11\omega_{2,i-1} + \omega_{2,i-3}).$$

Якщо один з параметрів відомий, то з (4.72) впливає

$$c^{(2)} = \frac{M_{д(е),i} - M_{тр(е),i}^{(1)} - J_1 \omega'_{1(е),i} - b_B^{(2)} (\omega_{1(е),i} - \omega_{2(е),i})}{\varphi_{1(е),i} - \varphi_{2(е),i}}, \quad (4.73)$$

$$b_B^{(2)} = \frac{M_{д(е),i} - M_{тр(е),i}^{(1)} - J_1 \omega'_{1(е),i} - c^{(2)} (\varphi_{1(е),i} - \varphi_{2(е),i})}{\omega_{1(е),i} - \omega_{2(е),i}}. \quad (4.74)$$

Як бачимо, наведений у даному пункті методологічний підхід до ідентифікації параметрів механічної частини ЕМС ЕП з багатьма масами і пружними зв'язками та в'язким тертям між ними дозволяє виконати поставлену задачу визначення згаданих параметрів.

Розділ 5

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ЗМІННОГО СТРУМУ

5.1. Ідентифікація параметрів номінального режиму

Методи ідентифікації параметрів номінального режиму електричного двигуна в усталеному режимі без навантаження передбачають використання теплової моделі двигуна. У загальному випадку електричний двигун може бути представлений системою нагрітих тіл, зв'язаних тепловими провідностями. Наприклад, у [7–10] розглянуті теплові схеми заміщення, які враховують більшість напрямків розповсюдження тепла і місця концентрації джерел тепла. Таке представлення відповідає реальному тепловому режиму двигунів, але є досить складними для використання і вимагає спрощення. З аналізу літератури [7–11, 16, 44, 50, 53] видно, що спрощення теплової схеми заміщення двигуна йде, в основному, шляхом еквівалентизації теплових провідностей "сталь – зовнішнє повітря", "сталь – внутрішнє повітря", "мідь – внутрішнє повітря", об'єднання втрат у сталі зубців і сердечника, нехтування тепловим зв'язком між статором і ротором. Тому розглянемо і обґрунтуємо спрощені саме у такий спосіб теплові схеми заміщення для створення інженерних моделей прогнозу номінального навантаження двигуна.

Усталений режим роботи асинхронного двигуна визначається параметрами схеми заміщення. Тому є доцільним встановити взаємозв'язок між параметрами схеми заміщення асинхронного двигуна і складовими рівняння енергетичного балансу електропривода в усталеному режимі неробочого ходу. Це дозволить вирішити питання автоматизованої ідентифікації згаданих параметрів.

Параметри схеми заміщення асинхронного двигуна. Аналіз енергетичних процесів, що відбуваються в електричному двигуні, до-

зволяє оцінити ефективність і надійність його роботи при заданому паспортному навантаженні. Через те, що визначення корисної потужності електричного двигуна (на валі) утруднено з різних причин (необхідність навантаження електричного двигуна, виміри механічних величин і т.д.), можливий інший підхід, пов'язаний із визначенням потужності втрат. Режим неробочого ходу електричного двигуна дозволяє встановити його енергетичну рівновагу у вигляді балансу втрат при перетворенні електричної енергії (див. п. 4.1).

Баланс потужності втрат у асинхронному двигуні в режимі неробочого ходу можна представити у вигляді (4.1) з урахуванням табл. 4.1. Додаткові втрати у міді враховуються шляхом еквівалентного збільшення активного опору фази статора, тому визначення втрат в режимі неробочого ходу пов'язано з визначенням втрат у міді, сталі і механічних. У цьому випадку викликає складність поділу двох останніх видів втрат.

Для оцінки навантажувальної спроможності асинхронного двигуна приблизний облік втрат у сталі можливий шляхом введення активного опору R_0 , що відповідає магнітним втратам, у магнітний контур схеми заміщення (рис.5.1) [21].

Відома система рівнянь, що описує в просторово-часових комплексах перехідні процеси в асинхронних машинах [21]

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + \frac{d\underline{\Psi}_1}{dt} + j\omega_k \underline{\Psi}_1, \quad (5.1)$$

$$0 = R_2 \underline{I}_2 + \frac{d\underline{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_k - \omega) \underline{\Psi}_2, \quad (5.2)$$

$$\underline{\Psi}_1 = L_1 \underline{I}_1 + L_{12} \underline{I}_2, \quad (5.3)$$

$$\underline{\Psi}_2 = L_2 \underline{I}_2 + L_{12} \underline{I}_1, \quad (5.4)$$

$$\frac{3p_\tau}{2} \operatorname{Im}[\underline{\Psi}_1^* \underline{I}_1] - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.5)$$

де $\underline{U}_1, \underline{I}_1, \underline{\Psi}_1$ – відповідно просторово-часові комплекси напруги, струму і потокозчеплення статора в осях (u, v) , що обертаються з довільною швидкістю ω_k ; $\underline{I}_2, \underline{\Psi}_2$ – відповідно просторово-часові комплекси струму і потокозчеплення ротора у тих же осях; $R_1, L_1; R_2, L_2$ – активний опір і індуктивність фази відповідно статора і ротора; L_{12} – головна взаємна індуктивність між фазою статора і фазами ротора; p_τ – число пар полюсів електричного двигуна; M_c – момент опору; J – момент інерції ротора електричного двигуна; ω – кутова швидкість обертання ротора в електричних радіанах.

У системі рівнянь (5.1)–(5.5) роторні змінні приведені до статорних.

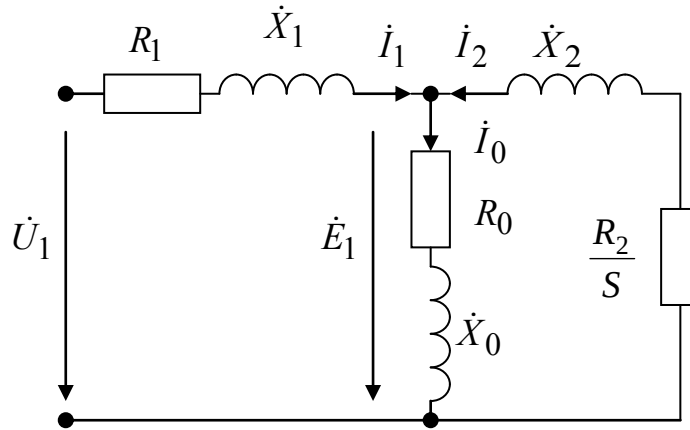


Рис.5.1. Схема заміщення фази асинхронної машини з урахуванням втрат у сталі

Ця система рівнянь описує асинхронну машину як двохобмоткову (обмотка статора й обмотка ротора) і не враховує втрати у сталі. Це не дозволяє скласти баланс потужності, що відповідає перетворенням енергії в електричному двигуні. Приведемо у відповідність систему рівнянь (5.1)–(5.5) схемі заміщення асинхронної машини (рис.5.1). У синхронних осях (d, q) , що обертаються із синхронною кутовою швидкістю $\omega_k = \omega_1$, з урахуванням приведення векторів до іншої системи координат

$$\underline{A}_{(u,v)} = \underline{A}_{(d,q)} e^{-j(\omega_1 - \omega)t}, \quad (5.6)$$

представимо для усталеного режиму таку систему рівнянь

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + R_0 \dot{I}_0 + j\omega_1 \dot{\Psi}_1, \quad (5.7)$$

$$0 = R_2 \dot{I}_2 + sR_0 \dot{I}_0 + j(\omega_1 - \omega) \dot{\Psi}_2, \quad (5.8)$$

$$\dot{\Psi}_1 = L_1 \dot{I}_1 + L_{12} \dot{I}_2, \quad (5.9)$$

$$\dot{\Psi}_2 = L_2 \dot{I}_2 + L_{12} \dot{I}_1, \quad (5.10)$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \quad (5.11)$$

$$L_1 = L_{1\sigma} + L_{12}, \quad (5.12)$$

$$L_2 = L_{2\sigma} + L_{12}, \quad (5.13)$$

де $\dot{I}_0$ – струм намагнічування; $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ – індуктивності розсіювання фази статора і ротора відповідно; $s = (\omega_1 - \omega)/\omega_1$ – ковзання.

З системи рівнянь (5.7)–(5.13) випливає

$$\dot{U}_1 = (R_1 + jX_1)\dot{I}_1 + \dot{E}_1, \quad (5.14)$$

де $\dot{E}_1 = (j\omega_1 L_{12} + R_0)\dot{I}_0$; $X_1 = \omega_1 L_{1\sigma}$.

Для короткозамкнутого роторного кола

$$0 = \dot{E}_1 + \left(\frac{R_2}{S} + jX_2 \right) \dot{I}_2, \quad (5.15)$$

де $X_2 = \omega_1 L_{2\sigma}$.

Таким чином, просторово-часові комплекси, що описують перехідні процеси асинхронної машини, у синхронних осях в усталеному режимі складають рівняння (5.14) і (5.15), яким відповідають схема заміщення (рис.5.1) і просторово-часова діаграма (рис.5.2).

Відповідно до діаграми (рис.5.2), де вісь (d) зв'язана з віссю струму $\dot{I}_1$, комплекси визначаються рівняннями

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= U_{1m} e^{j\varphi}, \quad \dot{I}_1 = I_{1m} e^{j0}, \quad \dot{I}_0 = I_{0m} e^{-j(\beta_0 - \beta_1)}, \\ \dot{I}_2 &= I_{2m} e^{j(\beta_1 - \beta_2 + \pi)}, \quad \dot{E}_1 = E_{1m} e^{j\beta_1}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Баланс активної потужності в усталеному режимі для трьох фаз

$$\frac{3}{2} U_{1m} I_{1m} \cos \varphi_1 = \frac{3}{2} (R_1 I_{1m}^2 + E_{1m} I_{0m} \cos \beta_0 + E_{1m} I_{2m} \cos \beta_2). \quad (5.17)$$

У рівнянні (5.17) можна виділити

$$\Delta P_c = \frac{3}{2} E_{1m} I_{0m} \cos \beta_0, \quad (5.18)$$

$$P_{em} = \frac{3}{2} E_{1m} I_{2m} \cos \beta_2, \quad (5.19)$$

де ΔP_c – втрати в сталі; P_{em} – електромагнітна потужність, передана через повітряний зазор у ротор.

Відповідно до формули (5.14) і рис.5.2 можна записати

$$E_{1m} e^{j\beta_1} = I_{0m} e^{-j(\beta_0 - \beta_1)} (R_0 + j\omega_1 L_{12}). \quad (5.20)$$

З (5.20) випливає

За відомим після цього значенням ΔP_c відповідно до рівнянь (5.18) і (5.23) отримуємо

$$R_0 = \Delta P_c / (3I_{1,x}^2). \quad (5.26)$$

Тоді, відповідно до (5.22) і (5.23)

$$\beta_0 = \arccos \sqrt{d_c R_0 / 3}, \quad (5.27)$$

$$L_{12} = R_0 \operatorname{tg} \beta_0 / \omega_1. \quad (5.28)$$

Наведені аналітичні вирази встановлюють залежності між параметрами просторово-часової діаграми, схеми заміщення і складовими рівняння енергетичного балансу. Запропонований метод дозволяє знайти параметри схеми заміщення асинхронного двигуна R_1, R_0, L_{12} , що відносяться до статора і гілки намагнічування, через складові втрат в режимі неробочого ходу без складної системи діагностики і навантаження.

Параметри номінального режиму асинхронного двигуна. Номінальний режим роботи асинхронного двигуна характеризується його номінальними напругою, струмом, кутовою швидкістю обертання, коефіцієнтом потужності, ККД. Згідно з методом ідентифікації номінального навантаження електричного двигуна (п.4.2) необхідно визначитися з тепловою моделлю об'єкта.

Розглянемо найбільш розповсюджений варіант асинхронного двигуна серії 4А закритого виконання. Спрощення теплової моделі вестимемо до тих пір, поки означена похибка не перевищуватиме задану. Наприклад, у роботі [19] було виконано моделювання теплового режиму асинхронного двигуна з короткозамкнутим ротором, який призначений для режиму роботи S1, має ступінь захисту IP54 та спосіб охолодження ICO141. Для вирішення задачі спрощення теплової моделі асинхронної машини даного типу були прийняті такі припущення: магнітні втрати у корпусі машини та механічні втрати від тертя ротора об внутрішнє повітря машини при його обертанні малі, і ними можна знехтувати; механічні втрати від опору обертанню вентилятора та тертя у підшипниках, які виділяються у відповідних частинах машини, не впливають на загальний тепловий баланс і можуть не враховуватися; тепловий опір між зубцевою зоною та спинкою пакета статора і теплопередача через вал двигуна і вентилятор та кришку вентилятора замалі, тому ними можна знехтувати. Такі припущення дозволили спростити теплову модель електродвигуна у межах 5% похибки відносно еталонної моделі. Показано, що спрощення може бути виконане шляхом об'єднання втрат у сталі зубців і сердечника статора, еквівалентизації теплової провідності "сталь – зовнішнє повітря", нехтування незначущими тепловими потоками і джерелами тепла.

Для асинхронного двигуна прийнятого виконання переважним є розповсюдження тепла від джерела пазової частини обмотки статора з втратами ΔP_n до лобових частин обмотки через теплові провідності $\lambda_{мл}$ та до стінок зубців пакету сталі через провідність $\lambda_{мс}$; радіальне розповсюдження тепла в сталі через зубці до внутрішнього повітря через теплову провідність $\lambda_{свв}$ та через станину до зовнішнього повітря через провідність $\lambda_{сзн}$; розповсюдження тепла від лобових обмоток до внутрішнього повітря через провідність $\lambda_{мвп}$.

Подальше спрощення теплової моделі пов'язане з припущеннями: 1) взаємний тепловий вплив між статором і короткозамкнутим ротором враховується лише при значній різниці розрахункових перегрівів цих конструктивних елементів електродвигуна; 2) перевищення температури внутрішнього повітря над температурою зовнішнього повітря машини дорівнює середній $\theta_{вп}$ і однакова по всій довжині і окружності статора; 3) в перерізі міді перевищення температури обмоток приймається постійним і рівним середньому значенню $\theta_{мл}$ для пазової частини обмотки і $\theta_{мл}$ для лобової частини обмотки. В результаті маємо еквівалентну теплову схему статора асинхронного двигуна (рис.5.3). На рисунку показана тільки половина теплової схеми через її симетричність.

Даній тепловій схемі відповідає матричне рівняння

$$\begin{pmatrix} \Delta P_c/2 \\ \Delta P_{мл}/2 \\ \Delta P_{мл}/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{с\sigma} & -\lambda_{мс} & 0 & -\lambda_{сзн} \\ -\lambda_{мс} & \lambda_{н\sigma} & -\lambda_{мл} & 0 \\ 0 & -\lambda_{мл} & \lambda_{л\sigma} & -\lambda_{мвп} \\ -\lambda_{сзн} & 0 & -\lambda_{мвп} & \lambda_{вп\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_c \\ \theta_{мл} \\ \theta_{мл} \\ \theta_{вп} \end{pmatrix}, \quad (5.29)$$

де $\lambda_{с\sigma} = \lambda_{сзн} + \lambda_{свп} + \lambda_{мс}$, $\lambda_{н\sigma} = \lambda_{мл} + \lambda_{мс}$, $\lambda_{л\sigma} = \lambda_{мл} + \lambda_{мвп}$,
 $\lambda_{вп\sigma} = \lambda_{свп} + \lambda_{мвп}$.

Слід звернути увагу на суттєвий вплив теплових провідностей $\lambda_{мс}$, $\lambda_{мл}$ і $\lambda_{сзн}$ на теплове поле двигуна. Прийняте спрощення теплової схеми призводить до заміни усіх теплових провідностей від пакету сталі до зовнішнього повітря на еквівалентну $\lambda_{сзн}$ і не впливає на $\lambda_{мс}$ і $\lambda_{мл}$. Тому вважаємо, що похибка спрощеної теплової моделі пов'язана саме з похибкою у визначенні $\lambda_{сзн}$. Якщо значення даної теплової провідності апріорно не відоме, її можна визначити експериментально, виконавши досліди теплового режиму одного з двигунів прийнятого типорозміру. Питання ідентифікації $\lambda_{сзн}$ у цьому випадку вирішується компенсаційними методами (рис.1.2), де у якості моделі виступає чотирьохмасова симетрична теплова модель (рис.5.3), а критерієм якості слугує відносна різниця між виміряною і прогнозованою температурою певної частини двигуна. Отримане значення теплової провідності $\lambda_{сзн}$ поши-

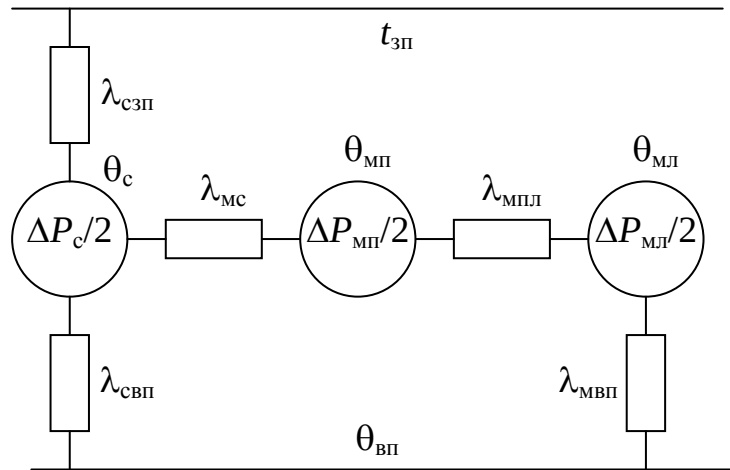


Рис.5.3. Еквівалентна теплова схема статора асинхронного двигуна

рюється на усі двигуни серії. У разі виконання ремонту двигуна дана теплова провідність отримується на стадії зібраного статора при навантаженні його обмоток певним струмом. Якщо таких іспитів виконати не можливо, то $\lambda_{сзн}$ приймається середнім для даного типорозміру. При модернізації двигуна під час його ремонту слід в обмотку статора встановлювати температурний датчик, що дозволить у подальшому таритувати прийняту теплову модель.

Запропонована теплова модель АД була перевірена шляхом зрівняння даних теплових іспитів, проведених за ГОСТом в умовах дослідної лабораторії Дніпропетровського електромашинобудівного заводу (ДЕМЗ), з даними, отриманими за допомогою моделі. Розбіг між даними не перевищує 5,5%.

У відповідності до (4.34) номінальний струм асинхронного двигуна серії 4А закрито виконання при умові, що температура пазової частини обмотки статора не перевищуватиме допустимої, знаходиться за формулою

$$I_{1н} = \sqrt{\frac{\theta_{дон}(\lambda_{e1} + \lambda_{e2}) - \theta_{ен} \left(\lambda_{e1} + \frac{\lambda_{свп}}{\lambda_{сн}} \lambda_{e2} \right) - \Delta P_c \frac{\lambda_{e2}}{2\lambda_{сн}}}{3R_1 \frac{\lambda_{мс} + k_n \lambda_{мвп}}{\lambda_{мпл} + \lambda_{мвп}}}}, \quad (5.30)$$

де $\lambda_{e1} = \frac{\lambda_{мпл} \lambda_{мвп}}{\lambda_{мпл} + \lambda_{мвп}}$; $\lambda_{e2} = \frac{\lambda_{мс} \lambda_{сн}}{\lambda_{мс} + \lambda_{сн}}$; $\lambda_{сн} = \lambda_{свп} + \lambda_{сзн}$; k_n – конструктивний коефіцієнт, що дорівнює відношенню довжини пазової частини обмотки статора до повної довжини обмотки.

За допомогою формули (5.30) визначався номінальний струм двигуна при зміні параметрів, що входять до даної формули.

Отримані графічні залежності представлені на рис.5.4–5.13. Виконаємо аналіз залежностей прогнозу номінальних струмів від конструктивних параметрів з метою визначення заходів, що необхідно використати у процесі ремонту для модернізації двигуна і збільшення його навантажувальної здатності, а також встановлення найбільш критичних параметрів з точки зору точності їх ідентифікації.

За наведеними рисунками можна зробити такі висновки :

- практично відсутня залежність величини номінального струму статора асинхронного двигуна серії 4А закритого виконання від теплових провідностей "мідь – внутрішнє повітря" $\lambda_{mвп}$ і "сталь – внутрішнє повітря" $\lambda_{свв}$ (рис.5.4 – 5.5); це пояснюється тим, що рівень потоку тепла до внутрішнього повітря суттєво залежить від різниці температур між внутрішнім і зовнішнім повітрям, і цей фактор є більш впливовим (рис.5.12);

- залежність величини номінального струму статора від теплової провідності "сталь – зовнішнє повітря" $\lambda_{сзз}$ і аксіальної теплової провідності міді $\lambda_{мпл}$ є суттєвою; слід значну увагу звернути на збільшення згаданих теплових провідностей при ремонті електричних двигунів, коли можна виконати їх модернізацію шляхом покращання марки міді обмоток і якості контакту поверхні пакету сталі статора і станини;

- збільшення теплової провідності "мідь – сталь" $\lambda_{мс}$ не призводить, як очікувалось, до збільшення номінального струму статора, а, навпаки, зменшує рівень прогнозу; це може пояснюватися тим, що з ростом $\lambda_{мс}$ збільшується вплив джерела тепла в сталі ΔP_c на температуру обмотки статора;

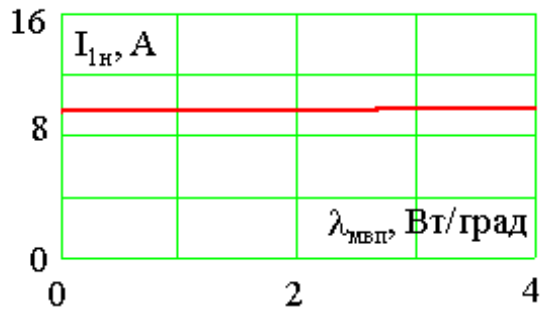
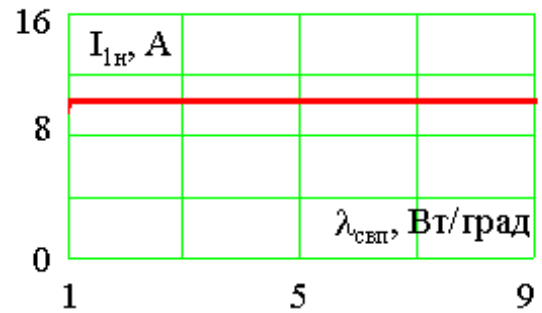
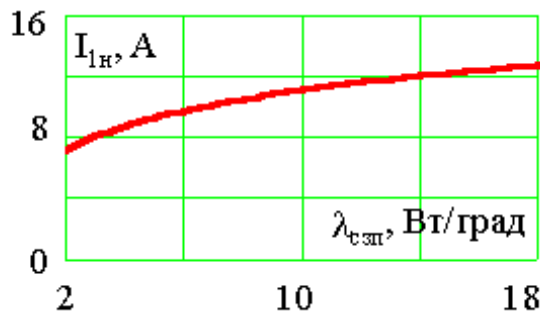
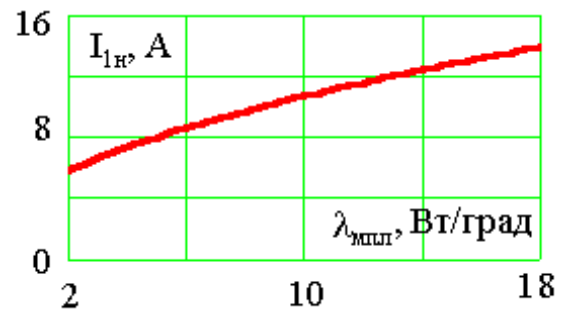
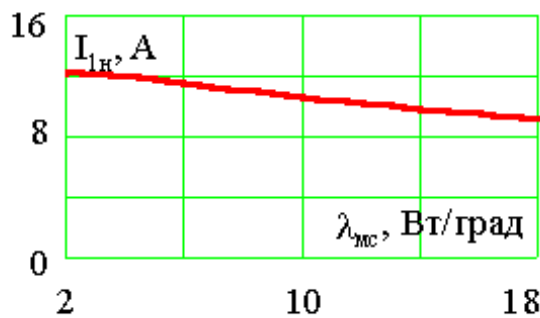
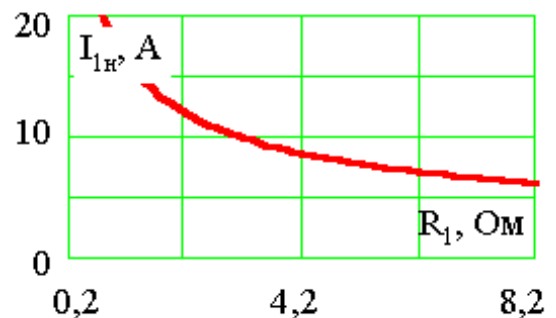
- активний опір фази статора суттєво впливає на величину номінального струму в діапазоні малих значень опору; подальше збільшення опору не призводить до суттєвих змін у прогнозі номінального струму;

- збільшення втрат у сталі статора двигуна значно зменшує величину номінального струму, і тому є важливим точне визначення цих втрат;

- досить очевидним є підвищення величини номінального струму від допустимого перевищення температури обмотки статора, що визначає клас ізоляції;

- покращання умов вентиляції при модернізації двигуна під час його ремонту дозволить зменшити внутрішню температуру і збільшити номінальний струм двигуна;

- довжина лобових частин обмоток відносно їх пазової частини практично не впливає на значення номінального струму.

Рис. 5.4. Залежність номінального струму статора від $\lambda_{мвп}$ Рис. 5.5. Залежність номінального струму статора від $\lambda_{свп}$ Рис. 5.6. Залежність номінального струму статора від $\lambda_{сзп}$ Рис. 5.7. Залежність номінального струму статора від $\lambda_{мпл}$ Рис. 5.8. Залежність номінального струму статора від $\lambda_{мс}$ Рис. 5.9. Залежність номінального струму статора від R_1

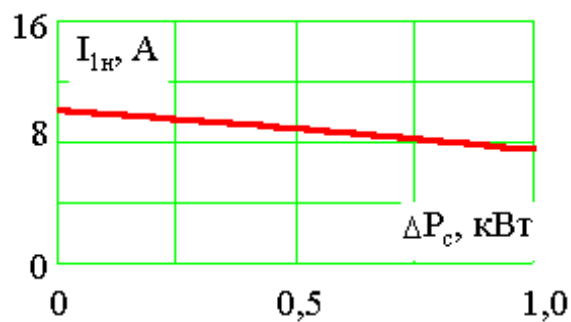


Рис. 5.10. Залежність номінального струму статора від втрат в сталі

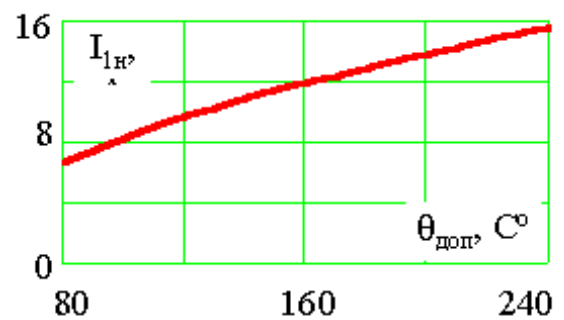


Рис. 5.11. Залежність номінального струму статора від допустимого перевищення температури обмотки

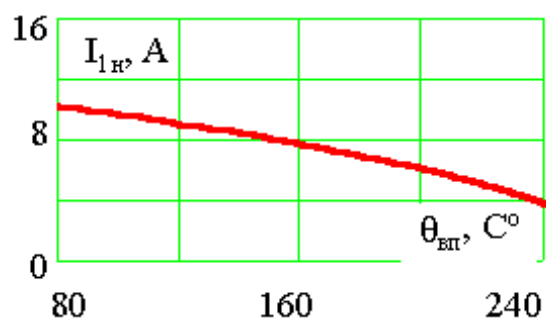
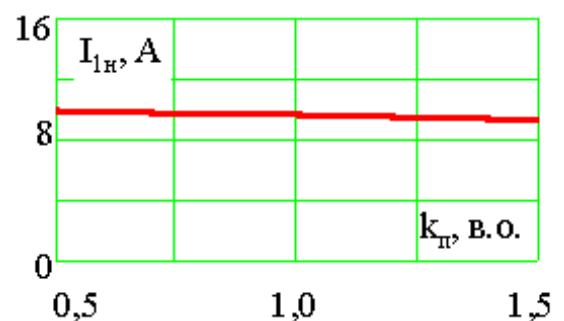


Рис. 5.12. Залежність номінального струму статора від перевищення температури внутрішнього повітря

Рис. 5.13. Залежність номінального струму статора від k_n

Можна зробити загальний висновок про необхідність прогнозування номінального струму двигуна з урахуванням напрямку теплових потоків. Ускладнення теплової моделі двигуна з використанням теплових провідностей навіть на середньому рівні, без урахування їх розбіжностей для окремих екземплярів, дасть більш точний результат відносно теплової моделі у вигляді одного однорідного і ізотропного тіла.

Модернізація двигуна під час його ремонту повинна передбачати покращання систем вентиляції і теплової провідності між сталлю статора і станиною двигуна, використання міді з вищою, ніж була, аксіальною тепловою провідністю і меншим опором, встановлення датчика температури внутрішнього повітря. Наведені заходи дозволять збільшити номінальне навантаження на двигун. Подальше збільшення навантаження пов'язане з підвищенням класу ізоляції.

Очевидно, що чим більш ускладнена тепла модель двигуна, тим точнішим буде прогноз. Так, наприклад, у дисертаційній роботі [19] наведені порівняльні результати визначення температурного поля двигуна АМА100L4У3 за методом прямого вимірювання, моделлю одного нагрітого тіла і двома іншими моделями, в порядку ускладнення. Було показано, що модель одного нагрітого тіла дає занижені результати відносно температури обмотки. Тому при використанні такої моделі для перевірки вибраного двигуна на нагрів виникає необхідність збільшенням його потужності у 1,15–1,3 рази (коефіцієнт запасу) [26]. Незнання точного значення коефіцієнту запасу призводить до його завищення і, відповідно, суттєвого перевищення встановленої потужності і зменшення ККД.

Подальше ускладнення теплової моделі уточнює результат [19]. Тому слід, при можливості, уточнювати теплову модель, збільшуючи кількість напрямків розподілу тепла, що виділяється у двигуні.

Однак ускладнення теплової моделі призводить до проблем в отриманні аналітичного виразу відносно номінального струму виду (5.30). У цьому випадку можливий варіант використання чисельних методів розрахунку. Так, у [19] запропонований ітераційний метод обчислень. За цим методом ітераційно знижують номінальний навантажувальний момент M_n з кроком $(0,005 - 0,01)M_n$, обчислюючи у залежності від нього на кожному кроку ковзання струми ротора і статора за визначеними через параметри схеми заміщення формулами. Далі знаходяться величини електричних втрат у двигуні та проводиться моделювання теплового режиму. Розрахунки виконуються до тих пір, поки температура ізоляції обмотки статора в тепловій моделі не досягне допустимої величини.

Очевидно, що даний метод вимагає значного часу обчислень, тому вибір методу розрахунку номінального струму статора залежить від порівняння вимог до швидкодії, точності системи ідентифікації і її можливостей у цих напрямках.

Коефіцієнт потужності знаходиться ітераційно. Для цього підставляємо у формулу (5.7) формули (5.9) і (5.11), а далі проектуємо на дійсну вісь (d) вектори, що є складовими отриманої формули. Маємо для номінального струму статора

$$\cos \varphi_{1,n} = \frac{I_{1m,n} R_1 + I_{0m} [R_0 \cos(\beta_0 - \beta_{1,n}) + \omega_1 L_{12} \sin(\beta_0 - \beta_{1,n})]}{U_{1m,n}}, \quad (5.31)$$

$$\text{де } \beta_{1,n} = \arctg \left(\frac{U_{1m,n} \sin \varphi_{1,n} - I_{1m,n} \omega_1 L_1}{U_{1m,n} \cos \varphi_{1,n} - I_{1m,n} R_1} \right), \quad I_{1m,n} = I_{1,n} \sqrt{2}, \quad U_{1m,n} = U_{1,n} \sqrt{2},$$

$$I_{0m} = I_{1,n} \sqrt{2}.$$

Формула для $\beta_{1,n}$ отримана через проекції векторів, що входять до формули (5.14), на осі (d) і (q). До неї входять невідомий параметр L_1 , процес ідентифікації якого показана далі.

Ітераційне знаходження $\cos \varphi_{1,n}$ через трансцендентну формулу (5.31) вимагає незначної кількості ітерацій. Так, для прикладу, при завданні нульового початкового значення коефіцієнта потужності, його дійсне значення встановлюється за три ітерації з точністю до третього знаку після коми.

Коефіцієнт корисної дії двигуна визначається через знайдені втрати і номінальні дані $U_{1,n}$, $I_{1,n}$, $\cos \varphi_{1,n}$, s_n

$$\eta_n = \frac{U_{1,n} I_{1,n} \cos \varphi_{1,n} - \Delta P - \frac{\Delta P_{\text{мех}} s_n}{1 - s_n}}{U_{1,n} I_{1,n} \cos \varphi_{1,n}}. \quad (5.32)$$

5.2. Дискретна апроксимація

Розглянемо питання ідентифікації сталих часу систем електропривода змінного струму на основі розробки дискретних моделей електропривода. Найбільш доцільними є дискретні моделі відносно струму фаз статора. Це пояснюється простотою і точністю виміру цих параметрів режиму роботи електропривода. Дискретна модель струму статора дозволяє отримати аналітичну залежність динамічних параметрів електропривода відносно даних перехідного процесу струму при східчастій зміні напруги живлення за методом, що розглянутий у четвертому розділі. Таким чином реалізується аналітична ідентифікація сталих часу асинхронного електропривода безпосередньо через послідовності дискретних значень струму статора з подальшим усередненням отриманих параметрів на певному проміжку часу перехідного процесу. Використання аналітичних залежностей дозволяє дослідити нелі-

нійність параметрів ЕМС електропривода впродовж перехідного процесу і отримати початкове значення параметру, який ідентифікується градієнтними методами.

Математична модель системи електропривода регулятор напруги – асинхронний двигун (РН–АД). У першому припущенні вважаємо, що регулятор напруги змінного струму дає на виході тільки першу гармоніку з кутовою частотою ω_1 . Такий варіант живлення реалізується, наприклад, за допомогою індукційного регулятора напруги. Індукційний регулятор є найбільш поширеним джерелом живлення у вимірювально-діагностичному комплексі (ВДК) на заводах-виготівниках двигунів.

Відповідно до формул (5.1) – (5.5) і (5.7) – (5.11) у перетвореннях Лапласа при ненульових початкових умовах в системі координат (u, v) , що обертаються з довільною швидкістю ω_k , маємо вирази

$$\underline{U}_1(s) = R_1 \underline{I}_1(s) + (s + j\omega_k) \underline{\Psi}_1(s) + R_0 \underline{I}_0 - \underline{\Psi}_1(0^-), \quad (5.33)$$

$$0 = R_2 \underline{I}_2(s) + [s + js\omega_k] \underline{\Psi}_2(s) + sR_0 \underline{I}_0 - \underline{\Psi}_2(0^-), \quad (5.34)$$

$$\underline{\Psi}_1(s) = L_1 \underline{I}_1(s) + L_{12} \underline{I}_2(s), \quad (5.35)$$

$$\underline{\Psi}_2(s) = L_2 \underline{I}_2(s) + L_{12} \underline{I}_1(s), \quad (5.36)$$

$$\underline{I}_0(s) = \underline{I}_1(s) + \underline{I}_2(s), \quad (5.37)$$

$$M_\partial(s) = \frac{3p_\tau}{2} \text{Im}[\underline{\Psi}_1^*(s) \underline{I}_1(s)] = \frac{3p_\tau}{2} \text{Im}[\underline{\Psi}_2(s) \underline{I}_2^*(s)], \quad (5.38)$$

Підставляючи (5.35) – (5.37) у (5.33) і (5.34), отримуємо після перетворень

$$s \underline{I}_1(s) - \underline{I}_1(0^-) = AL_2 \left\{ \underline{U}_1(s) - \underline{I}_1(s) R_1 \left[1 + \frac{R_0}{R_1} \left(1 - S \frac{L_{12}}{L_2} \right) + j\omega_k (T_1 - ST_{12}) \right] - \right. \\ \left. - \underline{I}_2(s) R_2 \left[\frac{R_0}{R_2} \left(1 - S \frac{L_{12}}{L_2} \right) - \frac{L_{12}}{L_2} (1 - j\omega T_2) \right] \right\}, \quad (5.39)$$

$$s \underline{I}_2(s) - \underline{I}_2(0^-) = -AL_{12} \left\{ \underline{U}_1 - \underline{I}_1(s) R_1 \left[1 + \frac{R_0}{R_1} \left(1 - S \frac{L_1}{L_{12}} \right) + j\omega T_1 \right] - \right. \\ \left. - \underline{I}_2(s) R_2 \left[\frac{R_0}{R_2} \left(1 - S \frac{L_1}{L_{12}} \right) - \frac{L_1}{L_{12}} (1 - j\omega T_2) - j\omega_k \frac{L_1}{L_{12}} (T_2 - T_{21}) \right] \right\}, \quad (5.40)$$

де $A = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2}$; $T_1 = \frac{L_1}{R_1}$; $T_2 = \frac{L_2}{R_2}$; $T_{12} = \frac{L_{12}^2}{R_1 L_2}$; $T_{21} = \frac{L_{12}^2}{R_2 L_1}$;

$\underline{I}_1(0^-) = A[\underline{\Psi}_1(0^-)L_2 - \underline{\Psi}_2(0^-)L_{12}]$ – початкове значення просторово-часового комплексу струму статора;

$\underline{I}_2(0^-) = A[\underline{\Psi}_2(0^-)L_1 - \underline{\Psi}_1(0^-)L_{12}]$ – початкове значення просторово-часового комплексу струму ротора;

$\underline{\Psi}_1(0^-)$ і $\underline{\Psi}_2(0^-)$ – значення просторово-часових комплексів потокозчеплення відповідно статора і ротора в момент початку перехідного процесу.

Виконавши зворотне перетворення Лапласа для (5.39) і (5.40), отримуємо математичну модель системи електропривода РН–АД у часовій області.

Подання стрибком напруги в статорному колі при пуску та регулювання напруги стрибком в режимі обертання двигуна на швидкості, близької до номінальної і вище, з математичної точки зору має ідентичний перехідний процес струму. Однак, з точки зору ідентифікації динамічних параметрів асинхронного двигуна найбільш прийнятним варіантом повинен бути останній варіант. Це пояснюється тим, що більшість асинхронних машин, що випускаються електротехнічною промисловістю, мають поглиблені пази на роторі. Тому, у період пуску в машині має місце ефект витіснення струму, що суттєво змінює активний опір в роторі [21]. Таким чином, значення параметрів асинхронної машини, що визначені в період пуску, можуть використовуватися тільки для такого режиму. Для вирішення задач настроювання системи керування асинхронного електропривода необхідно ідентифікувати параметри двигуна при швидкостях, близьких до номінальної швидкості, або таких, при яких відсутній ефект витіснення струму ротора.

За допомогою наведеної моделі можна дослідити вплив параметру R_0 на динаміку пуску і зміни напруги. На рис.5.16 та рис.5.17 дані перехідні процеси пуску і зміни напруги відповідно для двох значень еквівалентного опору $R_0 = 0$ і $R_0 = R_1$. Порівняння перехідних процесів для різних значень R_0 дають змогу зробити висновок, що збільшення цього опору незначно зменшує коливальність перехідного процесу при пуску і практично на тривалість перехідних процесів не впливає. Таким чином, введення параметру R_0 у систему рівнянь (5.1) – (5.2) для врахування втрат у сталі необхідне тільки для усталеного режиму. Вплив втрат у сталі у вигляді вихрових струмів в динаміці слід враховувати за допомогою багатообмоточної моделі асинхронної машини [28].

Регулювання напруги статора в режимі неробочого ходу. При регулюванні напруги в системі електропривода РН – АД в режимі неробочого ходу кутова швидкість обертання ротора ω практично не змінюється і її значення близьке до кутової швидкості обертання ідеального неробочого ходу ω_1 , тобто $S \rightarrow 0$. У цьому випадку (5.39) та (5.40) мають вигляд

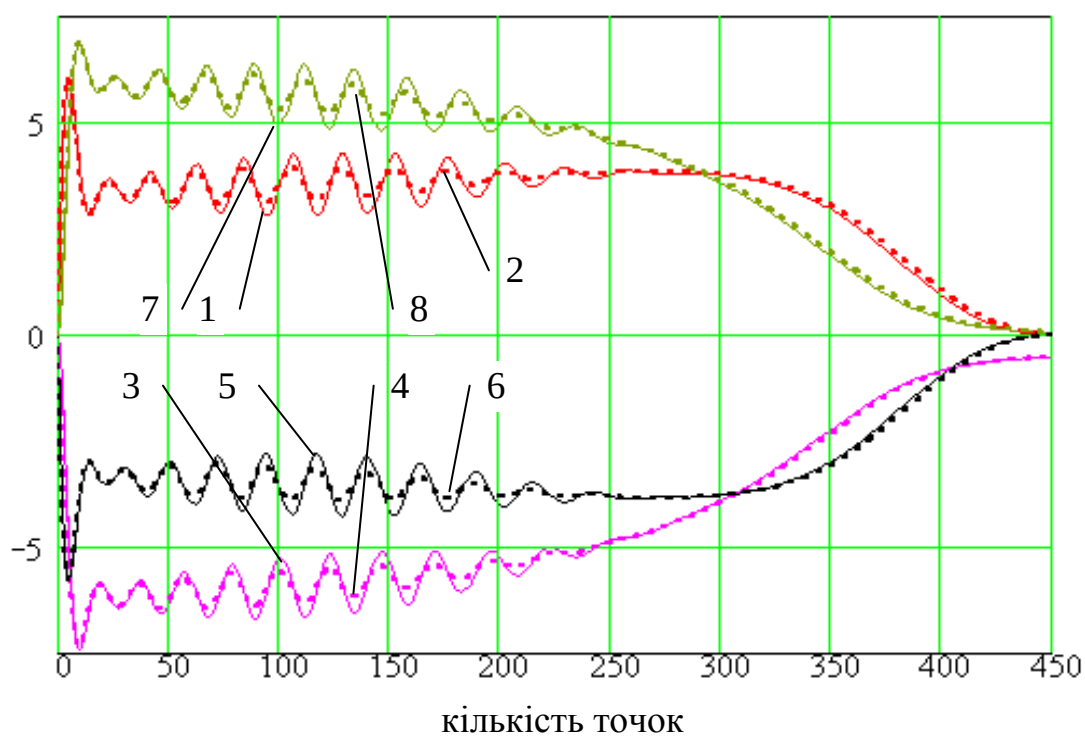


Рис.5.14. Вплив параметру R_0 на характер перехідних процесів пуску ($dt=0,001c$). $R_0 = 0$: 1– I_{1d} , 3– I_{1q} , 5– I_{2d} , 7– I_{2d} ;

$R_0 = R_1$: 2– I_{1d} , 4– I_{1q} , 6– I_{2d} , 8– I_{2d}

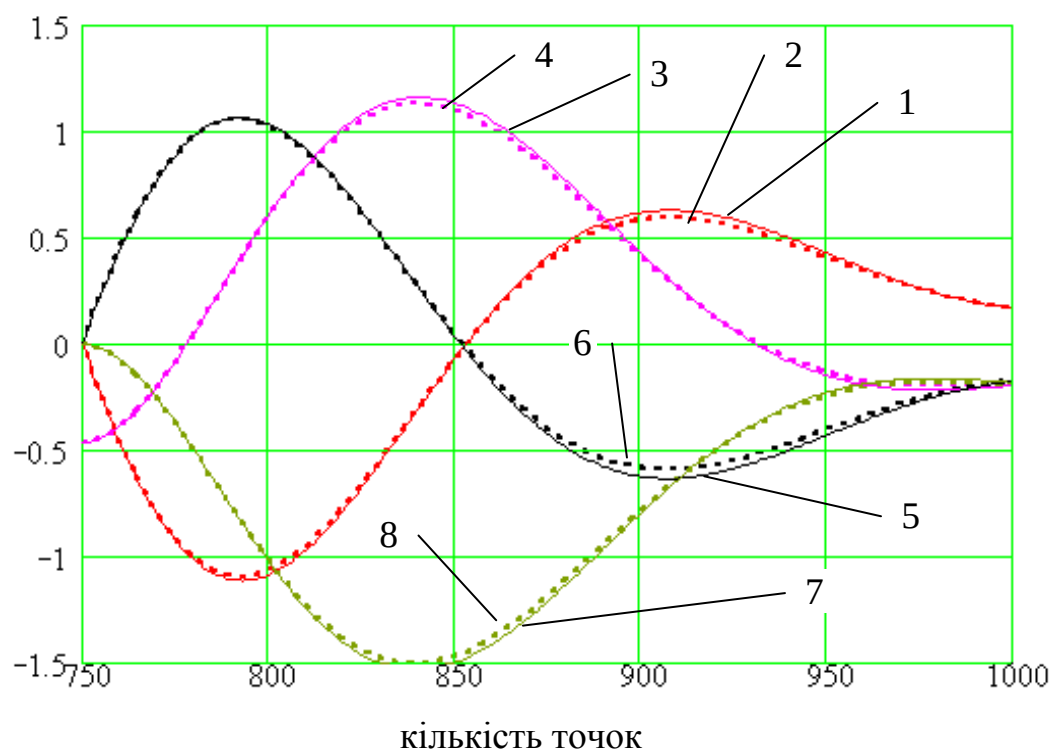


Рис.5.15. Вплив параметру R_0 на характер перехідних процесів зміни напруги в режимі неробочого ходу ($dt=0,0001c$)

$R_0 = 0$: 1– I_{1d} , 3– I_{1q} , 5– I_{2d} , 7– I_{2d} ;

$R_0 = R_1$: 2– I_{1d} , 4– I_{1q} , 6– I_{2d} , 8– I_{2d}

$$s\underline{I}_1(s) - \underline{I}_1(0^-) = AL_2 \left\{ \underline{U}_1(s) - \underline{I}_1(s)R_1 \left(1 + \frac{R_0}{R_1} + j\omega_k T_1 \right) - \right. \\ \left. - \underline{I}_2(s)R_2 \left[\frac{R_0}{R_2} - \frac{L_{12}}{L_2} (1 - j\omega T_2) \right] \right\}, \quad (5.41)$$

$$s\underline{I}_2(s) - \underline{I}_2(0^-) = -AL_{12} \left\{ \underline{U}_1(s) - \underline{I}_1(s)R_1 \left(1 + \frac{R_0}{R_1} + j\omega T_1 \right) - \right. \\ \left. - \underline{I}_2(s)R_2 \left[\frac{R_0}{R_2} - \frac{L_1}{L_{12}} (1 - j\omega T_2) - j\omega_k \frac{L_1}{L_{12}} (T_2 - T_{21}) \right] \right\}. \quad (5.42)$$

З (5.41) і (5.42) отримуємо

$$\underline{I}_2(s) = \frac{\underline{T}_2 \left[-\frac{L_{12}}{L_2} [s\underline{I}_1(s) + \underline{I}_1(s)j(\omega_k - \omega_1)L_1L_2A - \underline{I}_1(0^-)] + \underline{I}_2(0^-) \right]}{1 + s\underline{T}_2}. \quad (5.43)$$

де $\underline{T}_2 = \frac{T_2}{1 + j(\omega_k - \omega_1)}$.

Формула (5.43) є математичною моделлю струму ротора і дозволяє отримати математичну модель струму статора при зміні напруги живлення в режимі неробочого ходу при ненульових початкових умовах.

З (5.43) видно, що доцільно використовувати систему координат $d, q (\omega_k = \omega_1)$. Тоді, враховуючи, що в режимі неробочого ходу $\underline{I}_2(0^-) \approx 0$, спростуємо (5.43)

$$\underline{I}_2(s) = -\frac{L_{12}}{L_2} \frac{\underline{T}_2 [s\underline{I}_1(s) - \underline{I}_1(0^-)]}{1 + s\underline{T}_2}. \quad (5.44)$$

З (5.41) і (5.44) після необхідних перетворень отримуємо

$$\underline{I}_1(s) = \frac{\frac{\underline{U}_1(s)}{R_1 T_2} (1 + sT_2) + \underline{I}_1(0^-) \left(\frac{T_1}{T_2} - \frac{R_0}{R_1} \frac{L_{12}}{L_2} - j\omega_1 T_{12} \right) + s\underline{I}_1(0^-) (T_1 - T_{12})}{s^2 (T_1 - T_{12}) + s \left[1 + \frac{T_1}{T_2} + \frac{R_0}{R_1} \left(1 - \frac{L_{12}}{L_2} \right) + j\omega_1 (T_1 - T_{12}) \right] + \left(\frac{1 + \frac{R_0}{R_1} + j\omega_1 T_1}{T_2} \right)}. \quad (5.45)$$

При стрибку напруги $\underline{U}_1(s) = \underline{U}_1/s$, де $\underline{U}_1$ – амплітуда стрибка просторово-часового комплексу напруги статора асинхронного двигуна.

Одним із варіантів стрибка напруги є її миттєве зняття без розриву кола живлення статора (наприклад, миттєве зняття напруги управління з вентилів регулятора напруги). Для стрибка напруги формула (5.45) має вигляд

$$\underline{I}_1(s) = \frac{\underline{b}_1 s^{-3} + \underline{b}_2 s^{-2} + \underline{b}_3 s^{-1}}{\underline{a}_0 + \underline{a}_1 s^{-1} + \underline{a}_2 s^{-2}}, \quad (5.46)$$

$$\text{де } \underline{b}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_1 T_2}; \quad \underline{b}_2 = \frac{\underline{U}_1}{R_1} + \underline{I}_1(0^-) \left(\frac{T_1}{T_2} - \frac{R_0}{R_1} \frac{L_{12}}{L_2} - j\omega_1 T_{12} \right); \quad \underline{b}_3 = \underline{I}_1(0^-) (T_1 - T_{12});$$

$$\underline{a}_0 = (T_1 - T_{12}) + j0; \quad \underline{a}_1 = 1 + \frac{T_1}{T_2} + \frac{R_0}{R_1} \left(1 - \frac{L_{12}}{L_2} \right) + j\omega_1 (T_1 - T_{12}); \quad \underline{a}_2 = \frac{1 + \frac{R_0}{R_1} + j\omega_1 T_1}{T_2}.$$

Таким чином, ідентифікація параметрів асинхронного електропривода зводиться до знаходження коефіцієнтів $\underline{a}_0, \underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3$ за даними перехідного процесу струму статора при стрибку напруги живлення в режимі неробочого ходу.

Розрив кола статорної обмотки асинхронного двигуна. Різниця між режимом регулювання напруги стрибком, що розглянутий раніше, і режимом зняття напруги зі статора шляхом розриву кола живлення полягає у тому, що протягом часу горіння дуги між контактами, що розмикають коло статорної обмотки, струм статора швидко зникає. Процес затухання струму ротора проходить, таким чином, на фоні відсутності струму статора. Прийmemo, що до відключення двигун працював в усталеному режимі неробочого ходу.

Розглянемо перехідний процес затухання струму ротора після зникнення струму статора. З (5.1)–(5.4) в системі координат d, q ($\omega_k = \omega_1$) при $S \approx 0$ і $\omega \approx \omega_1$ маємо

$$-\underline{E}_1(s) = (s + j\omega_1) \underline{\Psi}_1(s) + R_0 \underline{I}_2 - \underline{\Psi}_1(0^-), \quad (5.47)$$

$$0 = R_2 \underline{I}_2(s) + s \underline{\Psi}_2(s) - \underline{\Psi}_2(0^-), \quad (5.48)$$

$$\underline{\Psi}_1(s) = L_{12} \underline{I}_2(s), \quad (5.49)$$

$$\underline{\Psi}_2(s) = L_2 \underline{I}_2(s), \quad (5.50)$$

де $\underline{E}_1$ – ЕРС, що наводиться в розімкнутих обмотках статорі при зчепленні з ними змінного потоку ротора.

Через те, що розглядається короткозамкнутий ротор асинхронного двигуна (у випадку фазного ротора його обмотки замикаються без додаткового опору), можна прийняти, що у початковий момент перехідного процесу поточозчеплення з обмотками ротора миттєво змінитися не може, тобто $\underline{\Psi}_2(0^-) \approx \underline{\Psi}_2(0^+)$, або, враховуючи (5.50), отримуємо

$$L_2 \underline{I}_2(0^-) + L_{12} \underline{I}_1(0^-) = L_2 \underline{I}_2(0^+), \quad (5.51)$$

де $\underline{I}_1(0^-)$, $\underline{I}_2(0^-)$ – значення струмів відповідно статора і ротора безпосередньо перед розривом кола статора;

$\underline{I}_2(0^+)$ – початкове значення струму ротора безпосередньо після розриву кола статора і закінчення електричної дуги.

В режимі неробочого ходу двигуна можна прийняти $\underline{I}_2(0^-) \approx 0$, а $\underline{I}_1(0^-)$ є струмом неробочого ходу. З урахуванням цього з (5.48) і (5.51) випливає

$$\underline{I}_2 = \frac{T_2 \underline{I}_2(0^+)}{1 + sT_2} = \frac{L_{12} T_2 \underline{I}_1(0^-)}{L_2 (1 + sT_2)}. \quad (5.52)$$

Порівнюючи (5.52) з (5.44), бачимо повну ідентичність формул для випадку незмінності струму статора. При цьому формула (5.44) є більш загальною.

З (5.49), (5.52) та (5.47) отримуємо

$$\underline{E}_1 = -\underline{I}_1(0^-) \frac{L_{12}^2}{L_2} \left[1 - \frac{s + (R_0/L_{12} + j\omega_1)}{1 + sT_2} \right]. \quad (5.53)$$

Згідно з формулою (5.53) ідентифікація параметрів асинхронного електропривода може відбуватися за допомогою вимірювання значення струму неробочого ходу статора перед розмиканням та ЕРС розімкнутого статора у перехідному процесі затухання струму ротора.

5.3. Ідентифікація динамічних параметрів

Ідентифікація електромагнітної сталої часу статора. Згідно з наведеними у 3-му розділі методами ідентифікації параметрів розглянемо дискретну модель асинхронного двигуна. Для цього скористаємося методом Z -форм для неперервної моделі (5.46) струму статора асинхронного двигуна з короткозамкнутим ротором. Маємо

$$\underline{I}_1(z) = \frac{\underline{c}_3 z^3 + \underline{c}_2 z^2 + \underline{c}_1 z + \underline{c}_0}{\underline{d}_3 z^3 + \underline{d}_2 z^2 + \underline{d}_1 z + \underline{d}_0}, \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \underline{c}_0 &= -\frac{h^2}{12} \underline{b}_2 + \frac{h}{2} \underline{b}_3; \underline{c}_1 = \frac{h^3}{2} \underline{b}_1 - \frac{9h^2}{12} \underline{b}_2 - \frac{h}{2} \underline{b}_3; \underline{c}_2 = \frac{h^3}{2} \underline{b}_1 + \frac{9h^2}{12} \underline{b}_2 - \frac{h}{2} \underline{b}_3; \\ \underline{c}_3 &= \frac{h^2}{12} \underline{b}_2 + \frac{h}{2} \underline{b}_3; \underline{d}_0 = -\underline{a}_0 + \frac{h}{2} \underline{a}_1 - \frac{h^2}{12} \underline{a}_2; \underline{d}_1 = 3\underline{a}_0 - \frac{h}{2} \underline{a}_1 - \frac{9h^2}{12} \underline{a}_2; \\ \underline{d}_2 &= -3\underline{a}_0 - \frac{h}{2} \underline{a}_1 + \frac{9h^2}{12} \underline{a}_2; \underline{d}_3 = \underline{a}_0 + \frac{h}{2} \underline{a}_1 + \frac{h^2}{12} \underline{a}_2. \end{aligned}$$

З (5.44) отримуємо вираз для струму статора у Z -перетвореннях у вигляді безкінечного степеневого ряду

$$\underline{I}_1(z) = \underline{I}_{1,0} + \underline{I}_{1,1}z^{-1} + \underline{I}_{1,2}z^{-2} + \underline{I}_{1,3}z^{-3} + \dots + \underline{I}_{1,i}z^{-i} + \dots, \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \underline{I}_{1,0} &= \frac{\underline{c}_3}{\underline{d}_3}; \underline{I}_{1,1} = \frac{\underline{c}_2 - \underline{d}_2 \underline{I}_{1,0}}{\underline{d}_3}; \underline{I}_{1,2} = \frac{\underline{c}_1 - \underline{d}_1 \underline{I}_{1,0} - \underline{d}_2 \underline{I}_{1,1}}{\underline{d}_3}; \\ \underline{I}_{1,3} &= \frac{\underline{c}_0 - \underline{d}_0 \underline{I}_{1,0} - \underline{d}_1 \underline{I}_{1,1} - \underline{d}_2 \underline{I}_{1,2}}{\underline{d}_3}; \underline{I}_{1,i} = -\frac{\underline{d}_0 \underline{I}_{1,i-3} + \underline{d}_1 \underline{I}_{1,i-2} + \underline{d}_2 \underline{I}_{1,i-1}}{\underline{d}_3}, (i > 3). \end{aligned}$$

Коефіцієнти $\underline{I}_{1,i}$ ряду (5.55) є дискретними значеннями просторово-часового комплексу струму статора в моменти часу $t_i = i \cdot h$, де h – крок дискретизації.

Розкриваючи у формулі для $\underline{I}_{1,i}$ (див. (5.55)) коефіцієнти $\underline{d}_0, \underline{d}_1, \underline{d}_2, \underline{d}_3, \underline{a}_0, \underline{a}_1, \underline{a}_2$, маємо

$$\underline{T}_1 = \frac{\text{Re}(\underline{D1})T_2T_{12} - \frac{h^2}{12} \left(1 + \frac{R_0}{R_1}\right) \text{Re}(\underline{D3})}{T_2 \text{Re}(\underline{D1}) + \frac{h}{2} \text{Re}(\underline{D2})}, \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \underline{D1} &= [(\underline{I}_i - \underline{I}_{i-3}) - 3(\underline{I}_{i-1} - \underline{I}_{i-2})] + j\omega_1 \frac{h}{2} [(\underline{I}_i - \underline{I}_{i-1}) - (\underline{I}_{i-2} - \underline{I}_{i-3})]; \\ \underline{D2} &= [(\underline{I}_i - \underline{I}_{i-1}) - (\underline{I}_{i-2} - \underline{I}_{i-3})] + j\omega_1 \frac{h}{6} [9(\underline{I}_{i-1} - \underline{I}_{i-2}) + (\underline{I}_i - \underline{I}_{i-3})]; \\ \underline{D3} &= 9(\underline{I}_{i-1} - \underline{I}_{i-2}) + (\underline{I}_i - \underline{I}_{i-3}); \end{aligned}$$

$\text{Re}(\)$ – є операція взяття дійсної частини комплексної функції у дужках.

Оцінка формули (5.56) за даними перехідного процесу струму статора, отриманих за формулами (5.39) та (5.40) при зниженні напруги статора стрибком на 20% показала, що результати ідентифікації не залежать від значення стрибка напруги. Встановлено, що існує систематична похибка ідентифікації T_1 . Вона складає не більше 3,6%. Але при цьому передбачається наявність апріорної інформації про параметри T_2 , T_{12} , R_0 і R_1 . Якщо R_0 і R_1 ідентифі-

куються за допомогою лінійної регресійної моделі енергетичного балансу в режимі неробочого ходу, то T_2 і T_{12} необхідно додатково ідентифікувати.

Для ідентифікації сталої часу T_1 можливе використання залежності, отриманої через модель струму зі зниженим порядком диференційного рівняння.

Ідентифікація T_1 після редукції моделі струму статора. На початку аперіодичного перехідного процесу струму короткозамкнутого ротора можна вважати його лінійно наростаючим, тобто замінити аперіодичну ланку (див.(5.44)) на інтегральну. Тоді, спрощуючи (5.44), маємо з (5.41)

$$\underline{I}_1(s) = \frac{\underline{T}_1}{T_1 - T_{12}} \cdot \frac{\frac{\underline{U}_1(s) + \underline{I}_1(0^-)}{s} (1 + s\underline{\alpha}_T \underline{T}_1) \frac{T_1 - T_{12}}{\underline{T}_1 \underline{\alpha}_T}}{1 + s\underline{T}_1}, \quad (5.57)$$

$$\text{де } \underline{T}_1 = \frac{T_1 - T_{12}}{1 + \frac{T_{12}}{T_2} + \frac{R_0}{R_1} \left(1 - \frac{L_{12}}{L_2}\right) + j\omega_1(T_1 - T_{12})};$$

$$\underline{\alpha}_T = \frac{T_1 - T_{12}}{(T_1 - T_{12}) - \underline{T}_1 \left(1 + \frac{R_0}{R_1} + j\omega_1 T_1\right)}.$$

Для стрибка напруги формула (5.57) має вигляд

$$\underline{I}_1(\bar{s}) = \frac{\underline{b}_1 \bar{s}^{-1} + \underline{b}_2 \bar{s}^{-2}}{\underline{a}_0 + \underline{a}_1 \bar{s}^{-1}}, \quad (5.58)$$

$$\text{де } \underline{b}_1 = \underline{I}_1(0^-) \underline{T}_1; \underline{b}_2 = \frac{\underline{U}_1}{R_1} \left(\frac{\underline{T}_1}{T_1 - T_{12}}\right) + \underline{I}_1(0^-) \frac{1}{\underline{\alpha}_T}; \underline{a}_0 = \underline{T}_1, \quad \underline{a}_1 = 1.$$

Виконуючи підстановки Z-форм у (5.58), отримуємо

$$\underline{I}_1(z) = \frac{\underline{c}_2 z^2 + \underline{c}_1 z + \underline{c}_0}{\underline{d}_2 z^2 + \underline{d}_1 z + \underline{d}_0}, \quad (5.59)$$

$$\text{де } \underline{c}_0 = -\frac{h}{2} \underline{b}_1 + \frac{h^2}{12} \underline{b}_2; \underline{c}_1 = \frac{10h^2}{12} \underline{b}_2; \underline{c}_2 = \frac{h}{2} \underline{b}_1 + \frac{h^2}{12} \underline{b}_2;$$

$$\underline{d}_0 = \underline{a}_0 - \frac{h}{2} \underline{a}_1; \underline{d}_1 = -2\underline{a}_0; \underline{d}_2 = \underline{a}_0 + \frac{h}{2} \underline{a}_1.$$

Аналогічно з (5.55) маємо у даному випадку $\underline{I}_{1,0} = \frac{\underline{c}_2}{\underline{d}_2}$, $\underline{I}_{1,1} = \frac{\underline{c}_1 - \underline{d}_1 \underline{I}_{1,0}}{\underline{d}_2}$.

Для i -го значення просторово-часового комплексу струму статора

$$\underline{I}_{1,i} = - \frac{\underline{d}_1 \underline{I}_{1,i-1} + \underline{d}_0 \underline{I}_{1,i-2}}{\underline{d}_2}, \quad (i > 1). \quad (5.60)$$

Розкриваючи коефіцієнти $\underline{d}_0, \underline{d}_1, \underline{d}_2$ та $\underline{a}_0, \underline{a}_1$, маємо

$$\underline{a}_0 = \underline{T}_1 = \frac{h}{2} \cdot \frac{\underline{I}_{1,i} - \underline{I}_{1,i-2}}{2\underline{I}_{1,i-1} - \underline{I}_{1,i} - \underline{I}_{1,i-2}}. \quad (5.61)$$

По дискретах перехідного процесу зниження напруги на статорі стрибком на 20% у режимі неробочого ходу знаходимо $\underline{T}_1$. З урахуванням значення $\underline{T}_1$ у (5.57) знаходимо T_1

$$T_1 = \frac{1 + \frac{R_0}{R_1}(1 - \lambda) + \lambda \frac{L_{12}}{R_1} \left[\frac{1}{T_2} + \operatorname{Re}(1/\underline{T}_1) \right]}{\operatorname{Re}(1/\underline{T}_1)}, \quad (5.62)$$

де $\lambda = L_{12}/L_2$.

За результатами розрахунків встановлено, що значення $\underline{T}_1$ як середнього по десятих точках, починаючи з другої від початку перехідного процесу зниження напруги, дає помилку у 0,62% при $h=0,00001$ с, а середній результат T_1 при відомих L_{12} , R_1 , λ і T_2 має систематичну похибку 4%. Про зменшення цієї похибки мова йде далі.

Ідентифікація електромагнітної сталої часу ротора. Розглянемо формули (5.56) і (5.62). Для знаходження сталої часу T_1 необхідне знання сталих часу T_2 і T_{12} . Параметр T_2 отримуємо за допомогою (5.53). Використовуючи $\mathcal{Z}$ -форми, з (5.53) маємо дискретну модель у $\mathcal{Z}$ -перетвореннях для ЕРС статора $\underline{E}_1$

$$\underline{E}_1 = \underline{I}_1(0^-) \frac{L_{12}^2}{L_2} \cdot \frac{\underline{b}_0 + \underline{b}_1 \mathcal{Z}}{\underline{a}_0 + \underline{a}_1 \mathcal{Z}}, \quad (5.63)$$

$$\text{де } \underline{b}_0 = - \left[\left(1 - \frac{R_0}{L_{12}} \frac{h}{2} \right) - j\omega_1 \frac{h}{2} \right] - \left(T_2 - \frac{h}{2} \right);$$

$$\underline{b}_1 = \left[\left(1 + \frac{R_0}{L_{12}} \frac{h}{2} \right) + j\omega_1 \frac{h}{2} \right] - \left(T_2 + \frac{h}{2} \right); \quad \underline{a}_0 = - \left(T_2 - \frac{h}{2} \right) + j0;$$

$$\underline{a}_1 = \left(T_2 + \frac{h}{2} \right) + j0.$$

ЕРС статора у Z -перетвореннях у вигляді нескінченного ступеневого ряду виду (5.55)

$$\underline{E}_1(z) = \underline{E}_{1,0} + \underline{E}_{1,1}z^{-1} + \underline{E}_{1,2}z^{-2} + \underline{E}_{1,3}z^{-3} + \dots + \underline{E}_{1,i}z^{-i} + \dots, \quad (5.64)$$

де $\underline{E}_{1,0} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1}; \quad \underline{E}_{1,1} = \frac{\underline{b}_0 - \underline{a}_0 \underline{E}_{1,0}}{\underline{a}_1}; \quad \underline{E}_{1,i} = -\underline{E}_{1,i-1} \frac{\underline{a}_0}{\underline{a}_1} = -\underline{E}_{1,i-1} \frac{\underline{a}_0}{\underline{a}_1}, \quad (i > 1).$

Підставляючи коефіцієнти $\underline{a}_0$ і $\underline{a}_1$ з (5.63) у формулу для $\underline{E}_{1,i}$, знаходимо

$$T_2 = \frac{h}{2} \cdot \frac{\underline{E}_{1,i} + \underline{E}_{1,i-1}}{\underline{E}_{1,i-1} - \underline{E}_{1,i}}. \quad (5.65)$$

Похибка ідентифікації T_2 за формулою (5.65) на основі змодельованих даних перехідного процесу не виходить за рамки похибки методу чисельного інтегрування.

Стала часу T_{12} може бути розглянута як $T_{12} = \frac{L_{12}}{L_2} \frac{L_{12}}{R_1}$. Значення L_{12} і R_1 знаходяться з усталених режимів неробочого ходу. Таким чином, невизначеним є відношення $\lambda = L_{12}/L_2 = L_{12}/(L_{12} + L_{2\sigma})$, а точніше – $L_{2\sigma}/L_{12}$. Аналіз даних двигунів [2] показав, що $L_{2\sigma}/L_{12}$ змінюється у діапазоні 0,024...0,23, тобто у цьому випадку $\lambda = 0,977...0,813$. Якщо встановити середнє значення $\lambda = 0,895$, то будемо мати похибку у визначенні T_1 . Рівень похибки і область використання наведених формул розглядається далі.

Особливості ідентифікації параметрів асинхронного двигуна з фазним ротором. Іспити електропривода з асинхронним двигуном з фазним ротором (АДФР) принципово не відрізняються від іспитів електропривода з асинхронним двигуном з короткозамкнутим ротором (АДКЗР) і усі наведені раніше формули можуть бути використані для ідентифікації параметрів електропривода, що розглядається. Фази двигуна у цьому випадку замикаються між собою без додаткового опору. Але, у протилежність АДКЗР, у АДФР може бути заміряний струм ротора. Це спрощує метод ідентифікації. Так, з (5.44) підстановкою Z -форм можна отримати дискретну передаточну функцію

$$\frac{I_2(z)}{I_1(z)} = -\frac{L_{12}}{L_2} \cdot \frac{T_2(1-z^{-1})}{(T_2 + h/2) - z^{-1}(T_2 - h/2)}. \quad (5.66)$$

З (5.66) впливає різницеве рівняння

$$I_{2,i} = I_{2,i-1} \frac{T_2 - h/2}{T_2 + h/2} - \frac{L_{12}}{L_2} (I_{1,i} - I_{1,i-1}) \frac{T_2}{T_2 + h/2}. \quad (5.67)$$

З (5.67) маємо

$$T_2 = \frac{h(I_{2,i} + I_{2,i-1})/2}{(I_{1,i-1} - I_{1,i})L_{12}/L_2 + (I_{2,i-1} - I_{2,i})}. \quad (5.68)$$

Ідентифікація T_2 за формулою (5.68) дає систематичну помилку у розрахунку T_2 . Шляхи зменшення цієї похибки розглядаються далі.

Таким чином, для ідентифікації параметрів електропривода з АДФР нема потреби у проведенні режиму відключення напруги живлення шляхом розриву статорного кола.

Область використання і точність дискретної моделі. Раніше були визначені формули (5.56), (5.62) і (5.65), (5.68) для ідентифікації сталих часу T_1 і T_2 . При цьому формули (5.56) і (5.62) дають систематичну похибку дискретної моделі, що використовується. Цю похибку можна назвати похибкою методу ідентифікації. Вона з'являється в результаті апроксимації неперервної моделі асинхронного електропривода дискретною моделлю. Для підвищення точності ідентифікації визначимо вплив кроку дискретизації h на похибку дискретної моделі і її поправний коефіцієнт в кожному конкретному випадку.

Крок дискретизації вибираємо мінімально можливий з точки зору стабільності ідентифікації вибраного параметру за даною дискретною моделлю.

Під стабільністю ідентифікації розуміємо здатність дискретної моделі ідентифікувати параметри з похибкою, що змінюється на кожному ітераційному кроку не більше ніж на наперед задане значення.

Розглянемо дискретні моделі (5.56) – "модель 1" – і (5.62) – "модель 2" – для ідентифікації сталої часу T_1 при $h=0,001$ с (частота опитування 1 кГц), $h=0,0001$ с (10 кГц), $h=0,00001$ с (100 кГц) для електроприводів широкого діапазону потужності. Дані електродвигунів наведені у табл. 5.1.

Результати розрахунків представлені у вигляді рис.5.16–5.27. На рисунках криві 1 відповідають залежностям похибки відповідної дискретної моделі від кількості дискрет переходного процесу струму статора при $h=0,001$ с, криві 2 – при $h=0,0001$ с, криві 3 – при $h=0,00001$ с. На рис.5.22 для кривої 1 вісь похибки знаходиться зліва, а для кривих 2 і 3 – справа. Похибка ідентифікації розраховується як відносна різниця між дійсним значенням T_1 і його

ковзним середнім значенням, отриманим на кожному ітераційному кроку при збільшенні часу опитування на крок дискретизації h .

Таблиця 5.1

Дані двигунів для асинхронного електропривода

4A80A4Y3, 1,1 кВт, 1500 об./хв.	$L_{1\sigma}=0,078$, $L_{2\sigma}=0,12$, $R_1=0,12$, $R_2=0,068$, $L_m=1,13$, $J=22,52$
4A100L4Y3, 4,0 кВт, 1500 об./хв.	$L_{1\sigma}=0,079$, $L_{2\sigma}=0,14$, $R_1=0,067$, $R_2=0,053$, $L_m=1,6$, $J=21,29$
4A225M4Y3, 55 кВт, 1500 об./хв.	$L_{1\sigma}=0,086$, $L_{2\sigma}=0,14$, $R_1=0,027$, $R_2=0,015$, $L_m=2,8$, $J=90,09$
4A280S4Y3, 110 кВт, 1500 об./хв.	$L_{1\sigma}=0,122$, $L_{2\sigma}=0,16$, $R_1=0,023$, $R_2=0,019$, $L_m=3,27$, $J=162,53$

На основі аналізу рис.5.16–5.23 можна зробити такі висновки:

- при ідентифікації сталої часу T_1 за допомогою "моделі 1" і "моделі 2" по перших 10–20 дискретах похибка ідентифікації суттєво не змінюється ні при яких значеннях h , що вказує на достатність цієї кількості дискрет для ідентифікації;
- при кроку дискретизації $h=0,001$ с "модель 1" може бути непридатною з точки зору стабільності ідентифікації; таким чином, при використанні "моделі 1" необхідно підвищувати частоту опитування до 10 кГц і більше;
- при малій частоті опитування та використанні більш ніж 20 дискрет для ідентифікації найбільш придатною є "модель 2";
- при ідентифікації в межах 20 дискрет і високій частоті опитування (більше 10 кГц) точність "моделі 1" краща для потужності електропривода вище 4 кВт (рис. 5.24 та 5.25).

Таким чином, для ідентифікації параметру T_1 приймаємо 10–20 дискрет і крок дискретизації $h \geq 0,0001$ с. "Модель 2" має перевагу над "моделлю 1" у стабільності ідентифікації, хоча має вищу похибку. Питання зниження похибки дискретних моделей, яка має систематичний характер, вирішується шляхом використання поправного коефіцієнту у вигляді поліноміальної моделі, що є функцією параметрів електропривода.

Отримаємо поліноміальну модель похибки методу ідентифікації від параметрів електропривода $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$, $L_0 = 2L_{12}/3$, R_1 , R'_2 , J .

Відомо [2, 21], що параметри найбільш розповсюджених АДКЗР потужністю від 1,1 до 110 кВт у відносних величинах коливаються у межах, які наведені у табл.5.2.

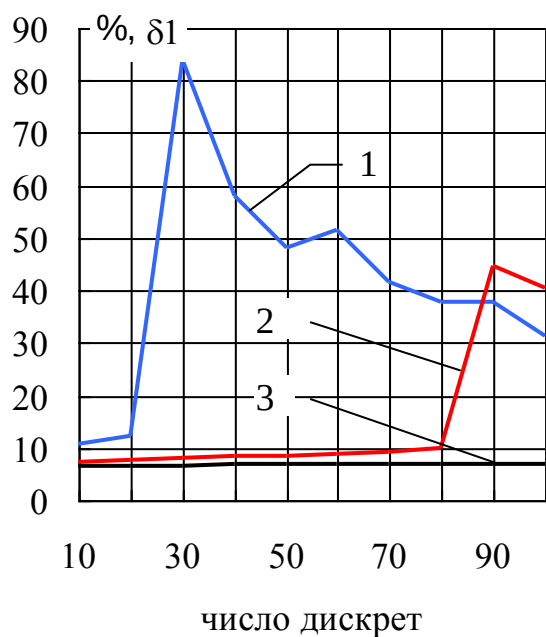


Рис. 5.16. Похибка "моделі 1"
в залежності від кількості
дискрет і кроку дискретизації
для двигуна 4A80A4Y5

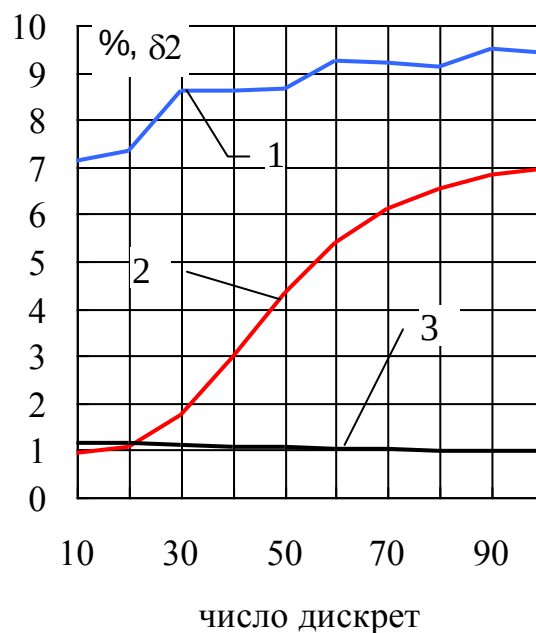


Рис. 5.17. Похибка "моделі 2"
в залежності від кількості
дискрет і кроку дискретизації
для двигуна 4A80A4Y5

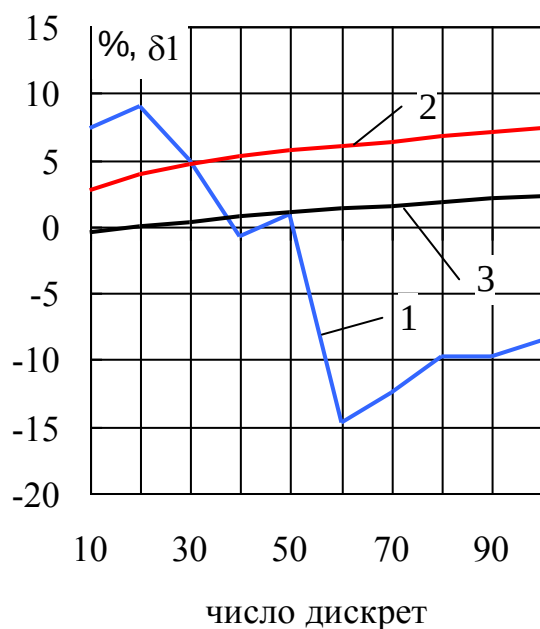


Рис. 5.18. Похибка "моделі 1"
в залежності від кількості
дискрет і кроку дискретизації
для двигуна 4A100L4Y5

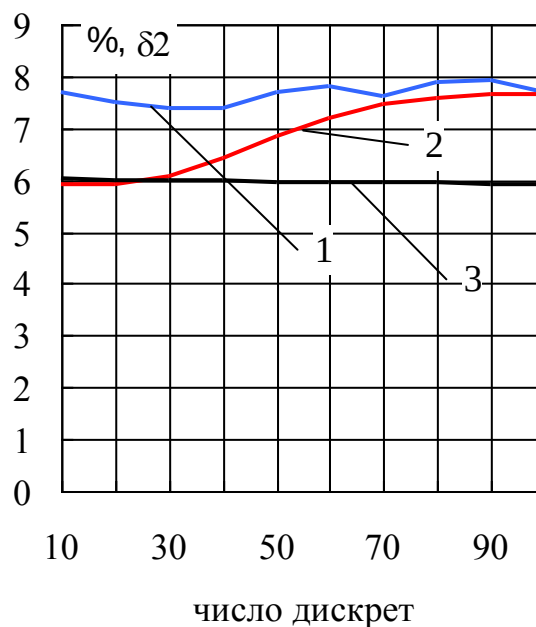


Рис. 5.19. Похибка "моделі 2"
в залежності від кількості
дискрет і кроку дискретизації
для двигуна 4A100L4Y5

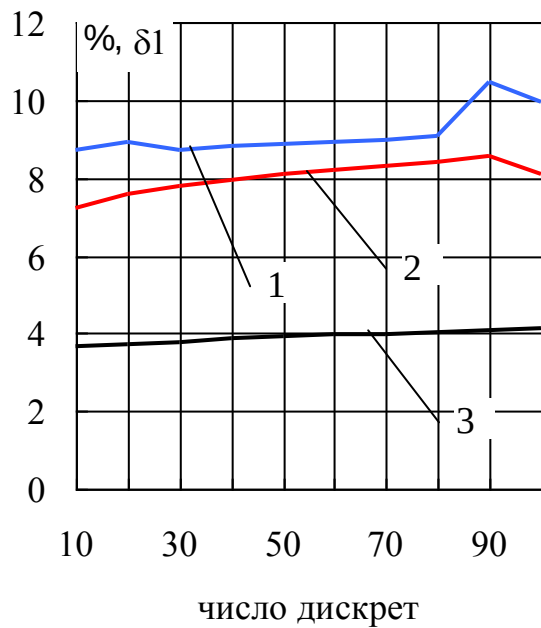


Рис. 5.20. Похибка "моделі 1" в залежності від кількості дискрет і кроку дискретизації для двигуна 4A225M4Y5

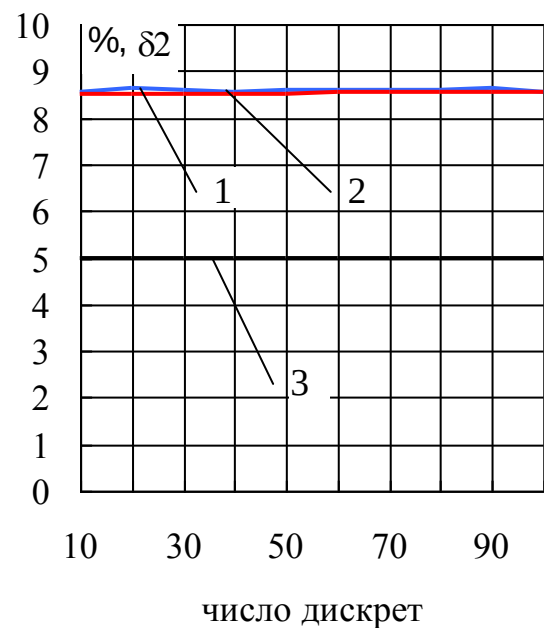


Рис. 5.21. Похибка "моделі 2" в залежності від кількості дискрет і кроку дискретизації для двигуна 4A225M4Y5

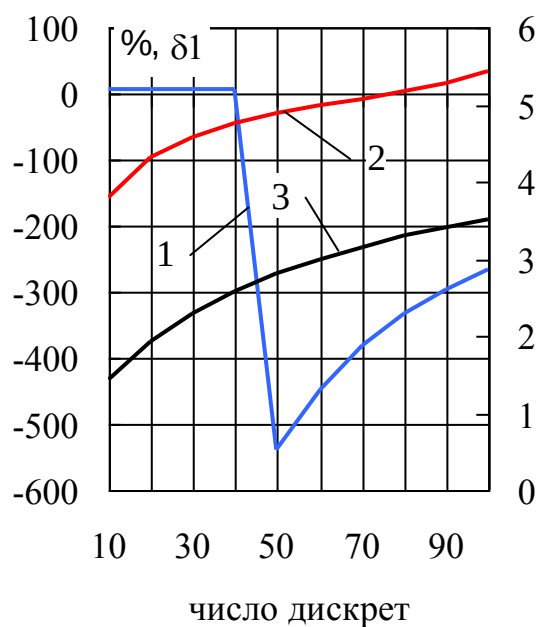


Рис. 5.22. Похибка "моделі 1" в залежності від кількості дискрет і кроку дискретизації для двигуна 4A280S4Y5

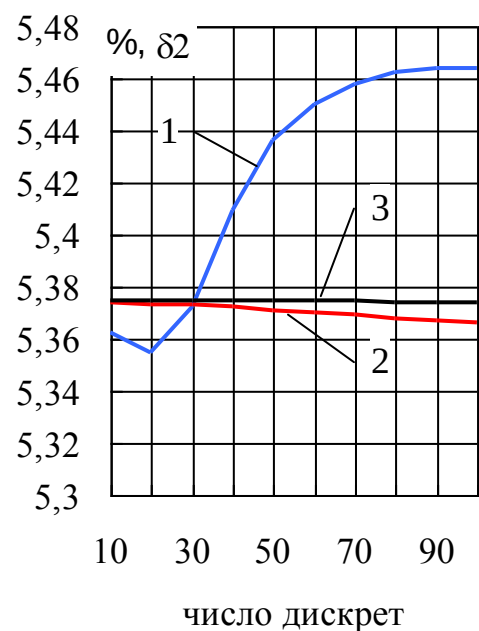


Рис. 5.23. Похибка "моделі 2" в залежності від кількості дискрет і кроку дискретизації для двигуна 4A280S4Y5

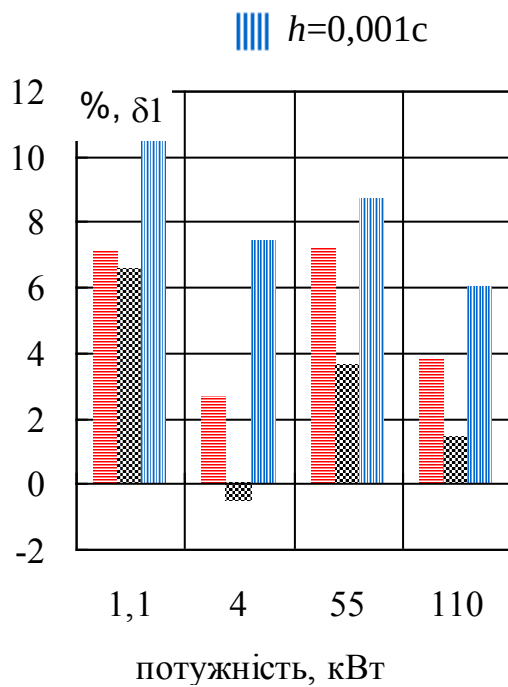


Рис. 5.24. Похибка "моделі 1" в залежності від потужності електропривода

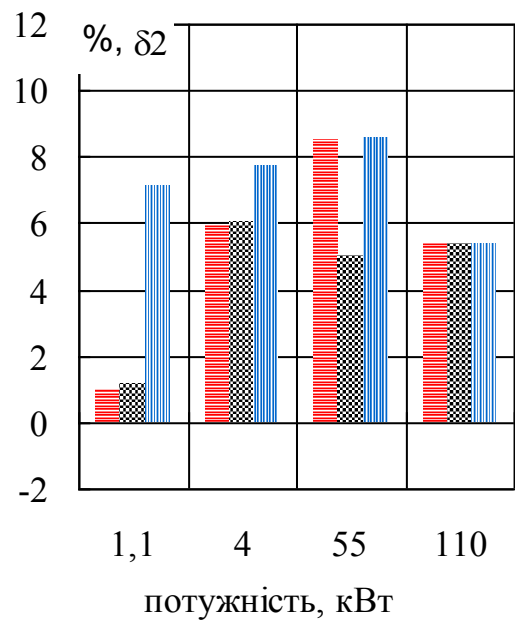
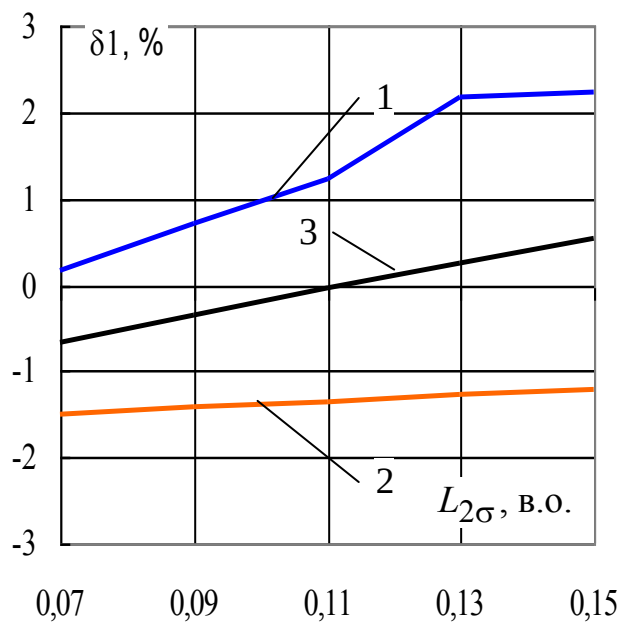


Рис. 5.25. Похибка "моделі 2" в залежності від потужності електропривода



1 – "+50%" похибка у визначенні $L_{2\sigma}$,
 2 – "-50%" похибка у визначенні $L_{2\sigma}$,
 3 – точне значення $L_{2\sigma}$.

Рис. 5.26. Похибка ідентифікації T_1 за "моделлю 1" в залежності від параметра $L_{2\sigma}$

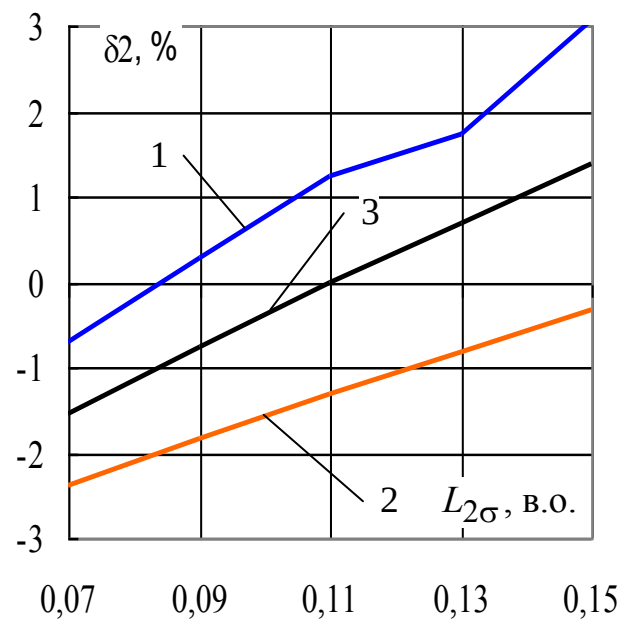


Рис. 5.27. Похибка ідентифікації T_1 за "моделлю 2" в залежності від параметра $L_{2\sigma}$

Таблиця 5.2

Діапазон зміни параметрів АДКЗР

R_1 , в.о.	R_2' , в.о.	L_0 , в.о.	$L_{1\sigma}$, в.о.	$L_{2\sigma}$, в.о.	J , в.о.
0,02...0,06	0,02...0,06	1,67...2,3	0,07...0,15	0,07...0,15	15...162

Змінюючи вказані параметри у моделі при ідентифікації T_1 з поправним коефіцієнтом, що забезпечує похибку методу не вище 0,01%, для прийнятого діапазону зміни параметрів АДКЗР маємо залежності поправних коефіцієнтів "моделі 1" k_1 і "моделі 2" k_2 від параметрів електропривода у вигляді табл.5.3.

Таблиця 5.3

Регресійні моделі для поправних коефіцієнтів

№	Вид регресійної моделі
1	$k_2 = 1,0653 + 0,391L_{1\sigma} + 0,391L_{2\sigma} - 0,0336L_0 - 0,261R_1 - 0,256R_2 + 1,22 \cdot 10^{-5} J$
2	$k_2 = 1,0663 + 0,391L_{1\sigma} + 0,391L_{2\sigma} - 0,0336L_0 - 0,261R_1 - 0,256R_2$
3	$k_2 = 1,0562 + 0,391L_{1\sigma} + 0,391L_{2\sigma} - 0,0336L_0 - 0,261R_1$
4	$k_2 = 1,0993 + 0,391L_{1\sigma} - 0,0336L_0 - 0,261R_1$
5	$k_2 = 1,0993 - 0,0336L_0 + 0,391L_{2\sigma} - 0,261R_1$
6	$k_2 = 1,1425 - 0,0337L_0 - 0,261R_1$
7	$k_1 = 0,96691 - 0,0199L_0 + 4,1614R_1 - 36,542R_1^2$

За розрахунками встановлено, що спрощення регресійних моделей для коефіцієнта k_2 шляхом послідовного виключення з них окремих параметрів електропривода не впливають на детермінованість цих моделей і значимість їх коефіцієнтів. Таким чином, для отримання поправного коефіцієнта ідентифікації параметра T_1 за моделями 1 і 2 достатньо мати два параметри L_0 і R_1 , що знаходяться на стадії ідентифікації номінальних параметрів електропривода за допомогою рівнянь енергетичного балансу, або використати середні значення поправних коефіцієнтів. Усереднені коефіцієнти k_1 і k_2 знаходяться з регресійних моделей (табл.5.3) підстановкою середніх значень параметрів електропривода.

У формули ідентифікації T_1 входить апіорно невідомий параметр $L_{2\sigma}$ (див. формулу (5.62) для λ). Тому неточність у прийнятті $L_{2\sigma}$ призводить до збільшення похибки ідентифікації параметру T_1 , уточненого за допомогою поправного коефіцієнта. Так, з рис. 5.26 і 5.27 видно, що при середніх значеннях інших параметрів зміна $L_{2\sigma}$ призводить до зміни похибки ідентифікації T_1 за "моделлю 1" від $-0,663\%$ до $0,536\%$ (рис. 5.26, крива 3) і за "мо-

деллю 2" від $-1,549\%$ до $1,388\%$ (рис. 5.27, крива 3). Помилка у визначенні $L_{2\sigma}$ у межах $\pm 50\%$ призводить до зростання похибки ідентифікації T_1 (криві 1 і 2). При цьому найбільше значення похибки не перевищує $3,059\%$.

Подальше зниження похибки методу ідентифікації T_1 можливе шляхом зменшення кроку дискретизації або вибору іншого методу дискретної апроксимації (див. розділ 2).

5.4. Особливості ідентифікації параметрів синхронного двигуна

Визначення параметрів синхронного двигуна може бути виконаним за допомогою даних перехідного процесу струму при східчастій зміні напруги живлення за методом, що розглянутий у другому розділі. Але неприйнятним є використання прямого пуску через суттєві теплові і механічні перевантаження пускової обмотки двигуна. Тому розглянемо умови наступного експерименту: обмотка статора розімкнена, ротор нерухомий, обмотка збудження підключається до джерела постійної напруги. Динамічні параметри синхронного двигуна визначаються шляхом аналізу дискретних значень перехідного процесу струму збудження.

Запишемо рівняння напруги для обмоток статора і ротора

$$U_f = R_f I_f + s(L_f I_f + L_{ad} I_f), \quad (5.69)$$

$$0 = R_{kd} I_{kd} + s(L_{kd} I_{kd} + L_{ad} I_f), \quad (5.70)$$

де U_f , I_f – напруга і струм обмотки збудження СД,

r_f , L_f – активний опір та повна індуктивність приведеної обмотки збудження,

L_{ad} – головна індуктивність якоря по повздовжній вісі,

R_{kd} , L_{kd} – активний опір демпферної обмотки та індуктивність демпферної обмотки по повздовжній вісі,

I_{kd} – складова струму в демпферній обмотці по повздовжній вісі.

Для стрибка напруги з формул (5.69) і (5.70) маємо

$$I_f(s) = \frac{U_{fm}}{r_f} \cdot \frac{1 + T_{kd}}{s(1 + s(T_{kd} + T_f) + s^2 T_f T_{kd} \sigma)}, \quad (5.71)$$

$$\text{де } T_{kd} = \frac{L_{kd}}{r_{kd}}, \quad T_{ad} = \frac{L_{ad}}{r_{kd}}, \quad T_f = \frac{L_f}{r_f}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_f \cdot L_{kd}}.$$

Виконуючи Z -підстановки для (5.71), маємо вираз

$$\underline{I}_f(z) = \frac{\underline{c}_3 z^3 + \underline{c}_2 z^2 + \underline{c}_1 z + \underline{c}_0}{\underline{d}_3 z^3 + \underline{d}_2 z^2 + \underline{d}_1 z + \underline{d}_0}, \quad (5.72)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \underline{c}_0 &= -\frac{h^2}{12} \cdot T_{kd}; \quad \underline{c}_1 = -\frac{h^2}{12} \cdot (9T_{kd} - 6h); \\ \underline{c}_2 &= \frac{h^2}{12} \cdot (9T_{kd} + 6h); \quad \underline{c}_3 = \frac{h^2}{12} T_{kd}; \\ \underline{d}_0 &= -\underline{a}_0 + \frac{h}{2} \underline{a}_1 - \frac{h^2}{12}; \quad \underline{d}_1 = 3\underline{a}_0 - \frac{h}{2} \underline{a}_1 - \frac{9h^2}{12}; \\ \underline{d}_2 &= -3\underline{a}_0 - \frac{h}{2} \underline{a}_1 + \frac{9h^2}{12}; \quad \underline{d}_3 = \underline{a}_0 + \frac{h}{2} \underline{a}_1 + \frac{h^2}{12}. \end{aligned}$$

Поділивши чисельник (5.72) на знаменник, отримуємо вираз для струму збудження у Z -перетвореннях у вигляді нескінченного степеневого ряду виду (5.55). Для i -го члену ряду за умови ($i \geq 4$) маємо

$$I_{f,i} = -\frac{\underline{d}_0 I_{f,i-3} + \underline{d}_1 I_{f,i-2} + \underline{d}_2 I_{f,i-1}}{\underline{d}_3}, \quad (i \geq 4). \quad (5.73)$$

Виконавши підстановку $\underline{d}_0, \underline{d}_1, \underline{d}_2, \underline{d}_3$ через $\underline{a}_0, \underline{a}_1$ у (5.73) для i -го і $(i+g)$ -го кроку дискретизації, отримуємо вирази для знаходження коефіцієнтів $\underline{a}_0$ і $\underline{a}_1$

$$\underline{a}_0 = \frac{h^2}{12} \cdot \frac{D2_i D1_{i+g} - D1_i D2_{i+g}}{D0_i D1_{i+g} - D0_{i+g} D1_i}, \quad (5.74)$$

$$\underline{a}_1 = \frac{h}{6} \cdot \frac{D2_i D0_{i+g} - D0_i D2_{i+g}}{D0_i D1_{i+g} - D0_{i+g} D1_i}, \quad (5.75)$$

$$\begin{aligned} \text{де } D0_i &= 3(I_{f,i} - I_{f,i-2}) - (I_{f,i} - I_{f,i-3}); \\ D1_i &= (I_{f,i} - I_{f,i-1}) - (I_{f,i-2} - I_{f,i-3}); \\ D2_i &= 9(I_{f,i-1} - I_{f,i-2}) + (I_{f,i} - I_{f,i-3}). \end{aligned}$$

Таким чином отримуємо систему рівнянь для знаходження сталих часу

$$\underline{a}_0 = T_{kd} + T_f, \quad (5.76)$$

$$\underline{a}_1 = T_{kd} \cdot T_f \cdot \sigma. \quad (5.77)$$

Розділ 6

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

6.1. Ідентифікація параметрів номінального режиму

Параметри номінального режиму двигуна постійного струму. Номінальний режим роботи двигуна постійного струму (ДПС) характеризується його номінальними напругою, струмом, кутовою швидкістю обертання, ККД, перевантажувальною здатністю.

Для двигуна постійного струму суттєвим є вплив якості комутації на його навантажувальну здатність. Тому у розділі визначаються принципи автоматичного налаштування комутації.

Згідно з методом ідентифікації номінального навантаження електричного двигуна (п.4.2) визначимося з тепловою моделлю об'єкта. Виконаємо спрощення теплової моделі двигуна постійного струму відносно найбільш складних [44, 53] шляхом виключення з моделі того чи іншого теплового коефіцієнту або джерела тепла. Через велику розмаїтість конструктивних виконань двигунів обмежимося двигунами серії 2П нормального виконання з висотою осі обертання до 200 мм, аксіальної вентиляції.

Якщо коефіцієнти з теплової моделі виключити не можливо, слід, насамперед, встановити рівень впливу кожного коефіцієнту на кінцевий результат. Таку роботу для відремонтованих двигунів постійного струму, наприклад, було виконано у [49]. Встановлено, зокрема, що погіршення теплових провідностей "мідь подовжня", "мідь обмотки якоря – сталь пакета якоря", "поверхня колектора – внутрішнє повітря", "мідь обмотки якоря – колектор" в результаті ремонтних заходів не тягне за собою істотного збільшення температури пазової і лобової ізоляції обмотки якоря; зниження теплопровідності "мідь лобової частини обмотки якоря – внутрішнє повітря" не впливає

на температуру пазової ізоляції, однак значно збільшує температуру лобової, що вимагає точного виміру цього параметру. Таким чином, вплив теплових провідностей, що вказані, за виключенням провідності "мідь лобової частини обмотки якоря – внутрішнє повітря", на похибку прогнозування температурного режиму двигуна незначний, і ці провідності можна встановити на рівні середніх значень для даного типу машин.

Розглянемо стаціонарний режим теплопровідності якоря двигуна. При цьому приймемо такі припущення для теплової моделі: 1) температура в перерізі обмотки якоря впоперек пазу приймається сталою і рівною середньому значенню; 2) по довжині якоря обмотка має дві лобових частини із сталою і середньою температурою та пазову частину, яка також має постійну середню по довжині ділянки температуру; 3) джерелом тепла в якірній обмотці є втрати в міді кожної з частин; 4) джерелом тепла в сердечнику якоря є втрати у сталі, що зосереджуються, в основному, у зубцях; 5) розглядається провідність тепла в сталі тільки у радіальному напрямку; 6) температура повітря однакова і дорівнює середній по всій довжині двигуна; облік асиметрії розподілу температур в електричному двигуні за рахунок підігріву повітря у аксіальному напрямку можливий згодом методом накладення; 7) вплив теплового опору між обмоткою і колектором не враховується; 8) взаємний тепловий вплив між обмоткою збудження і якорем враховується лише при значній різниці розрахункових перегрівів цих конструктивних елементів електродвигуна.

За прийнятими припущеннями, коректність яких відповідає [44, 53], переважним є розповсюдження тепла від джерела пазової частини обмотки якоря з втратами ΔP_n до лобових частин обмотки через теплові провідності $\lambda_{мл}$ та до стінок зубців пакету сталі через провідність $\lambda_{мс}$; радіальне розповсюдження тепла у сталі через зубці до внутрішнього повітря через теплову провідність $\lambda_{свв}$; розповсюдження тепла від лобових обмоток до внутрішнього повітря через провідність $\lambda_{мвн}$. На рис. 6.1 показана відповідна еквівалентна теплова схема.

Тепловій схемі (рис.6.1) відповідає матричне рівняння

$$\begin{pmatrix} \Delta P_c/2 \\ \Delta P_{mn}/2 \\ \Delta P_{ml}/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{c\sigma} & -\lambda_{мс} & 0 & -\lambda_{свн} \\ -\lambda_{мс} & \lambda_{n\sigma} & -\lambda_{мл} & 0 \\ 0 & -\lambda_{мл} & \lambda_{л\sigma} & -\lambda_{мвн} \\ -\lambda_{свн} & 0 & -\lambda_{мвн} & \lambda_{вн\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_c \\ \theta_{mn} \\ \theta_{ml} \\ \theta_{вн} \end{pmatrix}, \quad (6.1)$$

де $\lambda_{c\sigma} = \lambda_{свн} + \lambda_{мс}$; $\lambda_{n\sigma} = \lambda_{мл} + \lambda_{мс}$; $\lambda_{л\sigma} = \lambda_{мл} + \lambda_{мвн}$; $\lambda_{вн\sigma} = \lambda_{свн} + \lambda_{мвн}$.

Теплова схема (рис.6.1) аналогічна тепловій схемі (рис.5.3) за виключенням найбільш критичної теплової провідності $\lambda_{сзн}$. Це дає право на висновок, що врахування припущень для спрощення теплової схеми ДПС не призведе до похибки вище 5,5%. Тому формула для номінального струму

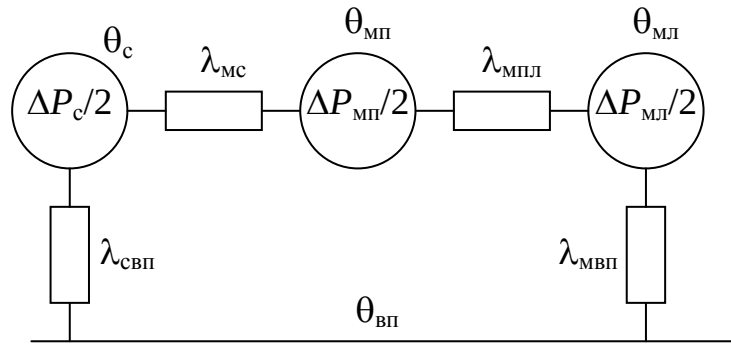


Рис.6.1. Еквівалентна теплова схема якоря двигуна постійного струму

якоря відповідає формулі (5.30) з урахуванням умови $\lambda_{c3n} = 0$

$$I_{a,n} = \sqrt{\frac{(\theta_{дон} - \theta_{вп})(\lambda_{e1} + \lambda_{e2}) - \Delta P_c \frac{\lambda_{e2}}{2\lambda_{cn}}}{R_a \frac{\lambda_{мс} + k_n \lambda_{мвп}}{\lambda_{мпл} + \lambda_{мвп}}}}, \quad (6.2)$$

$$\text{де } \lambda_{e1} = \frac{\lambda_{мпл} \lambda_{мвп}}{\lambda_{мпл} + \lambda_{мвп}}; \lambda_{e2} = \frac{\lambda_{мс} \lambda_{свп}}{\lambda_{мс} + \lambda_{свп}}.$$

Такий збіг у формулах (5.30) і (6.2) забезпечує інваріантність алгоритму ідентифікації номінального навантаження для двигунів згаданих типів.

За допомогою формули (6.2) визначався номінальний струм двигуна при зміні параметрів, що входять до даної формули. Отримані графічні залежності представлені на рис.6.2 – 6.9. За наведеними рисунками можна зробити такі висновки:

- практично відсутня залежність величини номінального струму якоря двигунів серії 2П нормального виконання з висотою осі обертання до 200 мм від теплової провідності "мідь – внутрішнє повітря" $\lambda_{мвп}$ (рис.6.2); це пояснюється, як і для асинхронного двигуна, тим, що рівень потоку тепла до внутрішнього повітря суттєво залежить від різниці температур між внутрішнім і зовнішнім повітрям, і цей фактор є більш впливовим (рис.6.9);

- суттєвою є залежність величини номінального струму якоря від аксіальної теплової провідності міді $\lambda_{мпл}$ (рис. 6.4);

збільшення теплової провідності "мідь – сталь" зменшує величину номінального струму якоря, що пояснюється збільшенням впливу джерела тепла в сталі ΔP_c на температуру обмотки якоря з ростом $\lambda_{мс}$;

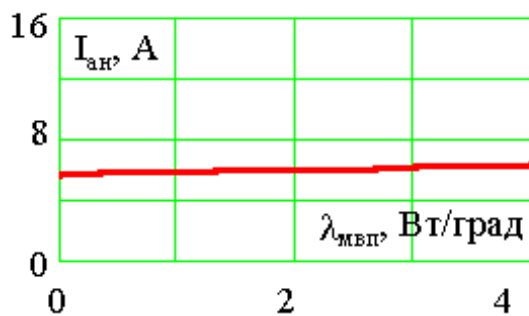


Рис. 6.2. Залежність номінального струму якоря від $\lambda_{мвп}$

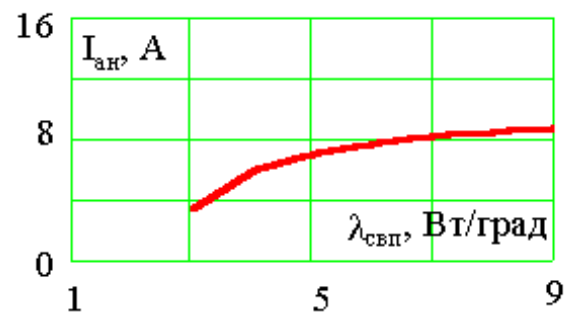


Рис. 6.3. Залежність номінального струму якоря від $\lambda_{свп}$

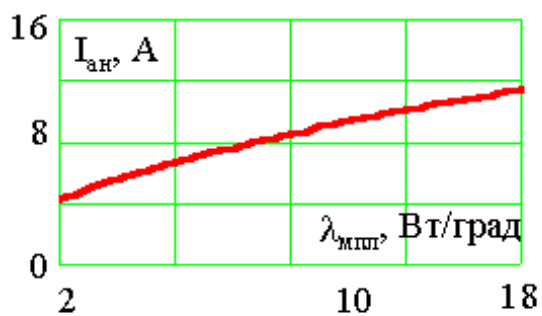


Рис. 6.4. Залежність номінального струму якоря від $\lambda_{мпш}$

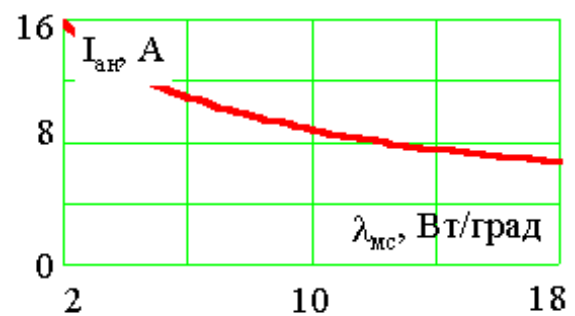


Рис. 6.5. Залежність номінального струму якоря від $\lambda_{мс}$

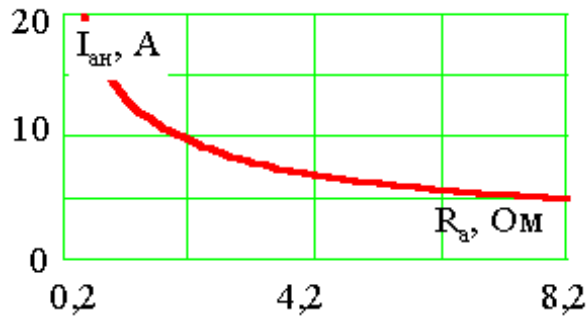


Рис. 6.6. Залежність номінального струму якоря від R_a

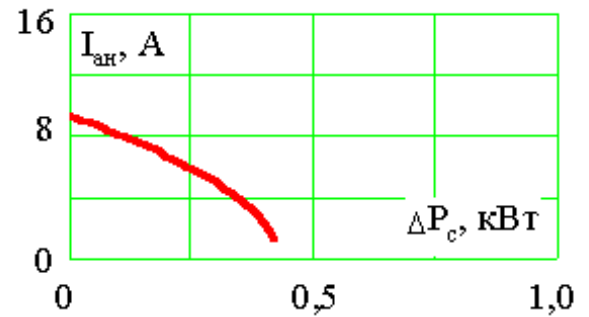


Рис. 6.7. Залежність номінального струму від втрат в сталі статора

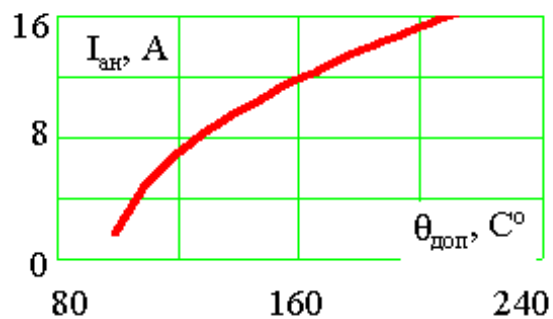


Рис. 6.8. Залежність номінального струму від допустимого перевищення температури обмотки статора

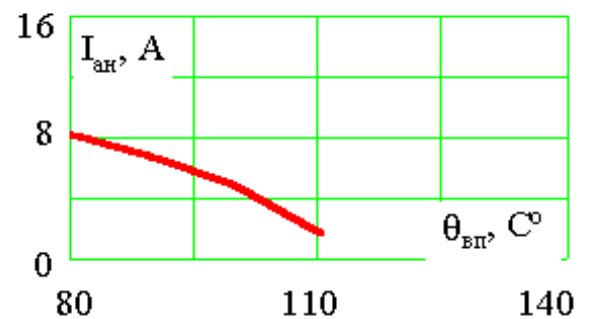


Рис. 6.9. Залежність номінального струму від перевищення температури внутрішнього повітря

- активний опір якоря значно впливає на величину номінального струму в діапазоні малих значень опору; подальше збільшення опору не призводить до суттєвих змін у значенні номінального струму;
- збільшення втрат у сталі якоря двигуна є критичним, тому що у великій мірі зменшує значення прогнозу номінального струму;
- підвищення класу ізоляції значно збільшує номінальний струм якоря;
- покращання умов вентиляції при модернізації двигуна під час його ремонту дозволить суттєво збільшити номінальний струм двигуна.

Взагалі модернізація двигуна під час його ремонту повинна передбачати покращання систем вентиляції, використання міді з вищою, ніж була, аксіальною тепловою провідністю і меншим опором, встановлення датчика температури внутрішнього повітря. Клас ізоляції повинен бути високим (не нижчим від B , а краще – F і вище). Наведені заходи дозволять збільшити номінальне навантаження на двигун.

Коефіцієнт корисної дії ДПС визначиться з формули [21]

$$\eta_n = \frac{U_{a,n} I_{a,n} - \Delta P}{U_{a,n} I_{a,n}}. \quad (6.3)$$

Настроювання комутації. Питання автоматизації настроювання комутації машин постійного струму не є основною темою, що розглядається в даній роботі. Однак, обминути таку важливу проблему неможливо, тому що якість комутації суттєво впливає на перевантажувальну здатність двигуна. В свою чергу, тривалість перехідних процесів в електроприводі залежить від перевантажувальної здатності двигуна. Швидкість зміни струму якоря визначає динамічне падіння швидкості і час її відновлення. Тому ці показники є основними динамічними параметрами, що характеризують придатність даного двигуна для конкретного електропривода і повинні постійно вказуватися у паспорті двигуна серед інших номінальних даних.

Задовільна комутація забезпечується максимально припустимим по іскрінню струмом якоря і швидкістю його зміни у заданому діапазоні регулювання частоти обертання електричної машини. Тому прогнозований за формулою (6.2) номінальний струм якоря повинен бути скоригований в менший бік після проведення відповідних досліджень умов комутації. Такі дослідження у вигляді контрольних іспитів виконуються в умовах заводу-виготівника.

Актуальним є проведення іспитів електродвигунів на якість комутації і забезпечення їх безіскрової роботи також в умовах електроремонтних підприємств. Погіршення якості конструктивних матеріалів і збільшення втрат у сталі змінює параметри секцій відремонтованих машин і, отже, призводить до порушення нормальної комутації. При цьому в програму післяремонтних іспитів не входять, як правило, настроювання комутації і визначення комутаційної здатності електричного двигуна.

Настроювання комутації виготовлених або відремонтованих машин може бути виконане за допомогою експериментально знятих зон безіскрової роботи. Для машин великої потужності при використанні традиційних способів навантаження це важко реалізована задача навіть на іспитових станціях заводу-виготівника. Тому зони безіскрової роботи машин великої потужності визначаються у режимі короткого замикання при ослабленому полі додаткових полюсів. Остаточне доведення комутації таких машин виконується в умовах експлуатації, що призводить до значних енергетичних і ресурсних втрат.

Для машин малої і середньої потужності зони безіскрової роботи визначають при навантаженні електричної машини іншим електричним двигуном [27]. Даний спосіб включає установку і підключення випробовуваної машини до джерела живлення на іспитовому стенді, кінематичне з'єднання її з навантажувальним агрегатом, підключення контрольно-вимірювальних приборів, навантаження випробовуваної машини до необхідних значень струму якоря, підживлення-відживлення обмотки додаткових полюсів постійним струмом від регульованого джерела сталої напруги, реєстрацію інтенсивності іскріння, струму якоря, струму підживлення-відживлення, напруги на якорі (або частоти обертання), побудову меж зони безіскрової роботи. Такий спосіб навантаження отримав розповсюдження на заводах-виготівниках. Однак на електроремонтних підприємствах при широкій номенклатурі двигунів, що ремонтуються, він викликає значні труднощі.

Навантаження електродвигуна можна виконати динамічним методом [45]. У [45] наведено теоретичні розробки динамічного навантаження і докладно розглянуті способи створення необхідних струмових і механічних навантажень для визначення параметрів відремонтованих електричних машин. Це значно спрощує процедуру післяремонтних іспитів, тому що виключається необхідність механічного з'єднання з допоміжними навантажувальними агрегатами.

На базі розробленого методу динамічного навантаження пропонується спосіб експериментальної наладки комутації, визначення перевантажувальної спроможності двигуна і швидкості наростання струму якоря [41]. Згідно з ним задача удосконалення способу визначення меж зони безіскрової роботи колекторних електричних машин постійного струму вирішується шляхом навантаження випробовуваної машини при номінальному потоку головних полюсів без її кінематичного з'єднання з навантажувальним агрегатом.

6.2. Дискретна апроксимація

Дискретна модель електропривода з ДПС незалежного збудження (ДПСНЗ). У першому припущенні вважаємо, що в напрузі живлення відсутні полігармонійні складові, а система керування електроприводом безінерційна. При розгляданні математичного опису електропривода

постійного струму вважаємо, що дія реакції якоря двигуна скомпенсована, а індуктивність якірного кола стала. Припущення про компенсованість реакції якоря ДПС підтверджується інформацією про сучасні конструкції двигунів [21, 28, 44]. Припущення про сталість індуктивності якірного кола є лінеаризацією моделі ДПС в малому. Нелінійність цього параметру може бути визначена методом, представленим у п.3.4.

Рівняння силового кола електропривода постійного струму значною мірою залежить від типу системи живлення електричного двигуна [4, 26, 42] та ін. Вважаючи елементи силової частини живлення ДПСНЗ об'єднаними в сумарних активному опорі R_a і індуктивності L_a її якірного кола, маємо у загальному випадку регулювання напруги живлення і потоку збудження (рис.6.10)

$$U_a(s) = C_d \Phi(s) \omega(s) + I_a(s) R_a (1 + s T_a), \quad (6.4)$$

де $U_a(s)$, $\Phi(s)$, $\omega(s)$, $I_a(s)$ – відповідно зображення за Лапласом напруги живлення, потоку збудження, кутової швидкості обертання і струму якірного кола МПС;

C_d – конструктивна стала двигуна;

$T_a = L_a / R_a$ – стала часу якірного кола.

Рівняння для обмотки збудження має вигляд

$$U_z(s) = I_z(s) R_z + s \Phi_z(s), \quad (6.5)$$

де $U_z(s)$, $I_z(s)$, $\Phi_z(s)$ – відповідно зображення за Лапласом напруги, струму і потоку обмотки збудження ДПСНЗ;

R_z – активний опір обмотки збудження.

$$\Phi_z(s) = L_z I_z(s), \quad (6.6)$$

де L_z – індуктивність кола збудження.

У потужних машинах постійного струму значним є вплив вихрових струмів, що виникають у масивних частинах магнітної системи при зміні магнітного потоку. Дія цих вихрових струмів може приблизно враховуватися як дія розташованої на полюсах короткозамкнутої обмотки (рис.6.10) [42]. Для додаткового контуру рівняння мають вигляд

$$s \Phi_k(s) + I_k(s) R_k = 0, \quad (6.7)$$

$$\Phi_k(s) = L_k I_k(s) + M_k I_z(s), \quad (6.8)$$

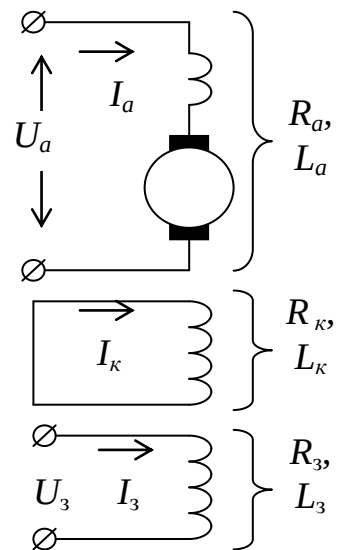


Рис.6.10. Електрична схема ДПСНЗ

де $\Phi_k(s)$, $I_k(s)$ – відповідно зображення за Лапласом потоку і струму контуру вихрових струмів;

R_k , L_k – активний опір і індуктивність контуру вихрових струмів;

M_k – взаємна індуктивність між обмоткою збудження і короткозамкнутою обмоткою контуру вихрових струмів.

З урахуванням впливу на обмотку збудження вихрових струмів для потоку збудження маємо

$$\Phi_z(s) = L_z I_z(s) + M_k I_k(s). \quad (6.9)$$

Згідно з наведеними у третьому розділі методами ідентифікації параметрів електропривода розглянемо дискретну модель ДПСНЗ. Для цього скористаємося структурними схемами, що відповідають рівнянням (6.4)–(6.9). Визначимо їх тільки через інтегруючі ланки і використаємо метод апроксимації інтегруючої ланки.

Для якірного кола структурна схема показана на рис.6.11. Дискретна функція прямого каналу внутрішнього контуру $W_1(z)$ визначається через Z -перетворення добутку передаточної функції екстраполятора нульового порядку W_{e0} і інтегруючої ланки зі сталою часу T_a

$$W_1(z) = Z \left[\frac{W_{e0}(s)}{sT_a} \right] = \frac{h}{T_a(z-1)}, \quad (6.10)$$

$$\text{де } W_{e0}(s) = \frac{1 - e^{-sh}}{s}.$$

Аналогічно для зворотного зв'язку

$$W_{36}(z) = Z \left[\frac{W_{e0}(s)}{sT_m} \right] = \frac{h}{T_m(z-1)}, \quad (6.11)$$

де $T_m = JR_a / C_d^2$ – електромеханічна стала часу електродвигуна.

Згортаючи по черзі внутрішній контур з передаточною функцією $W_1(z)$ і одиничним зворотнім зв'язком і зовнішній контур зі зворотним зв'язком, що має передаточну функцію $W_{36}(z)$, маємо

$$W(z) = \frac{I_a(z)}{I_{ay}(z)} = \frac{h}{T_a} \cdot \frac{z-1}{z^2 + a_1 z + a_0}, \quad (6.12)$$

$$\text{де } a_0 = 1 - \frac{h}{T_a} + \frac{h}{T_a} \cdot \frac{h}{T_m}; \quad a_1 = -2 + \frac{h}{T_a}; \quad I_{ay}(z) = \frac{U_a(z)}{R_a}.$$

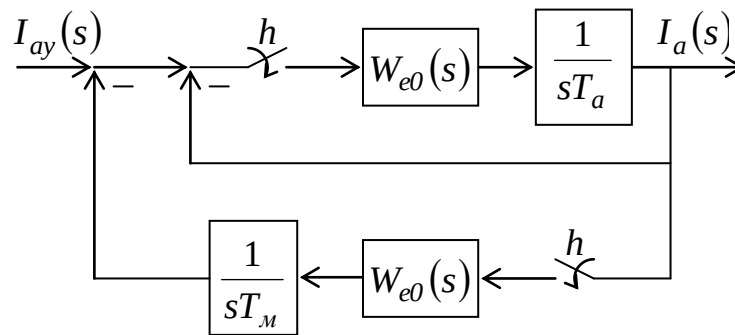


Рис.6.11. Структурна схема якорного кола ДПСНЗ

Передаточна функція (6.12) може бути отримана, також, з передаточної функції $W(s) = I_a(s)/I_{ay}(s)$ шляхом підстановки (2.29).

Формула (6.12) відображає дискретну модель струму якоря ДПСНЗ.

Для обмотки збудження без врахування впливу вихрових струмів аналогічно з процедурою, що виконувалась для якорного кола, маємо структурну схему на рис.6.12.

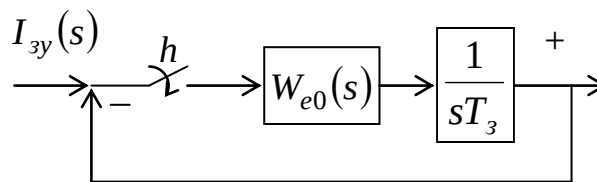


Рис.6.12. Структурна схема кола збудження ДПСНЗ без врахування впливу вихрових струмів

Дискретна передаточна функція кола збудження $W_3(z)$ без врахування впливу вихрових струмів визначається через Z -перетворення добутку передаточної функції екстраполятора нульового порядку W_{e0} і інтегруючої ланки зі сталою часу T_3

$$W_3(z) = \frac{I_3(z)}{I_{zy}(z)} = \frac{h}{T_3} \cdot \frac{1}{z + \frac{h}{T_3} - 1}, \quad (6.13)$$

де $I_{zy}(z) = \frac{U_3(z)}{R_3}$; $T_3 = \frac{L_3}{R_3}$ – електромагнітна стала часу кола збудження.

Врахування впливу на обмотку збудження вихрових струмів виконується відповідно до рис.6.10 і формул (6.5), (6.7–6.9). Передаточна функція кола збудження $W_3(s)$ у цьому випадку має вигляд

$$W_3(s) = \frac{I_3(s)}{I_{3y}(s)} = \frac{1 + sT_K}{a_0 s^2 + a_1 s + 1}, \quad (6.14)$$

де $a_0 = T_3 T_K - T_{3K} T_{KK}$; $a_1 = T_3 + T_K$; $T_K = L_K / R_K$ – електромагнітна стала часу кола вихрових струмів; $T_{3K} = M_K / R_3$; $T_{KK} = M_K / R_K$.

Скористаємося методом **Z**-форм для неперервної моделі (6.14) струму збудження. Для цього приведемо (6.14) до виразу через s у негативних ступенях і використаємо формулу підстановки (2.29) для s^{-1} , s^{-2} , s^{-3} .

Маємо дискретну модель струму збудження ДПСНЗ з урахуванням впливу вихрових струмів

$$W_3(z) = \frac{I_3(z)}{I_{3y}(z)} = \frac{c_2 z^2 + c_1 z + c_0}{d_2 z^2 + d_1 z + d_0}, \quad (6.15)$$

$$\text{де } c_0 = \frac{h^2}{12} - \frac{h}{2} T_K; \quad c_1 = \frac{10h^2}{12}; \quad c_2 = \frac{h^2}{12} + \frac{h}{2} T_K; \quad d_0 = a_0 - a_1 \frac{h}{2} + \frac{h^2}{12};$$

$$d_1 = -2a_0 + \frac{10h^2}{12}; \quad d_2 = a_0 + a_1 \frac{h}{2} + \frac{h^2}{12}.$$

Таким чином, формули (6.12) та (6.13) або (6.12) та (6.15) складають дискретну модель струмів електропривода з ДПСНЗ при відсутності в напрузі живлення полігармонійних складових.

Дискретна модель електропривода з ДПС послідовного збудження (ДПСПЗ). Дослідження ДПСПЗ може бути виконане за схемою ДПСНЗ (рис.6.10), тобто обмотка збудження ДПСПЗ у цьому випадку підключається до незалежного джерела живлення. Але в такому варіанті підключення необхідно передбачити джерело живлення для обмотки збудження на струм того ж порядку, що й номінальний струм збудження електричного двигуна. При цьому напруга повинна бути значно меншою, ніж напруга живлення якоря двигуна.

У будь-якому разі, при включенні ДПСПЗ за схемою ДПСНЗ, може бути використана наведена вище методика. Тому розглянемо можливість дослідження ДПСПЗ при послідовному включенні обмотки збудження з якірною обмоткою в режимі неробочого ходу.

Як і для ДПСНЗ, в першому припущенні вважаємо, що в напрузі живлення відсутні полігармонічні складові, а система керування електроприводом безінерційна.

Відомо [26], що регулювання швидкості ДПСПЗ виконується шляхом регулювання напруги живлення силового кола, а також шунтуванням якоря або обмотки збудження. Режим неробочого ходу в ДПСПЗ можливий тільки в останніх двох випадках. Тому розглянемо їх з точки зору можливості використання для ідентифікації параметрів ДПСПЗ.

Спосіб регулювання величини опору шунта обмотки збудження дозволяє збільшувати швидкість ДПСЗ і відрізняється економічністю при достатній плавності регулювання. При цьому збільшується струм якоря і зменшується потік збудження. Це приводить до перекручування поля. Крім того, умови комутації погіршуються і тому, що збільшується швидкість, і через те, що зростає струм в якорі і, таким чином, лінійне навантаження якоря. Дещо погіршуються умови нагрівання якоря і колектора. При обриві силового кола можливе значне збільшення струму в якорі, що призводить до кругового вогню на колекторі.

Спосіб регулювання швидкості шунтуванням якоря дозволяє знизити швидкість двигуна при достатній плавності регулювання, але при цьому значно зменшується ККД установки в цілому. Комутація струму поліпшується через одночасне зменшення кутової швидкості якоря і його лінійного навантаження. Погіршуються умови нагрівання обмотки збудження, тому що вона гірше вентилюється при зниженій швидкості.

Якщо розглядати наведені вище способи регулювання швидкості в режимі неробочого ходу, то спосіб шунтування якоря є кращим через те, що він більш надійний з точки зору безпеки при розриві силового кола і такий, що забезпечує меншу амплітуду динамічного струму якоря при стрибку напруги живлення.

Розглянемо схему на рис.6.13. Їй відповідає еквівалентна схема рис.6.14.

Згідно з еквівалентною схемою (рис. 6.13) рівняння Кірхгофа мають вигляд

$$U_a = I_z(R_{z\Sigma} + R_{ш}) + L_z \frac{dI_z}{dt} - I_a R_{ш}, \quad (6.16)$$

$$E_a = I_z R_{ш} - I_a(R_a + R_{ш}) - L_a \frac{dI_a}{dt}, \quad (6.17)$$

де $R_{z\Sigma} = R_z + R_\delta$;

$R_z, R_a, R_{ш}, R_\delta$ – відповідно активний опір обмотки збудження, якоря, шунта і додатковий;

L_a, L_z – відповідно індуктивність якоря і обмотки збудження;

$I_a, I_z, I_{ш}$ – відповідно струм якоря, обмотки збудження і шунта;

E_a – ЕРС якоря.

$$E_a = C_d \Phi \omega, \quad (6.18)$$

де C_d – конструктивний коефіцієнт електричного двигуна,

Φ – потік, що створюється обмоткою збудження,

ω – кутова швидкість електричної машини.

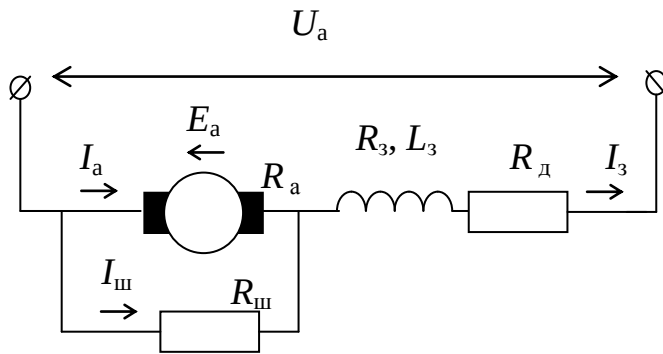


Рис.6.13. Електрична схема ДПСЗ

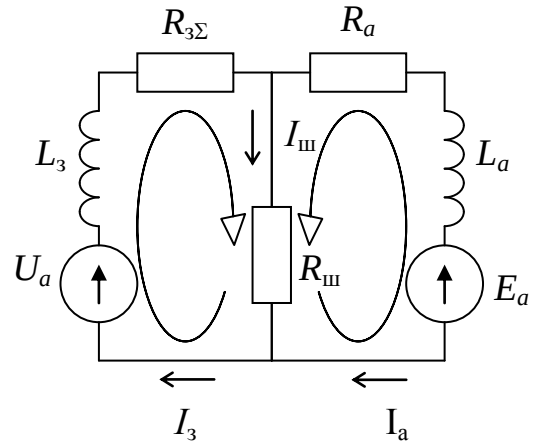


Рис.6.14. Еквівалентна схема ДПСЗ

При роботі ДПСЗ з незначним навантаженням можна апроксимувати криву намагнічування прямою лінією з коефіцієнтом нахилу k_f . Тоді формула (6.18) буде мати вигляд

$$E_a = C_d k_f I_3 \omega. \quad (6.19)$$

Електромеханічні процеси в електроприводі описуються рівнянням

$$M_\partial - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (6.20)$$

де M_∂ , M_c – відповідно моменти двигуна і навантаження;

J – момент інерції обертових частин електропривода.

З умов апроксимації кривої намагнічування маємо

$$M_\partial = C_d k_f I_3 I_a. \quad (6.21)$$

З формул (6.19) і (6.21) випливає, що система рівнянь, яка описує електромагнітні і електромеханічні перехідні процеси в електроприводі з ДПСЗ, має нелінійний характер.

Розглянемо режим пуску ДПСЗ на повну напругу живлення, що подається стрибком, на прикладі двигуна типу МП42, 17кВт, 680 об/хв., 220В, 92А. Якір машини шунтується, навантаження відсутнє (пуск на режим неробочого ходу). Перехідні процеси струмів і швидкості на основі системи рівнянь (6.16), (6.17), (6.19–6.21) наведені на рис.6.15 і рис.6.16.

Як видно з перехідного процесу швидкості, що відбувається при стрибку напруги якірного кола до номінального в розімкнутій системі електропривода, швидкість у початковій фазі перехідного процесу змінюється доволі повільно. Це пояснюється великою електричною інерційністю якірного кола, що вміщує обмотку збудження з індуктивністю L_3 .

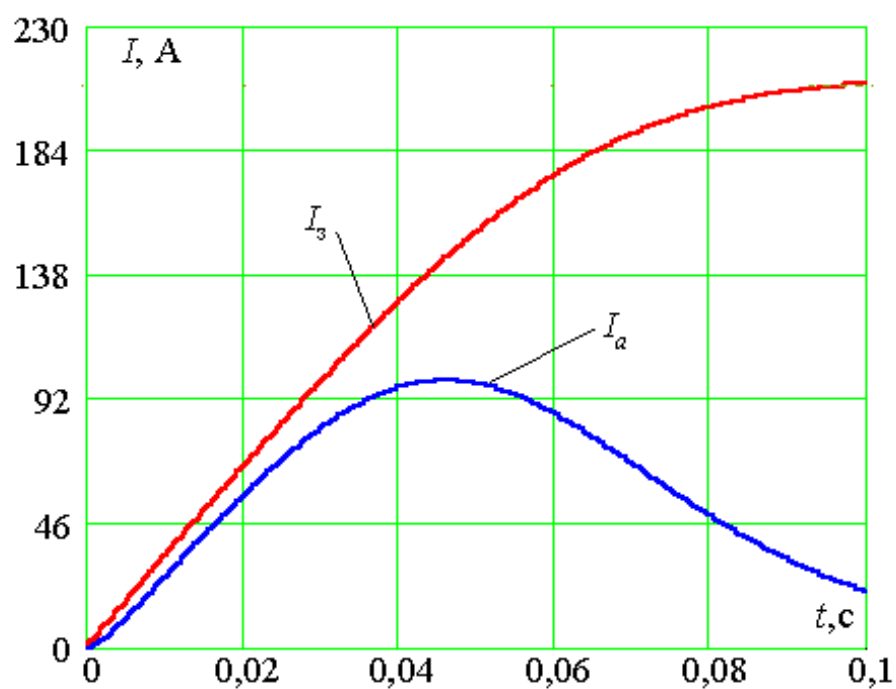


Рис.6.15. Перехідні процеси струмів при пуску ДПСРЗ

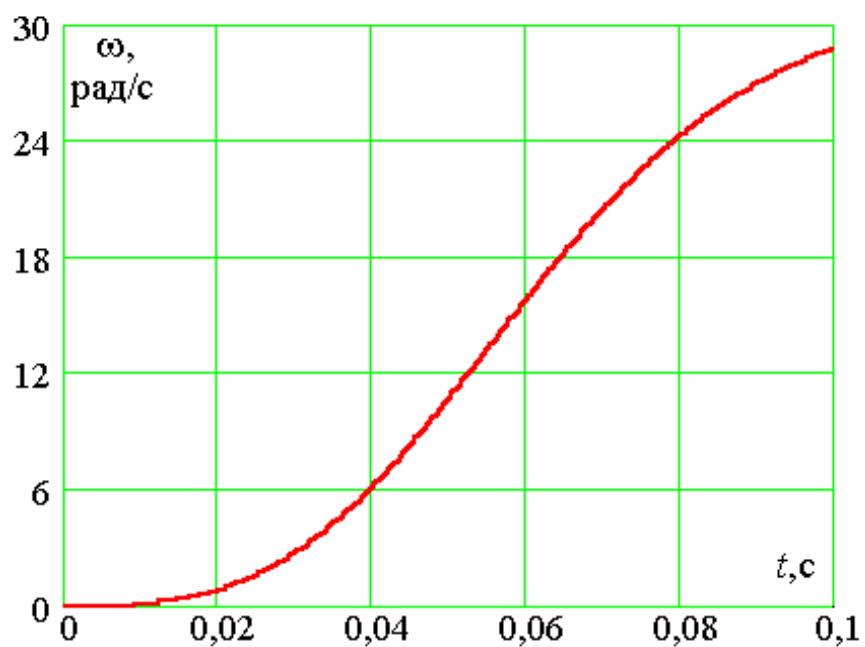


Рис.6.16. Перехідний процес швидкості ДПСРЗ

Таким же чином швидкість змінюється і при стрибковому зменшенні напруги в режимі неробочого ходу. З цього можна зробити висновок про можливість лінеаризації рівняння (6.19), розглядаючи систему рівнянь (6.16), (6.17), (6.19–6.21) в межах, що дозволяють приймати незмінною кутову швидкість обертання електричного двигуна. Однак, як видно з рис. 6.15, при цьому струми у відповідних контурах суттєво змінюються, що не дозволяє лінеаризувати рівняння (6.21).

Скористаємося лінеаризацією шляхом переходу від абсолютних значень координат електропривода до їх прирощень за формулою (3.22). При цьому вирази через початкові значення координат, відносно яких виконуються прирощення, вилучаються з системи рівнянь у прирощеннях як такі, що входять до рівнянь статички. Після нехтування прирощеннями другого порядку малості, отримуємо з (6.16), (6.17), (6.19–6.21) систему рівнянь у прирощеннях. Система рівнянь у прирощеннях в зображеннях Лапласа має вигляд

$$\Delta U(s) = \Delta I_z(s)(R_{z\Sigma} + R_{uu})(1 + sT_{zu}) - \Delta I_a(s)R_{uu}, \quad (6.22)$$

$$C_{df}I_{z0}\Delta\omega(s) + C_{df}\omega_0\Delta I_z(s) = \Delta I_z(s)R_{uu} - \Delta I_a(s)(R_a + R_{uu})(1 + sT_{au}), \quad (6.23)$$

$$C_{df}I_{z0}(s)\Delta I_a(s) + C_{df}\Delta I_{a0}(s)I_z(s) = Js\Delta\omega(s), \quad (6.24)$$

$$\text{де } T_{zu} = \frac{L_z}{R_{z\Sigma} + R_{uu}}; T_{au} = \frac{L_a}{R_a + R_{uu}}; C_{df} = C_d k_f.$$

Символ " Δ " означає прирощення відповідних змінних в системі рівнянь (6.16), (6.17), (6.19–6.21), а індекс "0" – початкові значення цих змінних, відносно яких виконується прирощення.

Структурна схема, що відповідає системі рівнянь (6.22) – (6.24) представлена на рис.6.17.

Найбільш прийнятними з точки зору спрощення системи рівнянь (6.22)–(6.24) є нульові початкові умови $\omega_0 = 0$, $I_{z0} = 0$, $I_{a0} = 0$. При цьому, у початковому інтервалі електромеханічного перехідного процесу, де $\Delta\omega \approx 0$, маємо

$$\Delta I_z(s) = \frac{\Delta U(s) + \Delta I_a(s)R_{uu}}{(R_{z\Sigma} + R_{uu})(1 + sT_{zu})}, \quad (6.25)$$

$$\Delta I_a(s) = \frac{\Delta I_z(s)R_{uu}}{(R_a + R_{uu})(1 + sT_{au})}. \quad (6.26)$$

Скористаємося методом Z -форм для неперервних моделей (6.25) і (6.26). У Z -відображеннях формули (6.25) і (6.26) мають вигляд

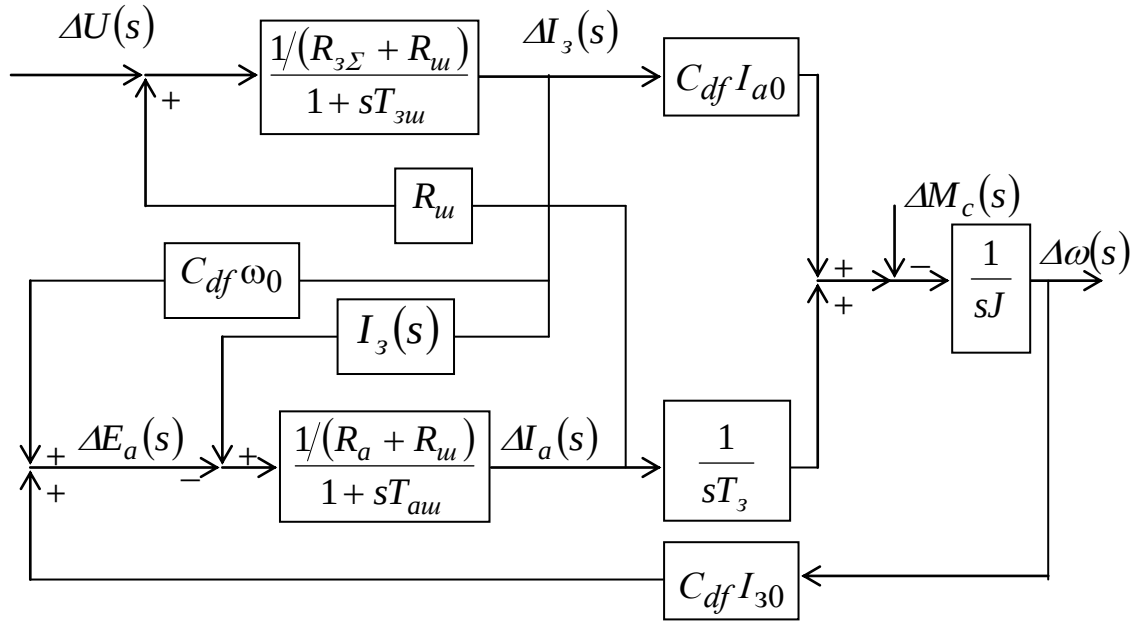


Рис.6.17. Структурна схема ДПСПЗ в приполюсних

$$\Delta I_3(z) = \alpha_{3u} \left(\frac{\Delta U(z)}{R_u} + \Delta I_a(z) \right) \frac{z+1}{\left(1 + \frac{2T_{3u}}{h}\right)z + \left(1 - \frac{2T_{3u}}{h}\right)}, \quad (6.27)$$

$$\Delta I_a(z) = \alpha_{au} \Delta I_3(z) \frac{z+1}{\left(1 + \frac{2T_{au}}{h}\right)z + \left(1 - \frac{2T_{au}}{h}\right)}, \quad (6.28)$$

де $\alpha_{3u} = \frac{R_u}{R_{3\Sigma} + R_u}$; $\alpha_{au} = \frac{R_u}{R_a + R_u}$.

Формули (6.27) і (6.28) є дискретною моделлю струмів ДПСПЗ для прийнятих умов і припущень при шунтуванні якоря.

Аналогічним чином знаходиться дискретна модель ДПСПЗ при шунтуванні обмотки збудження (рис.6.18, рис.6.19).

Згідно з еквівалентною схемою (рис. 6.19) рівняння Кірхгофа мають вигляд

$$U_a - E_a = I_a(R_{a\Sigma} + R_u) + L_a \frac{dI_a}{dt} - I_3 R_u, \quad (6.29)$$

$$0 = -I_a R_u + I_3(R_3 + R_u) + L_3 \frac{dI_3}{dt}, \quad (6.30)$$

де $R_{a\Sigma} = R_a + R_\partial$.

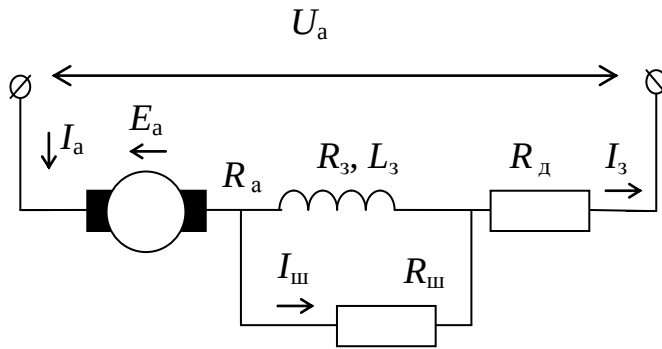


Рис.6.18. Електрична схема ДПСПЗ з шунтованою обмоткою збудження

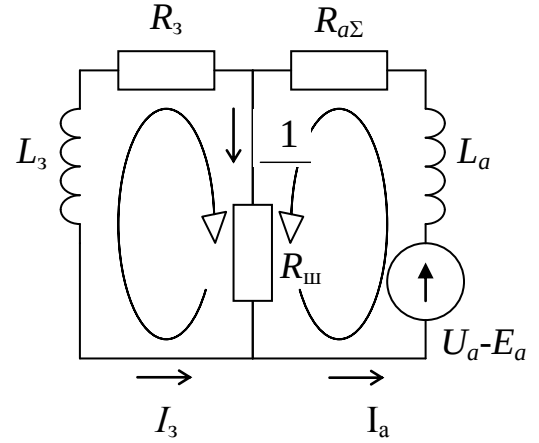


Рис.6.19. Еквівалентна схема ДПСПЗ з шунтованою обмоткою збудження

Рівняння (6.29) і (6.30) у припущеннях і зображеннях Лапласа мають вигляд

$$\Delta U(s) = \Delta I_a(s)(R_{a\Sigma} + R_{ш})(1 + sT_{aш}) - \Delta I_3(s)R_{ш} + C_{df}[I_{30}\Delta\omega(s) + \omega_0\Delta I_3(s)], \quad (6.31)$$

$$0 = -\Delta I_a(s)R_{ш} + \Delta I_3(s)(R_3 + R_{ш})(1 + sT_{3ш}), \quad (6.32)$$

де $T_{aш} = \frac{L_3}{R_{a\Sigma} + R_{ш}}$; $T_{3ш} = \frac{L_a}{R_3 + R_{ш}}$.

З урахуванням рівняння (6.24) отримуємо

$$\Delta I_a(s) = \frac{\Delta U(s) + \Delta I_3(s)R_{ш}}{(R_{a\Sigma} + R_{ш})(1 + sT_{aш})}, \quad (6.33)$$

$$\Delta I_3(s) = \frac{\Delta I_a(s)R_{ш}}{(R_3 + R_{ш})(1 + sT_{3ш})}. \quad (6.34)$$

Виконавши аналогічні перетворення, що і для формул (6.27), (6.28), маємо

$$\Delta I_a(z) = \alpha_{aш} \left(\frac{\Delta U(z)}{R_{ш}} + \Delta I_3(z) \right) \frac{z+1}{\left(1 + \frac{2T_{aш}}{h}\right)z + \left(1 - \frac{2T_{aш}}{h}\right)}, \quad (6.35)$$

$$\Delta I_3(z) = \alpha_{3ш} \Delta I_a(z) \frac{z+1}{\left(1 + \frac{2T_{3ш}}{h}\right)z + \left(1 - \frac{2T_{3ш}}{h}\right)}, \quad (6.36)$$

$$\text{де } \alpha_{au} = \frac{R_{uu}}{R_{a\Sigma} + R_{uu}}; \alpha_{zu} = \frac{R_{uu}}{R_z + R_{uu}}.$$

Рівняння (6.35) і (6.36) є дискретною моделлю струмів ДПСФЗ для прийнятих умов і припущень при шунтуванні обмотки збудження.

6.3. Ідентифікація динамічних параметрів

Ідентифікація сталих часу електропривода з двигуном незалежного збудження. Приймаючи східчасту вхідну дію

$$I_{ay}(z) = I_{ay}z/(z-1), \quad (6.37)$$

де I_{ay} – амплітуда сходинки, з (6.12) маємо

$$I_a(z) = b_1 \cdot \frac{z}{z^2 + a_1z + a_0}, \quad (6.38)$$

де $b_1 = I_{ay}h/T_a$.

Поділивши чисельник (6.38) на знаменник, отримуємо вираз для струму якоря в Z -перетвореннях у вигляді нескінченного степеневого ряду

$$I_a(z) = I_{a,0} + I_{a,1}z^{-1} + I_{a,2}z^{-2} + I_{a,3}z^{-3} + \dots + I_{a,i}z^{-i} + \dots, \quad (6.39)$$

де $I_{a,0} = 0$; $I_{a,1} = b_1$; $I_{a,i} = -b_1 \cdot (a_0I_{a,i-2} + a_1I_{a,i-1})$ при $i > 1$.

Коефіцієнти $I_{a,i}$ ряду (6.39) є дискретними значеннями струму якоря в моменти часу $t_i = i \cdot h$, де h – крок дискретизації.

Через g кроків дискретизації маємо

$$I_{a,i+g} = -b_1 \cdot (a_0I_{a,i+g-2} + a_1I_{a,i+g-1}), \quad (i > 1). \quad (6.40)$$

З системи рівнянь для $I_{a,i}$ і $I_{a,i+g}$ отримуємо рівняння для невідомих коефіцієнтів a_0 та a_1

$$a_0 = \frac{I_{a,i+g}I_{a,i-1} - I_{a,i+g-1}I_{a,i}}{I_{a,i+g-1}I_{a,i-2} - I_{a,i+g-2}I_{a,i-1}}, \quad (6.41)$$

$$a_1 = \frac{I_{a,i+g-2}I_{a,i} - I_{a,i+g}I_{a,i-2}}{I_{a,i+g-1}I_{a,i-2} - I_{a,i+g-2}I_{a,i-1}}. \quad (6.42)$$

Через a_0 та a_1 згідно з (6.12) знаходимо сталі часу T_a і T_M

$$T_a = \frac{h}{2 + a_1}, \quad (6.43)$$

$$T_M = \frac{h^2}{T_a(1 + a_0 + a_1)}. \quad (6.44)$$

Для знаходження сталої часу кола збудження без впливу вихрових струмів скористаємося моделлю (6.10). Отримуємо

$$I_3(z) = b_1 \cdot \frac{z}{z^2 + a_1 z + a_0}, \quad (6.45)$$

де $b_1 = I_{3y} h / T_3$; $a_0 = 1 - h / T_3$; $a_1 = -(1 + a_0)$; $I_{3y} = U_3 / R_3$ – амплітуда стрибка струму збудження.

Як бачимо, вигляд (6.45) аналогічний (6.38), тому кінцева формула для знаходження T_3 має вигляд формули (6.43)

$$T_3 = h / (2 + a_1), \quad (6.46)$$

де a_1 знаходиться з формули (6.42) через відповідні дискрети струму збудження.

Ідентифікація T_3 з урахуванням впливу вихрових струмів виконується за допомогою (6.15). Дискретна модель струму збудження з урахуванням вихрових струмів

$$I_3(z) = \frac{c_3 z^3 + c_2 z^2 + c_1 z + c_0}{d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0}, \quad (6.47)$$

$$\text{де } c_1 = -I_{3y} \frac{h^2}{12} (9T_K - 6h); \quad c_2 = I_{3y} \frac{h^2}{12} (9T_K + 6h); \quad c_3 = I_{3y} \frac{h^2}{12} T_K;$$

$$d_0 = -a_0 + a_1 \frac{h}{2} - \frac{h^2}{12}; \quad d_1 = 3a_0 - a_1 \frac{h}{2} - \frac{9h^2}{12}; \quad d_2 = -3a_0 - a_1 \frac{h}{2} + \frac{9h^2}{12};$$

$$d_3 = a_0 + a_1 \frac{h}{2} + \frac{h^2}{12}.$$

Поділивши чисельник (6.47) на знаменник, отримуємо вираз для струму збудження у Z -перетвореннях у вигляді нескінченного ступеневого ряду виду (6.39). Для i -го члену ряду при умові ($i \geq 4$) маємо

$$I_{3,i} = -\frac{d_0 I_{3,i-3} + d_1 I_{3,i-2} + d_2 I_{3,i-1}}{d_3}, \quad (i \geq 4). \quad (6.48)$$

Виконавши підстановку d_0, d_1, d_2, d_3 через a_0, a_1 у (6.48) для i -го і $(i+g)$ -го кроку дискретизації, отримуємо вирази для знаходження коефіцієнтів a_0 і a_1

$$a_0 = \frac{h^2}{12} \cdot \frac{D2_i D1_{i+g} - D1_i D2_{i+g}}{D0_i D1_{i+g} - D0_{i+g} D1_i}, \quad (6.49)$$

$$a_1 = \frac{h}{6} \cdot \frac{D2_i D0_{i+g} - D0_i D2_{i+g}}{D0_i D1_{i+g} - D0_{i+g} D1_i}, \quad (6.50)$$

де $D0_i = 3(I_{3,i} - I_{3,i-2}) - (I_{3,i} - I_{3,i-3})$; $D1_i = (I_{3,i} - I_{3,i-1}) - (I_{3,i-2} - I_{3,i-3})$; $D2_i = 9(I_{3,i-1} - I_{3,i-2}) + (I_{3,i} - I_{3,i-3})$.

Через те, що коефіцієнти a_0 і a_1 виражені через чотири невідомих сталих часу T_3, T_K, T_{3K}, T_{KK} (див. (6.14)), виникає необхідність отримати додаткові рівняння для розподілу невідомих.

Розглянемо режим включення кола збудження ДПСНЗ на напругу живлення стрибком при відсутності живлення в якірному колі. Через те, що еквівалентний контур вихрових струмів є короткозамкнутим (рис.6.10), потік у цьому контурі є нульовим і миттєво змінитися не може. Тоді прирівнюємо (6.8) до нуля і з рівнянь (6.5), (6.8), (6.9) отримуємо

$$I_3(s) = \frac{U_3(s)}{R_3} \cdot \frac{1}{1 + sT_{3e}}, \quad (6.51)$$

де $T_{3e} = (L_3 - M_K^2/L_K)/R_3 = T_3 - T_{3K}T_{KK}/T_K$.

Таким чином, у початковий період часу після стрибка напруги збудження контур вихрових струмів не діє, і сталу часу T_{3e} можна знайти за формулою (6.46) за умови, що a_1 знаходиться за формулою (6.42) через дискрети струму збудження.

При відключенні напруги збудження шляхом розриву кола обмотки струм в колі практично миттєво зникає (за час зникнення електричної дуги), а струм у короткозамкнутому контурі вихрових струмів деякий час змінюється до нуля, тобто для цього режиму вірні рівняння (6.7) і (6.8) при нульовому струмі збудження. За таких умов з (6.7) і (6.8) випливає

$$I_k(s) = \frac{I_k(0^+)T_k}{1 + sT_k}, \quad (6.52)$$

де $I_k(0^+)$ – значення струму контуру вихрових струмів зразу після комутації обмотки збудження.

Змінний струм у контурі вихрових струмів наводить ЕРС в обмотці збудження. При відсутності струму збудження у формулі (6.5) з урахуванням формули (6.9) формула для ЕРС у відображеннях Лапласа має вигляд

$$E_3(s) = M_k s I_k(s) - M_k I_k(0^+), \quad (6.53)$$

де $I_k(0^+)$ – струм у контурі вихрових струмів одразу після комутації кола збудження (по закінченні електричної дуги).

У короткозамкнутому колі вихрових струмів потік $\Phi_k(0^-)$, що був до комутації, миттєво змінитися не може, тобто $\Phi_k(0^-) = \Phi_k(0^+)$. Тому при умові $I_k(0^-) = 0$ (усталений режим роботи до комутації) і $I_3(0^+) = 0$ (електрична дуга закінчилась), для $I_3(0^+) = 0$ і $I_k(0^+) \neq 0$ (ненульові початкові умови для вихрового струму) з (6.8) – (6.10) і (6.52) – (6.53) отримуємо

$$E_3(s) = -I_3(0^-) \frac{M_k^2}{L_k} \left(\frac{1}{1 + sT_k} \right). \quad (6.54)$$

Виконуючи підстановку Z -форм у (6.54), маємо у Z -відображеннях

$$E_3(z) = -b_1 \cdot \frac{z + 1}{z - a_0}, \quad (6.55)$$

$$\text{де } b_1 = I_3(0^-) \frac{M_k^2}{L_k} \cdot \frac{h/(2T_k)}{1 + h/(2T_k)}; \quad a_0 = \frac{1 - h/(2T_k)}{1 + h/(2T_k)}.$$

Представивши $E_3(z)$ у вигляді нескінченного ступеневого ряду (6.39), отримуємо для $i \geq 2$

$$E_{3,i} = a_0 E_{3,i-1}, \quad (i \geq 2), \quad (6.56)$$

де $E_{3,i}$ – i -та дискрета ЕРС в обмотці збудження від зміни вихрових струмів.

Таким чином

$$T_k = \frac{h}{2} \cdot \frac{E_{3,i} + E_{3,i-1}}{E_{3,i-1} - E_{3,i}}, \quad (E_{3,i} < E_{3,i-1}). \quad (6.57)$$

Оцінка наведених формул ідентифікації здійснювалась шляхом моделювання перехідних процесів. Дискретні значення змінних вживались для розрахунку сталих часу за відповідними формулами. Встановлено, що метод ідентифікації динамічних параметрів ДПСНЗ за приведеними цифровим моделями не дає похибки у прийнятих умовах існування цих моделей.

Послідовність ідентифікації динамічних параметрів ДПСНЗ така:

- виконується подача напруги у коло збудження стрибком і запис перехідного процесу струму збудження у пам'ять комп'ютера;
- виконується подача напруги у якірне коло стрибком (або іншим шляхом, як буде показано у п.6.4) і запис перехідного процесу струму якоря у пам'ять комп'ютера;
- у процесі розгону двигуна до швидкості неробочого ходу комп'ютером виконуються розрахунки параметрів a_0 і a_1 з формул (6.41) і (6.42) для знаходження сталих часу T_a і T_M , а також a_0 і a_1 з формул (6.49) і (6.50) для знаходження сталих часу T_3 , T_K , T_{3K} , T_{KK} ;
- в усталеному режимі неробочого ходу розраховуються T_a і T_M , а також виконується алгоритм розрахунку номінальних параметрів двигуна;
- виконується відключення напруги живлення двигуна (спосіб відключення не має значення);
- виконується відключення напруги живлення обмотки збудження розривом кола і запис перехідного процесу зміни ЕРС якірного кола у пам'ять комп'ютера;
- виконується розрахунок T_k через формулу (6.57) і T_3 через a_1 за формулою (6.13).

Ідентифікація сталих часу електропривода з двигуном послідовного збудження. Скористаємося дискретною моделлю струмів ДПСНЗ при шунтуванні якоря (формули (6.27) і (6.28)). Різницею рівняння при довільній дії напруги живлення в цьому випадку мають вигляд

$$\Delta I_{3,i} + \Delta I_{3,i-1} + \frac{2T_{3u}}{h} (\Delta I_{3,i} - \Delta I_{3,i-1}) = \alpha_{3u} \left(\frac{\Delta U_i + \Delta U_{i-1}}{R_{uu}} + \Delta I_{a,i} + \Delta I_{a,i-1} \right), \quad (6.58)$$

$$\Delta I_{a,i} + \Delta I_{a,i-1} + \frac{2T_{au}}{h} (\Delta I_{a,i} - \Delta I_{a,i-1}) = \alpha_{au} (\Delta I_{3,i} + \Delta I_{3,i-1}), \quad (6.59)$$

де $\Delta I_{a,i} = I_{a,i} - I_{a,i-1}$; $\Delta I_{a,i-1} = I_{a,i-1} - I_{a,i-2}$; $\Delta I_{3,i} = I_{3,i} - I_{3,i-1}$;
 $\Delta I_{3,i-1} = I_{3,i-1} - I_{3,i-2}$.

з (6.58) і (6.59) впливає

$$T_{зи} = h \frac{\alpha_{зи} \left(\frac{\Delta U_{cp,i}}{R_{и}} + \Delta I_{аср,i} \right) - \Delta I_{зср,i}}{\Delta I_{з,i} - \Delta I_{з,i-1}}, \quad (6.60)$$

$$T_{аи} = h \frac{\alpha_{аи} \Delta I_{зср,i} - \Delta I_{аср,i}}{\Delta I_{а,i} - \Delta I_{а,i-1}}, \quad (6.61)$$

де $\Delta U_{cp,i} = (\Delta U_i + \Delta U_{i-1})/2$ – середнє значення прирощення напруги на i -му інтервалі дискретизації;

$\Delta I_{аср,i}$, $\Delta I_{зср,i}$ – відповідно середні значення струмів якоря і збудження на i -му інтервалі дискретизації, що знаходяться аналогічно $\Delta U_{cp,i}$.

У формулах (6.60) і (6.61) усі активні опори вважаються відомими ($R_{и}$ і R_{δ} як еталонні, R_a і R_z – як визначені через рівняння енергобалансу в установленому режимі неробочого ходу).

Таким чином, з формул (6.60) і (6.61) з урахуванням формул (6.24) для $T_{аи}$ і $T_{зи}$ знаходяться індуктивності L_a і L_z , а далі – відповідні їм сталі часу T_a і T_z .

Зауважимо, що всі позначення у формулах (6.60) і (6.61) відповідають позначенням для ДПСФЗ з шунтованим якорем (формули (6.16)–(6.28)).

При шунтуванні обмотки збудження з формул (6.35) і (6.36) отримуються різниці рівняння аналогічного (6.58) і (6.59) виду. Тому, пропускаючи проміжні розрахунки, наведемо кінцеві формули для $T_{аи}$ і $T_{зи}$, що відповідають формулі (6.32),

$$T_{аи} = h \frac{\alpha_{аи} \left(\frac{\Delta U_{cp,i}}{R_{и}} + \Delta I_{зср,i} \right) - \Delta I_{аср,i}}{\Delta I_{а,i} - \Delta I_{а,i-1}}, \quad (6.62)$$

$$T_{зи} = h \frac{\alpha_{зи} \Delta I_{аср,i} - \Delta I_{зср,i}}{\Delta I_{з,i} - \Delta I_{з,i-1}}. \quad (6.63)$$

Слід зауважити, що всі позначення у формулах (6.62) і (6.63) відповідають позначенням для ДПСФЗ з шунтованою обмоткою збудження (формули (6.29) – (6.35)).

Оцінка формул ідентифікації (6.60)–(6.63) здійснювалась аналогічно з оцінкою формул ідентифікації для ДПСНЗ. Визначено, що метод ідентифікації параметрів $T_{аи}$ $T_{зи}$ не дає якої-небудь помітної похибки у визначеному відрі-

зку перехідного процесу. Однак, при ідентифікації T_{au} було встановлено, що функція похибки ідентифікації цього параметру від часу має розрив у певний момент часу. На рис.6.20 показана залежність похибки від часу на відрізку перехідного процесу струмів якоря і збудження ДПСЗ з шунтованим якорем при швидкості, що дорівнює нулю. Визначимо причину виникнення цього розриву.

Розглянемо формули (6.60) – (6.63). Кожна з цих формул у знаменнику має дискретну апроксимацію другої похідної від відповідного струму. Через те, що стала часу T_{zu} є значно більшою за T_{au} , друга похідна струму збудження зменшується повільно і не призводить до зміни знаку на відрізку часу перехідних процесів струмів, де швидкість двигуна приблизно дорівнює нулю. У протилежність до цього, друга похідна струму якоря змінює свій знак з позитивного на негативний у прийнятому відрізку часу. Зміна знаку другої похідної струмів визначається впливом відповідних індуктивностей на перехідний процес струмів, який спочатку затримується відносно траєкторії лінійного наростання (перша похідна такої траєкторії стала, а друга – дорівнює нулю), а потім перша похідна процесу випереджає похідну лінійної траєкторії. Таким чином, розрив функції похибки ідентифікації сталих часу ДПСЗ пов'язаний зі зміною знаку другої похідної відповідних струмів.

Безумовно, що такий розрив негативно впливає на процес ідентифікації, тому визначимо, при яких умовах розрив функції похибки ідентифікації буде за межами прийнятого відрізку часу ідентифікації.

Розглянемо (6.16) – (6.18) за умови, що швидкість двигуна дорівнює нулю і візьмемо другу похідну з рівняння (6.17). При цьому отримуємо

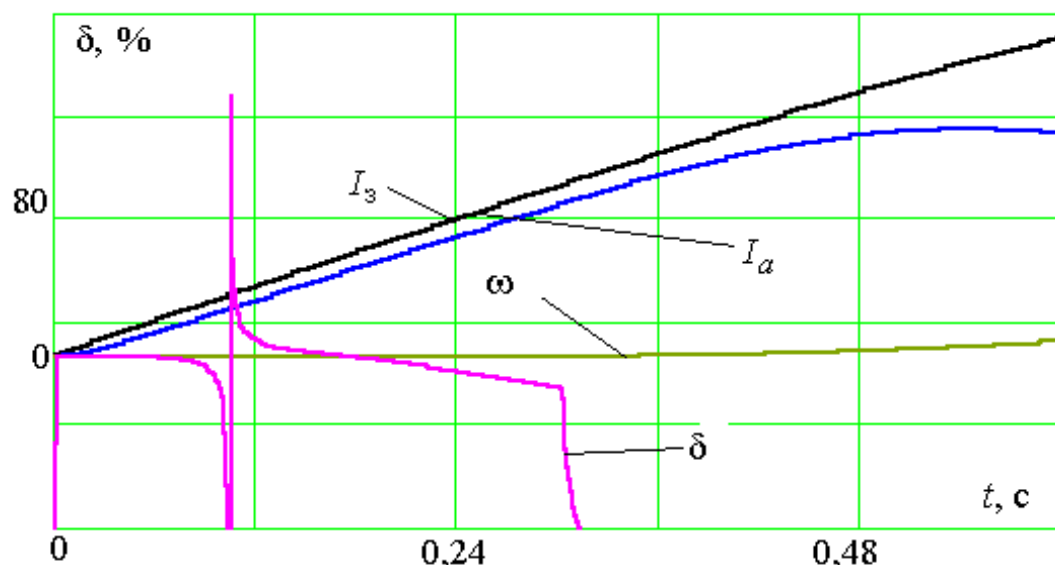
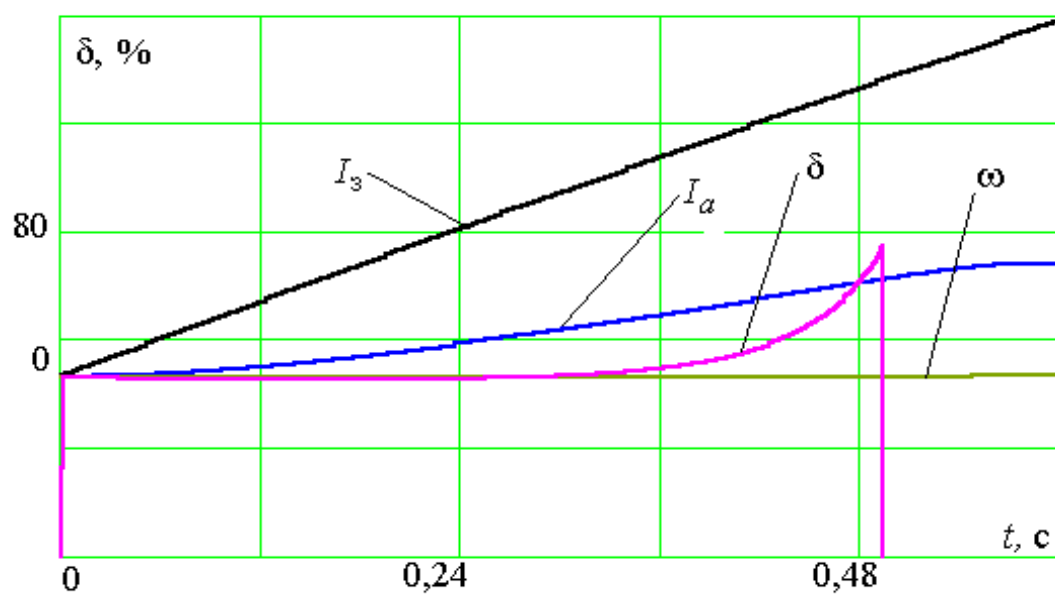
$$L_a \frac{d^2 I_a}{dt^2} = \frac{dI_z}{dt} R_{uu} - \frac{dI_a}{dt} (R_a + R_{uu}). \quad (6.64)$$

З (6.64) бачимо, що

$$\frac{d^2 I_a}{dt^2} > 0 \quad \text{при} \quad \frac{dI_z}{dt} \alpha_{au} > \frac{dI_a}{dt}, \quad (6.65)$$

$$\text{де } \alpha_{au} = \frac{R_{uu}}{R_a + R_{uu}}.$$

Через те, що зменшення α_{au} (тобто – R_{uu}) призводить до зменшення першої похідної струму якоря при практично незмінній похідній струму збудження, нерівність (6.65) буде виконуватися довший час. Таким чином, зменшення α_{au} зміщує розрив функції похибки від часу в сторону збільшення швидкості двигуна. Вже при $\alpha_{au} < 0,5$ цей розрив відсутній у проміжку часу, що розглядається (рис.6.21).

Рис.6.20. Функція похибки ідентифікації від часу при $\alpha_{au} = 1$ Рис.6.21. Функція похибки ідентифікації від часу при $\alpha_{au} = 0,6$

Аналогічно, виконуючи аналіз похибки ідентифікації для ДПСНЗ з шунтованою обмоткою збудження, робимо висновок, що зменшення $\alpha_{au} = R_{uu}/(R_{a\Sigma} + R_{uu})$ призводить до того ж результату, що і зменшення $\alpha_{au} = R_{uu}/(R_a + R_{uu})$ для ДПСНЗ з шунтованим якорем.

Збільшення додаткового опору R_d затягує процес зростання як струму якоря, так і струму збудження і сприяє зсуву розриву функції похибки вправо по вісі часу.

6.4. Врахування впливу вищих гармонік

У попередніх пунктах розглядався ідеальний варіант системи живлення електропривода, що не має полігармонійних складових. Розглянемо тепер варіант електропривода, силова частина якого генерує полігармоніки. Такою системою, наприклад, є система тиристорний перетворювач–двигун постійного струму (ТП – ДПС) з фазним регулюванням напруги. Прийнемо мостову схему випрямлення, еквівалентні схеми якої показані на рис.6.22 і рис. 6.23.

У цьому випадку напруга живлення двигуна визначається в кожному мить часу різницею відповідних миттєвих фазних ЕРС, або на періоді комутації γ – напівсумою миттєвих ЕРС комутуючих фаз і має вигляд, представлений на рисунку 6.24.

У пункті 6.3 були отримані формули для ідентифікації електромагнітних сталих часу якірного кола, кола збудження та електромеханічної сталої часу ДПСНЗ при напрузі живлення, що подається стрибком. Природно, що у даному випадку напруга живлення не може розглядатися у вигляді стрибка. Тому визначимо формули ідентифікації згаданих параметрів для напруги живлення двигуна довільного виду. Візьмемо (6.12), що відображає дискретну модель струму якоря ДПСНЗ, і отримаємо різницеве рівняння виду

$$I_{a,i-2} + a_1 I_{a,i-1} + a_0 I_{a,i} = \frac{h}{T_a} (I_{ay,i-1} - I_{ay,i}). \quad (6.66)$$

Для $(i + g)$ -го кроку дискретизації

$$I_{a,i+g-2} + a_1 I_{a,i+g-1} + a_0 I_{a,i+g} = \frac{h}{T_a} (I_{ay,i+g-1} - I_{ay,i+g}). \quad (6.67)$$

З (6.66) і (6.67) маємо

$$T_a = \frac{h \left[(I_{a,i+g} I_{a,i-1} - I_{a,i+g-1} I_{a,i}) + I_{a,i+g} \left(\frac{U_{a,i} - U_{a,i-1}}{R_{a\Sigma}} \right) - I_{a,i} \left(\frac{U_{a,i+g} - U_{a,i+g-1}}{R_{a\Sigma}} \right) \right]}{I_{a,i+g} (I_{a,i-1} - I_{a,i-2}) - I_{a,i} (I_{a,i+g-1} - I_{a,i+g-2}) + (I_{a,i+g} I_{a,i-1} - I_{a,i+g-1} I_{a,i})}, \quad (6.68)$$

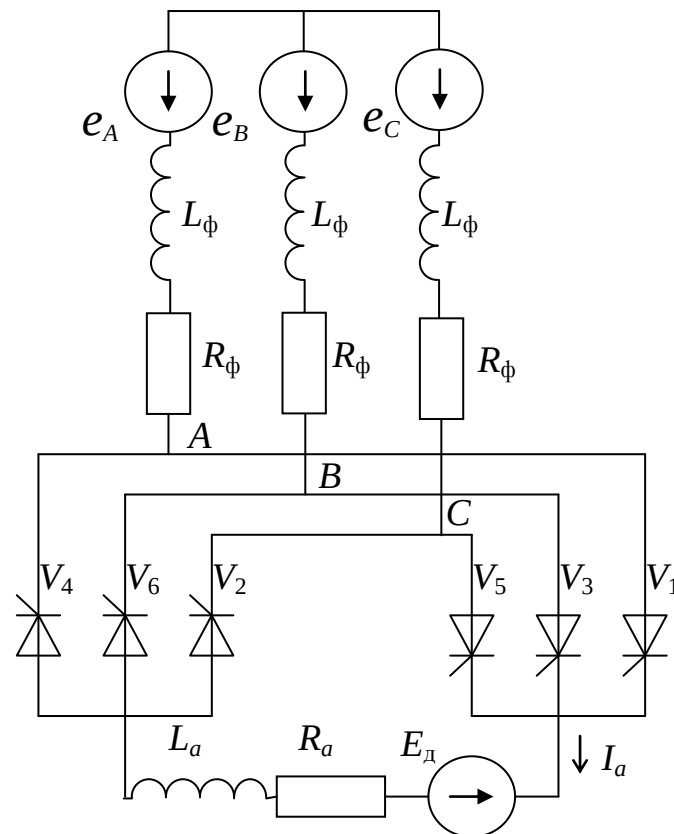


Рис.6.22. Схема заміщення силової частини перетворювача в зоні провідності двох тиристорів [42]

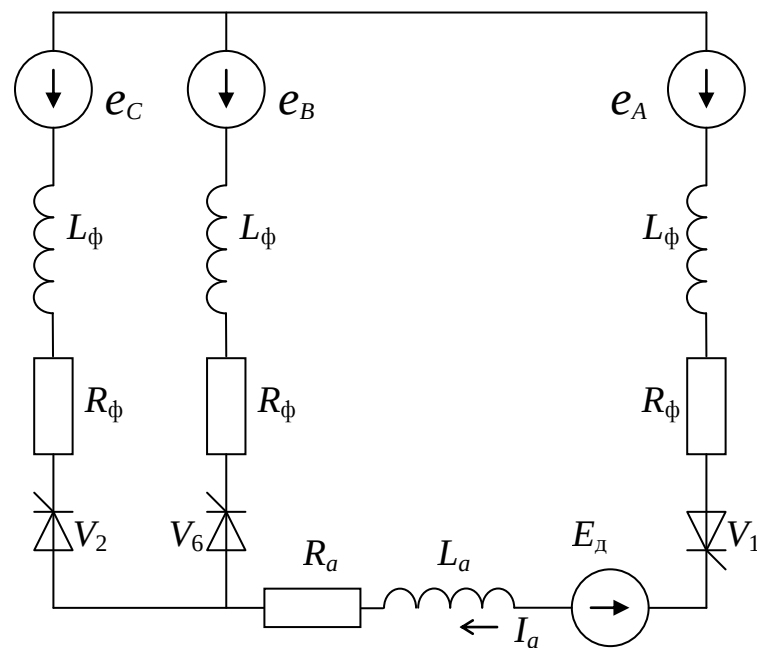


Рис.6.23. Схема заміщення силової частини перетворювача в зоні провідності трьох тиристорів [42]

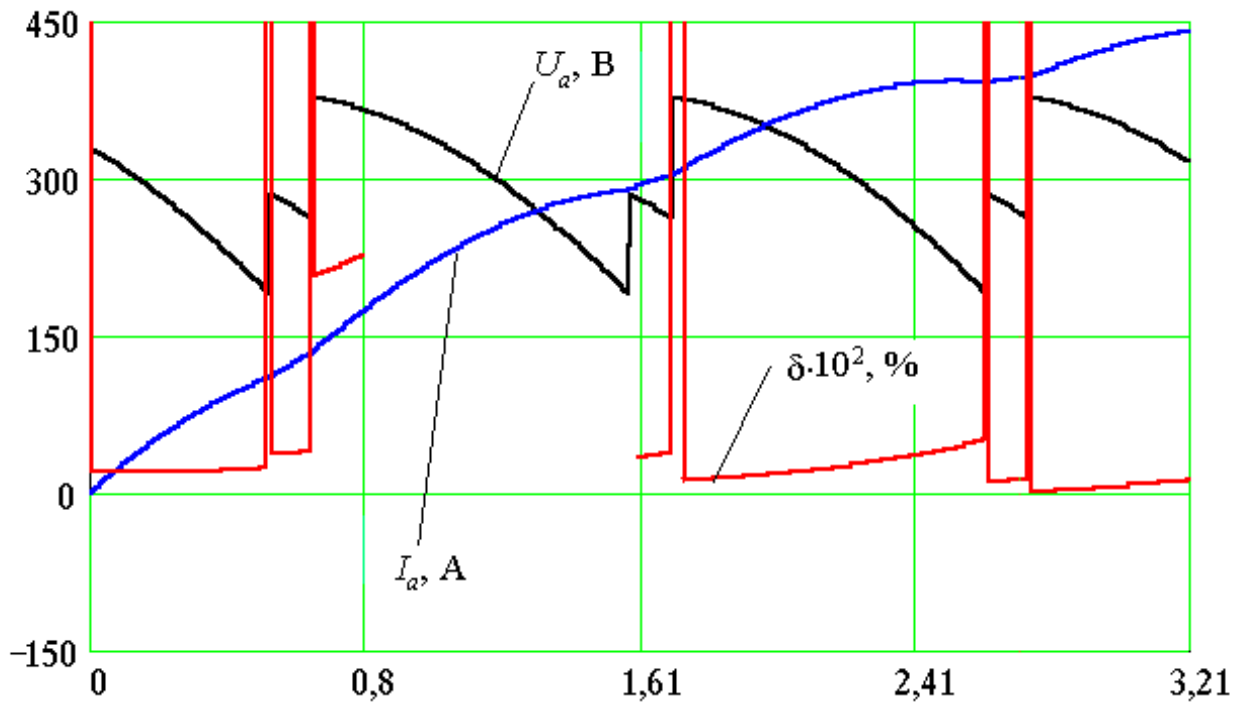


Рис.6.24. Похибка ідентифікації δ сталої часу T_a якірного кола у функції миттєвої напруги живлення двигуна ($\alpha=\pi/6$, $\gamma=0,04\pi$)

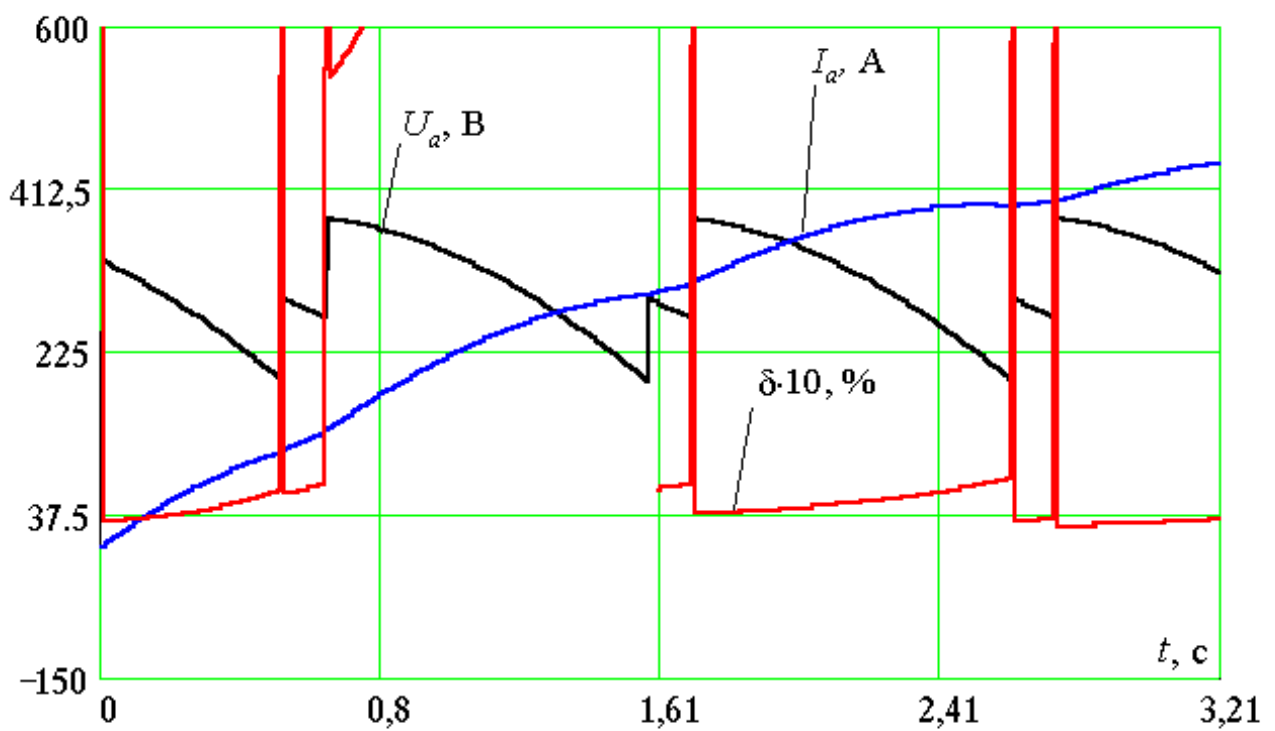


Рис.6.25. Похибки ідентифікації δ електромеханічної сталої часу T_m у функції миттєвої напруги живлення двигуна ($\alpha=\pi/6$, $\gamma=0,04\pi$)

$$T_m = \frac{h(I_{a,i}I_{a,i+g-1} - I_{a,i-1}I_{a,i+g})}{I_{a,i+g-1} \left[\frac{U_{a,i-1} - U_{a,i}}{R_{a\Sigma}} + I_{a,i} \right] - I_{a,i-1} \left[\frac{U_{a,i+g-1} - U_{a,i+g}}{R_{a\Sigma}} + I_{a,i+g} \right] + \rightarrow} \cdot (6.69)$$

$$\rightarrow + \frac{T_a}{h} [I_{a,i-1}(I_{a,i+g} + I_{a,i+g-2}) - I_{a,i+g-1}(I_{a,i} + I_{a,i-2})]$$

Як бачимо, у порівнянні з (6.43) і (6.44) у формулах (6.68) і (6.69) додатково фігурують дискретні значення напруги живлення. Таким чином, довірливий характер зміни напруги обумовлює необхідність використання додаткового інформаційного каналу напруги. У випадку живлення обмотки збудження від вентильного перетворювача таких каналів необхідно два.

Оцінка наведених формул ідентифікації здійснювалась шляхом моделювання перехідних процесів струму і напруги. Отримані такі висновки:

- ідентифікація сталих часу за допомогою формул (6.68) і (6.69) може бути реалізована у широкому діапазоні зміни кута регулювання $\alpha = 0 \dots 5\pi/6$;

- за допомогою формули (6.68) можна ідентифікувати сталу часу якірного кола по коливанням струму, які пов'язані з пульсаціями напруги; таким чином, ідентифікація T_a може бути виконана у режимі неробочого ходу електропривода;

- ідентифікацію T_a можна виконувати при куті регулювання $\alpha = \pi/2$, коли напруга живлення дорівнює нулю і двигун нерухомий.

Аналіз впливу кутів комутації і регулювання для електроприводів у діапазоні потужності 10...100 кВт показав, що:

- похибка ідентифікації змінюється періодично, з частотою пульсацій;
- існують "викиди" похибки ідентифікації у моменти переключення вентилів;

- в інтервалі однієї пульсації мінімум похибки приходить на спадний відрізок пульсації;

- амплітуда коливань похибки зменшується зі зменшенням кроку дискретизації (для електропривода потужністю 10 кВт при $h=0,0001$ с на інтервалі 3-ої пульсації похибка ідентифікації сталої часу якірного кола $\delta=0,037 \dots 0,873\%$, а для $h=0,0001$ с – $\delta=3,47 \cdot 10^{-6} \dots 7,22 \cdot 10^{-3}\%$;

- збільшення кута комутації не призводить до зміни середньої за пульсацію похибки ідентифікації, якщо не враховувати значень "викидів" похибки;

- збільшення кута регулювання напруги α збільшує кількість "викидів" похибки (див. рис. 6.25 і рис.6.26);

- збільшення кута регулювання напруги α збільшує середню за пульсацію похибку ідентифікації, якщо не враховувати значень "викидів" похибки;

– похибка ідентифікації T_m на два порядки більше за похибку ідентифікації T_a , що пояснюється використанням T_a у формулі для ідентифікації T_m , отриманої з певною похибкою (див.(6.69)).

Загальними висновками з аналізу впливу пульсацій напруги живлення двигуна на ідентифікацію сталих часу електропривода є: 1) необхідність визначення початкового кута β_0 зрушення напруги живлення відносно кута природної комутації вентилів у момент подачі напруги (рис.6.27); 2) вибір найменшого за умови проведення ідентифікації кута α . Визначення початкового кута β_0 дозволить вибрати такий відрізок часу перехідного процесу напруги і струму, в якому похибка ідентифікації буде мінімальною.

Пропонується такий алгоритм визначення β_0 . Згідно з рис. 6.27 для початкового моменту часу можна вважати

$$u_A(0) = U_m \sin \phi_A, \quad (6.70)$$

$$u_B(0) = U_m \sin \phi_B, \quad (6.71)$$

$$u_C(0) = U_m \sin \phi_C, \quad (6.72)$$

де U_m – амплітуда фазної напруги випрямляча.

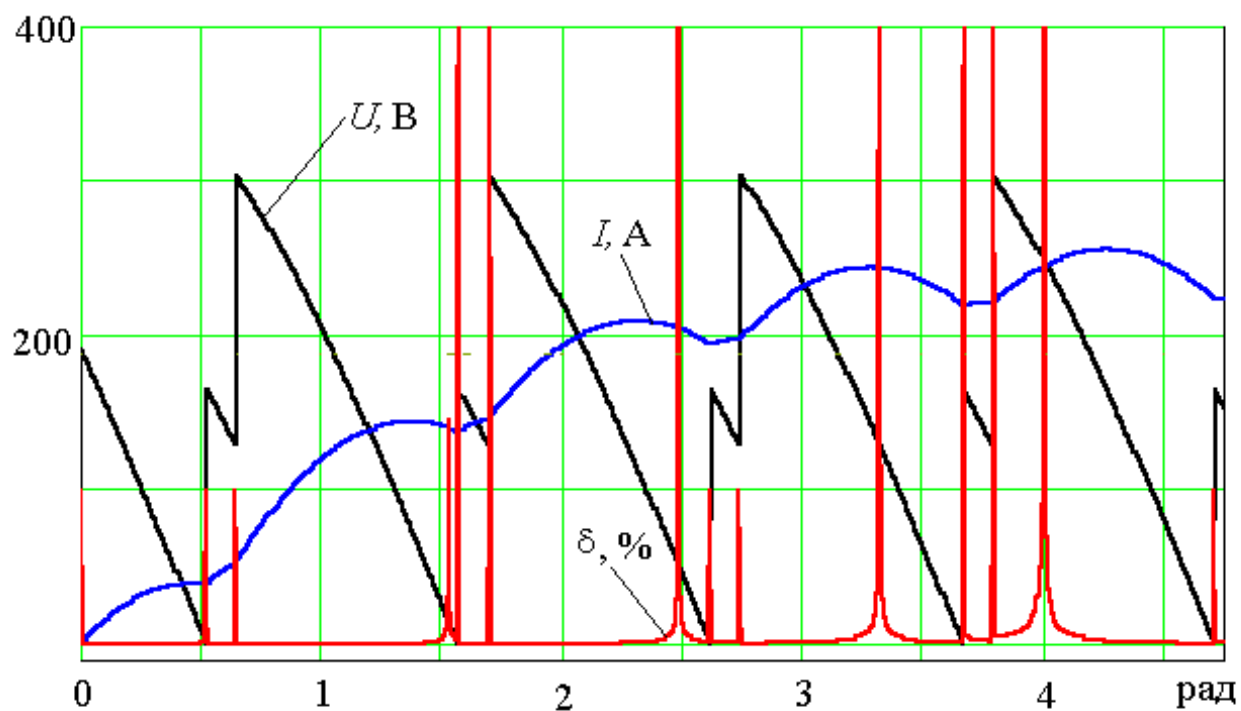
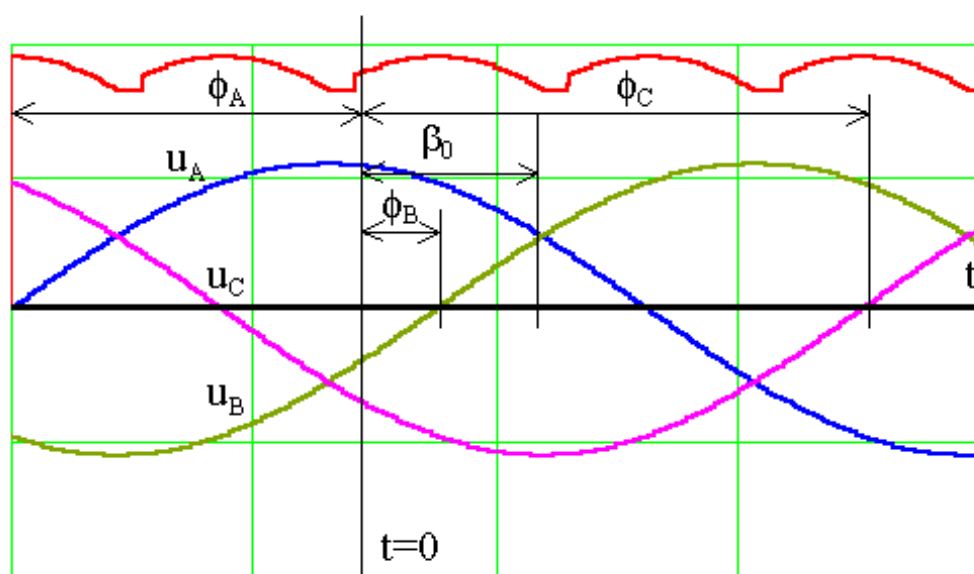
З рівнянь (6.70) – (6.72) знаходяться кути ϕ_A , ϕ_B , ϕ_C . З них вибирається мінімальний позитивний і підставляється замість ϕ_ϕ у формулу

$$\beta_0 = \phi_\phi + \frac{\pi}{m_1}, \quad (6.73)$$

де m_1 – пульсність схеми випрямлення.

6.5. Ідентифікація параметрів секцій якоря

Однією з суттєвих причин відмов електроприводів є відмови електричних двигунів через електричний пробій ізоляції між витками або на корпус. Якість ремонту обмоток двигуна також залежить від наявності таких замикань у нових обмотках. Тому постає питання визначення випадків пробою. Пропонується використання методів ідентифікації сталих часу затухання перехідних процесів струму у секціях (катушках) обмоток при подачі на них імпульсу високої напруги. Це дозволить використати вже розроблені алгоритми ідентифікації і уніфікувати їх.

Рис.6.26. Похибка ідентифікації при $\alpha=2\pi/6$ Рис.6.27. Визначення кута β_0

Аналіз відмов електродвигунів постійного струму показав, що значна їх частина пов'язана з відмовами обмоток якоря. Несправності якірної обмотки визначаються, насамперед, ушкодженням корпусної ізоляції і витковими замиканнями. Ушкоджені обмотки замінюються в процесі електроремонту на нові, що подовжує строк служби електричного двигуна. Після ремонту електричної машини ізоляція якірних обмоток повинна бути перевірена на корпусне і міжвиткове замикання. Така ж процедура іспитів обмоток якоря з метою попередження аварій електричної машини повинна проводитись в рамках моніторингу її експлуатаційного стану.

Поширені способи перевірки ізоляції шляхом виміру опору ізоляції, іспиту підвищеною напругою та ін. Найбільш перспективним є іспити ізоляції обмоток електричних машин імпульсною напругою.

Застосування ЕОМ розкриває нові можливості цього способу і дозволяє підвищити чутливість та автоматизувати іспитовий процес виготовлення нових обмоток і ремонту електричних двигунів. Підвищення чутливості і достовірності способу при використанні ЕОМ дозволяє значно заощаджувати час іспитів і скорочувати тривалість простоїв.

Принцип перевірки якості ізоляції ґрунтується на подачі імпульсу високої напруги з крутим фронтом на випробовувану обмотку (котушку) із наступним записом у пам'ять ЕОМ виникаючого при цьому коливального процесу. Оцінка якості ізоляції виконується шляхом порівняння форм і частотного спектра коливальних процесів, що протікають, у випробуваній і якісній обмотках.

Порівняння форм коливальних процесів може виконуватися за частотним спектром, за коефіцієнтом демпфування, за кількістю півперіодів загасаючої напруги, накладення хвиль напруги одна на другу, зменшенню або зникненню коливальної складової та ін. Найбільшій вибірності і достовірності відповідає спосіб, заснований на порівнянні частотного спектра загасаючих коливань якісної і випробовуваної обмоток. Цей спосіб дозволяє виявити найменші відхилення, що свідчать про дефекти електричної ізоляції. Криві загасаючих коливань доброякісної обмотки і їхній частотний спектр зберігаються у пам'яті ЕОМ для повторного виклику в разі потреби. Це досить наглядний спосіб оцінки, але складний для визначення чисельної оцінки якості ізоляції обмотки. Пропонується спосіб порівняння чисельних значень сталих часу випробовуваної і еталонної обмотки [40].

Імпульс високої напруги може бути поданий на обмотку з боку попередньо зарядженого конденсатора. Прилад на основі цього принципу представлений на рис. 6.28. Робота приладу відбувається у такий спосіб. При подачі керуючого імпульсу від ЕОМ на тиристор Т1 відбувається заряд конденсатора С від високої напруги (сотні вольт). Під час заряду конденсатора тиристор Т1 закривається. Після закінчення заряду конденсатора подається керуючий імпульс на тиристор Т2 і починається коливальний процес розряду конденсатора на індуктивність випробовуваної обмотки, що записується в пам'ять

ЕОМ. За формою коливального процесу судять про якість ізоляції випробовуваної обмотки.

Для основної високочастотної гармонійної складової такого сигналу обмотка має еквівалентну схему заміщення, що складається із розподілених індуктивностей і активних опорів, має ємності між витками (повздовжні) і корпусом (поперечні). Виникають коливальні процеси, які складно описати аналітично. Однак у першому наближенні багатоланкова схема заміщення обмотки може бути замінена одноланковою і описана системою диференціальних рівнянь першого порядку.

Представимо еквівалентну схему розряду конденсатора на ланку із зосередженими активним опором і індуктивністю (рис. 6.29). Структурна схема, що відповідає схемі рис.6.29, показана на рис.6.30.

Сформулюємо задачу. Відомі ємність C , що заряджена на відому початкову напругу U_{C0} , і активний опір R . Необхідно знайти постійну часу $T_L = L/R$ за відомими даними перехідних процесів струму і напруги, що стрибком була прикладена до обмотки при замиканні ключа Т2.

Структурна схема (рис. 6.30) є аналогічною до структурної схеми (рис. 6.11). Тому, використовуючи формулу (6.12), маємо

$$\frac{I(z)}{I_0(z)} = \frac{h}{T_L} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}}, \quad (6.74)$$

$$\text{де } a_1 = -2 + h/T_L; \quad a_0 = 1 - h/T_L + h^2/(T_L T_C); \quad I_0(z) = \frac{U_c(z)}{R}, \quad T_C = C \cdot R.$$

Переходячи до різницевих рівнянь, знаходимо T_L

$$T_L = h \cdot \frac{\frac{U_{c,i-1} - U_{c,i-2}}{R} - I_{i-1} + I_{i-2} \left(1 - \frac{h}{T_C}\right)}{I_i - 2I_{i-1} + I_{i-2}}. \quad (6.75)$$

Якщо вибрати досить значну ємність конденсатора, то можна вважати, що при замиканні ключа Т2 на обмотку подається стрибок напруги амплітудою U_{C0} , що не змінюється з часом. Тоді, відповідно до формул (6.37), (6.38), (6.42) і (6.43) отримуємо формулу для T_L , що не залежить від напруги U_{C0} і опору R

$$T_L = \frac{h}{2 + a_1}, \quad (6.76)$$

$$\text{де } a_1 = \frac{I_{i+g-2}I_i - I_{i+g}I_{i-2}}{I_{i+g-1}I_{i-2} - I_{i+g-2}I_{i-1}}.$$

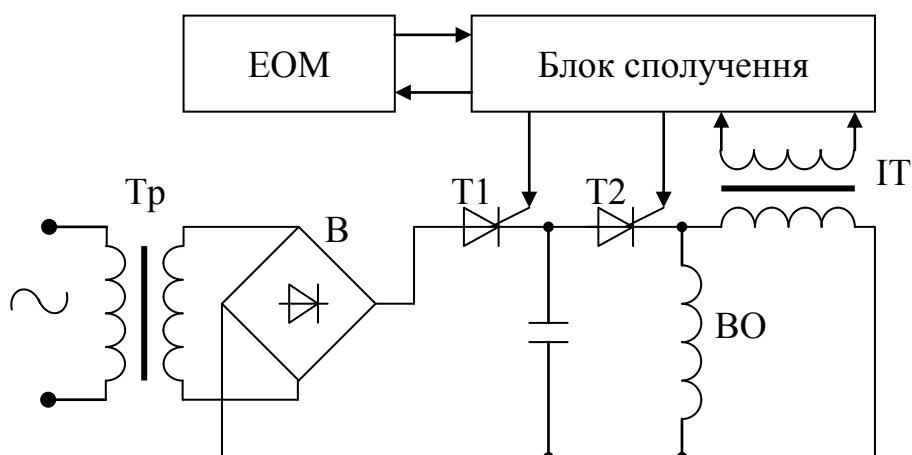


Рис.6.28. Пристрій для автоматизованих іспитів обмоток якоря:

ТР – мережний трансформатор;

У – двопівперіодний випрямляч;

С – конденсатор;

T1, T2 – тиристори, керовані від ЕОМ імпульсами необхідної шпаруватості;

ВО – випробовувана обмотка;

ІТ – імпульсний трансформатор, що служить для потенційної розв'язки ЕОМ від високої напруги

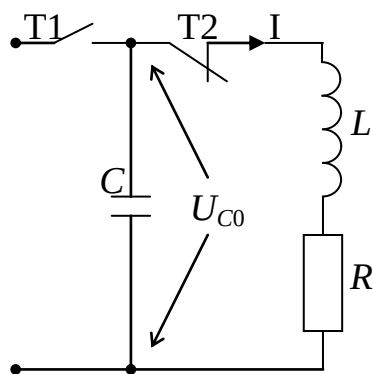


Рис.6.29. Еквівалентна схема розряду конденсатора

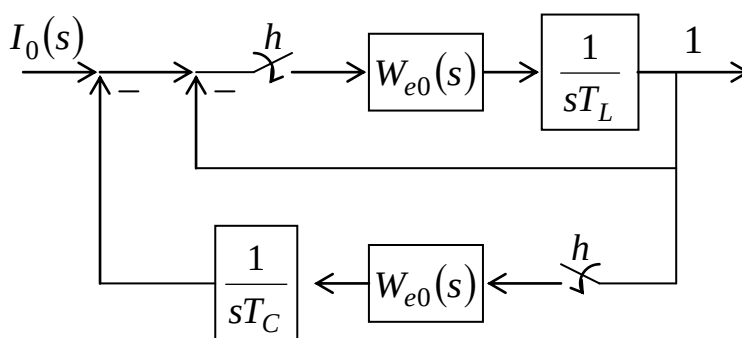


Рис.6.30. Структурна схема RCL – кола

Наведені формули (6.75) і (6.76) були перевірені шляхом математичного моделювання перехідних процесів у схемі (рис.6.29). Встановлено, що формула (6.75) не дає похибки ідентифікації, і тому саме вона повинна використовуватися у алгоритмах ідентифікації.

Порівняння сталих часу, знайдених за формулою (6.75) чи (6.76), дозволить визначити наявність виткових замикань. Якщо стала часу T_L менше еталонного значення, то в обмотці присутні виткові замикання.

Корпусні замикання визначаються шляхом прикладення імпульсної напруги між обмоткою і корпусом з подальшим виконанням методу, представленого вище.

Розділ 7**РОЗРОБКА
СИСТЕМ ІДЕНТИФІКАЦІЇ**

Система інформаційного забезпечення експлуатації і ремонту ЕМС ЕП невід’ємною частиною включає в собі процедуру ідентифікації параметрів. Реалізація цієї процедури може бути виконана у двох напрямках, що розрізняються за умовами використання системи керування електропривода.

У першому випадку процедура ідентифікації реалізується за допомогою автоматизованого комплексу для ідентифікації (АКІ) та існуючої системи керування електроприводом. В таких умовах АКІ підключається до системи керування через блок узгодження. АКІ виконує керування координатами електропривода через систему керування і зняття даних по цих координатах через блок датчиків.

У другому випадку процедура ідентифікації виконується в АКІ. Система керування електроприводом реалізується програмно, а керуючий сигнал безпосередньо подається в систему імпульсно-фазного керування (СІФК) вентилів силового блоку живлення. Можливий варіант реалізації цифрової СІФК.

Кожен із напрямків розробки систем ідентифікації має свою постановку задачі синтезу, які формулюються далі у розділі.

Вирішення задач синтезу передбачає необхідність формулювання алгоритмів керування електроприводом. У випадку цифрової реалізації системи керування електроприводом постає питання отримання різницевих рівнянь, що забезпечують дискретну апроксимацію регуляторів.

Ідентифікація параметрів ЕМС ЕП виконується з похибками, що пов’язані з методами ідентифікації, вимірювань і обробки даних. Вплив методів ідентифікації на похибку визначення параметрів електропривода розглядався раніше. В даному розділі формулюються вимоги до АКІ з точки зору підвищення точності ідентифікації, пов’язаної з вимірюванням і обробкою даних. З цієї точки зору даються рекомендації щодо вибору інтервалу дискретизації при отриманні і обробці даних, а також вибору цифрового фільтру.

7.1. Задачі синтезу систем ідентифікації

Розглянемо дві постановки задач синтезу:

перша задача синтезу – синтез системи ідентифікації параметрів ЕМС ЕП на базі АКІ з використанням ЕОМ, що виконує функції генератора керуючого впливу, збирача та обробника інформації від датчиків;

друга задача синтезу – синтез системи ідентифікації параметрів ЕМС ЕП на базі АКІ з використанням ЕОМ, що програмно реалізує систему керування електроприводом і алгоритм збору та обробки даних.

У першій постановці розглядається задача використання ЕОМ як пристрою, що забезпечує програмне керування системою електропривода через формування бажаного керуючого впливу, а також збір інформації від датчиків і аналіз даних за заданим алгоритмом ідентифікації. Схема, що імітує процес в замкнутій одноконтурній системі, зображена на рис. 7.1.

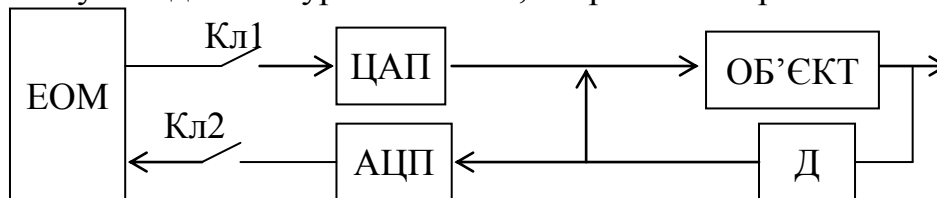


Рис.7.1. ЕОМ у функції генератора керуючого впливу, збирача і обробника інформації від датчиків

Складовими елементами схеми на рис.7.1 є: аналогово-цифровий перетворювач АЦП, ЕОМ, цифро-аналоговий перетворювач ЦАП, датчик Д. Ключі Кл1 і Кл2 (або імпульсні елементи) ілюструють дискретність вводу керуючого сигналу в систему керування електроприводом і даних – в ЕОМ.

Вплив АКІ на динаміку електропривода в такій реалізації відсутній. ЕМС ЕП вважається неперервним об'єктом. Апріорне знання про параметри електропривода для настроювання АКІ не потрібне.

Найбільш характерною областю використання системи ідентифікації, побудованої за такими принципами, є ідентифікація параметрів електроприводів в умовах експлуатації. Для цього необхідний переносний варіант АКІ, що вміщує портативну ЕОМ, датчики, блоки сполучення (АЦП, ЦАП та ін.)

У другій постановці задачі за допомогою ЕОМ програмно реалізується система керування електроприводом, а також виконується збір інформації від датчиків і їх обробка за даним алгоритмом ідентифікації. У цьому випадку ЕОМ знаходиться в каналі регулювання об'єктом (рис.7.2).

Вплив на динаміку системи мають ключі, ЕОМ і екстраполятор Е, а характеристики АЦП і ЦАП, як правило, не впливають на математичний опис системи, тому схему (рис. 7.2) можна представити у вигляді, наведеному на рис. 7.3.

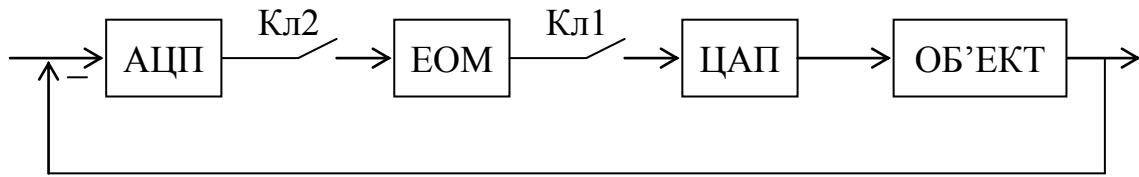


Рис.7.2. Система з ЕОМ в каналі регулювання

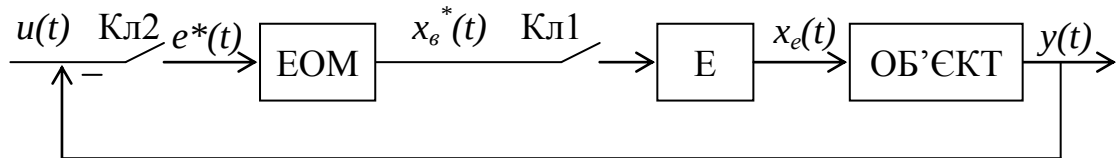


Рис.7.3. Спрощена схема системи за рис.7.2

Сигнал $e^*(t)$ перетворюється ЕОМ відповідно до алгоритму її роботи в сигнал $x_e^*(t)$, що призводить до зміни форми його частотного спектра. Для сполучення ЕОМ із наступними неперервними елементами необхідно згладити сигнал $x_e^*(t)$ так, щоб отримати огибаючу. У частотній області ця операція відповідає виділенню тільки першої гармоніки і фільтрації усіх високочастотних складового спектра вихідного сигналу ЕОМ. Задача згладжування покладається на перетворювач ЦАП (екстраполятор). Самий простий спосіб наближеного перетворення дискретного імпульсного сигналу у неперервний – застосування екстраполятора нульового порядку.

Даний варіант системи ідентифікації може використовуватися в умовах спеціалізованих підприємств або лабораторій, де виконуються випробування електродвигунів. У цьому випадку система ідентифікації будується на основі вимірювально-діагностичного комплексу, що вміщує в собі ЕОМ, систему регульованого живлення, датчики, блоки сполучення з АЦП і ЦАП, різноманітну апаратуру для вимірювання і захисту.

Розглянемо кожну задачу синтезу системи ідентифікації окремо.

Далі припускаємо, що: крок дискретності h незмінний; запізнюванням процесу обчислення в ЕОМ можна знехтувати; ЕОМ виконує будь-яку лінійну операцію (диференціювання, інтегрування, рішення лінійних диференціальних і інтегральних рівнянь і т.д.).

У першій постановці задачі ЕМС ЕП вважається неперервним об'єктом, тому синтез системи керування електроприводом виконується звичайними методами [51]. Найбільш розповсюдженим є метод синтезу регуляторів при підпорядкованому керуванні параметрів електропривода.

Особливістю даної задачі є формулювання алгоритмів керування, які повинна формувати ЕОМ на вході системи керування електроприводом.

Найбільш розповсюдженими системами автоматизованого електропривода постійного струму є: а) генератор – двигун (Г–Д); б) керуючий перетворювач – двигун (КП–Д); в) широтно-імпульсний перетворювач – двигун. Для електроприводів змінного струму поширеними є системи: а)

регулятор напруги – асинхронний двигун (РН–АД); б) перетворювач частоти з проміжною ланкою постійного струму – асинхронний двигун (ПЧ–АД).

Алгоритм керування в системі електропривода КП–Д:

1) стрибок завдання на початкове номінальне збудження двигуна; 2) підвищення напруги живлення до заданого значення від датчика інтенсивності; 3) стабілізація швидкості у всьому діапазоні регулювання струму збудження; 4) регулювання струму збудження вниз до 0,5 від номінального послідовністю стрибкових дій з подальшим виходом в усталений режим і стабілізація даного режиму на заданий час; 5) зниження напруги живлення стрибком на задану величину; 6) відключення живлення двигуна шляхом розриву якірного кола силовим комутатором; 7) стрибок зменшення завдання на збудження після завершення електромеханічного перехідного процесу за пунктом 6.

Алгоритм керування в системі електропривода Г–Д:

1) включення привідного двигуна генератора; 2) підвищення струму збудження генератора від датчика інтенсивності до заданого значення; 3) стабілізація швидкості у всьому діапазоні регулювання струму збудження; 4) регулювання струму збудження двигуна вниз до 0,5 від номінального послідовністю стрибкових дій з подальшим виходом в усталений режим і стабілізація даного режиму на заданий час; 5) зниження завдання на струм збудження генератора стрибком; 6) відключення живлення двигуна шляхом розриву якірного кола силовим комутатором; 7) стрибок зменшення завдання на збудження генератора після завершення електромеханічного перехідного процесу за пунктом 6.

Алгоритм керування в системі електропривода РН–АД:

1) підвищення напруги статора до заданого значення стрибком; 2) зниження напруги статора послідовністю стрибкових дій з подальшим виходом в усталений режим і стабілізація даного режиму на заданий час; 3) відключення напруги живлення двигуна шляхом розриву обмотки статора силовим комутатором.

При наявності системи регулювання швидкості в кожному усталеному режимі виконується стабілізація швидкості на заданому рівні.

Алгоритм керування в системі електропривода ПЧ–АД:

1) підвищення напруги статора до заданого значення стрибком; 2) зниження напруги статора послідовністю стрибкових дій з подальшим виходом в усталений режим і стабілізація даного режиму на заданий час, частота напруги не стабілізується; 3) зниження частоти напруги статора послідовністю стрибкових дій з подальшим виходом в усталений режим і стабілізація даного режиму на заданий час, а амплітуда напруги стабілізується (замість п.2); 4) відключення напруги живлення двигуна шляхом розриву обмотки статора силовим комутатором.

7.2. Синтез систем ідентифікації

Згідно з другою задачею синтезу вирішуються питання, пов'язані з вибором і використанням систем електропривода в системах ідентифікації.

Кожна з наведених вище систем електропривода має свої переваги і недоліки. Порівняння систем електропривода не дає переваги якій-небудь одній. Вибір системи електропривода для системи ідентифікації при вирішенні другої задачі синтезу виконується індивідуально, з урахуванням особливостей підприємства, призначенням і областю використання електропривода, що ідентифікується, задачами ідентифікації, точністю.

При виборі системи електропривода слід враховувати такі вимоги, що забезпечать алгоритм ідентифікації:

- можливість незалежного регулювання потоку збудження і напруги в електроприводі постійного струму;
- зниження потоку збудження на кутовій швидкості вище номінальної не повинно супроводжуватися стабілізацією ЕРС в електроприводі постійного струму;
- можливість незалежного регулювання частоти і напруги в частотному електроприводі змінного струму.

Більшість систем керування електроприводів є неперервними системами. Для таких систем достатньо повно розроблена теорія аналізу і синтезу регуляторів. З точки зору їх характеристик вони досить задовільні. Однак розвиток цифрової техніки призводить до створення принципово нових, заснованих на теорії цифрових систем керування, цифрових електроприводів. Використання ЕОМ в системах ідентифікації з прямим цифровим керуванням електроприводом не викликає труднощів. Сумісність ЕОМ і електропривода забезпечується на програмному рівні. Використання ж неперервних систем електропривода призводить до необхідності вирішувати проблему сумісності ЕОМ і системи електропривода. Така проблема може бути вирішена за допомогою методики переобладнання неперервних систем на базі ЕОМ [32]. Теорія цього питання розглянута у другому розділі.

Конкретизуємо теорію переобладнання неперервних систем на ЕОМ для типових систем керування електроприводами.

Переобладнання двозонної системи електропривода КП–Д. Структурна схема даної системи добре відома [26] і тому не наводиться. Розглянемо переобладнання системи по окремим контурам.

Контур струму якоря.

Структурна схема контуру струму якоря представлена на рис.7.4.

Регулятор струму має передаточну функцію $W_{PI}(s)$, що отримана за умовами технічного оптимуму [26],

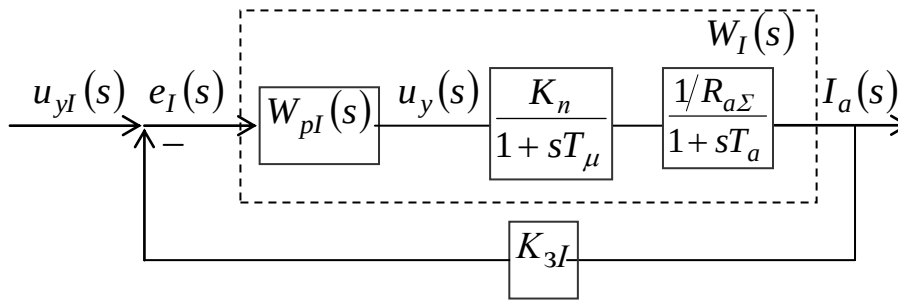


Рис.7.4. Структурна схема контуру струму якоря

$$W_{pI}(s) = \frac{u_y(s)}{e_I(s)} = \frac{1 + sT_a}{sT_{pI}}, \quad (7.1)$$

де $T_{pI} = \frac{K_{\Pi} a_I T_{\mu} K_{3I}}{R_{a\Sigma}}$; T_a – електромагнітна стала часу якорного кола, K_{Π} – коефіцієнт підсилення КП, a_I – коефіцієнт, T_{μ} – некомпенсована мала стала часу контуру, K_{3I} – коефіцієнт зворотного зв'язку за струмою, $R_{a\Sigma}$ – активний опір якорного кола електропривода.

Згідно технічному оптимуму бажана передаточна функція розімкнутого контуру струму

$$W_I(s) = \frac{I_a(s)}{e_I(s)} = \frac{1}{a_I T_{\mu} s (1 + sT_{\mu})}. \quad (7.2)$$

Нехтуючи величинами другого порядку малості і відповідно до (2.32) і (7.2) маємо рівняння стану

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{e_I(t)}{a_I T_{\mu}} = (A - B \cdot K_{3I}) \cdot I_a(t) + B \cdot 1 \cdot u_{yI}(t). \quad (7.3)$$

Згідно з (7.3) отримуємо матриці стану

$$A = \frac{K_{3I}}{a_I T_{\mu}}, \quad (7.4)$$

$$B = 1/a_I T_{\mu}. \quad (7.5)$$

Рівняння стану імітаційної цифрової моделі (рис.7.5) у відповідності до формули (2.34) для $ih \leq t \leq (i+1)h$

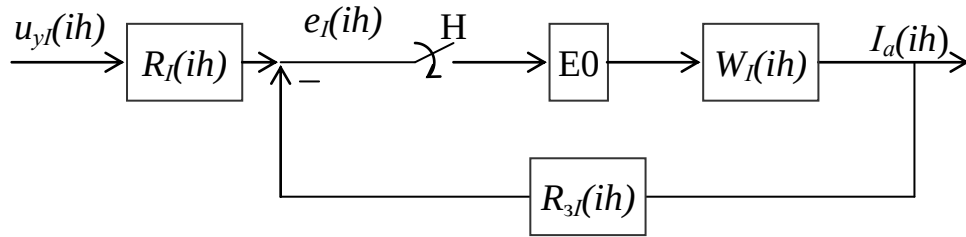


Рис.7.5. Структура контуру струму якоря системи електропривода КП–Д за методом переобладнання систем для ЕОМ

$$\frac{dI_a(t)}{dt} = A I_a(t) + B [R_I(ih) u_{yI}(ih) - R_{3I}(ih) I_a(ih)]. \quad (7.6)$$

При розкладанні матриць $R_I(ih)$ і $R_{3I}(ih)$ у області точки $h=0$ для двох членів ряду маємо [32]

$$R_I(ih) = R_I(0) + h \cdot R'_I(ih), \quad (7.7)$$

$$R_{3I}(ih) = R_{3I}(0) + h \cdot R'_{3I}(ih), \quad (7.8)$$

де $R_I(0)=1$, $R_{3I}(0)=K_{3I}$;
 $R'_I(ih)$, $R'_{3I}(ih)$ – похідні від відповідних матриць.
 Згідно з [32]

$$R'_I(ih) = \frac{1}{2} R_I(0) [A - B \cdot R_I(0)], \quad (7.9)$$

$$R'_{3I}(ih) = \frac{1}{2} R_I(0) [A - B \cdot R_{3I}(0)]. \quad (7.10)$$

З (7.9) і (7.10) при використанні (7.4) і (7.5) маємо

$$R'_I(ih) = -\frac{K_{3I}}{2a_I T_\mu}, \quad R'_{3I}(ih) = 0. \quad (7.11)$$

За допомогою (7.11), (7.7) і (7.8), отримуємо коефіцієнти $R_I(ih)$ і $R_{3I}(ih)$, що забезпечують збіг реакцій неперервної і цифрової системи на одну і ту ж вхідну дію

$$R_I = 1 - \frac{h K_{3I}}{2a_I T_\mu}, \quad (7.12)$$

$$R_{3I} = K_{3I} R_I. \quad (7.13)$$

Визначимо керуючий вплив на систему імпульсно-фазного керування вентиляльного перетворювача. З формули (7.1) після підстановок Z -форм випливає рівняння

$$u_y(z) = e_I(z) \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{(1 - z^{-1})}, \quad (7.14)$$

$$\text{де } b_0 = \frac{h}{2T_{pI}} \left(1 + \frac{2T_a}{h} \right); \quad b_1 = \frac{h}{2T_{pI}} \left(1 - \frac{2T_a}{h} \right).$$

$$e_I(z) = u_{yI}(z) R_I - I_a(z) z^{-1} R_{3I}. \quad (7.15)$$

З (7.14) і (7.15) маємо

$$u_{y,i} = u_{y,i-1} + (b_0 R_I) u_{yI,i} + (b_1 R_I) u_{yI,i-1} - (b_0 R_{3I}) I_{a,i-1} - (b_1 R_{3I}) I_{a,i-2}. \quad (7.16)$$

Контур швидкості.

Структурна схема контуру швидкості з замкнутим контуром струму $W_{I(3)}(s)$ представлена на рис.7.6.

$$W_{I(3)}(s) \approx \frac{1/K_{3I}}{1 + a_I T_\mu s}. \quad (7.17)$$

За умовами технічного оптимуму вибирається регулятор виду

$$W_{p\omega}(s) = K_{p\omega} = \frac{J K_{3I}}{a_\omega a_I T_\mu C_M \Phi_n K_{3\omega}}, \quad (7.18)$$

де J – момент інерції двигуна, a_ω – коефіцієнт, C_M – конструктивний коефіцієнт двигуна, $K_{3\omega}$ – коефіцієнт зворотного зв'язку по швидкості, Φ_n – номінальний потік двигуна.

Виконуючи процедуру, аналогічну процедурі переобладнання контуру струму, отримуємо для переобладнаного контуру швидкості (рис.7.7)

$$R_\omega = 1 - \frac{h K_{3\omega}}{2 a_I a_\omega T_\mu}, \quad (7.19)$$

$$R_{3\omega} = K_{3\omega} R_{\omega}. \quad (7.20)$$

Керуючий вплив для контуру струму якоря

$$u_{yI,i} = (K_{p\omega} R_{\omega}) \mu_{y\omega,i} - (K_{p\omega} R_{3\omega}) \omega_{i-1}. \quad (7.21)$$

Контур струму збудження.

Розрахунки для контуру струму збудження (рис.7.8) виконуються аналогічно розрахункам для контуру струму якоря і тому не наводяться.

Для переобладнаного контуру струму збудження (рис.7.9) маємо

$$R_3 = 1 - \frac{hK_{33}}{2a_3T_{\mu}}, \quad (7.22)$$

$$R_{33} = K_{33} R_3. \quad (7.23)$$

Керуючий вплив на систему імпульсно-фазного керування вентильним перетворювачем обмотки збудження

$$u_{y,i} = u_{y,i-1} + (b_0 R_3) \mu_{y3,i} + (b_1 R_3) \mu_{y3,i-1} - (b_0 R_{33}) I_{3,i-1} - (b_1 R_{33}) I_{3,i-2}, \quad (7.24)$$

$$\text{де } b_0 = \frac{h}{2T_{p3}} \left(1 + \frac{2T_3}{h} \right); \quad b_1 = \frac{h}{2T_{p3}} \left(1 - \frac{2T_3}{h} \right); \quad T_{p3} = \frac{K_3 a_3 T_{\mu} K_{33}}{R_{3\Sigma}};$$

T_3 – електромагнітна стала часу кола збудження, K_3 – коефіцієнт підсилення КП обмотки збудження, a_3 – коефіцієнт, K_{33} – коефіцієнт зворотного зв'язку по струму збудження, $R_{3\Sigma}$ – активний опір кола збудження електропривода.

Переобладнання системи електропривода РН–АД. Відомо, що регулювання кутової швидкості асинхронного двигуна може виконуватися каналами частоти напруги живлення і її амплітуди за різними законами керування [26, 51]. Алгоритм керування асинхронним двигуном по каналу напруги має суттєві переваги перед частотним керуванням за рахунок простоти реалізації. У тому випадку, коли вимоги до якості електромагнітних перехідних процесів не висуваються, система керування, що розглядається, є кращою.

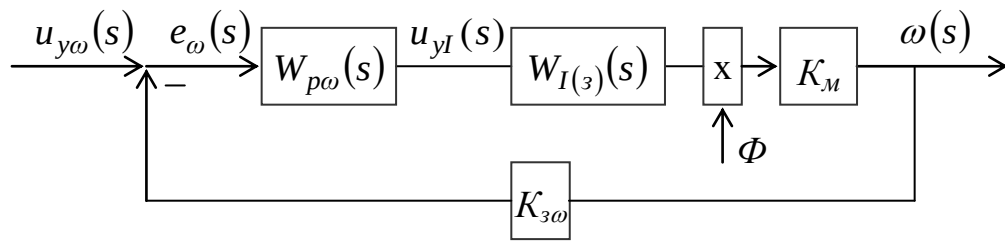


Рис.7.6. Структурна схема контуру швидкості

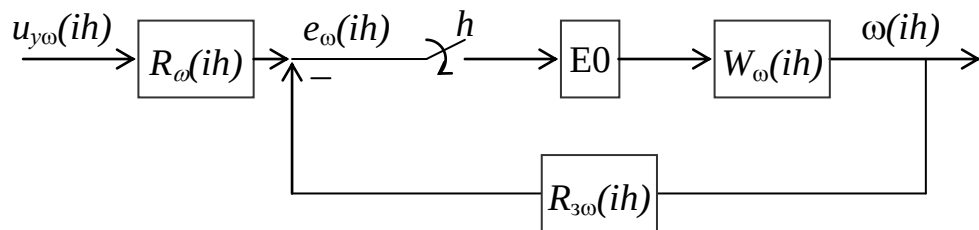


Рис.7.7. Структура контуру швидкості системи електропривода КП–Д за методом переобладнання систем для ЕОМ

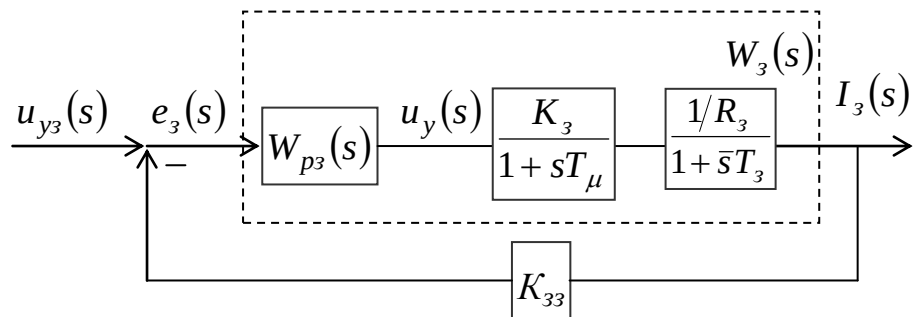


Рис.7.8. Структурна схема контуру струму збудження

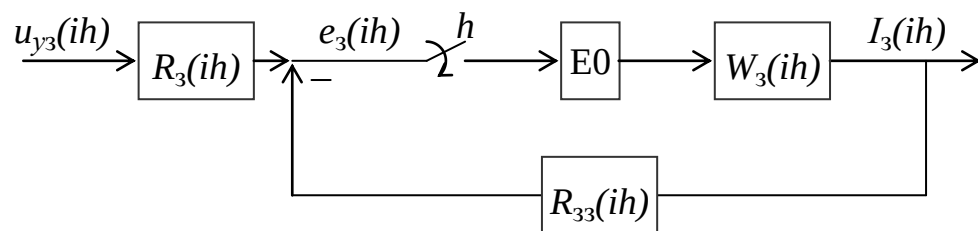


Рис.7.9. Структурна схема переобладнаного контуру струму збудження

Ідентифікація параметрів асинхронного двигуна в АКІ виконується в режимі неробочого ходу зміною амплітудного значення напруги живлення за заданим алгоритмом без контролю якості електромагнітних перехідних процесів. Зміна амплітуди напруги живлення не призводить до суттєвої зміни кутової швидкості двигуна, однак, для збільшення точності ідентифікації необхідно виключити можливість виникнення похибки, використовуючи зворотний зв'язок за швидкістю. Таким чином, постає задача синтезу системи керування амплітудою напруги живлення зі стабілізацією кутової швидкості.

Асинхронний двигун як об'єкт керування має суттєві нелінійності. У випадку, коли регулювання його параметрів, наприклад, кутової швидкості, виконується у невеликому діапазоні відносно певної точки, нелінійності можна лінеаризувати і отримати лінійну модель двигуна [5].

Питання лінеаризації асинхронного двигуна розглядались у [6]. Можна представити момент двигуна як лінійну функцію відносно прирощень $\Delta U_1, \Delta \omega, \Delta \omega_1$ виду

$$K_M \Delta M = K_f \cdot \Delta \omega_1 + K_u \cdot \Delta U_1 + K_\omega \cdot \Delta \omega, \quad (7.25)$$

де $\Delta \omega_1$ – прирощення частоти живлення; ΔU_1 – прирощення амплітуди напруги живлення; $\Delta \omega$ – прирощення частоти обертання двигуна; K_M, K_f, K_u, K_ω – коефіцієнти пропорційності.

$$K_f = \frac{2M_{k,h}(2\omega_h - \omega_{1,h})(1 + aS_{k,h})}{S_{k,h}\omega_{1,h}^2(1 + 2a)}, \quad (7.26)$$

де $a = \frac{R_1}{C_1 R_2'}$; $C_1 \approx 1,02 \dots 1,06$; – характеристичний коефіцієнт двигуна; ω_h – кутова частота обертання ротора; $\omega_{1,h}$ – номінальна кутова частота напруги живлення; $M_{k,h}$ – критичний момент в номінальному режимі; $S_{k,h}$ – критичне ковзання в номінальному режимі.

$$K_u = \frac{4M_{k,h}S_h(1 + aS_{k,h})}{U_{1,h}S_{k,h}(1 + 2a)}, \quad (7.27)$$

де S_h – номінальне ковзання.

$$K_\omega = -\frac{2M_{k,h}(1 + aS_{k,h})}{\omega_{1,h}S_{k,h}(1 + 2a)}. \quad (7.28)$$

Лінеаризована модель двигуна, що відповідає рівнянню (7.25) і рівнянню руху електропривода, представлена на рис. 7.10, а.

За умови, що частота напруги живлення не змінюється, в режимі неробочого ходу можна перетворити структурну схему на рис. 7.10, а до виду рис. 7.10, б, де K_d – коефіцієнт підсилення асинхронного двигуна; T_M – механічна стала часу асинхронного двигуна.

$$K_d = K_u / K_\omega, \quad (7.29)$$

$$T_M = J / K_\omega. \quad (7.30)$$

У відповідності до функціональної схеми системи керування амплітудою напруги живлення зі стабілізацією кутової швидкості структурна схема системи керування має вигляд рис. 7.11. Порівнюючи рис. 7.11 і рис. 7.4, бачимо повну структурну тотожність зображених схем. Відповідно, на основі (7.1) – (7.16) маємо

$$W_{p\omega}(s) = \frac{u_y(s)}{e_\omega(s)} = \frac{1 + sT_M}{sT_{p\omega}}, \quad (7.31)$$

де $T_{p\omega} = K_\Pi a_\omega T_\mu K_{3\omega} K_d$; K_Π – коефіцієнт підсилення РН, a_ω – коефіцієнт перерегулювання у контурі швидкості, $K_{3\omega}$ – коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю.

Для переобладнаної схеми (рис. 7.12) маємо

$$R_\omega = 1 - \frac{hK_{3\omega}}{2a_\omega T_\mu}, \quad (7.32)$$

$$R_{3\omega} = K_{3\omega} R_\omega. \quad (7.33)$$

Керуючий вплив на СІФК вентильного перетворювача РН

$$u_{y,i} = u_{y,i-1} + (b_0 R_\omega) u_{y\omega,i} + (b_1 R_\omega) u_{y\omega,i-1} - (b_0 R_{3\omega}) \omega_i - (b_1 R_{3\omega}) \omega_{i-1}, \quad (7.34)$$

$$\text{де } b_0 = \frac{h}{2T_{p\omega}} \left(1 + \frac{2T_M}{h} \right); \quad b_1 = \frac{h}{2T_{p\omega}} \left(1 - \frac{2T_M}{h} \right).$$

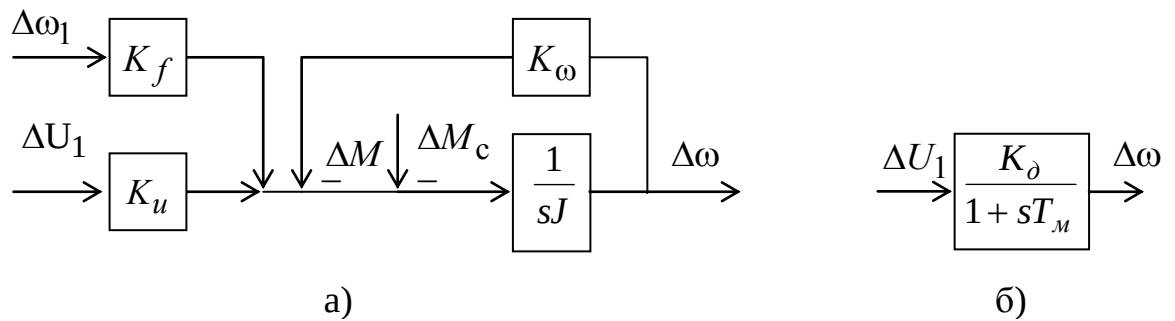


Рис. 7.10. Структурні схеми асинхронного двигуна:

а) лінеаризована; б) приведена

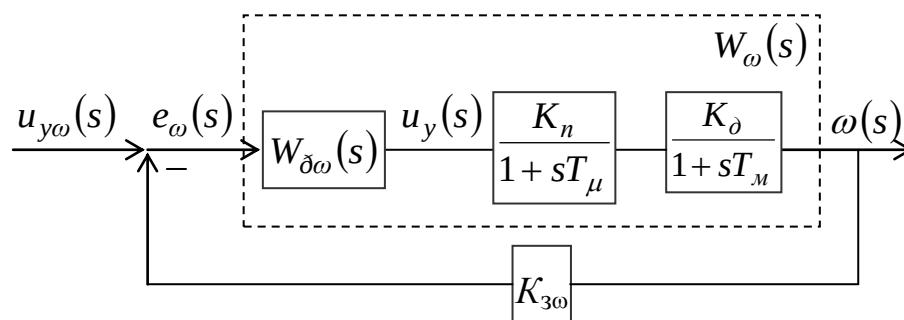


Рис.7.11. Структурна схема електропривода за системою РН–АД

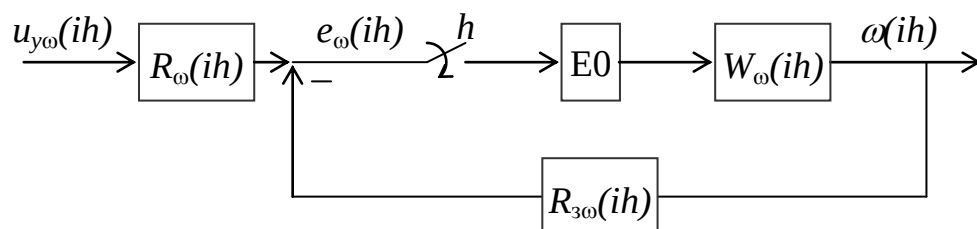


Рис.7.12. Структурна схема переобладнаної системи електропривода РН – АД

7.3. Точність ідентифікації

В ідеалі процес ідентифікації повинен будуватися таким чином, щоб при мінімумі дій збурення та їх тривалості отримати максимум корисної інформації для визначення оцінок параметрів. Однак, прогнозовані в результаті експерименту оцінки параметрів є приблизними через похибки, що пов'язані з такими основними причинами: наявністю шумів вимірювання, квантуванням вхідних і вихідних сигналів, обмеженістю часу досліджень, неточністю моделі або методу ідентифікації.

Усі ці причини обумовлюють загальну похибку ідентифікації і повинні розглядатися в сукупності.

Похибки, що пов'язані з шумом вимірювань. Як показано у [35], похибки вимірювань пов'язані з: високочастотними збуреннями; рідкими викидами; дрейфом; низькочастотними збуреннями, можливо періодичного характеру. При високочастотних збуреннях у [35] рекомендується виконувати цифрову фільтрацію і розрідження накопичених даних. Захист від викидів досягається за допомогою критеріїв робастної ідентифікації або вручну. Дрейфи і повільні збурення пропонується виключати за допомогою обробки даних шляхом безпосереднього віднімання, або введенням моделі шуму з полюсами поблизу окружності одиничного радіусу для врахування цих збурень.

Для отримання кількісних даних рівня шуму вимірювань використовують непрямий показник відношення максимального значення корисного сигналу до ефективного значення шумів $\vartheta(t)$ [15]

$$q_c = 20 \ln \frac{\max[y(t)]}{\sqrt{\frac{1}{T_u} \int_0^{T_u} \vartheta^2(t) dt}}, \quad (7.35)$$

де $T_u = N \cdot h$ – час вимірювань.

У дискретній формі

$$q_c^* = 20 \ln \frac{\max[y(ih)]}{\sqrt{\frac{1}{N \cdot h} \sum_{i=1}^N \vartheta^2(ih)}}. \quad (7.36)$$

У [15] вказується, що для ідентифікації перехідної характеристики об'єкта необхідно виконувати умови $q_c \geq +16$ дБ, а для ідентифікації імпульсної перехідної характеристики – $q_c \geq +6$ дБ. Якщо нерівність не виконується, підвищення величини q_c пропонується виконувати фільтрацією високочастотних складових сигналів або згладжуванням. Іншим ефективним мето-

дом є багаторазове повторення вимірів з подальшим усередненням. При цьому збільшення q_c за одне повторне вимірювання дорівнює [15]

$$\Delta q_c = 10 \ln(n), \quad (7.37)$$

де n – кількість повторних вимірів.

Для характеристики впливу шумів на процес ідентифікації також вводять коефіцієнт надлишку [15]

$$R_N = \frac{N}{N_{min}} - 1, \quad (7.38)$$

де N_{min} – мінімально необхідне число вимірів вихідного сигналу.

Збільшення R_N підвищує захищеність процедур ідентифікації від похибок вимірювань завдяки одержуваній можливості проводити фільтрацію, згладжування вихідних даних або визначати статистичні характеристики використаної моделі. Однак значне збільшення надлишку даних призводить до складностей при збереженні і обробці інформації. Таким чином, R_N є компромісною величиною.

У даній роботі розглядається два режими ідентифікації – усталений і динамічний, тому слід визначити значення надлишку для кожного режиму окремо.

Усталений режим. У п. 4.1 пропонується метод енергетичного балансу для розподілу втрат у електричному двигуні. При цьому розглядається використання ненадлишкової (4.2) і надлишкової систем рівнянь (4.5). У кожному з варіантів експеримент проводиться при зміні одного з параметрів режиму двигуна в залежності від його роду струму (табл.4.1). Згідно з алгоритмами керування (див. п. 7.1) при зміні цього параметру виконується стабілізація швидкості обертання двигуна після закінчення електромагнітних перехідних процесів. Тобто, надлишок інформації у даному випадку можна створити за рахунок: а) забезпечення ненадлишкової системи рівнянь енергетичного балансу і паралельних вимірювань у кожному усталеному режимі; б) забезпечення надлишкової системи рівнянь енергетичного балансу, паралельні виміри у кожному усталеному режимі роботи електропривода відсутні; в) забезпечення надлишкової системи рівнянь енергетичного балансу і паралельних вимірювань у кожному усталеному режимі. У кожному з наведених випадків значення N_{min} визначається кількістю невідомих параметрів в системі рівнянь енергетичного балансу.

Вибір того чи іншого варіанту залежить, очевидно, від співвідношення час ідентифікації – вартість вимірювань. Наведені вище варіанти створення надлишку інформації поставлені у порядку зростання складності їх виконання. Дійсно, виконати паралельні виміри в усталеному режимі значно простіше і швидше, ніж виводити систему електропривода в інший усталений режим. Тому, варіант "а)" має право на існування і був використаний в роботах

[19, 49]. Паралельні виміри з подальшим усередненням у цьому випадку підвищують показник корисного сигналу q_c . Їх кількість n визначатиметься отриманим у процесі вимірювань значенням q_c^* за формулою (7.36) для одного паралельного виміру і подальшим порівнянням з допустимою величиною +16 дБ. Якщо q_c^* менше допустимого, виконується додатковий паралельний вимір і q_c^* корегується за формулою (7.37). Цей процес виконується в автоматичному режимі під керуванням ЕОМ тільки один раз. у інших ustalених режимах кількість паралельних вимірів приймається на рівні їх визначеної кількості у першому ustalеному режимі.

Варіант "б)", більш складний за реалізацією, дозволяє отримати статистичні характеристики використаної моделі енергетичного балансу, що значно підвищує значущість процесу ідентифікації і дозволяє встановити статистичну похибку ідентифікації. Кількість надлишкових ustalених режимів визначається вибраною довірчою вірогідністю і заданим перевищенням параметра, що ідентифікується, над оцінкою стандартної похибки його визначення за допомогою регресійного аналізу.

Варіант "в)" є найбільш бажаним, але й найбільш складним у реалізації. Кількість паралельних вимірів і надлишкових ustalених режимів визначається аналогічно наведеним вище варіантам.

Динамічний режим. Проведення паралельних вимірів у динамічних режимах викликає труднощі не тільки через складність реалізації самих режимів, але й через складність синхронізації паралельних вимірів у часі. Тому коефіцієнт надлишку R_N може підвищуватися за рахунок: а) зменшення інтервалу дискретизації при незмінному періоді вимірів; б) збільшенні періоду вимірів при незмінному інтервалі дискретизації; в) збільшенні періоду вимірів і зменшенні інтервалу дискретизації. Таким чином, постає питання вибору інтервалу дискретизації h і часу вимірювання T_u .

Мінімально необхідне число вимірів вихідного сигналу N_{min} визначається інтервалом дискретизації і сталою часу об'єкта, що ідентифікується. Априорна невизначеність останнього параметру примушує встановлювати його попереднє значення на рівні середнього передбачуваного.

Вибір інтервалу дискретизації для обробки даних. Будемо вважати, що збір інформації виконується у рівновіддалені моменти часу, тому визначенню підлягає інтервал дискретизації h .

З точки зору теорії інформації очевидно, що чим частіше виконується дискретизація, тим краще. Однак ефективність нової інформації, зазвичай, убиває з ростом частоти дискретизації. Мала величина h не дозволяє значно зменшити рівень шуму, і дані з цієї причини будуть мало інформативними [35].

Якщо час проведення експерименту обмежений, а вартість додавання нових вимірювань мала, мінімізація інтервалу дискретизації відносно природних сталих часу може бути обмежена технічними можливостями і нестійкістю дискретних моделей з дуже малим кроком дискретизації. Модель з малим

інтервалом h в керуванні, як правило, не є мінімальнофазовою, а інерційні системи моделюються з елементами затримки на декілька інтервалів дискретизації [52].

Якщо час проведення експерименту не лімітується, а вартість вимірів досить велика, необхідно вибрати інтервал дискретизації з такого розрахунку, щоб послідовність даних була найбільш інформативною. Наприклад, велике порівняно зі сталими часу ЕМС ЕП значення h не буде давати достатньої інформації про динамічні властивості системи.

Таким чином, вибір значення інтервалу дискретизації є компромісом між зменшенням рівня шуму і відповідності даних дійсним динамічним властивостям системи.

Фільтрація даних. Фільтрація даних може бути виконана двома шляхами: а) попередня фільтрація входних і вихідних даних; б) фільтрація похибок завбачення.

Приймемо, що послідовність похибок завбачення $\{y(ih, \theta)\}$ перетворюється лінійним стійким фільтром $L(q)$, де q – оператор запізнення. За рахунок використання фільтру за формулою (1.19) можуть бути усунені несуттєві при моделюванні ефекти високочастотних збурень або повільного дрейфу. У випадку лінійного стаціонарного фільтру і скалярних y та u результат фільтрації буде таким же, якщо спочатку виконати фільтрацію даних входних і вихідних змінних (попередня фільтрація), а потім використати завбачник [35]. Ефект попередньої фільтрації ідентичний зміні моделі шуму з $H(q, \theta)$ на $H_L(q, \theta) = L^{-1}H(q, \theta)$ (див. розділ 1).

Попередня фільтрація даних виконується значною кількістю методів, наприклад [1, 3]. Кожний з них заснований на різних ідеях і припущеннях, тому використання окремих методів у порівнянні призводить до різних результатів. У зв'язку з цим виникає питання оцінки якості фільтрації вихідних даних. Розглядаються методи згладжування перехідних функцій ковзним усередненням, рядами Фур'є, четвертими різницями, поліномами Чебишева.

Суть метода ковзного середнього у послідовному усередненні отриманих дискрет y_i , $i = 0, 1, 2, \dots, N$ перехідної функції на деякому інтервалі часу $l \cdot h$, $l < N$. Інтервал часу $l \cdot h$ називають пам'яттю лінійного фільтра [3]. Цей фільтр суттєво ослаблює гармонійні складові з частотами вище $2\pi/(l \cdot h)$. Згладжування перехідних функцій четвертими різницями виконується як апроксимація за допомогою методу найменших квадратів кожних п'яти сусідніх значень y_i параболою другого порядку.

Метод згладжування рядами Фур'є заснований на різній швидкості убавання коефіцієнтів розкладення [3].

При згладжуванні перехідної функції поліномами Чебишева виконується попередня інтерполяція рядами Фур'є по синусам, а потім – розкладення за допомогою функцій Бесселя по поліномам Чебишева [3].

Аналіз якості згладжування виконувався за величиною дисперсії АФХ, знайденої через вимірювану перехідну характеристику [3]. У роботі [3] зроблений висновок про найкращу якість згладжування за допомогою поліномів Чебишева. На другому місці за результатами наближень АФХ прийнятий метод згладжування рядами Фур'є. У порівнянні методу четвертих різниць і методу ковзного середнього найгіршим визнано останній. Це пояснюється тим фактом, що перший метод заснований на припущенні про близькість математичного очікування у вибраному інтервалі згладжування до параболи другого порядку, у той час, коли метод ковзного середнього базується на гіпотезі про близькість математичного очікування на прийнятому відрізку часу до прямої лінії [3]. Однак, тут же робиться висновок про те, що кількість розрахунків за методом ковзного середнього у 3-4 рази менша за кількість розрахунків за методом четвертих різниць, що урівнює шанси методів при використанні.

Вимоги до швидкості розрахунків в експрес-методах ідентифікації не дозволяють використовувати ті методи фільтрації, що пов'язані зі значною розрахунковою роботою. Тому, не зважаючи на порівняно менший ефект фільтрації, найбільш доцільними з приведених є методи фільтрації ковзним середнім і четвертих різниць.

У [1] розглянуті рекурсивні цифрові фільтри. Вони апроксимують неперервні аналоги відповідними різницевиими рівняннями. Слід акцентувати увагу саме на цифровій фільтрації сигналів, як природній для цифрових систем обробки даних.

Загальний вид рівнянь рекурсивної фільтрації [1]

$$y_{\phi,i} = b_0 \cdot y_{\phi,i-n} + b_1 \cdot y_{\phi,i-n+1} + \dots + b_{n-1} \cdot y_{\phi,i-1} + a_0 \cdot y_{i-n} + a_1 \cdot y_{i-n+1} + \dots + a_n \cdot y_n, \quad (7.39)$$

де n – порядок фільтра,

$\{y_{\phi,i}\}$ – масив фільтрованих даних,

$b_0, b_1, \dots, b_{n-1}, a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ – коефіцієнти, що розраховуються відповідно до заданої характеристики фільтра.

Формула (7.39) є формулою авторегресійної моделі ковзного середнього, тому наведені вище методи усереднення ковзного середнього і четвертих різниць є окремими випадками загальної форми (7.39).

Найбільш розповсюдженими є рекурсивні фільтри Баттерворта, Чебишева, еліптичний.

Виходячи з умов практики, найбільш оптимальні за співвідношенням "якість – час фільтрації" є апроксимації:

- фільтр Баттерворта восьмого порядку, що забезпечує згасання на подвоєній частоті зрізу не менше 55 ДБ;
- фільтр Чебишева шостого порядку, що забезпечує згасання на подвоєній частоті зрізу не менше 60 ДБ;
- еліптичний фільтр шостого порядку, що забезпечує згасання на подвоєній частоті зрізу не менше 65 ДБ.

Усі перераховані фільтри задовольняють вимогам точних лабораторних вимірів відповідно до ГОСТ 17168-82.

7.4. Алгоритми ідентифікації

Визначені у п.7.1. алгоритми керування електроприводом при використанні ВДК для ідентифікації дозволяють отримати масиви даних усталених режимів і перехідних процесів струмів і напруг, а також кутових швидкостей дослідної електромеханічної системи електропривода, достатніх для подальшої процедури ідентифікації потрібних параметрів.

Отримані у попередніх розділах аналітичні залежності для ідентифікації можна звести до декількох загальних алгоритмів автоматичної ідентифікації параметрів ЕМС ЕП. Розглянемо два з них.

Ідентифікація номінальних параметрів і параметрів динамічного режиму електропривода постійного струму може бути виконана за допомогою алгоритму, що представлений на рис. 7.13– 7.15. З магнітного диску береться інформація для розрахунків (блок 1). Далі, за алгоритмом обчислень номінального навантаження (блоки 3 і 4), розраховується значення номінального струму, виконується вибір режиму роботи (заданий апріорно) і, за потребою, розраховується коефіцієнт теплового перевантаження (блок 6). При експлуатації двигуна з навантаженням, що перевищує номінальне, визначається довговічність ізоляції (блоки 8 – 11). Далі ідентифікується ККД двигуна.

В подальшому розраховуються сталі часу (блоки 15 або 17 і 18) у залежності від того, який тип двигуна досліджується (блок 14) і яка обмотка у ДПСЗ шунтується (блок 16).

Ідентифікація номінальних параметрів і параметрів динамічного режиму асинхронного електропривода виконується за допомогою алгоритму рис. 7.16–рис.7.19.

З магнітного диску береться інформація для розрахунків (блок 1). Далі, за алгоритмом розподілу втрат, розраховується активний опір фаз статора, коефіцієнт втрат у сталі (блок 3). У блоці 4 виконується ітераційне уточнення згаданих параметрів до моменту досягнення заданої апріорно похибки (блоки 5 і 6). Далі ідентифікуються параметри гілки намагнічування схеми заміщення двигуна (блок 7). Потім, за алгоритмом обчислень номінального навантаження (блоки 8 і 9), розраховується значення номінального струму, виконується вибір режиму роботи (заданий апріорно) і, за необхідністю, розраховується коефіцієнт теплового перевантаження (блок 10). При експлуатації двигуна з навантаженням, що перевищує номінальне, визначається довговічність ізоляції (блоки 11 – 15). У блоці 16 ідентифікується номінальний коефіцієнт потужності, а потім ідентифікується номінальний ККД двигуна (блок 17). Ідентифікація сталих часу виконується в порядку – T_2 (блок 19), а далі – T_1 . Остання уточнюється у блоці 20. Результати записуються на магнітний диск (блок 21). При бажанні ідентифікація сталих часу може бути здійснена ітераційно.

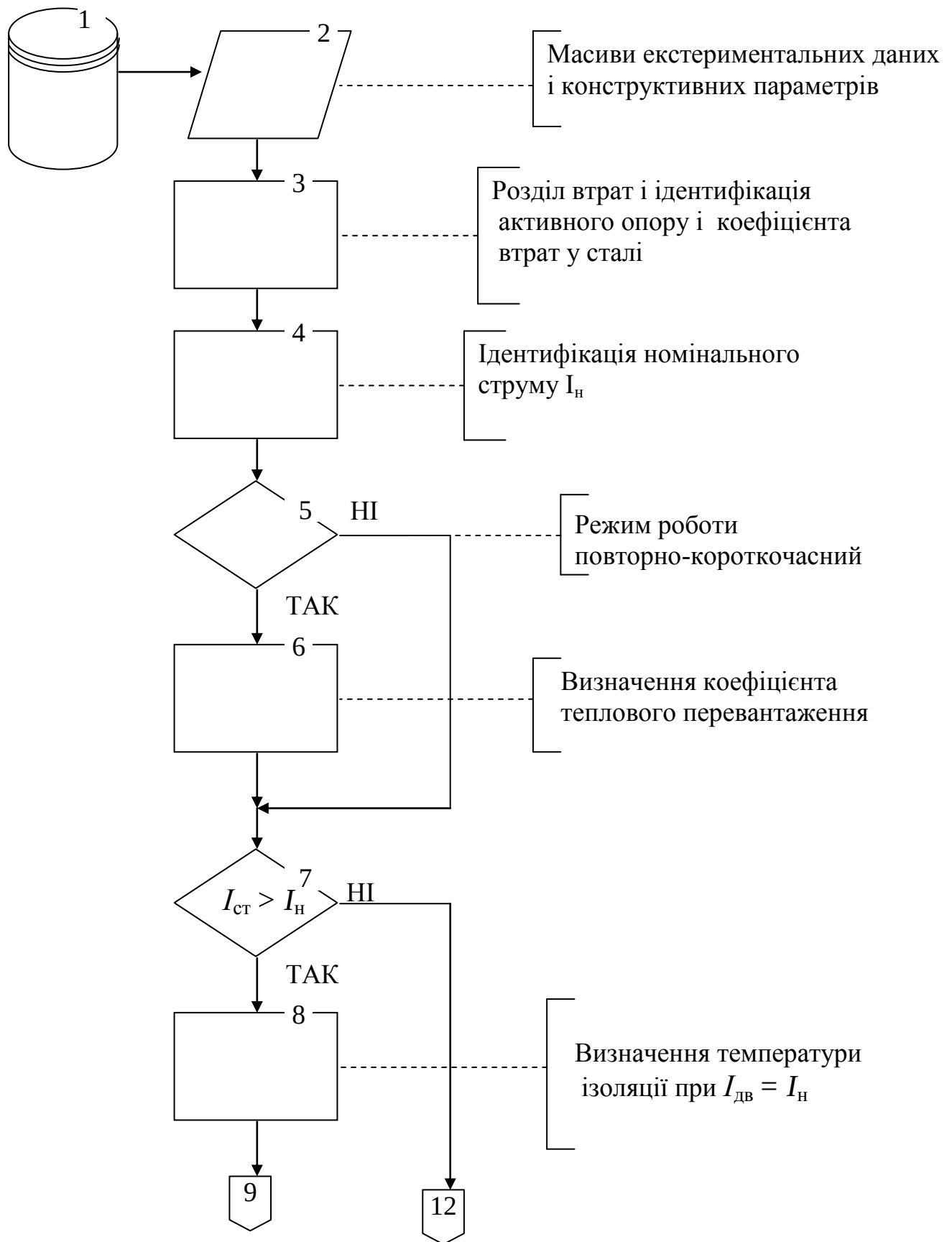


Рис.7.13. Алгоритм ідентифікації параметрів електропривода постійного струму

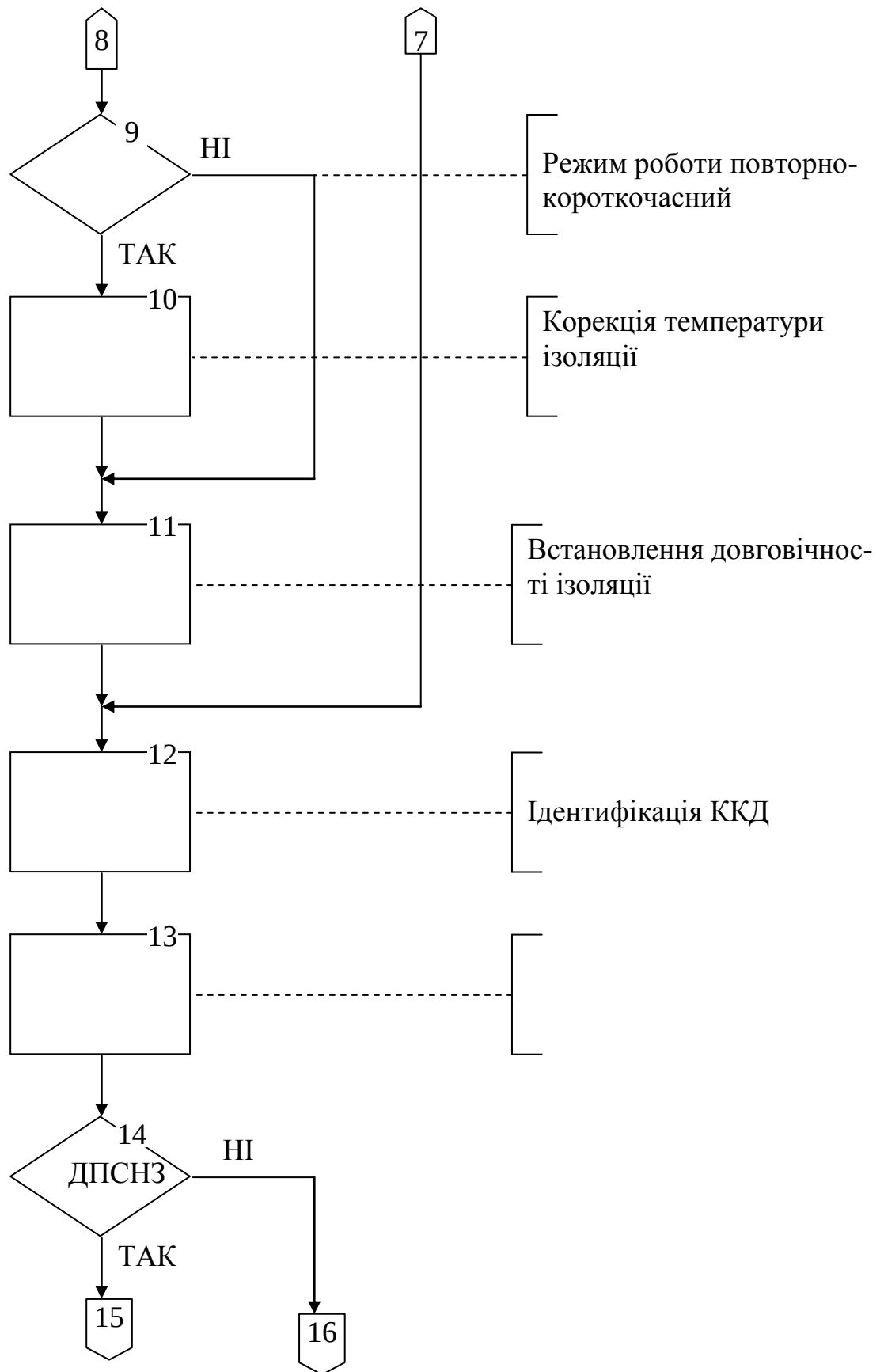


Рис.7.14. Продовження рис.7.13

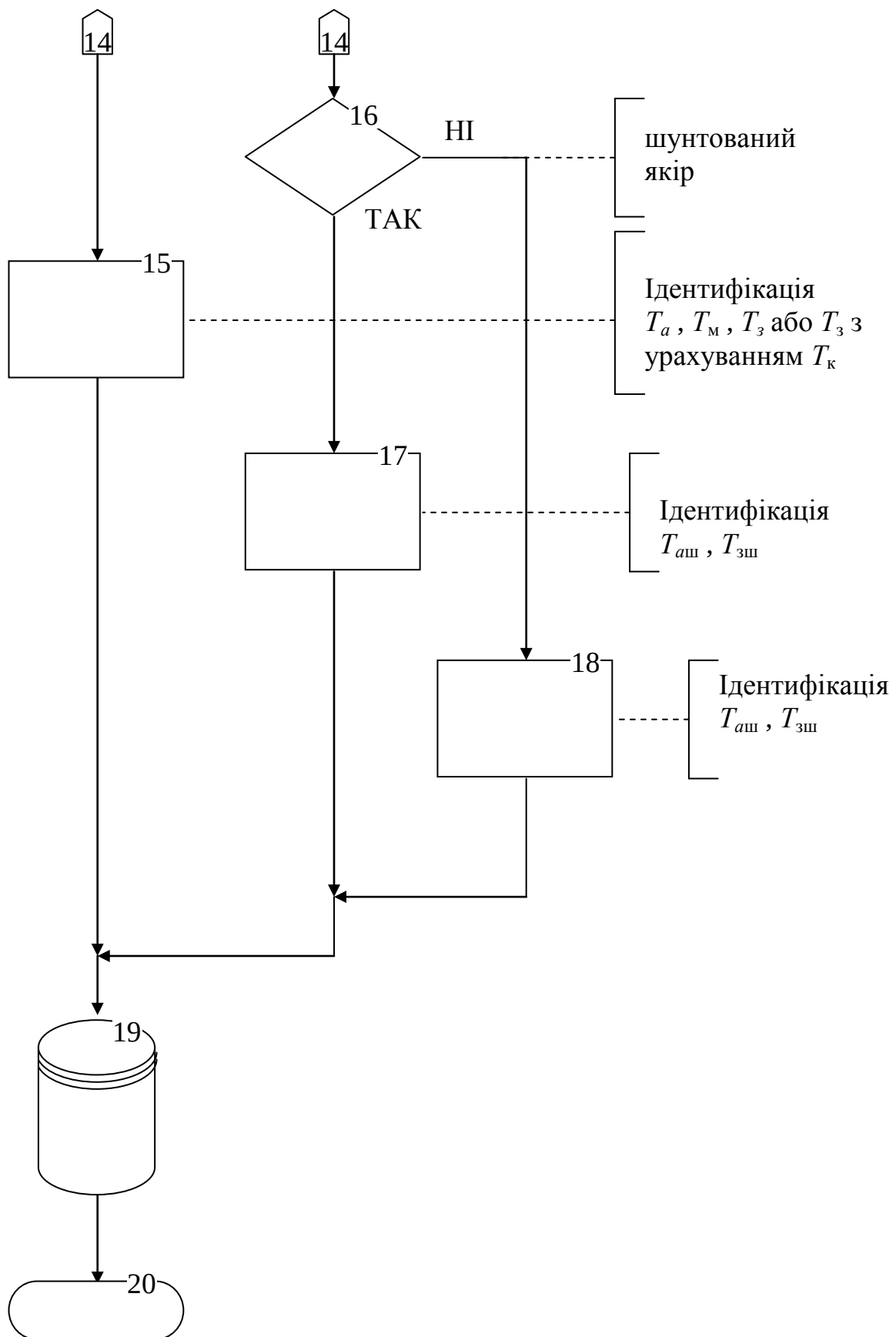


Рис.7.15. Закінчення рис.7.13

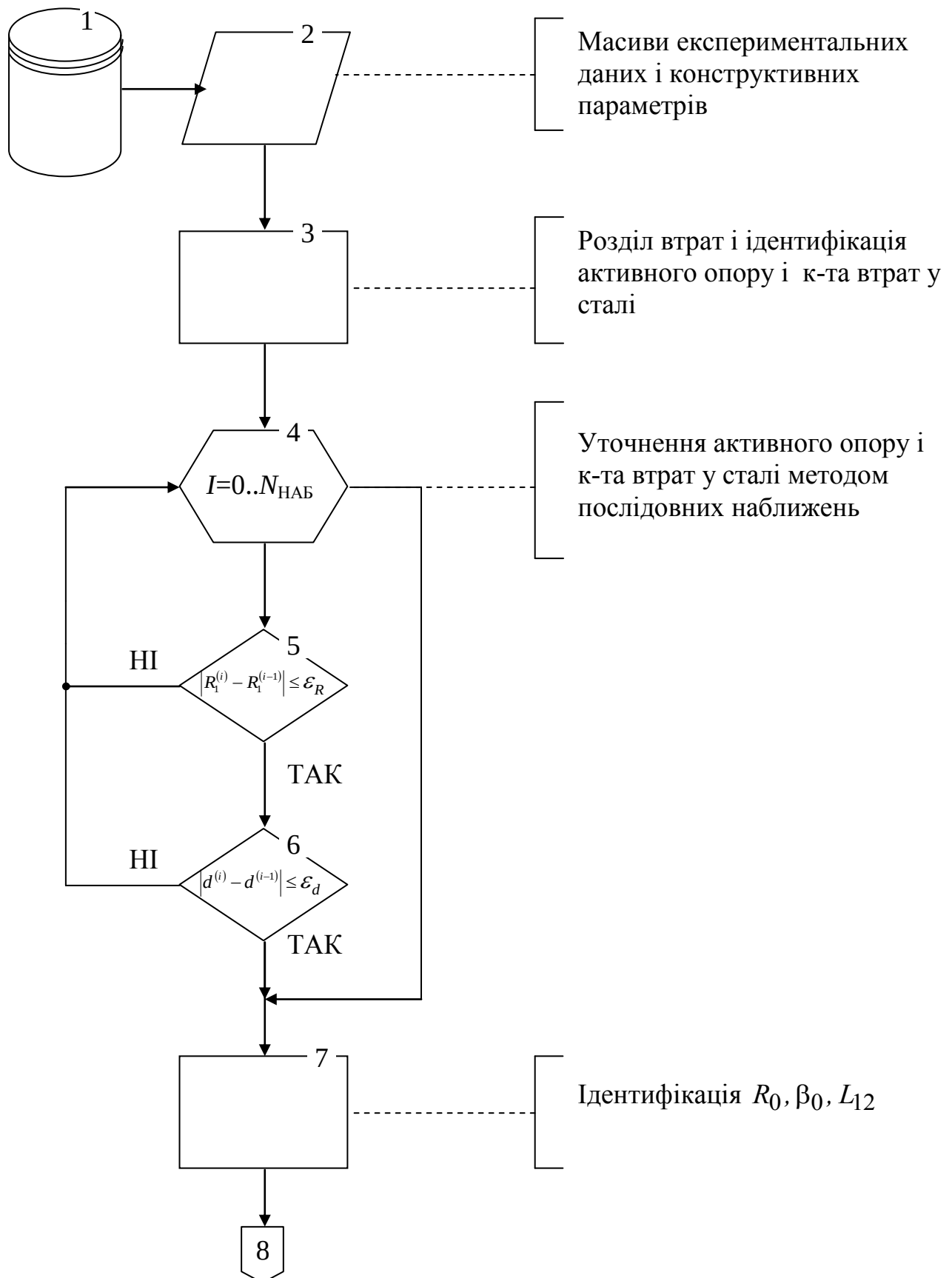


Рис.7.16. Алгоритм ідентифікації параметрів асинхронного електропривода

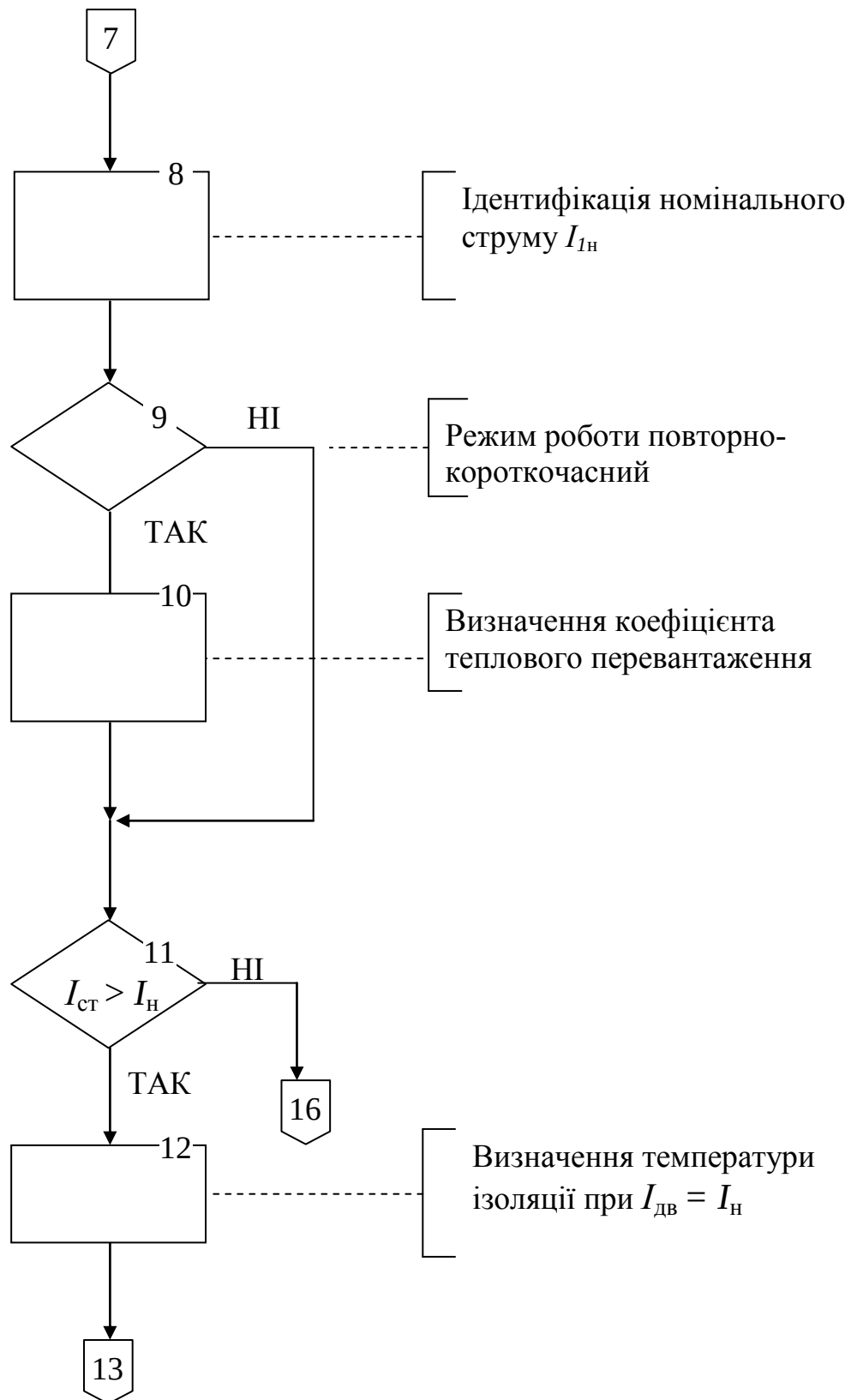


Рис.7.17. Продовження рис.7.16

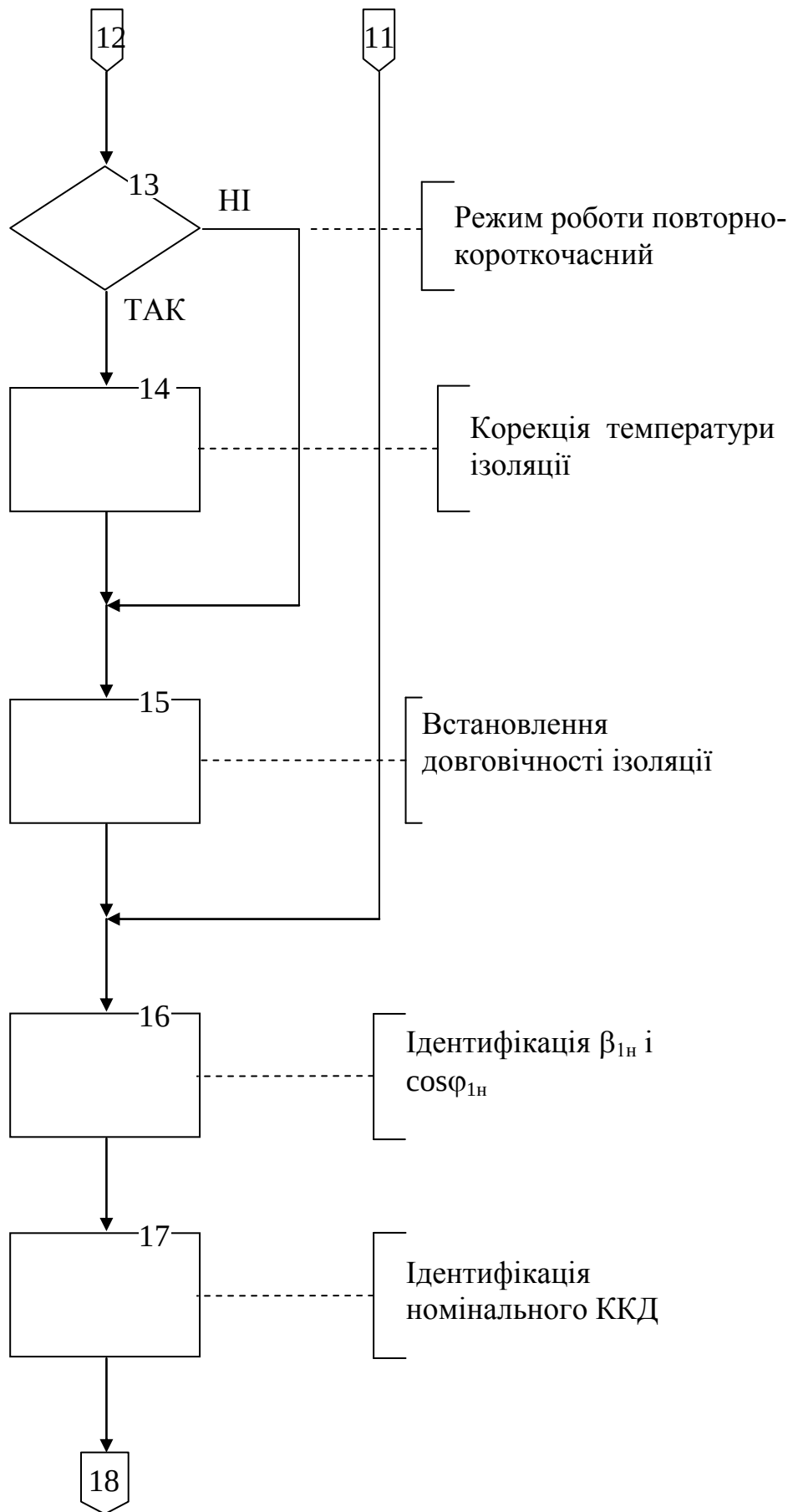


Рис.7.18. Продовження 2 рис.7.16

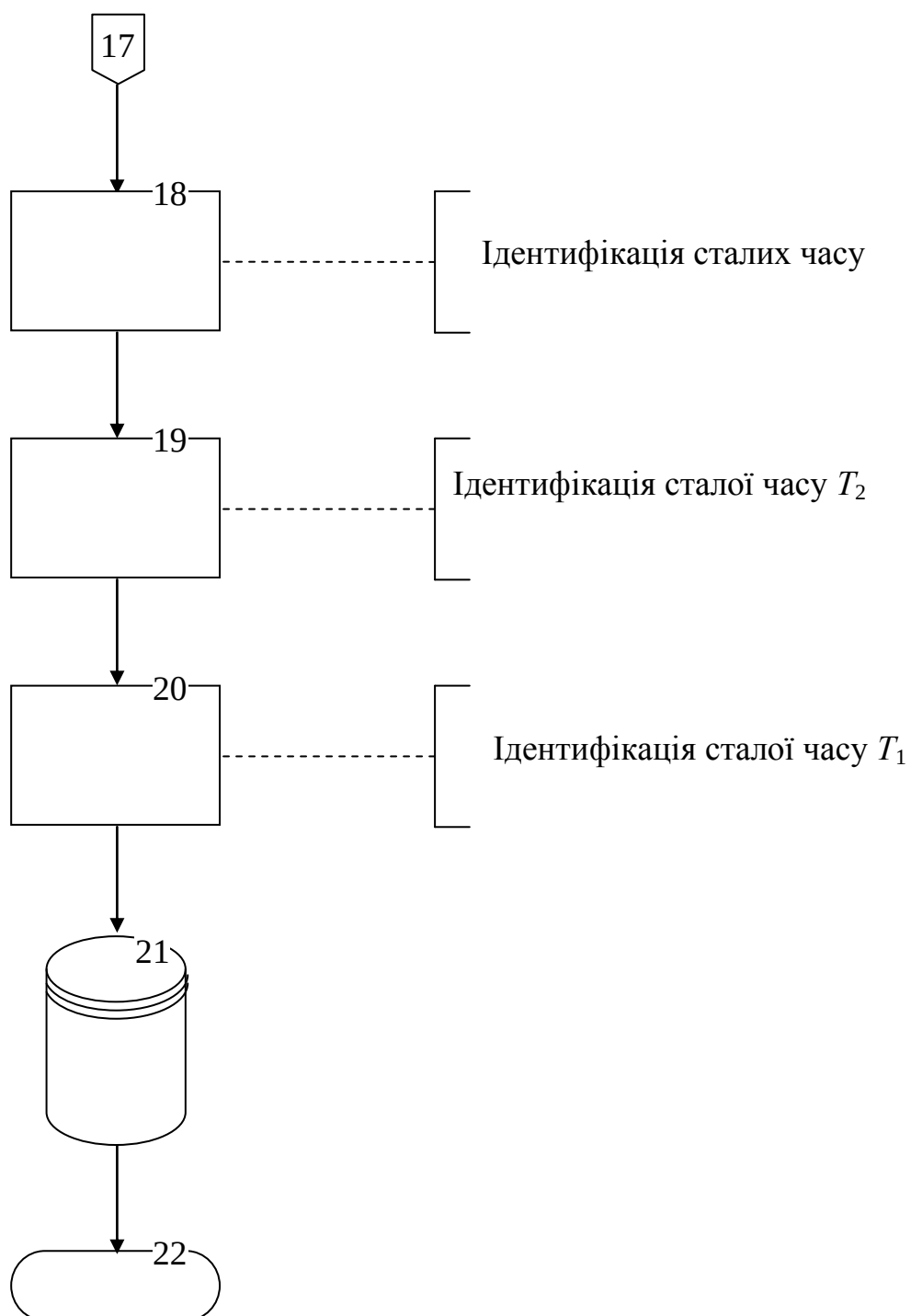


Рис. 7.19. Закінчення рис. 7.16

ВИСНОВКИ

Представлена монографія присвячена питанням створення єдиної системи інформаційного забезпечення електромеханічних систем електроприводів на основі ідентифікації параметрів номінального і динамічних режимів їх роботи для вирішення проблем енергозбереження і ресурсозбереження. Враховуючи сучасний розвиток інформаційних технологій авторами запропоновані оригінальні дискретні моделі електромеханічних систем електропривода постійного і змінного струму, які дозволяють створювати цифрові автоматизовані системи ідентифікації і керування електроприводами.

В результаті аналізу показано, що дискретна апроксимація неперервних моделей об'єктів зі складними передаточними функціями призводить до зростаючої похибки усіх існуючих методів дискретної апроксимації. Для збільшення точності дискретних моделей необхідно деталізувати структуру неперервної системи до рівня інтегральних ланок. Запропоновано виконувати дискретну апроксимацію інтегральних ланок за методом імпульсних функцій, що зменшує похибку апроксимації, і враховувати ненульові початкові умови для використання дискретних моделей на різних відрізках детермінованого перехідного процесу.

Для ідентифікації динамічних параметрів електромеханічних систем електроприводів пропонується за основу брати розроблений авторами метод рекурентних форм, який дозволяє отримати аналітичні залежності відносно невідомих параметрів через дискрети перехідного процесу вихідної координати при стрибку вхідної дії. Ця форма є коректною для всього перехідного процесу, а також може бути використана ітераційно для уточнення результату. В разі, коли вхідний сигнал відрізняється від стрибка, невідомі параметри знаходяться за допомогою дискретної передаточної функції.

При ідентифікації номінальних даних електропривода пропонується метод, який використовує баланс потужності в режимі неробочого ходу, а також теплові моделі електродвигуна. На основі розподілу втрат і теплової моделі прогнозується максимальний струм при умові не перевищення температури найбільш нагрітих частин обмотки двигуна допустимої температури. Номінальний струм не повинен бути більшим за прогнозоване значення. У іншій постановці задачі, коли навантаження на двигуні залишається на рівні, встановленому паспортом, за допомогою того ж методу прогнозується час роботи двигуна до відмови через тепловий пробій ізоляції.

Автори розуміють, що бурхливий розвиток цифрової техніки призвів до відповідного динамічного розвитку теорії цифрових систем. Тому висвітлені у монографії питання не є останнім словом у поставленій проблемі. На сьогоднішній день існують декілька наукових шкіл, що займаються питаннями цифрової ідентифікації, моніторингу електромеханічного обладнання з метою підвищення ефективності його використання. Тому автори готові до діалогу і дискусій у цьому напрямку для пошуку і розвитку нових ідей.

Наукове видання

Півняк Геннадій Григорович
Бешта Олександр Степанович
Тулуб Сергій Борисович

**Цифрова ідентифікація параметрів
електромеханічних систем
в задачах енерго- і ресурсозбереження**

(монографія)

Редакційно-видавничий комплекс

Підписано до друку 18.11.04. Формат 30х42/4. Папір Captain. Ризографія.
Умовн. друк. арк. 11,0. Обліково-видавн. арк. 11,0. Тираж 300 прим. Зам. №

Підготовлено до друку та видруковано у Національному гірничому
університеті. Свідectво про внесення до державного реєстру ДК №277.
49027, м. Дніпропетровськ, 27, просп. К.Маркса, 19.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Антонью А.* Цифровые фильтры: анализ и проектирование: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1983. 320 с., ил.
2. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболенская. – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с., ил.
3. *Балакирев В.С., Дудников Е. Г., Цирлин А.М.* Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления. М.: Энергия, 1967. – 232 с., ил.
4. *Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г.* Управление электроприводами: Учебное пособие для вузов. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. – 392 с.
5. *Башарин А.В., Постников Ю.В.* Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ: Учебное пособие для вузов. – 3-е изд. – Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отд-ние, 1990. – 512 с.
6. *Бешта А.С., Желдак Т.А., Балахонцев А.В.* Линеаризация механической характеристики асинхронного двигателя // Науковий вісник Національної гірничої академії України. – 2000. – №6. – С. 99-102.
7. *Богаенко И.Н.* Контроль температуры электрических машин. – Киев: Техніка, 1975. – 975с.
8. *Борисенко А.И.* и др. Аэродинамика и теплопередача в электрических машинах. – М.: Энергия, 1974. – 356 с.
9. *Борисенко А.И.* и др. Охлаждение промышленных электрических машин. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 297с.
10. *Бурковский А.Н., Ковалев Е.Б., Коробов В.К.* Нагрев и охлаждение электродвигателей взрывонепроницаемого исполнения. – М.: Энергия, 1970. – с.
11. *Важнов А.И.* Электрические машины. – Л.: Энергия, 1968. – 768 с.
12. *Веников В.А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах: Учеб. для электроэнергет. спец. вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 536 с.
13. Выбор мощности электропривода механизмов прокатных станов: Учеб. пособие / А.Б. Зеленов. – К.: УМК ВО, 1990. – 200 с.
14. *Гроп Д.* Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
15. *Дейч А.М.* Методы идентификации динамических объектов. – М.: Энергия, 1979. – 240 с., ил.
16. *Домбровский В.В., Зайчик В.М.* Асинхронные машины: Теория, расчет, элементы проектирования. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 368с.
17. *Дрейпер Н., Смит Г.* Прикладной регрессионный анализ: В 2-х кн. Кн. 1 / Пер. с англ. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 351 с.: ил.
18. *Дрейпер Н., Смит Г.* Прикладной регрессионный анализ: В 2-х кн. Кн. 2 / Пер. С англ. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 351 с.: ил.
19. *Желдак Т.А.* Автоматизований електромеханічний комплекс для ідентифікації параметрів асинхронних двигунів з короткозамкнутим ротором в режимі холостого ходу: Автореф. дис... канд. техн. наук // НГА України.–Дніпропетровськ, 2001.–17 с.
20. *Жерве Г.К.* Промышленные испытания электрических машин. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – с.

21. *Иванов-Смоленский А.В.* Электрические машины. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
22. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 541 с., ил.
23. *Каган В.Г., Лебедев Г.В., Малинин Л.И.* Полупроводниковые системы с двигателями последовательного возбуждения. – М.: Энергия, 1971. – 96с.
24. *Казаков И.Е.* Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. – М.: Наука, 1975. – 432 с.
25. *Квартальнов Б.В.* Динамика автоматизированных электроприводов с упругими механическими связями: Библиотека по автоматике. – Вып. № 139. – М. – Л.: Энергия, 1965. – 88 с.
26. *Ключев В.И.* Теория электропривода: Учеб. для вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 704 с., ил.
27. *Коварский Е.М., Янко Ю.И.* Испытание электрических машин. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.
28. *Копылов И.П.* Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1994. – 318 с.
29. *Корн Г. Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука. – 1984. – 831 с.
30. *Кринецкий И.И.* Расчет нелинейных автоматических систем. – Київ: Техніка, 1968. – 312 с.
31. *Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салышев О.С.* Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. – М.: Машиностроение, 1978. – 222 с.
32. *Куо Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с., ил.
33. *Куропаткин П.В.* Оптимальные и адаптивные системы: Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1980. – 287 с., ил.
34. *Лэм Г.* Аналоговые и цифровые фильтры: Расчет и реализация. – М.: Мир, 1982. – 592 с.
35. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я.З.Цыпкина. – М.: Наука. – 1991. – 432 с.
36. *Нейман Л.Р., Демирчян К.С.* Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Том 1. Учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с., ил.
37. *Нейман Л.Р., Демирчян К.С.* Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Том 2. Учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с., ил.
38. *Оппенгейм А.В., Шафер Р.В.* Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
39. *Острём К., Виттенмарк Б.* Системы управления с ЭВМ: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987 – 480 с., ил.
40. Патент України № 99031752, МПК 6G 01R 31/14. Спосіб контролю виткової ізоляції обмоток електричних машин і апаратів і пристрій для його здійснення / Бешта О.С., Желдак Т.А., Макуха Ю.М.; Заявлено 30.03.1999.
41. Патент України №99031184, МПК 6H 02K. Спосіб визначення меж зони безіскрової роботи колекторних електричних машин постійного струму / Іванов О.Б., Бешта О.С., Колб А.А.; Заявлено 03.03.1999.
42. *Перельмутер В.М., Сидоренко В.А.* Системы управления тиристорными электроприводами постоянного тока. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 304 с.
43. *Петров И.И., Мейстель А.М.* Специальные режимы работы асинхронного электропривода. – М.: Энергия. – 1968. – 264 с.
44. Проектирование электрических машин: Учеб. пособие для вузов / И.П.Копылов,

- Ф.А.Горяинов, Б.К.Клоков и др.; Под ред. И.П.Копылова.—М.: Энергия, 1980.— 496 с.
- 45.** Родькин Д.И. Системы динамического нагружения и диагностики электродвигателей при послеремонтных испытаниях. — М.: Недра, 1992. — 236 с.
- 46.** Рывкин А.А. и др. Справочник по математике. Изд. 3-е. — М.: Высшая школа, 1975. — 554 с. с илл.
- 47.** Синтез электромеханических приводов с цифровым управлением / Вейц В. Л., Вербовой П.Ф., Вольберг О.Л., Съянов А.М.; Отв. ред. Войтех А.А.; АН Украины. Ин-т электродинамики. — Киев: Наук. Думка, 1991. — 232 с.
- 48.** Смит Д.М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей. М.: Машиностроение, 1980. —271 с.
- 49.** Суф'ян Махмуд Наджиб Аль-Батайнех. Автоматизований електромеханічний комплекс по визначенню параметрів машин постійного струму після ремонту.— Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Дніпропетровськ, 1999. — 17 с.
- 50.** Счастливый Г.Г. Нагревание закрытых асинхронных электродвигателей. — Киев: Наукова думка. — 1966. — 196 с.
- 51.** Теорія електропривода: Підручник / М.Г. Попович, М.Г. Борисюк, В.А.Гаврилюк та ін.; За ред. М.Г. Поповича. — К.: Вища шк., 1993. — 494 с.
- 52.** Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Энергия, 1968. — 400 с.
- 53.** Шуйский В.П. Расчет электрических машин: Пер. с нем.—М.: Энергия, 1968. — 732 с.
- 54.** Эйкхоф П. Основы идентификации систем управления: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 683 с.
- 55.** Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением / Ю.А.Борцов, Н.Д.Поляхов, В.В.Путов. — Л.: Энергоатомиздат, 1984. — 216 с.