Е30

О.Д. Егоров

Конструирование механизмов роботов



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»

О.Д. Егоров

Конструирование механизмов роботов

Допущено
Учебно-методическим объединением вузов по образованию в области автоматизированного машиностроения (УМО АМ) в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»

Москва
«Абрис»
2012

680

УДК 621.86/87
ББК 32.816
Е 30

Рецензенты:

кафедра «Специальная робототехника и мехатроника» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (зав. кафедрой *Ю.И. Рассадкин*); д-р техн. наук, проф. *В.Г. Хомченко* (зав. кафедрой «Автоматизация и робототехника» Омского государственного технического университета)

Егоров О.Д.

Е 30 Конструирование механизмов роботов. Учебник/О.Д. Егоров. — М.: Абрис, 2012. — 444 с.: ил.

ISBN 978-5-4372-0012-4

Изложены основные вопросы механики исполнительных устройств роботов, методы расчета и конструирования как отдельных механизмов, так и целых модулей, включая и мехатронные модули, входящие в состав исполнительных устройств. Рассмотрены кинематический, динамический и точностной расчеты исполнительных устройств, а также приведен их синтез.

Для студентов, обучающихся по направлению 652000 «Мехатроника и робототехника» специальности 210300 «Роботы и робототехнические системы». Представляет интерес для студентов-машиностроителей, обучающихся по другим направлениям и специальностям.

МГТУ "СТАНКИН"
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

УДК 621.86/87
ББК 32.816

ISBN 978-5-4372-0012-4

© ООО «Абрис», 2012
ОАО «Издательство «Высшая школа» ®

Оригинал-макет данного издания является собственностью ООО «Абрис», и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия владельца запрещается.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 6

Глава 1. **Структура роботов** 7

1.1. Термины и определения 7
1.2. Назначение и классификация робототехнических систем 9
1.3. Промышленные роботы и их классификация 14
1.4. Структура промышленного робота 16
1.5. Элементы кинематической структуры исполнительного механизма 18
1.6. Обобщенные координаты и степени подвижности 20
1.7. Структурные формулы исполнительных механизмов 21
1.8. Синтез структурных схем исполнительных механизмов 24

Глава 2. **Основные характеристики роботов** 30

2.1. Геометрические характеристики 30
2.2. Точностные характеристики 34
2.3. Кинематические характеристики 34
2.4. Технические характеристики 36

Глава 3. **Кинематика роботов** 37

3.1. Системы координат роботов 37
3.2. Системы координат звеньев 39
3.3. Преобразования декартовых координат 41
3.4. Однородные координаты 44
3.5. Преобразования однородных координат 44
3.6. Уравнения кинематики исполнительного устройства робота 47
3.7. Прямая и обратная задачи кинематики 51
3.8. Дифференцирование матриц преобразования 53
3.9. Определение линейных скоростей и ускорений звеньев 55
3.10. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев 57

Глава 4. **Динамика роботов** 58

4.1. Кинетостатический расчет исполнительных устройств 58
4.2. Уравнения Лагранжа 2-го рода 62
4.3. Обобщенные силы 65
4.4. Уравнения движения исполнительного устройства 68

Глава 5. **Расчеты на прочность исполнительных устройств** 72

5.1. Усилия, действующие на звенья исполнительного устройства . . . 72
5.2. Расчеты на прочность при статическом нагружении 73
5.3. Расчет исполнительного устройства на выносливость 75
5.4. Статистическая теория подобия усталостного разрушения 82
5.5. Расчет на выносливость при регулярном переменном нагружении 90
5.6. Расчет на прочность при нерегулярном переменном нагружении 91

Глава 6. **Расчет исполнительных устройств на жесткость** 94

6.1. Расчет звеньев исполнительного устройства на жесткость 94
6.2. Податливость преобразователей движения 96

Глава 7. **Погрешность позиционирования робота** 101

7.1. Первичные ошибки 101
7.2. Погрешности обобщенных координат 105
7.3. Погрешности ввода обобщенных координат 107
7.4. Кинематические погрешности и мертвый ход преобразователей движения 108
7.5. Погрешности обобщенных координат, вызванные податливостью преобразователей движения приводов 121
7.6. Погрешности обобщенных координат, вызванные упругими свойствами функциональных звеньев 123

7.7. Погрешность установки исполнительного устройства робота 124
7.8. Погрешность позиционирования робота 126
Глава 8. **Приводы роботов** 131
8.1. Электромеханический привод 131
8.2. Кинематические характеристики привода 132
8.3. Положение центра массы исполнительного устройства 133
8.4. Сила сопротивления привода 134
8.5. Момент сопротивления привода 136
8.6. Выбор электродвигателя привода 138
8.7. Передаточное отношение привода 141
8.8. Размещение приводов на исполнительном устройстве 144
8.9. Электродвигатели 145
Глава 9. **Преобразователи движения** 160
9.1. Передача винт-гайка качения 160
9.2. Передача винт-гайка скольжения 173
9.3. Дифференциальная и интегральная передачи винт-гайка 176
9.4. Реечная передача 177
9.5. Волновая зубчатая передача 190
9.6. Планетарные передачи 200
9.7. Передачи с гибкой связью 219
Глава 10. **Механизмы выборки мертвого хода** 223
10.1. Выборка мертвого хода в винтовых механизмах 223
10.2. Выборка мертвого хода в зубчатых механизмах 227
Глава 11. **Тормозные устройства** 231
11.1. Механические тормозные устройства 231
11.2. Электромагнитные тормозные устройства 237
11.3. Устройства фиксации 242
Глава 12. **Уравновешивающие механизмы** 244
12.1. Виды систем уравновешивания 244
12.2. Эффективность системы уравновешивания 246
12.3. Грузовое уравновешивание статических нагрузок вращающегося звена 247
12.4. Эффективность грузовой системы уравновешивания вращающегося звена 249
12.5. Грузовое уравновешивание статических нагрузок исполнительного устройства 251
12.6. Пружинный механизм с постоянной нагрузочной характеристикой уравновешивания статических нагрузок 252
12.7. Пружинный механизм с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой 255
12.8. Системы уравновешивания силовых статических нагрузок 259
12.9. Системы уравновешивания моментных статических нагрузок . . . 261
12.10. Системы уравновешивания комбинированных статических нагрузок 262
12.11. Системы уравновешивания переменных статических нагрузок . . . 262
Глава 13. **Направляющие** 265
13.1. Направляющие с трением скольжения 265
13.2. Направляющие с трением качения 269
13.3. Шариковые LM-направляющие 272
13.4. Шарикосплайновые направляющие 278
13.5. Расчет LM-направляющих на долговечность 283
13.6. Расчет шарикосплайновых направляющих на долговечность 284
Глава 14. **Рабочие органы** 286
14.1. Захватные устройства 286

14.2. Биологический прототип захватного устройства . . . 287
14.3. Факторы, влияющие на конструкцию захватных устройств . . . 288
14.4. Классификация захватных устройств . . . 289
14.5. Технические характеристики захватных устройств . . . 289
14.6. Механические захватные устройства . . . 290
14.7. Двигатели схватов . . . 291
14.8. Преобразователи движения . . . 291
14.9. Точность захвата объекта . . . 293
14.10. Рабочие элементы . . . 296
14.11. Усилия в местах контакта объекта с рабочими элементами . . . 297
14.12. Усилие захватывания . . . 301
14.13. Усилие привода . . . 303
14.14. Усилия в выходных звеньях преобразователей движения . . . 305
14.15. Контактные напряжения . . . 307
14.16. Геометрические параметры рабочих элементов . . . 311
14.17. Диапазон раскрытия рабочих элементов схвата . . . 313
14.18. Многообъектные схваты . . . 314
14.19. Многофункциональные схваты . . . 314
14.20. Крепление рабочего органа к исполнительному устройству . . . 316
14.21. Вакуумные захватные устройства . . . 322
14.22. Магнитные захватные устройства . . . 329
14.23. Оснастка . . . 332

Глава 15. **Информационные устройства** . . . 343
15.1. Датчики информации . . . 343
15.2. Датчики положения и перемещения . . . 344
15.3. Датчики скорости . . . 373

Глава 16. **Конструирование модулей степеней подвижности и рабочих органов** 378
16.1. Уровни модулей . . . 378
16.2. Мехатронные модули . . . 379
16.3. Расчет модулей . . . 386
16.4. Разбиение погрешности модуля по его элементам . . . 387
16.5. Расчет элементов модуля . . . 392

Глава 17. **Проектирование исполнительных устройств** . . . 393
17.1. Стадии проектирования . . . 393
17.2. Номенклатура документов проекта . . . 396
17.3. Унификация при проектировании исполнительных устройств . . . 399
17.4. Конструирование исполнительных устройств . . . 400
17.5. Компоновка исполнительных устройств . . . 400
17.6. Разбиение погрешности позиционирования робота по погрешностям степеней подвижности . . . 401

Глава 18. **Надежность роботов** . . . 404
18.1. Основные понятия надежности . . . 404
18.2. Характеристики надежности . . . 405
18.3. Безотказность . . . 407
18.4. Надежность в период нормальной эксплуатации . . . 408
18.5. Надежность в период постепенных отказов . . . 409
18.6. Надежность сложных систем . . . 410
18.7. Резервирование . . . 412

Список литературы . . . 414

Приложение . . . 415

ПРЕДИСЛОВИЕ

Роботостроение является одной из основных отраслей машиностроения. Создание автоматических линий, автоматизированных производств, «безлюдных» заводов стало возможным благодаря достижениям роботостроения и применению новых многофункциональных машин, имитирующих действия человека, роботов. Внимание ученых, конструкторов, инженеров сосредоточено на разработке высокоэффективных технологий изготовления роботов, расчетах и конструировании как отдельных механизмов, так и всего робота в целом.

В учебнике изложены основные вопросы механики исполнительных устройств (ИУ) роботов, а также методы расчета и конструирования как отдельных механизмов, так и целых модулей, включая и мехатронные модули, входящие в состав ИУ. Приведены структура робота и его ИУ, геометрические, кинематические, точностные и технические характеристики, синтез структурных схем исполнительных механизмов; дан анализ кинематики и динамики робота методом матриц; рассмотрены методы расчета и проектирования исполнительных, передаточных, уравновешивающих, люфтовыбирающих, тормозных механизмов, направляющих и рабочих органов; изложены методы расчета точности различных преобразователей движения и методика определения погрешности позиционирования робота; приведен метод расчета и проектирования модулей степеней подвижности и рабочих органов, а также исполнительных механизмов (ИМ); рассмотрены датчики линейных и угловых перемещений, применяемые в роботах; изложены основы теории надежности робота.

Учебник предназначен для студентов специальностей «Роботы и робототехнические системы» и «Мехатроника», а также может быть полезен инженерным и научно-техническим работникам, занимающимся проектированием робототехнических систем и комплексов для автоматизированного машиностроения.

Автор выражает благодарность рецензентам, а также коллективу кафедры «Робототехника и мехатроника» Московского государственного технологического университета «СТАНКИН» и лично доценту В.А. Игнатьеву за помощь при подготовке учебника и полезные советы.

Замечания и пожелания по улучшению содержания книги прошу направлять по адресу: 101472, Москва, Вадковский пер., д. 1, МГТУ «СТАНКИН».

Автор

ГЛАВА 1

СТРУКТУРА РОБОТОВ

1.1. Термины и определения

В настоящее время существует большой интерес к проблемам робототехники. Расширяются сферы приложения роботов. Все чаще их применяют в промышленном производстве, бытовом обслуживании, здравоохранении, военном деле, а также в космосе, под водой и в других средах. Появились и получили широкое распространение принципиально новые классы робототехнических систем, обладающие большой функциональной гибкостью за счет прогрессивных механических конструкций, эффективных приводов, микропроцессорных управляющих систем с развитым программным обеспечением, технического зрения и других средств очувствления, адаптивных возможностей, элементов искусственного интеллекта.

Эти качественные изменения, а также развитие концептуальных представлений о функциях, структуре, принципах построения роботов не всегда находят должное отражение в терминологии, используемой в справочно-информационных изданиях, словарях, учебных пособиях, а также в многочисленных научных публикациях, отличающихся большой терминологической разнородностью и неупорядоченностью. Некоторые традиционно употребляемые в отечественной и переводной литературе по робототехнике термины неточно передают сущность выражаемых ими понятий, допускают многозначное толкование или, наоборот, имеют распространенные синонимичные варианты. Терминологическая нечеткость затрудняет общение специалистов, усложняет учебный процесс, ведет к неверным практическим решениям.

В связи с этим разработан ряд нормативных документов и руководящих материалов по терминологии в робототехнике: ГОСТ 25686—85 «Манипуляторы, автооператоры и промышленные роботы. Термины и определения», Технический отчет международной организации стандартизации ИСО 8379 «Манипуляционные промышленные роботы. Словарь», «Теория робототехнических систем. Терминология» (разработана комиссией по проблеме «Робототехника и автоматизированное производство»).

Приведем некоторые термины и определения из документа «Теория робототехнических систем. Терминология».

Робототехника — область науки и техники, связанная с созданием, исследованием и применением роботов, охватывает вопросы проектирования, программного обеспечения, очувствления роботов, управления ими, а также роботизации промышленности и непромышленной сферы.

Робот — многофункциональная перепрограммируемая машина для полностью или частично автоматического выполнения двигательных функций аналогично живым организмам, а также некоторых интеллектуальных функций человека.

Перепрограммируемость — это возможность замены, коррекции или генерации управляющей программы автоматически или с помощью человека.

К роботам, в частности, не относят автооператоры, а также копирующие манипуляторы и другие машины, управляемые только человеком — оператором.

Промышленный робот — робот, предназначенный для выполнения технологических и (или) вспомогательных операций в промышленности.

В зависимости от специфики применения различают роботы непромышленного назначения: например, пожарный, сельскохозяйственный, военный робот и т.д.

Технологический промышленный робот — промышленный робот для выполнения технологических переходов, операций, процессов, оснащенный рабочим или измерительным инструментом.

Вспомогательный промышленный робот — промышленный робот для обслуживания технологического оборудования, перемещения объектов, оснащенный захватным устройством.

Специальный робот — робот для выполнения одной операции одного вида.

Специализированный робот — робот для выполнения различных операций одного вида.

Универсальный робот — робот для выполнения различных операций различных видов.

Жесткопрограммируемый робот — робот, управляющая программа которого, введенная на этапе программирования, не может быть изменена в процессе работы в зависимости от функционирования робота и (или) контролируемых параметров рабочей среды.

Адаптивный робот — робот, управляющая программа которого может автоматически меняться в процессе работы в зависимости от функционирования робота и (или) контролируемых параметров рабочей среды.

Не следует смешивать понятия «адаптивный робот» и «очувствленный робот». Последний, обладая датчиками внешней информации, может не иметь средств автоматического изменения управляющей программы в процессе функционирования.

Интеллектный робот — робот, управляющая программа которого может полностью или частично формироваться автоматически в соответствии с поставленным заданием и в зависимости от состояния рабочей среды.

Манипуляционный робот — робот для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека.

Стационарный манипуляционный робот — манипуляционный робот, закрепленный на неподвижном основании.

Мобильный робот — робот, способный перемещаться в рабочей среде в соответствии с управляющей программой. Он может быть снабжен манипулятором.

К мобильным роботам не относят передвижные манипуляционные роботы, которые могут быть оперативно перемещены в рабочей среде вручную или с помощью транспортных средств с ручным управлением.

Педипулятор — часть мобильного робота, предназначенная для воспроизведения функций опорно-двигательного аппарата человека или животного.

Роботизация — автоматизация ручного или рутинных видов умственного труда человека с применением роботов.

Роботизированный комплекс — совокупность одного или нескольких промышленных роботов, другого технологического оборудования и оснастки для выполнения единого технологического процесса.

Робототехническая система — робот с оснасткой или роботизированный комплекс, выполняющий технологический процесс.

1.2. Назначение и классификация робототехнических систем

Робототехнические системы можно разделить на три больших класса: манипуляционные робототехнические системы; мобильные робототехнические системы; информационные и управляющие робототехнические системы.

Информационные и управляющие робототехнические системы представляют собой комплексы измерительно-информационных и управляющих средств, автоматически производящих сбор, обработку и передачу информации, а также использование ее для формирования различных управляющих сигналов. Примером могут служить необитаемые подводные аппараты, снабженные измерительно-информационными и управляющими устройствами и автоматической аппаратурой для определения свойств воды и дна, для обработки, обнаружения и опознания предметов с автоматической выдачей информации. На рис. 1.1 показан информационный технический робот, представляющий собой робототехническую систему, способную получать, перерабатывать и передавать информацию о состоянии окружающей среды (температура, влажность, взрывоопасность, запыленность, шум, состав рудничного воздуха и т.д.), для обеспечения технологического процесса добычи полезных ископаемых.

Мобильные робототехнические системы представляют собой платформы или шасси, перемещением которых управляет автоматика. При этом они имеют запрограммированную автоматическую адресовку цели, могут автоматически нагружаться и разгружаться, осуществлять доставку заготовок и инструментов к станкам и деталей от станков на склад.

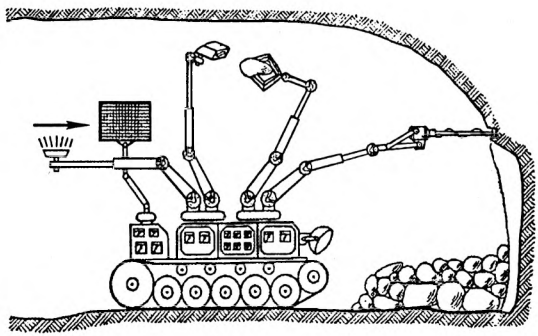


Рис. 1.1

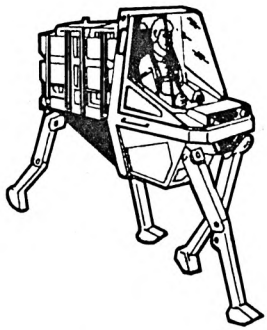


Рис. 1.2

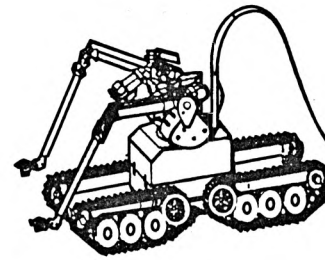


Рис. 1.3

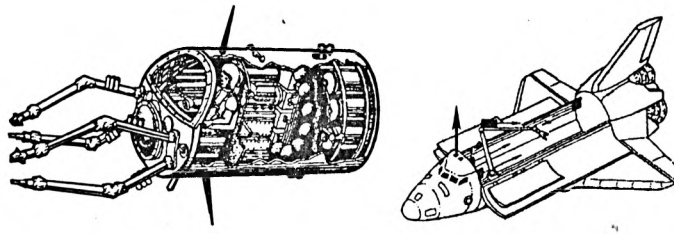


Рис. 1.4

Мобильные робототехнические системы могут быть колесными, шагающими (рис. 1.2), колесношагающими, гусеничными (рис. 1.3), летающими (рис. 1.4), плавающими (рис. 1.5).

Манипуляционные робототехнические системы можно разделить на три вида: автоматически действующие роботы, автоматические манипуляторы и роботизированные технологические комплексы; дистанционно управляемые роботы, манипуляторы и технологические комплексы; ручные.

Автоматически действующие роботы применяют в основном в промышленном производстве. В зависимости от способа задания и отработки управляющей программы роботы делят на четыре рода: жестковстроенные, программные, адаптивные, интеллектные.

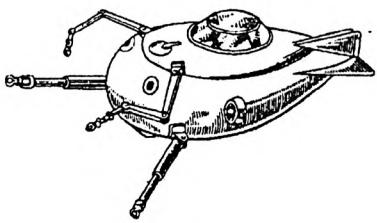


Рис. 1.5

Жестковстроенные роботы еще не являются собственно роботами, поэтому они представляют собой *нулевое (дороботное) поколение.* Они не имеют перестраиваемых программных управляющих устройств. Это механические руки (автооператоры), жестко связанные с остальным технологическим оборудованием, которые выполняют строго определенную работу в соответствии с заранее под-

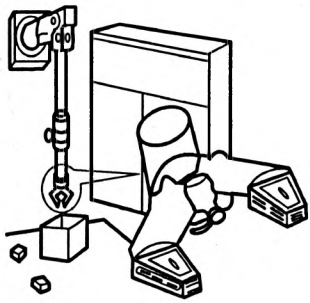


Рис. 1.6

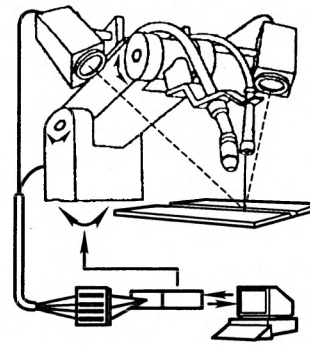


Рис. 1.7

готовленной программой, вне зависимости от изменения условий внешней среды.

Программные роботы (первое поколение роботов) обладают возможностью корректировки, переналадки и смены управляющих программ в зависимости от условий внешней среды. Но после каждой переналадки они повторяют многократно одну и ту же жесткую программу в строго определенной обстановке с определенно расположенными предметами.

Адаптивные роботы (второе поколение роботов) могут самостоятельно в большей или меньшей степени ориентироваться в нестрого определенной обстановке, приспосабливаясь к ней (рис. 1.6). Для этого их снабжают датчиками, реагирующими на обстановку, и системой обработки информации от датчиков для выработки сигналов адаптивного управления, т. е. гибкого изменения программного движения ИУ в соответствии с фактической обстановкой.

Интеллектные роботы (третье поколение роботов) имеют более богатое очувствление, включая техническое зрение, с микропроцессорной обработкой информации, выработкой роботом решения о своих дальнейших действиях для выполнения нужных технологических операций в неопределенной или меняющейся обстановке; это роботы с элементами искусственного интеллекта (рис. 1.7).

Поколения роботов не сменяют друг друга, а существуют параллельно, развиваясь внутри каждого из них.

Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы применяют главным образом в экстремальных условиях, т.е. при наличии радиации, загазованности, взрывоопасности, высоких и низких температур и давлений. Их делят на шесть родов: манипуляторы с командным управлением, копирующие манипуляторы, полуавтоматические манипуляторы, роботы с супервизорным управлением, роботы с комбинированным управлением, роботы с диалоговым (интерактивным) управлением.

Манипуляторы с командным управлением отличаются тем, что человек-оператор включает по отдельности приводы каждой степени подвижно-

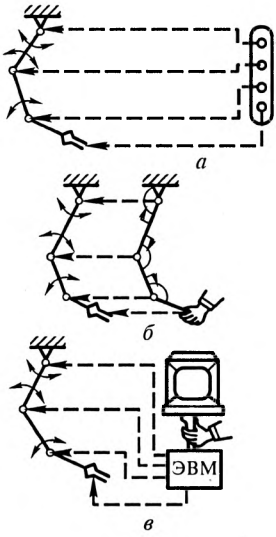


Рис. 1.8

сти манипулятора дистанционно, нажимая на соответствующие кнопки и тумблеры (рис. 1.8, *а*).

Копирующие манипуляторы управляются дистанционно оператором с удаленного места с помощью задающего устройства, кинематически подобного рабочему манипулятору (рис. 1.8, *б*). При этом движение каждого задающего механизма передается на соответствующую степень подвижности рабочего манипулятора по принципу следящей системы. Копирующие манипуляторы применяют в экстремальных условиях при наличии радиации, загазованности и т. д.

Полуавтоматические манипуляторы в качестве задающего устройства на пульте оператора имеют компактную многостепенную управляющую рукоятку, кинематика которой может быть произвольной, удобной для малых движений руки человека. Снимаемые с нее электрические сигналы преобразуются с помощью специализированного вычислителя (ЭВМ) в сигналы управления на приводы манипулятора (рис. 1.8, *в*).

Роботы с супервизорным управлением характеризуются тем, что все элементы выполняемых ими операций запрограммированы и могут воспроизводиться автоматически. Оператор, наблюдающий дистанционно за действиями робота, подает только отдельные целеуказательные команды, по сигналам которых включаются те или иные программы автоматического действия робота (рис. 1.9). За человеком остается лишь функция распознавания обстановки и принятия решения.

Роботы с комбинированным управлением — это роботы, в которых сочетаются автоматические режимы (как у роботов с супервизорным управлением) с режимами управления от руки (как у полуавтоматического или копирующего манипулятора) (рис. 1.10).

Роботы с диалоговым (интерактивным) управлением, как правило, но не обязательно, являются интеллектными и отличаются от супервизорных тем, что робот не только принимает команды человека для их исполнения, но и сам активно участвует в распознавании обстановки и принятии решения, помогая в этом человеку — оператору (см. рис. 1.10).

Ручные робототехнические системы делятся на два рода: шарнирно-балансирные манипуляторы и экзоскелетоны (усилители конечностей человека). Ручные роботы применяют для погрузочно-разгрузочных работ.

Шарнирно-балансирный манипулятор представляет собой многозвенный механизм с приводом в каждой степени под-

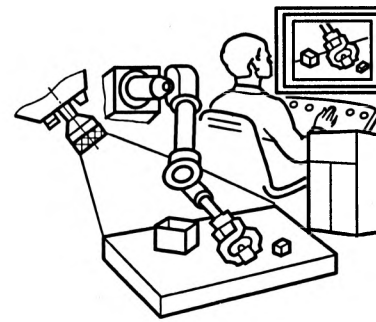


Рис. 1.9

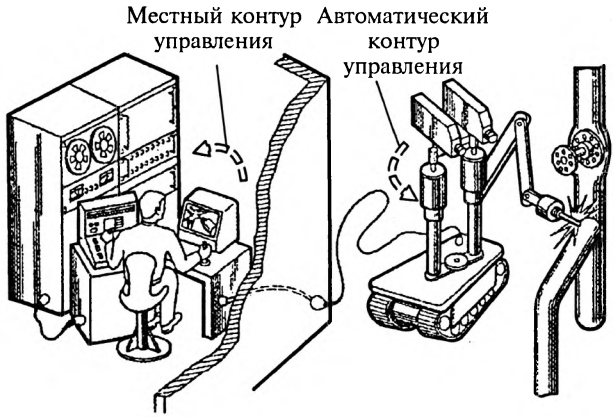


Рис. 1.10

вижности, который при любых размерах и массе удерживаемого объекта (в пределах его грузоподъемности) при любом расположении звеньев в пространстве находится в равновесии (рис. 1.11), поэтому человек, взявшись за рукоятку манипулятора, легко может перемещать большой груз. Двигая рукоятку, человек осуществляет подачу управляющих сигналов, при этом вся работа по перемещению груза выполняется приводами, размещенными в степенях подвижности манипулятора.

Экзоскелетоны — многозвенные механизмы, звенья которых непосредственно сопряжены с руками или ногами человека (рис. 1.12). В кинематических парах механизма, соответствующих суставам человека, помещены управляющие двигатели, берущие на себя всю тяжесть работы. Движения самого человека формируют лишь сигналы управления. Такие системы применяют для усиления конечностей (корпуса) человека (как здорового, так и больного).

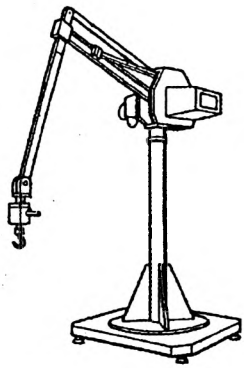


Рис. 1.11

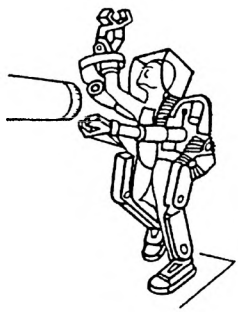


Рис. 1.12

1.3. Промышленные роботы и их классификация

ГОСТ 25686—85 «Манипуляторы, автооператоры и промышленные роботы. Термины и определения» дает следующее определение промышленного робота: промышленный робот (ПР) — автоматическая машина, стационарная или передвижная, состоящая из ИУ в виде манипулятора, имеющего несколько степеней подвижности, и перепрограммируемого устройства программного управления для выполнения в производственном процессе двигательных и управляющих функций.

Некоторые виды промышленных роботов приведены на рисунках: «Cincinnati — 3Т» (США) предназначен для сварки, клепки, зачистки (рис. 1.13); SR-2 типа SKILAM (Япония) — для сборочных операций (рис. 1.14); РМ-01 (Россия) — для сборки и монтажа изделий, загрузки, дуговой сварки (рис. 1.15).

Классификация промышленных роботов.

1. По характеру выполняемых операций:

технологические (производственные) — выполняют основные операции технологического процесса (гибка, сварка, сборка, окраска и т. д.);

вспомогательные (подъемно-транспортные) — применяют при обслуживании основного технологического оборудования для автоматизации вспомогательных операций (установки-снятия заготовок, деталей и инструмента, а также на транспортно-складских операциях);

универсальные — выполняют различные операции, в том числе работы совместно с различными видами оборудования.

2. По степени специализации:

специальные — выполняют определенную технологическую операцию или обслуживают конкретную модель основного технологического оборудования;

специализированные (целевые) — выполняют технологические операции одного вида (сборка, сварка и т. д.) или обслуживают широкую номенклатуру моделей основного технологического оборудования, объединенных общностью манипуляционных действий;

многоцелевые — выполняют различные основные и вспомогательные операции.

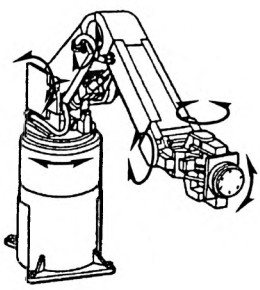


Рис. 1.13

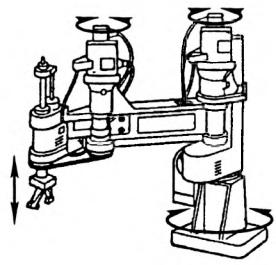


Рис. 1.14

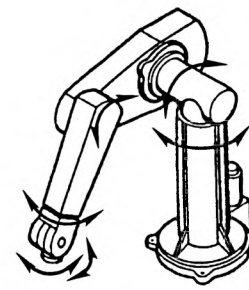


Рис. 1.15

3. По области применения и виду производства:

литейные, штамповочные, сварочные, сборочные, механической обработки, термообработки, нанесения покрытий, автоматического контроля, лазерной обработки, транспортно-складские и пр.

4. По виду систем координат, в которых они работают:

прямоугольная (плоская и пространственная);

полярная (плоская, цилиндрическая и сферическая);

ангулярная или *угловая* (плоская, цилиндрическая и сферическая).

5. По числу степеней подвижности:

с одной, двумя, тремя, четырьмя степенями подвижности;

со степенями подвижности более четырех.

6. По грузоподъемности:

сверхлегкие — до 1 кг;

легкие — свыше 1 до 10 кг;

средние — свыше 10 до 200 кг;

тяжелые — свыше 200 до 1000 кг;

сверхтяжелые — более 1000 кг.

7. По мобильности (подвижности):

стационарные и *подвижные.*

8. По способу установки на рабочем месте:

встроенные в оборудование, напольные, подвесные.

9. По типу силового привода:

электромеханические, пневматические, гидравлические, комбинированные.

10. По месту расположения приводов:

в едином блоке, на подвижных звеньях, комбинированная компоновка.

11. По числу манипуляторов:

с одним, двумя, тремя и четырьмя манипуляторами.

12. По исполнению:

нормальные, пылезащитные, теплозащитные, влагозащитные, взрывобезопасные и т. д.

13. По быстродействию:

малое — линейные скорости по отдельным степеням подвижности до 0,5 м/с;

среднее — свыше 0,5 до 1 м/с;

высокое — свыше 1 м/с.

14. По точности позиционирования:

малая — погрешность позиционирования от 1 мм и выше;

средняя — 0,1...1 мм;

высокая — менее 0,1 мм.

15. По характеру отработки программы:

жесткопрограммируемые — программа действий содержит полный набор информации, не изменяющейся в процессе работы;

адаптивные — осуществляют свои действия с использованием информации об объектах и явлениях внешней среды, полученной в процессе работы.

Имеют сенсорное обеспечение, позволяющее корректировать управляющую программу;

гибкопрограммируемые — способны формировать программу своих действий на основе поставленной цели и информации об объектах и явлениях внешней среды.

16. По характеру программирования:

позиционные — движение осуществляется от точки к точке;

контурные — движение осуществляется по непрерывной траектории;

комбинированные.

17. По дискретности перемещения:

многоточечные, малоточечные.

1.4. Структура промышленного робота

В состав промышленного робота входят:

исполнительное устройство (ИУ) — устройство ПР, выполняющее все его двигательные функции (рис. 1.16);

рабочий орган (РО) — составная часть ИУ промышленного робота для непосредственного выполнения технологических операций и(или) вспомогательных переходов. Примерами РО служат сварочные клещи, окрасочный пистолет, сборочный инструмент, захватное устройство (РО робота, предназначенный для взятия и удержания объекта рабочей среды);

устройство управления (УУ) — устройство ПР для формирования и выдачи управляющих воздействий в соответствии с управляющей программой (см. рис. 1.16).

Исполнительное устройство и устройство управления могут быть структурированы самостоятельно. Более полная структура ИУ промышленного робота с электромеханическим приводом представлена на рис. 1.17.

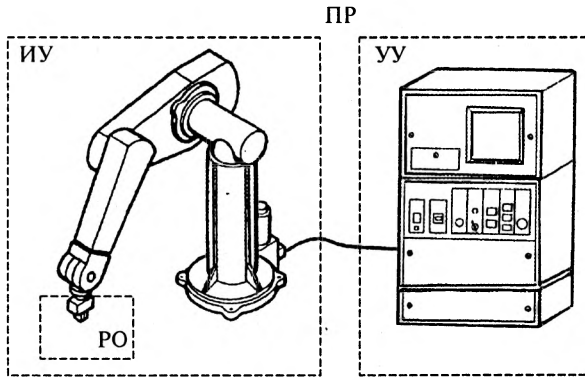


Рис. 1.16

Структура исполнительного устройства робота с электромеханическим приводом



Р и с. 1.17

1.5. Элементы кинематической структуры исполнительного механизма

Исполнительный механизм (ИМ) — механическая часть ИУ робота, реализующая двигательную функцию. Он представляет собой систему твердых и упругих тел, соединенных между собой различными видами связей.

Твердые тела, входящие в состав ИУ и являющиеся его функциональными элементами, называют звеньями. Конструктивно звено ИМ может состоять из нескольких деталей, не имеющих между собой относительного движения.

Звено, принимаемое за неподвижное, называют *основанием* (стойкой). Звено, которому сообщают движение, преобразуемое ИМ в требуемые движения других звеньев, называют *входным*. Звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен ИМ, называют *выходным* (конечным, последним).

Максимальное число входных звеньев равно числу степеней подвижности ИМ. Звенья, находящиеся между входным и выходным звеньями, называют *промежуточными*.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающих их относительное движение, называют *кинематической парой*. Совокупность поверхностей, линий и точек звена, входящих в соприкосновение (контакт) с другим звеном пары, называют *элементом пары*. Для того чтобы элементы пары находились в постоянном соприкосновении, пара должна быть замкнута геометрическим (за счет конструктивной формы звеньев) или силовым (силой тяжести, пружиной, силой давления жидкости или газа и т. п.) способом.

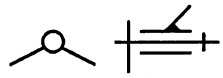
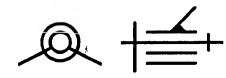
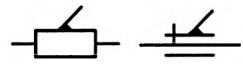
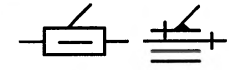
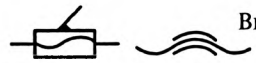
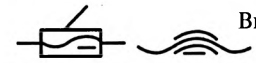
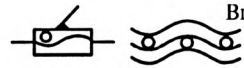
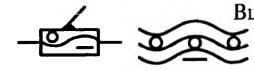
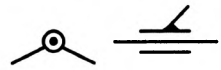
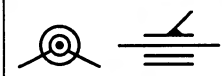
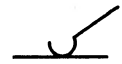
Кинематические пары классифицируют по числу связей (ограничений), налагаемых парой на относительное движение звеньев (*классификация И.И. Артоболевского*), на кинематические пары пятого, четвертого, третьего, второго и первого классов (табл. 1.1).

По характеру соприкосновения звеньев кинематические пары делят на *низшие*, если элементы звеньев соприкасаются только по поверхности, и *высшие*, если элементы звеньев соприкасаются только по линиям или в точках. При этом линейный или точечный контакт понимается как первоначальный — при соприкосновении звеньев без усилия, а под нагрузкой звенья, образующие высшую пару, будут соприкасаться по некоторой фактической поверхности, называемой *пятном контакта*.

Преимущество низших кинематических пар по сравнению с высшими — возможность передачи больших сил, поскольку контактная поверхность соприкасающихся звеньев низшей пары может быть весьма значительна. Применение высших пар позволяет уменьшить трение (шарикоподшипник) и получать нужные, самые разнообразные законы движения выходного звена, придавая определенную форму звеньям, образующих высшую пару.

Кинематические пары во многом определяют работоспособность и надежность ИУ промышленного робота, поскольку через них передаются усилия от одного звена к другому. В кинематических парах вследствие относительного движения возникает трение, элементы пары находятся в напряженном состоянии и изнашиваются.

Таблица 1.1 **Классификация кинематических пар и степеней подвижности**

Класс, число связей	Соединение	Условное графическое изображение и обозначение	
		Кинематическая пара	Степень подвижности
5	Одноподвижное (вращательное)	 В	 В
	Одноподвижное (поступательное)	 П	 П
	Одноподвижное (винтовое)	 Ви	 Ви
	Одноподвижное (шарико-винтовое)	 Вш	 Вш
4	Двухподвижное (цилиндрическое)	 Ц	 Ц
	Двухподвижное (сферическое)	 Сп	 Сп
3	Трехподвижное (сферическое)	 С	 С
2	Четырехподвижное (линейное)	 Л	 Л
1	Пятиподвижное (точечное)	 Т	 Т

В исполнительных механизмах используют кинематические пары только пятого, четвертого и третьего классов, в основном кинематические пары пятого класса.

Пары четвертого и третьего классов эквивалентно заменяют комбинацией двух или трех пар пятого класса (рис. 1.18), т. е. кинематическим соединением — кинематической цепью, конструктивно заменяющей в исполнительном механизме кинематическую пару.

Систему звеньев, связанных между собой кинематическими парами, называют *кинематической цепью.* В зависимости от вида движения звеньев кинематические цепи подразделяют на *плоские* (рис 1.19, *а*, *в*) — звенья движутся в одной или нескольких параллельных плоскостях, и *пространственные* (рис. 1.19, *б, г*) — звенья движутся в пространстве.

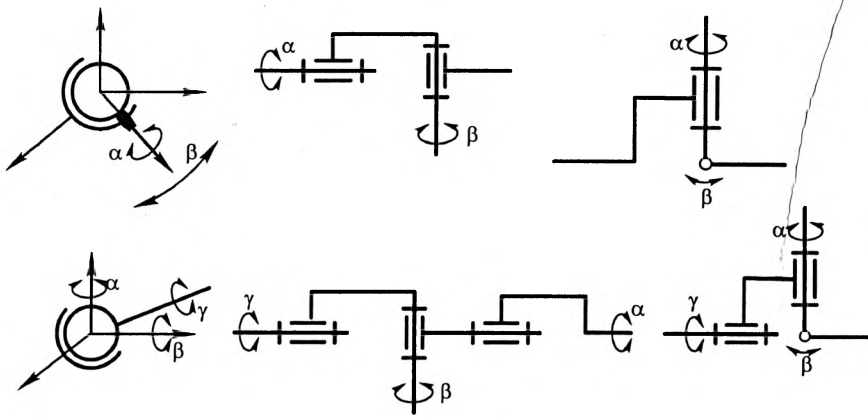


Рис. 1.18

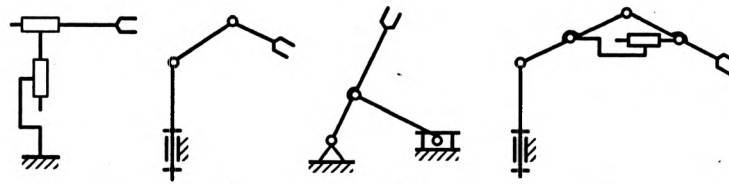


Рис. 1.19

Кинематические цепи могут быть *замкнутыми* (см. рис. 1.19, *в*) и *незамкнутыми* (см. рис. 1.19, *а*, *б*, *г*). Кинематические цепи исполнительных механизмов ПР являются в основном незамкнутыми. Существуют незамкнутые кинематические цепи с местными замкнутыми контурами (см. рис. 1.19, *г*).

Исполнительный механизм робота в процессе функционирования может иметь различную структуру. Во время движения в пространстве его можно рассматривать как незамкнутую кинематическую цепь. При выполнении технологической операции на движение ИМ накладываются дополнительные связи, и он превращается в замкнутый механизм.

1.6. Обобщенные координаты и степени подвижности

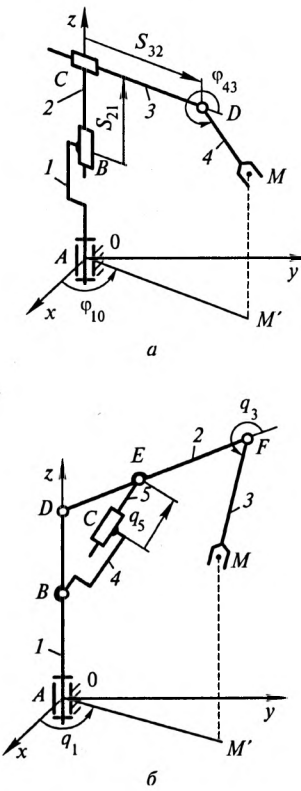
Независимую переменную, определяющую положение последующего звена ИМ относительно предыдущего, называют *обобщенной координатой*. Угловые обобщенные координаты обозначают φ_{ij}, линейные — S_{ij}. Первый индекс i означает, положение какого звена определяют, второй индекс j — относительно какого звена определяют положение звена i. В общем случае угловые и линейные обобщенные координаты обозначают q_i.

Начало отсчета обобщенной координаты выбирают на продолжении предыдущего (j-го) звена, конец — на направлении последующего (i-го) звена.

Для первого звена начало отсчета выбирают на оси x системы координат, связанной с основанием.

Обобщенную координату считают *положительной*, если ее направление не совпадает с направлением хода часовой стрелки, и *отрицательной* — если совпадает с направлением хода часовой стрелки. На рис. 1.20 показаны обобщенные координаты, определяющие положение звена i относительно звена j.

Степень подвижности (СП) — соединение двух звеньев, позволяющее сообщать одному из них одну управляемую обобщенную координату. Степень подвижности включает в себя привод, сообщающий движение звену. Число степеней подвижности W ИМ равно числу управляемых обобщенных координат. На структурных и кинематических схемах СП и кинематические пары имеют одинаковые условные изображения: на рис. 1.20, *а* СП обозначены буквами A, B, C, D и соответствующие им обобщенные координаты φ_{10}, S_{21}, S_{32}, φ_{43}, а на рис. 1.20, *б* — A, C, F и обобщенные координаты q_1, q_5, q_3.



Р и с. 1.20

Следует отметить, что СП и кинематическая пара имеют разную физическую сущность и необходимо уметь их различать. Поэтому предлагается изображать СП иначе, нежели кинематические пары, но близкими к ним условными графическими изображениями. В табл. 1.1 приведены существующие условные графические изображения кинематических пар и предлагаемые условные графические изображения СП.

Структурную схему ИМ, содержащую минимальное число звеньев и СП, необходимых для реализации требуемого движения РО, называют *основной* или *схемой с оптимальной структурой*.

1.7. Структурные формулы исполнительных механизмов

Существуют общие закономерности в структуре (строении) самых различных ИМ, связывающие число степеней подвижности с числом звеньев, числом и видом его кинематических пар. Эти закономерности носят название *структурных формул* ИМ.

Для пространственного ИМ структурная формула (*формула А.П. Малышева*) имеет вид:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} iP_i, \tag{1.1}$$

где W — число степеней подвижности пространственного ИМ; n — число подвижных звеньев; i — класс кинематической пары; P_i — число кинематических пар i-го класса. В ИМ роботов могут быть использованы только кинематические пары пятого, четвертого и третьего классов.

Число степеней подвижности плоского ИМ определяют по *формуле П.Л. Чебышева*:

$$W_{\text{п}} = 3n - \sum_{i=4}^{5} (i-3)P_i, \tag{1.2}$$

где цифра 4 относится к высшим кинематическим парам, цифра 5 — к низшим.

Исполнительные механизмы роботов могут быть и с местными плоскими замкнутыми контурами, созданными с помощью плоских структурных групп (см. рис. 1.20, *б*).

Плоские замкнутые контуры требуют высокой точности изготовления и сборки. Иначе происходит заклинивание или увеличение трения в кинематических парах за счет перекосов в них. Плоские замкнутые контуры можно рассматривать как пространственные с избыточными контурными связями. В этом случае плоская структурная группа будет налагать на замкнутый контур три избыточные связи.

Если кинематические пары в плоской структурной группе кроме пятого класса могут быть четвертого и третьего классов, т.е. иметь дополнительные подвижности, то число степеней подвижности пространственного ИМ с местными замкнутыми контурами находят по формуле

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} iP_i + \sum_{j=1}^{\text{K}} S_j, \tag{1.3}$$

где K — число замкнутых контуров; j — номер замкнутого контура; S_j — число избыточных связей замкнутого контура, которое определяют по формуле

$$S_j = 3 - \sum_{i=1}^{5} (5-i)P_i, \tag{1.4}$$

где 3 — число избыточных связей замкнутого контура с кинематическими парами только пятого класса; P_i — число кинематических пар i-го класса замкнутого контура.

Число дополнительных подвижностей замкнутого контура определяют по формуле

$$H_j = 3 - S_j = \sum_{i=1}^{5} (5-i)P_i, \tag{1.5}$$

а число замкнутых контуров равно

$$K = \sum_{i=1}^{5} P_i - n.$$

Замкнутые контуры должны быть независимыми, т.е. отличаться друг от друга набором кинематических пар.

Отрицательное S_j указывает на то, что появились избыточные подвижности структурной группы звеньев: $h_j = H_j - 3 = -S_j$.

Для устранения избыточных контурных связей необходимо понизить класс некоторых кинематических пар плоских структурных групп, образующих замкнутые контуры так, чтобы число избыточных контурных связей стало равным нулю, т. е. для одного замкнутого контура: $S_j = 3 - \sum_{i=1}^{5}(5-i)P_i = 0$.

При понижении класса кинематических пар может оказаться, что S_j приобретет отрицательное значение. Это указывает на то, что избыточные контурные связи устранены и появились не только дополнительные подвижности в кинематических парах замкнутых контуров, но они стали избыточными.

Следует различать число степеней подвижности ИМ и число степеней свободы РО (объекта).

Число степеней свободы РО — число независимых возможных его движений. РО как твердое тело не может иметь число степеней свободы больше шести, в то время как число степеней подвижности ИМ не ограничено. Для реализации заданного движения объекта с числом степеней свободы $W_{об}$ число степеней подвижности W ИМ должно быть $W \geqslant W_{об}$.

Пример 1.1. Определить число СП и избыточных контурных связей ИМ робота (рис. 1.21).

Число замкнутых контуров: $K = 12 - 9 = 3$.

Число избыточных контурных связей и подвижностей замкнутых контуров:

$$S_1 = 3 - 1 \cdot 2 = 1;$$

$$S_2 = 3 - 1 \cdot 1 = 2;$$

$$S_3 = 3 - 2 \cdot 2 = -1.$$

Первый контур имеет одну избыточную контурную связь, второй — две, третий — одну избыточную контурную подвижность.

Число степеней подвижности ИМ робота: $W = 6 \cdot 9 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 - 5 \cdot 7 + 1 + 2 - 1 = 3$.

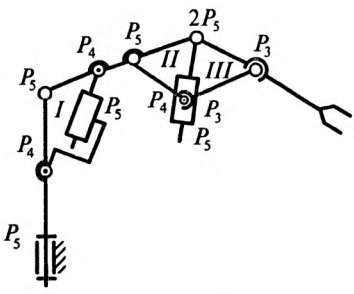


Рис. 1.21

1.8. Синтез структурных схем исполнительных механизмов

Синтез основных структурных схем. При проектировании роботов задача структурного синтеза ИМ, включающая выбор числа звеньев, класса и порядка расположения кинематических пар, является одной из основных, так как ее решение связано непосредственно с выполнением функций ПР. Синтез структурных схем ИМ проводят с использованием структурных формул. Число подвижных звеньев и кинематических пар пространственных ИМ, удовлетворяющих требуемому (заданному) числу СП и виду кинематических пар, находят по формуле

$$n = \frac{W + \sum_{i=1}^{5} iP_i}{6}. \qquad (1.6)$$

Для плоских исполнительных механизмов

$$n = \frac{W + \sum_{i=4}^{5} (i-3)P_i}{3}. \qquad (1.7)$$

Следует отметить, что в результате расчетов число звеньев и кинематических пар должно быть обязательно целым.

Примеры синтезированных основных структурных схем пространственных ИМ приведены на рис. 1.22, *а—ж*.

Структурные схемы (см. рис. 1.22, *д*, *е*) *нерациональны*, так как допускают вращение звеньев *1* вокруг своих продольных осей *AB* (местная подвижность), что никак не отражается на функциональных возможностях исполнительных механизмов, хотя и требует установки приводов для осуществления этих движений.

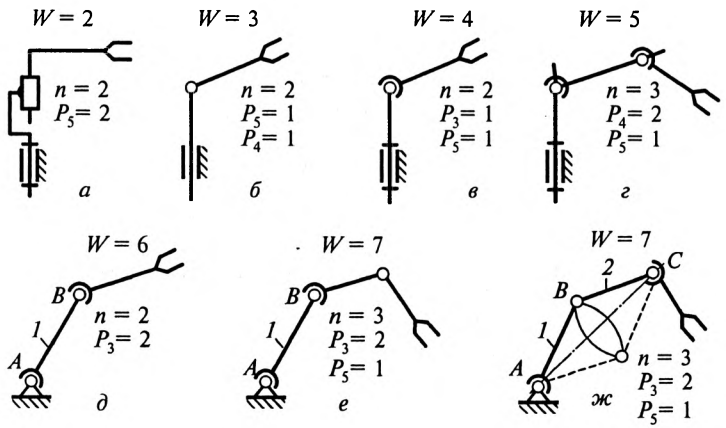


Рис. 1.22

Структурная схема (см. рис. 1.22, *ж*) *рациональна*, так как допускает групповую подвижность звеньев *1* и *2* вокруг оси *AC*, что улучшает функциональные возможности ИМ (например, обход препятствий).

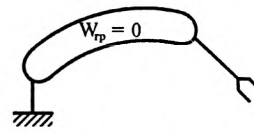


Рис. 1.23

Синтез основных структурных схем с помощью структурных групп. Структурная схема пространственного ИМ с шестью степенями подвижности может быть получена присоединением к РО и стойке группы звеньев с нулевой СП, т.е. $W_{гр} = 0$ (рис. 1.23).

При этом кинематическая цепь звеньев, соединяющая РО со стойкой, не должна изменять числа его степеней подвижности. Следовательно, эта кинематическая цепь также должна обладать нулевой СП: $W = W_{гр} = 6n_{гр} - \sum_{i=1}^{5} iP_i = 0$, где $n_{гр}$ — число подвижных звеньев структурной группы.

Тогда число подвижных звеньев и кинематических пар пространственной структурной группы можно определить по формуле

$$n_{гр} = \frac{\sum_{i=1}^{5} iP_i}{6}. \tag{1.8}$$

В частном случае для пространственных ИМ с кинематическими парами пятого класса

$$n_{гр} = \frac{5}{6}P_5. \tag{1.9}$$

Для плоских ИМ с тремя степенями подвижности

$$W = W_{гр} = 3n_{гр} - \sum_{i=4}^{5}(i-3)P_i = 0.$$

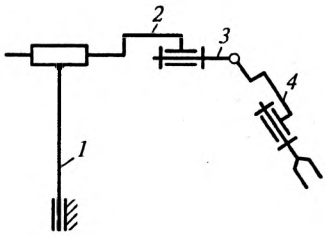
Число подвижных звеньев и кинематических пар плоской структурной группы равно

$$n_{гр} = \frac{\sum_{i=4}^{5}(i-3)P_i}{3}. \tag{1.10}$$

В плоских структурных группах ИМ с кинематическими парами пятого класса

$$n_{гр} = \frac{2P_5}{3}. \tag{1.11}$$

Пример 1.2. Синтезировать пространственную структурную схему ИМ с шестью СП при помощи структурной группы, содержащей кинематические пары четвертого и пятого классов.



Р и с. 1.24

Определим минимальное число звеньев и требуемых кинематических пар группы:

$$n_{\text{гр}} = \sum_{i=1}^{5} iP_i \Big/ 6 = (4 \cdot 1 + 5 \cdot 4)/6 = 4.$$

Структурная группа должна содержать четыре звена, одну пару четвертого класса и четыре пары пятого класса. Строим структурную схему ИМ (рис. 1.24, *1—4* — звенья).

Проверим подвижность построенной структурной группы:

$$W_{\text{гр}} = 6n_{\text{гр}} - \sum_{i=1_{i5}}^{5} iP_i = 6 \cdot 4 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 4 = 0.$$

Вычислим число степеней подвижности структурной схемы:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} iP_i = 6 \cdot 5 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 4 = 6.$$

Синтезирована структурная схема ИМ по заданным условиям.

Построение основных структурных схем. Для обеспечения РО возможности занимать любое положение в пространстве кинематическая цепь звеньев, соединяющая РО со стойкой, должна предоставить ему шесть степеней свободы.

Большое число степеней подвижности, возможность в широких пределах варьировать сочетанием различных кинематических пар существенно затрудняет построение основных структурных схем ИМ. Поэтому необходимо систематизировать движения звеньев в зависимости от их функционального назначения.

Три транспортирующие движения, осуществляющие только перемещения РО в пространстве, можно представить в виде двух элементарных групп движений:

группа *B* — вывод РО в любую точку плоскости (осуществляют с помощью двух звеньев *2* и *3* и двух кинематических пар *II* и *III*, табл. 1.2). Возможны четыре вида соединения звеньев;

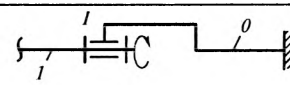
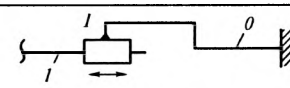
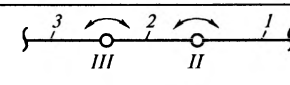
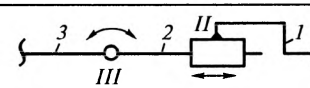
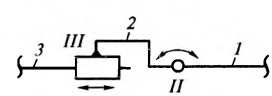
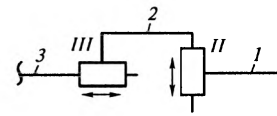
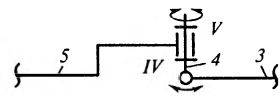
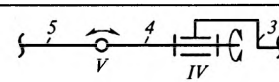
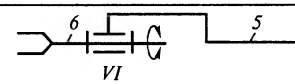
группа *A* — поворот или перемещение этой плоскости (осуществляют с помощью одного звена *1* и одной кинематической пары *I*, табл. 1.2).

Три угловых движения, осуществляющих пространственную ориентацию РО, можно также представить в виде двух элементарных групп движений:

группа *C* — сферическое движение РО относительно точки (осуществляют с помощью двух звеньев *4* и *5* и двух кинематических пар *IV* и *V* пятого класса, табл. 1.2);

группа *D* — вращение (ротация) РО *6* относительно своей продольной оси (осуществляют с помощью одной вращательной кинематической пары *VI* пятого класса, табл. 1.2).

Таблица 1.2. **Группы движений звеньев ИМ**

Движения звеньев	Группа движения	Соединение звеньев	
		Вид	Схема
Транспортирующие	*A*	1	
		2	
	B	1	
		2	
		3	
		4	
Ориентирующие	*C*	1	
		2	
	D	1	

Основная структурная схема (ОСС) ИМ может быть получена соединением элементарных групп в следующей последовательности:

$$\text{ОСС} = A_i + B_j + C_k + D,$$

где i, j, k — номер вида элементарной структурной группы A, B, C соответственно.

Пример 1.3. Синтезировать основную пространственную структурную схему ИМ с шестью СП по следующим данным: $i = 1$, $j = 1$, $k = 2$.

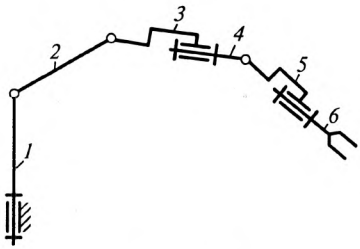


Рис. 1.25

Строим ОСС, соединяя элементарные группы в следующей последовательности (рис. 1.25):

$$\text{ОСС} = A_i + B_j + C_k + D = A_1 + B_1 + C_2 + D.$$

Вычислим число степеней подвижности ИМ:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} iP_i = 6 \cdot 6 - 5 \cdot 6 = 6.$$

Число СП структурной группы, соединяющей РО со стойкой,

$$W_{\text{гр}} = 6n_{\text{гр}} - \sum_{i=1}^{5} iP_i = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 6 = 0.$$

Синтез структурных схем с замкнутыми контурами. Число подвижных звеньев и кинематических пар, удовлетворяющих требуемому числу степеней подвижности W, виду кинематических пар i и числу замкнутых контуров К ИМ, находят по формуле

$$n = \frac{W + \sum_{i=1}^{5} iP_i - \sum_{j=1}^{\text{K}} S_j}{6}. \tag{1.12}$$

Структурная схема ИМ с замкнутыми контурами может быть получена присоединением к звеньям ОСС структурных групп звеньев с избыточными связями или с дополнительными подвижностями:

$$n_{\text{гр}} = \left(\sum_{i=1}^{5} iP_i - \sum_{j=1}^{\text{K}} S_j \right) \Big/ 6. \tag{1.13}$$

При этом кинематическая цепь звеньев ОСС не должна изменять своего числа степеней подвижности.

Пример 1.4. Синтезировать пространственную структурную схему ИМ с тремя СП, содержащую кинематические пары четвертого и пятого классов и имеющую один замкнутый контур с одной дополнительной подвижностью.

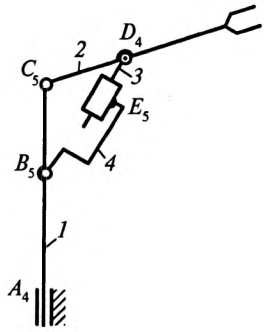
Число избыточных связей замкнутого контура: $S_j = 3 - H_j = 3 - 1 = 2$.

Вычислим число подвижных звеньев и кинематических пар структурной схемы ИМ: $n = \dfrac{W + \sum_{i=1}^{5} iP_i - \sum_{j=1}^{\text{K}} S_j}{6} = \dfrac{3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 - 2}{6} = 4.$

Структурная схема ИМ должна содержать четыре звена ($n = 4$), две кинематические пары четвертого класса ($P_4 = 2$) и три кинематические пары пятого класса ($P_5 = 3$).

Находим число звеньев $n_{гр}$ и кинематических пар четвертого $P_{гр4}$ и пятого $P_{гр5}$ классов структурной группы звеньев с дополнительной подвижностью, с помощью которой строим замкнутый контур ИМ,

$$n_{гр} = \frac{\sum_{i=1}^{5} iP_i - S_j}{6} = \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 - 2}{6} = 2.$$



Р и с. 1.26

Группа должна содержать два звена ($n_{гр} = 2$), одну кинематическую пару четвертого класса ($P_{гр4} = 1$) и две кинематические пары пятого класса ($P_{гр5}$).

Определим число звеньев n_0 и кинематических пар P_{04} и P_{05} ОСС ИМ:

$$n_0 = n - n_{гр} = 4 - 2 = 2;$$

$$P_{04} = P_4 - P_{гр4} = 2 - 1 = 1;$$

$$P_{05} = P_5 - P_{гр5} = 3 - 2 = 1.$$

Строим структурную схему ИМ (рис. 1.26).

Для проверки правильности решения примера вычислим число степеней подвижности ИМ: $W = 6n - \sum_{i=1}^{5} iP_i + \sum_{j=1}^{K} S_j = 6 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 5 \cdot 3 + 2 = 3.$

Таким образом, структурная схема ИМ синтезирована правильно.

ГЛАВА 2

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОБОТОВ

2.1. Геометрические характеристики

К геометрическим характеристикам роботов относят: рабочее пространство, рабочую зону, зону обслуживания, достижимость, маневренность, манипулятивность, объем движения.

Рабочее пространство — множество точек, с которыми может совпадать хотя бы одна точка ИУ робота.

Рабочая зона — подмножество точек рабочего пространства, с которыми может совпадать конечная точка ИУ при его функционировании.

Зона обслуживания — часть рабочей зоны, в которой РО ИУ выполняет заданные функции. Типовые формы зон обслуживания приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1 **Типовые формы зон обслуживания**

Система координат				
Декартова (прямоугольная)		Полярная и угловая (ангулярная)		
плоская	пространственная	плоская	цилиндрическая	сферическая
				

Достижимость — способность РО ИУ робота попасть в заданную наиболее удаленную от начала базовой системы координат (БСК) точку C:

$$|D| = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 + z_C^2}, \tag{2.1}$$

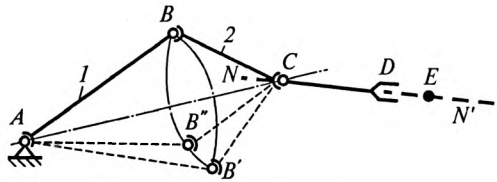
где x_C, y_C, z_C — координаты точки C.

Маневренность — способность групп звеньев ИМ робота поворачиваться вокруг одной или нескольких осей, проходящих через центры сферических кинематических пар при фиксированном положении РО и заданном направлении его подхода к выбранной точке зоны обслуживания (рис. 2.1).

Маневренность определяют по формуле

$$W_{\text{м}} = 6n' - \sum_{i=1}^{5} iP_i - H, \tag{2.2}$$

где $n' = (n - 1)$ — число подвижных звеньев ИМ без учета последнего звена; H — число местных подвижностей звеньев (возможность поворота звеньев вокруг своих продольных осей).



Р и с. 2.1

Для механизма, показанного на рис. 2.1, маневренность равна $W_{\text{м}} = 6 \cdot 2 - 3 \cdot 3 - 2 = 1$.

Маневренность, равная единице, означает групповую подвижность звеньев *1* и *2* вокруг одной оси *AC*, проходящей через центры сферических пар *A* и *C*, и обеспечивает подход РО к точке *E* в заданном направлении $N - N'$ при любом положении группы звеньев *1* и *2*, полученном в результате их поворота вокруг оси *AC*. Два таких положения звеньев $AB'C$ и $AB''C$ показаны на рис. 2.1 пунктирными линиями.

Маневренность, равная *m*, означает подвижность *m* групп звеньев ИМ вокруг *m* осей, проходящих через центры сферических кинематических пар, и обеспечивает подход РО к заданной точке в выбранном направлении при любом положении этих групп.

Манипулятивность — способность ИУ робота ориентировать РО требуемым образом в заданных точках рабочей зоны. Количественной оценкой манипулятивности являются угол и коэффициент сервиса.

Угол сервиса — телесный угол, внутри которого может находиться ось *EC* РО при его подходе к заданной точке *E* зоны обслуживания (рис. 2.2). При этом точка *C* опишет шаровой сегмент радиуса $R = EC = \ell_3$.

Угол сервиса определяют в виде отношения площади шарового сегмента $S_{\text{ш.с}}$, вырезанного телесным углом, к квадрату радиуса сферы, ср:

$$\psi = \frac{S_{\text{ш.с}}}{\ell_3^2}. \tag{2.3}$$

Площадь шарового сегмента (рис. 2.3) равна

$$S_{\text{ш.с}} = \int_0^{\varphi_{\max}} 2\pi y \ell_3 \, d\varphi = \int_0^{\varphi_{\max}} 2\pi \ell_3^2 \sin\varphi d\varphi = 2\pi\ell_3^2 (1 - \cos\varphi_{\max}).$$

Тогда угол сервиса будет равен

$$\psi = 2\pi(1 - \cos\varphi_{\max}). \tag{2.4}$$

Если точка *C* описывает фигуру, отличную от шарового сегмента, то ее площадь находят по соответствующим зависимостям. В предельном случае при $\varphi_{\max} = 180^\circ$ площадь шарового сегмента равна площади шара: $\lim\limits_{\varphi_{\max} \to 180^\circ} S_{\text{ш.с}} = 2\pi\ell_3^2(1 - \cos 180^\circ) = 4\pi\ell_3^2 = S_{\text{ш}}$. В этом случае угол сервиса приобретает максимальное значение:

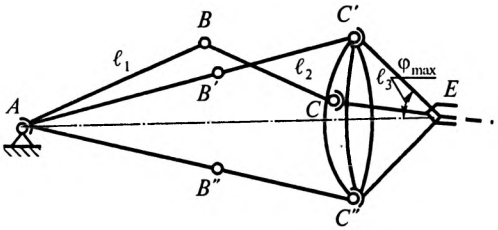


Рис. 2.2

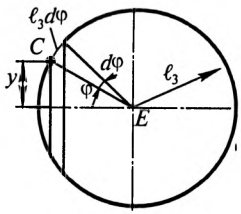


Рис. 2.3

$$\Psi_{max} = \frac{S_{ш}}{\ell_3^2} = 4\pi \,. \tag{2.5}$$

Коэффициент сервиса в точке — отношение угла сервиса к полному телесному углу:

$$\theta = \frac{\Psi}{\Psi_{max}} = \frac{1 - \cos\varphi_{max}}{2}. \tag{2.6}$$

Так как $0 \le \varphi_{max} \le 180^{\circ}$, то значение коэффициента сервиса может изменяться от нуля, для точек на границе рабочего пространства, где РО может быть подведен к заданной точке в одном направлении, до единицы, для точек зоны полного сервиса, где РО может быть подведен к заданной точке в любом направлении, т.е. $0 \le \theta \le 1$.

Среднее значение коэффициента сервиса в зоне обслуживания робота объемом V называют *полным коэффициентом сервиса*:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{V}\int_V \theta dV. \tag{2.7}$$

Для конечного числа заданных точек n, в которых определялся коэффициент сервиса, полный коэффициент сервиса равен

$$\bar{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\theta_i. \tag{2.8}$$

Полный коэффициент сервиса дает возможность качественной оценки кинематических свойств ИМ в целом.

Оценка кинематических свойств при помощи коэффициента сервиса позволяет выбрать рациональный вариант структурной схемы ИМ. Эта задача сводится к выбору длин звеньев ИМ, вида и расположения кинематических пар, при которых значения θ достигают максимума.

В плоских ИМ угол сервиса — это плоский угол, внутри которого может находиться ось РО при его подходе к заданной точке зоны обслуживания (рис. 2.4).

Угол сервиса равен отношению длины дуги окружности $\ell_д$, описываемой конечной точкой рабочего органа C, к радиусу окружности ℓ_3, рад:

$$\psi = \ell_д / \ell_3. \tag{2.9}$$

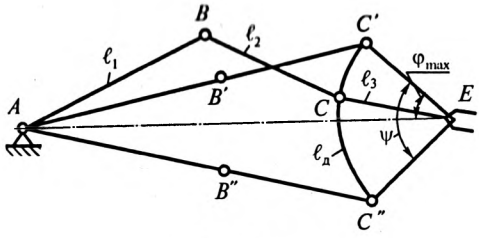


Рис. 2.4

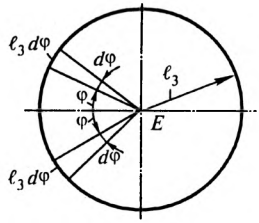


Рис. 2.5

Длина дуги окружности (рис. 2.5) равна

$$\ell_д = \int_{-\varphi_{max}}^{\varphi_{max}} \ell_3 d\varphi = 2\int_0^{\varphi_{max}} \ell_3 d\varphi = 2\ell_3\varphi_{max}.$$

Тогда

$$\psi = 2\varphi_{max}. \tag{2.10}$$

В предельном случае при $\varphi_{max} = \pi$ длина дуги равна длине окружности: $\lim\limits_{\varphi_{max}\to\pi} \ell_д = 2\pi\ell_3 = \ell_{окр}$. В этом случае угол сервиса будет максимальным:

$$\psi_{max} = \ell_{окр}/\ell_3 = 2\pi\ell_3/\ell_3 = 2\pi. \tag{2.11}$$

А коэффициент сервиса определяют по формуле

$$\theta = \psi/\psi_{max} = \psi_{max}/\pi. \tag{2.12}$$

Так как $0 \leqslant \varphi_{max} \leqslant \pi$, то коэффициент сервиса находится в пределах $0 \leqslant \theta \leqslant 1$.

Полный коэффициент сервиса

$$\bar{\theta} = \frac{1}{S}\int_S \theta dS, \tag{2.13}$$

где S — площадь зоны обслуживания роботом.

Для конечного числа n заданных точек, в которых определялся коэффициент сервиса, полный коэффициент сервиса равен:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\theta_i. \tag{2.14}$$

Объем движения — суммарное изменение обобщенных координат $q_i(L)$ ИУ робота при движении РО вдоль заданной траектории $L(x, y, z)$ из точки C_1 в C_2 (рис. 2.6):

$$V = \sum_{i=1}^{n}\int_0^{L_{max}} \left|\frac{dq_i(L)}{dL}\right| dL. \tag{2.15}$$

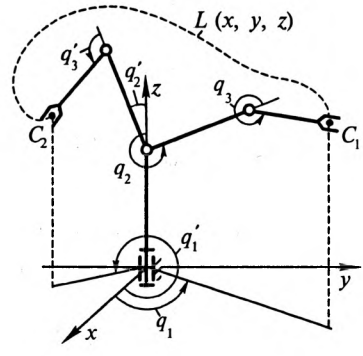


Рис. 2.6

2.2. Точностные характеристики

Погрешность позиционирования — отклонение положения характеристической рабочей точки (ХРТ) *С* рабочего органа ИУ робота от значения, заданного управляющей программой.

Вектор погрешности позиционирования определяют в виде

$$\Delta \mathbf{r}_C = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial W_i} \right) \Delta \mathbf{W}_i + \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial q_j} \right) \Delta q_j, \tag{2.16}$$

где $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор ХРТ C рабочего органа теоретической (расчетной) схемы ИУ робота; W_i — функция геометрических (линейных и угловых) параметров i-го звена; $\Delta \mathbf{W}_i$ — вектор геометрических (линейных и угловых) ошибок i-го звена; q_j — обобщенная координата j-й степени подвижности; Δq_j — погрешность j-й обобщенной координаты. (Более подробно о погрешности позиционирования робота см. в гл. 7.)

Чувствительность — способность рабочего органа ИУ робота отклоняться от заданного положения при изменении обобщенных координат на малую величину δq_i:

$$\delta r = \frac{|\delta x\ \delta y\ \delta z\ \delta\alpha\ \delta\beta\ \delta\gamma|}{\prod_{i=1}^{n} |\delta q_i|}, \tag{2.17}$$

где δx, δy, δz — линейные отклонения координат x, y, z; $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$ — угловые отклонения координат α, β, γ.

Чувствительность для одной и той же структурной схемы ИУ робота зависит от длин ℓ_i звеньев. Чем длиннее звенья, тем больше чувствительность. Таким образом, при одном и том же значении δq_i одинаковые структурные, но разные кинематические схемы ИУ робота обладают разной чувствительностью.

2.3. Кинематические характеристики

Мобильность — способность ХРТ рабочего органа ИУ робота двигаться в заданной точке рабочей зоны с требуемой скоростью.

Для кинематической схемы ИУ робота с заданными максимальной $\dot{q}_{i(j,k)\max}$ и минимальной $\dot{q}_{i(j,k)\min}$ обобщенными скоростями каждой точке C из области возможных обобщенных скоростей соответствует точка D в области возможных скоростей РО (рис. 2.7).

Мобильность определяют по формуле

$$\mathbf{M} = \sum_{i(j,k)}^{n} |\mathbf{f}_i^{\mathrm{T}} (\mathbf{f}_j^{\mathrm{T}} \times \mathbf{f}_k^{\mathrm{T}})\, \Delta\dot{q}_i \Delta\dot{q}_j \Delta\dot{q}_k|, \tag{2.18}$$

где $\Delta\dot{q}_{i(j,k)}$ — диапазон изменения $i(j,k)$-й обобщенной скорости;

$$\mathbf{f}^{\mathrm{T}}_{i(j,k)} = \left(\frac{\partial F_1(q)}{\partial q_{i(j,k)}} \; \frac{\partial F_2(q)}{\partial q_{i(j,k)}} \; \frac{\partial F_3(q)}{\partial q_{i(j,k)}} \right)$$

— столбец матрицы Якоби, здесь $F_i(q)$ — i-я координата заданной точки D рабочей зоны $F_1(q) = x_D$; $F_2(q) = y_D$; $F_3(q) = z_D$; x_D, y_D, z_D — координаты заданной точки D; $q_{i(j,k)}$ — обобщенная координата $i(j,k)$-й степени подвижности.

Расчет диапазона изменения обобщенной скорости выполняют по формуле

$$\Delta\dot{q}_{i(j,k)} = \dot{q}_{i(j,k)\max} - \dot{q}_{i(j,k)\min}, \qquad (2.19)$$

где $\dot{q}_{i(j,k)\max}$ и $\dot{q}_{i(j,k)\min}$ — максимальное и минимальное значения обобщенной скорости.

Обобщенная скорость может быть положительной и отрицательной. Для углового движения обобщенную скорость считают положительной, если она направлена против хода часовой стрелки, и отрицательной — по ходу часовой стрелки.

Число перестановок n из m степеней подвижности ИУ робота по три числа i, j, k (для двухстепенного ИУ по два числа i, j) удовлетворяют условию

$$1 \le i < j < k \le n. \qquad (2.20)$$

Следует отметить, что в двух- и трехстепенных исполнительных устройствах роботов в формуле (2.18) знак суммы пропадает, так как составить перестановки из двух элементов по два или из трех элементов по три, удовлетворяющих условию (2.20), возможно единственным способом: $i = 1, j = 2$ или $i = 1, j = 2, k = 3$.

Для четырехстепенного ИУ робота в формуле (2.18) знак суммы сохраняется, так как возможно составить из четырех элементов по три, удовлетворяющих условию (2.20), четыре перестановки: $i = 1, j = 2, k = 3$; $i = 1, j = 2,$

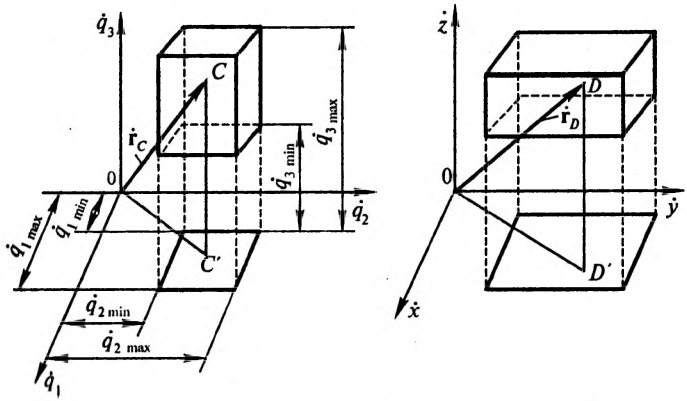


Рис. 2.7

$k = 4$; $i = 1$, $j = 3$, $k = 4$; $i = 2$, $j = 3$, $k = 4$. Для пяти- и шестистепенных ИУ роботов число перестановок значительно возрастает.

Чем больше мобильность, тем выше скоростные возможности ИУ робота в заданной точке.

2.4. Технические характеристики

Номинальная грузоподъемность $m_н$ — наибольшее значение массы m объекта вместе с массой захватного устройства (ЗУ) $m_з$, при которой гарантируется его захватывание, удержание и обеспечение установленных значений эксплуатационных характеристик робота, кг, $m_н = m + m_з$.

В проектных расчетах, когда масса ЗУ неизвестна, номинальную грузоподъемность можно определить по формуле $m_н = K_с K_п m$, где $K_с = 1{,}3...1{,}4$ — коэффициент, учитывающий массу ЗУ; $K_п$ — коэффициент, учитывающий тип привода — для пневматического привода 1,3, для гидравлического 1,1, для вакуумного и магнитного 1,15.

Число степеней подвижности W ИУ робота — число управляемых обобщенных координат.

Диапазоны перемещений по СП могут быть: линейные S_i, мм, угловые φ_i, рад.

Максимальные скорости перемещения по СП: линейные v_{max}; угловые w_{max}. В отечественных ПР $v_{max} \approx 0{,}6...1{,}0$ м/с; $w_{max} \approx 1{,}5...3{,}0$ рад/с.

Максимальные ускорения по СП: линейные $a_{max} = 5...15$ м/с^2; угловые $\varepsilon_{max} = 10...50$ рад/с^2.

Структурная схема ИМ — схема, указывающая основание (стойку), подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение.

Тип системы координат: прямоугольная, полярная и ангулярная (угловая).

Движения ИУ робота: ориентирующие (локальные) — предназначены для придания РО необходимой ориентации в заданной точке рабочей зоны; транспортирующие (региональные) — предназначены для перемещения РО в различные точки рабочей зоны; координатные (глобальные) — обеспечивают перемещение ИУ между отдельными производственными позициями на расстояния, превышающие обычно как размеры самого робота, так и размеры обслуживаемого им оборудования и рабочего места.

ГЛАВА 3

КИНЕМАТИКА РОБОТОВ

3.1. Системы координат роботов

В зависимости от типа кинематической схемы ИМ робота движения РО осуществляются в различных системах координат: прямоугольной (декартовой), полярной и ангулярной (угловой). Система координатных перемещений определяет кинематику транспортирующих движений ИУ робота и форму его рабочей зоны.

Прямоугольную (декартову) систему координат делят на два вида.

1. *Прямоугольная плоская* — характеризуется перемещением РО по двум взаимно перпендикулярным осям (рис. 3.1, *а*). На рис. 3.1, *б* показана рабочая зона, с которой может совпадать РО исполнительного устройства при его функционировании.

2. *Прямоугольная пространственная* — характеризуется перемещением РО по трем взаимно перпендикулярным осям. На рис. 3.2, *а* показана структурная схема ИМ промышленного робота «Versaweld» (Великобритания) и его рабочая зона (рис. 3.2, *б*).

Полярная система координат бывает трех видов.

1. *Полярная плоская* — характеризуется радиусом-вектором **r**, изменяющимся в зависимости от линейного перемещения рабочего органа вдоль одной оси и углового перемещения вокруг другой взаимно перпендикулярной оси. Структурная схема ИМ робота и его рабочая зона показаны на рис. 3.3, *а, б*.

2. *Полярная цилиндрическая* — характеризуется радиусом-вектором **r**, изменяющимся в зависимости от линейных перемещений рабочего органа вдоль двух взаимно перпендикулярных осей и углового перемещения вокруг одной из указанных осей. Структурная схема ИМ промышленных роботов ПР-10И и МП-9С приведена на рис. 3.4, *а*, а их рабочая зона — на рис. 3.4, *б*.

3. *Полярная сферическая* — характеризуется радиусом-вектором **r**, изменяющимся в зависимости от линейного перемещения РО вдоль одной оси и угловых перемещений вокруг двух других взаимно перпендикулярных осей.

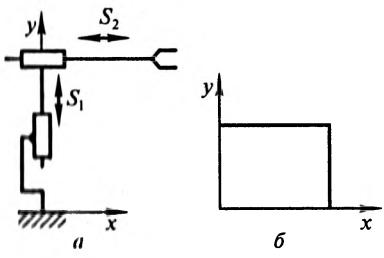


Рис. 3.1

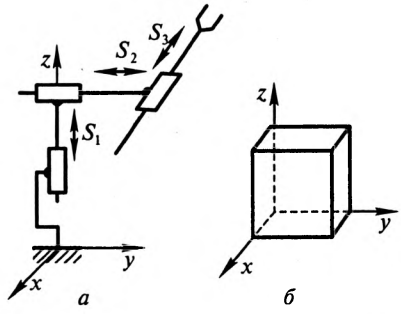


Рис. 3.2

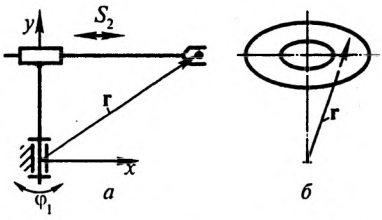


Рис. 3.3

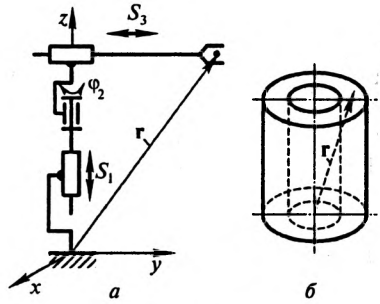


Рис. 3.4

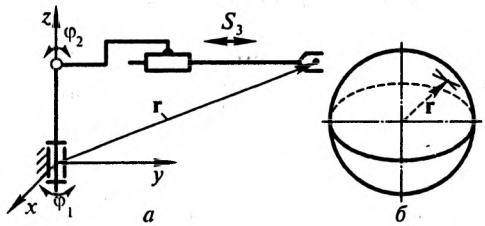


Рис. 3.5

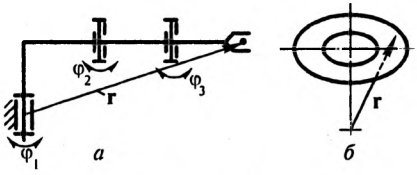


Рис. 3.6

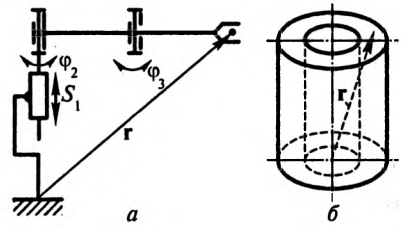


Рис. 3.7

На рис. 3.5, *а* показана структурная схема промышленного робота «Unimate» (США), а на рис. 3.5, *б* — его рабочая зона.

Ангулярная (угловая) система координат может быть трех видов.

1. *Ангулярная плоская* — характеризуется радиусом-вектором **r**, изменяющимся в зависимости от относительных угловых перемещений звеньев ИМ в одной координатной плоскости. Структурная схема ИМ робота и его рабочая зона приведены на рис. 3.6.

2. *Ангулярная цилиндрическая* — характеризуется радиусом-вектором **r**, изменяющимся в зависимости от относительных угловых перемещений звеньев ИМ в одной координатной плоскости и их линейного перемещения вдоль оси, перпендикулярной рассматриваемой координатной плоскости (плоскости вращения звеньев). Структурная схема исполнительного механизма ПР «SCARA» приведена на рис. 3.7, *а*, а его рабочая зона — на рис. 3.7, *б*.

3. *Ангулярная сферическая* — характеризуется радиусом-вектором **r**, изменяющимся в зависимости от относительных угловых перемещений звеньев ИМ в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. На рис. 3.8, *а* приведена структурная схема ИМ промышленных роботов РМ-01 (Россия), PUMA (Финляндия), а на рис. 3.8, *б* — их рабочая зона.

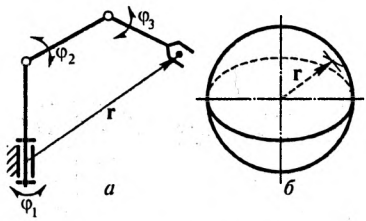


Рис. 3.8

3.2. Системы координат звеньев

Прежде чем рассматривать движения звеньев ИУ робота, необходимо выбрать системы координат (СК), связанные с ними. В качестве таких СК могут быть использованы декартовы системы координат.

Инерциальную декартову систему координат, связанную с основанием (стойкой) ИУ робота, называют *базовой системой координат (БСК)*.

Декартова система координат, связанная с подвижным звеном ИУ робота, представляет собой *локальную систему координат звена (ЛСК)*, которую связывают со звеном i ($i = 1...N$) по следующему правилу (рис. 3.9):

ось z_i ($i = 1...N-1$) направляют по оси кинематической пары, связывающей звенья i и $i+1$;

ось x_i направляют перпендикулярно к осям z_{i-1} и z_i, а также так, чтобы она пересекала ось z_{i-1};

ось y_i направляют перпендикулярно осям x_i и z_i и она должна обеспечить правую ориентацию всей системы координат.

Следует отметить, что ось x_i получают как векторное произведение единичных векторов $\mathbf{e}_{z_{(i-1)}}$ и $\mathbf{e}_{z_i}$ или $\mathbf{e}_{z_i}$ и $\mathbf{e}_{z_{(i-1)}}$, т. е. $\mathbf{x}_i = \mathbf{e}_{z_{(i-1)}} \times \mathbf{e}_{z_i}$ или $\mathbf{x}_i = \mathbf{e}_{z_i} \times \mathbf{e}_{z_{(i-1)}}$. Направлена она перпендикулярно осям z_{i-1} и z_i, а при взгляде на стрелку оси x_i кратчайший поворот оси z_{i-1} к оси z_i должен происходить против хода часовой стрелки.

Если оси z_{i-1} и z_i параллельны, но не лежат на одной прямой, или $(i-1)$-я и i-я кинематические пары вращательные, то ось x_i направляют по оси звена, связывающего $(i-1)$-ю и i-ю кинематические пары или по его продолжению.

В случае невозможности провести в i-й кинематической паре ось x_i так, чтобы она одновременно была перпендикулярна осям z_{i-1} и z_i и пересекала

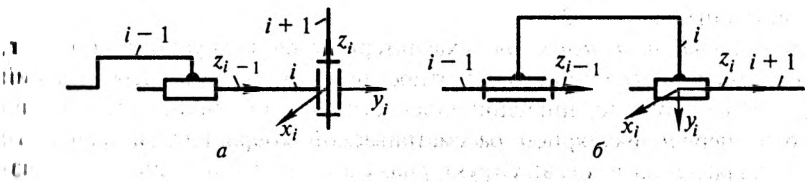
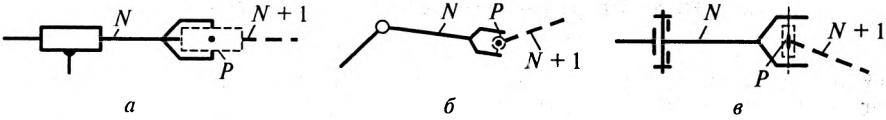


Рис. 3.9



а *б* *в*

Р и с. 3.10

ось z_{i-1}, то начало O_i i-й ЛСК нужно располагать не в конце i-го звена, а в начале, т. е. в $(i-1)$-й кинематической паре.

Ось y_i получают как векторное произведение единичных векторов $\mathbf{e}_{z_i}$ и $\mathbf{e}_{x_i}$, т. е. $\mathbf{y}_i = \mathbf{e}_{z_i} \times \mathbf{e}_{x_i}$, и направлена она перпендикулярно осям z_i и x_i, а при взгляде на стрелку оси y_i кратчайший поворот оси z_i к оси x_i должен происходить против хода часовой стрелки.

Для выбора системы осей координат РО на нем выбирают *характеристическую рабочую точку (ХРТ) Р*, которая может и не принадлежать РО. Выбор этой точки чаще всего определяется технологическим назначением робота и связан с типом РО. Затем мысленно соединяют РО (звено N) в ХРТ со следующим условным $N+1$ звеном вращательной или поступательной кинематической парой, причем если предыдущая кинематическая пара была поступательная, то и кинематическую пару рабочего органа выбирают поступательную (рис. 3.10, *а*), а при вращательной кинематической паре — вращательную (рис. 3.10, *б*, *в*).

После этого направление осей системы координат, связанной с РО, выбирают по общему уже указанному правилу.

Для удобства описания ориентации рабочего органа с ХРТ связывают вектор единичной длины, называемый *характеристическим радиусом-вектором (ХРВ)*, и вектор единичной длины нормальный к ХРВ, называемый *нормальным радиусом-вектором (НРВ)*. Эти векторы задают плоскость, положение которой полностью определяет ориентацию РО.

Для описания перемещений РО или последнего звена в ХРТ вводят еще один единичный вектор, нормальный к ХРВ и НРВ, называемый *бинормальным радиусом-вектором (БРВ)*. Тройка векторов ХРВ, НРВ и БРВ образуют декартову систему координат РО, у которой ось z_{n+1} представляет собой ХРВ, y_{n+1} — НРВ и x_{n+1} — БРВ. Каждая i-я ЛСК может быть определена в БСК через координаты ее начала O_i или проекции ее единичных ортов. Координаты точек O_i определяют положения звеньев и РО, а проекции единичных ортов — ориентацию звеньев и РО.

При таком выборе систем осей координат каждая i-я СК связана с i-м звеном. Перемещение i-й ЛСК относительно $(i-1)$-й характеризует движение i-го звена относительно $(i-1)$-го. Это движение может быть либо вращением на угол θ_i вокруг оси z_{i-1}, либо поступательным перемещением на S_i, вдоль оси z_{i-1}.

Так как число подвижных звеньев ИУ робота равно числу кинематических пар пятого класса, то совокупность величин θ_i и S_i однозначно определяет положение ИМ в пространстве.

3.3. Преобразования декартовых координат

Взаимное положение СК двух соседних звеньев определяют четыре независимых параметра. В связи с этим систему координат (i—1)-го звена можно преобразовать в СК i-го звена с помощью четырех последовательно выполняемых преобразований (рис. 3.11):

а) поворот системы координат (i—1)-го звена вокруг оси z_{i-1} на угол θ_i до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не станут параллельными и направленными в одну сторону;

б) перенос системы координат ($i-1$)-го звена вдоль оси z_{i-1} на S_i до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не совместятся (окажутся на одной прямой);

в) перенос системы координат ($i-1$)-го звена вдоль оси x_i на a_i до совпадения начал систем координат O_{i-1} и O_i;

г) поворот системы координат ($i-1$)-го звена вокруг оси x_i на угол α_i до совмещения всех осей систем координат ($i-1$)-го и i-го звеньев.

Из четырех параметров θ_i, S_i, a_i, α_i, определяющих переход от одной СК к другой, параметры a_i и α_i всегда постоянны и определяются конструкцией ИУ. Из двух других параметров (θ_i и S_i) один является переменным и представляет собой функцию обобщенной координаты q_i, соответствующей ($i-1$)-й кинематической паре, другой параметр постоянен: для вращательной кинематической пары $S_i = \text{const}$, $\theta_i = f(q_i) = \text{var}$; для поступательной кинематической пары $\theta_i = \text{const}$, $S_i = f(q_i) = \text{var}$.

Рассмотрим изменение декартовых координат точки M, заданной в ЛСК ($i-1$)-го звена вектором $\mathbf{r}_{i-1}$ (рис. 3.12), при переходе в ЛСК i-го звена.

В общем случае переход из одной ЛСК к другой можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} x_i = a_{11}x_{i-1} + a_{12}y_{i-1} + a_{13}z_{i-1} + b_1; \\ y_i = a_{21}x_{i-1} + a_{22}y_{i-1} + a_{23}z_{i-1} + b_2; \\ x_i = a_{31}x_{i-1} + a_{32}y_{i-1} + a_{33}z_{i-1} + b_3. \end{cases} \qquad (3.1)$$

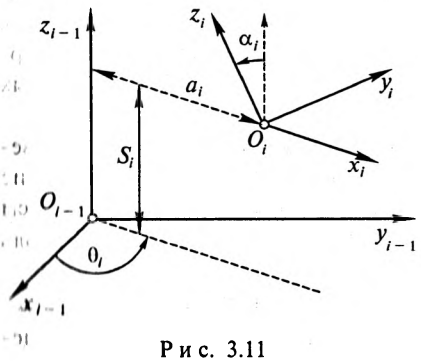


Рис. 3.11

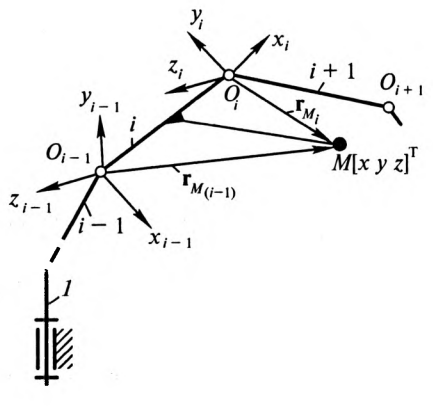


Рис. 3.12

Запишем коэффициенты системы в виде матрицы

$$\mathbf{A}_{i,i-1}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos(\overset{\wedge}{x_i x_{i-1}}) & \cos(\overset{\wedge}{x_i y_{i-1}}) & \cos(\overset{\wedge}{x_i z_{i-1}}) \\ \cos(\overset{\wedge}{y_i x_{i-1}}) & \cos(\overset{\wedge}{y_i y_{i-1}}) & \cos(\overset{\wedge}{y_i z_{i-1}}) \\ \cos(\overset{\wedge}{z_i x_{i-1}}) & \cos(\overset{\wedge}{z_i y_{i-1}}) & \cos(\overset{\wedge}{z_i z_{i-1}}) \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 \\ -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \end{bmatrix}$$

— *матрица поворота* (матрица направляющих косинусов) размерности 3 × 3. Элементы a_{ij} матрицы представляют собой косинусы углов между осями i-й и $(i-1)$-й ЛСК. Оси x присвоен индекс 1, y – 2, z – 3. Например, элемент a_{23} матрицы представляет собой косинус угла между осями y_i и z_{i-1}, т. е. $a_{23}=\cos(\overset{\wedge}{y_i z_{i-1}})$, элемент $a_{12}=\cos(\overset{\wedge}{x_i y_{i-1}})$, элемент $a_{22}=\cos(\overset{\wedge}{y_i y_{i-1}})$ и т. д.

$$\mathbf{b}_{i,i-1}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}=[b_1\ b_2\ b_3]^{\mathrm{T}}=[-a_i\ -S_i \sin\alpha_i\ -S_i \cos\alpha_i]^{\mathrm{T}}$$

— *вектор переноса начала* O_{i-1} $(i-1)$-й ЛСК в начало O_i i-й ЛСК; T — транспонирование матрицы. Элементы b_i столбца представляют собой перемещения начала O_{i-1} $(i-1)$-й ЛСК по осям i-й ЛСК: b_1 — перемещение по оси x_i, b_2 — по оси y_i, b_3 — по оси z_i.

$\mathbf{r}_i=\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}=[x_i\ y_i\ z_i]^{\mathrm{T}}$ — радиус-вектор точки M в i-й ЛСК;

$\mathbf{r}_{i-1}=\begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \end{bmatrix}=[x_{i-1}\ y_{i-1}\ z_{i-1}]^{\mathrm{T}}$ — вектор точки M в $(i-1)$-й ЛСК.

Таким образом, переход из $(i-1)$-й ЛСК в i-ю можно записать в матричной форме:

$$\mathbf{r}_i=\mathbf{A}_{i,i-1}\mathbf{r}_{i-1}+\mathbf{b}_{i,i-1}. \qquad (3.2)$$

Для ИУ робота наиболее важен переход из i-й ЛСК в $(i-1)$-ю. Из зависимости (3.2) следует:

$$\mathbf{A}_{i,i-1}\mathbf{r}_{i-1}=\mathbf{r}_i-\mathbf{b}_{i,i-1} \text{ или } \mathbf{r}_{i-1}=\mathbf{A}_{i,i-1}^{-1}\mathbf{r}_i-\mathbf{A}_{i,i-1}^{-1}\mathbf{b}_{i,i-1}.$$

Так как матрица $\mathbf{A}_{i,i-1}$ ортогональная, то

$$\mathbf{A}_{i,i-1}^{-1} = \mathbf{A}_{i,i-1}^{\mathrm{T}} = \mathbf{A}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \sin\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \end{bmatrix}. \tag{3.3}$$

Вектор переноса

$$-\mathbf{A}_{i,i-1}^{-1}\mathbf{b}_{i,i-1} = \mathbf{b}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} a_i \cos\theta_i \\ a_i \sin\theta_i \\ S_i \end{bmatrix}. \tag{3.4}$$

Следовательно, переход из i-й ЛСК в $(i-1)$-ю можно записать в виде

$$\mathbf{r}_{i-1} = \mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_i + \mathbf{b}_{i-1,i}. \tag{3.5}$$

Переход из i-й ЛСК в $(i-2)$-ю:

$$\mathbf{r}_{i-2} = \mathbf{A}_{i-2,i-1}\mathbf{r}_{i-1} + \mathbf{b}_{i-2,i-1} =$$

$$= \mathbf{A}_{i-2,i-1}\mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_i + \mathbf{A}_{i-2,i-1}\mathbf{b}_{i-1,i} + \mathbf{b}_{i-2,i-1} = \mathbf{A}_{i-2,i}\mathbf{r}_i + \mathbf{b}_{i-2,i},$$

где $\mathbf{A}_{i-2,i} = \mathbf{A}_{i-2,i-1}\mathbf{A}_{i-1,i}$ — матрица перехода из i-й ЛСК в $(i-2)$-ю; $\mathbf{b}_{i-2,i} = \mathbf{A}_{i-2,i}\mathbf{b}_{i-1,i} + \mathbf{b}_{i-2,i-1}$ — вектор переноса начала O_i i-й ЛСК в начало O_{i-2} $(i-2)$-й ЛСК.

Поступая аналогично, найдем координаты вектора $\mathbf{r}_i$ в БСК:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{A}_{0,i}\mathbf{r}_i + \mathbf{b}_{0,i}, \tag{3.6}$$

где

$$\mathbf{A}_{0,i} = \mathbf{A}_{0,1}\mathbf{A}_{1,2}\ldots\mathbf{A}_{i-1,i} = \prod_{j=1}^{i}\mathbf{A}_{j-1,j}; \tag{3.7}$$

$$\mathbf{b}_{0,i} = \sum_{j=1}^{i}\mathbf{A}_{0,1}\mathbf{A}_{1,2}\ldots\mathbf{A}_{j-2,j-1}\mathbf{b}_j; \tag{3.8}$$

$$\mathbf{A}_{j-1,j} = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j \cos\alpha_j & \sin\theta_j \sin\alpha_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j \sin\alpha_j & -\cos\theta_j \sin\alpha_j \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j \end{bmatrix}; \tag{3.9}$$

$$\mathbf{b}_j = \begin{bmatrix} a_j \cos\theta_j \\ a_j \sin\theta_j \\ S_j \end{bmatrix}. \tag{3.10}$$

Применение двух операций преобразования — поворота и переноса — при переходе от одной ЛСК к другой не всегда является удобным. Поэтому наряду с декартовыми координатами для описания кинематики ИУ робота нашли применение однородные координаты.

3.4. Однородные координаты

Положение точки M в трехмерном пространстве можно описать четырьмя числами x_1, x_2, x_3, x_4, которые не все одновременно равны нулю и связаны с декартовыми координатами x, y, z равенствами:

$$x = \frac{x_1}{x_4};\ y = \frac{x_2}{x_4};\ z = \frac{x_3}{x_4}. \tag{3.11}$$

Эти числа называют *однородными координатами проективного пространства*. Без ограничения общности всегда можно принять $x_4 = 1$.

Тогда любой вектор $\mathbf{r}$ трехмерного пространства можно записать в виде:

$$\mathbf{r} = [x\ y\ z\ 1]^{\mathrm{T}}. \tag{3.12}$$

Если же $x_4 = 0$, то нельзя указать точку в трехмерном пространстве, для которой числа x_1, x_2, x_3, 0 были бы ее однородными координатами. В этом случае говорят о *бесконечно удаленной точке пространства* в направлении вектора $[\beta x_1 \beta x_2 \beta x_3]^{\mathrm{T}}$.

Следовательно, точки с координатами $[1\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, $[0\ 1\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, $[0\ 0\ 1\ 0]^{\mathrm{T}}$ представляют собой удаленные точки в направлении осей x, y, z соответственно. Точка $[0\ 0\ 0\ 1]^{\mathrm{T}}$ является началом системы координат.

3.5. Преобразования однородных координат

Переход из одной декартовой системы координат к другой описывают системой уравнений (3.1). Заменяя декартовы координаты $(i-1)$-й и i-й систем координат однородными координатами

$$x_i = \frac{x_{i,1}}{x_{i,4}};\ y_i = \frac{x_{i,2}}{x_{i,4}};\ z_i = \frac{x_{i,3}}{x_{i,4}};\ x_{i-1} = \frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}};\ y_{i-1} = \frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}};\ z_{i-1} = \frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}},$$

систему уравнений (3.1) можно записать в виде:

$$\frac{x_{i1}}{x_{i4}} = a_{11}\frac{x_{i-1;1}}{x_{i-1,4}} + a_{12}\frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}} + a_{13}\frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}} + b_1;$$

$$\frac{x_{i2}}{x_{i4}} = a_{21}\frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}} + a_{22}\frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}} + a_{23}\frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}} + b_2;$$

$$\frac{x_{i3}}{x_{i4}} = a_{31}\frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}} + a_{32}\frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}} + a_{33}\frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}} + b_3.$$

Так как координаты $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}$ всегда можно умножить на одно и то же число, то, положив $x_{i4} = x_{i-1,4}$, получим

$$x_{i1} = a_{11}x_{i-1,1} + a_{12}x_{i-1,2} + a_{13}x_{i-1,3} + b_1 x_{i4};$$
$$x_{i2} = a_{21}x_{i-1,1} + a_{22}x_{i-1,2} + a_{23}x_{i-1,3} + b_2 x_{i4};$$
$$x_{i3} = a_{31}x_{i-1,1} + a_{32}x_{i-1,2} + a_{33}x_{i-1,3} + b_3 x_{i4};$$
$$x_{i4} = x_{i-1,4}.$$

В матричном виде

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{A}_{i,i-1}\mathbf{r}_{i-1}, \tag{3.13}$$

где

$$\mathbf{r}_i = [x_{i1} \quad x_{i2} \quad x_{i3} \quad 1]^{\mathrm{T}};\ \mathbf{r}_{i-1} = [x_{i-1,1} \quad x_{i-1,2} \quad x_{i-13} \quad 1]^{\mathrm{T}};$$

$$\mathbf{A}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \vdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \vdots & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \vdots & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{i,i-1} & \vdots & \mathbf{b}_{i,i-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

представляет собой блочную матрицу 4 × 4, состоящую из четырех матриц: матрицы $\mathbf{L}_{i,i-1}$ размера 3 × 3 (матрицы направляющих косинусов), элементы a_{ij} которой представляют собой направляющие косинусы углов между осями i-й и $(i-1)$-й ЛСК, матрицы $\mathbf{b}_{i,i-1}$ размерности 3 × 1, единичной матрицы размера 1 × 1 и нулевой матрицы размера 1 × 3. Таким образом, преобразование однородных координат определяется одной матрицей $\mathbf{A}_{i,i-1}$, которая может быть представлена в виде произведения четырех матриц:

$$\mathbf{A}_{i,i-1} = \mathbf{A}^{\alpha'}_{i,i-1}\mathbf{A}^{a'}_{i,i-1}\mathbf{A}^{S'}_{i,i-1}\mathbf{A}^{\theta'}_{i,i-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & -a_i \\ -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & -S_i \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & -S_i \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.15}$$

где

$$\mathbf{A}^{\theta'}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & 0 \\ -\sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

— матрица поворота $(i-1)$-й ЛСК вокруг оси z_{i-1} на угол θ;

$$\mathbf{A}_{i,i-1}^{S'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

— матрица переноса $(i-1)$-й ЛСК вдоль оси z_{i-1} на S_i;

$$\mathbf{A}_{i,i-1}^{a'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

— матрица переноса $(i-1)$-й ЛСК вдоль оси x_i на a_i;

$$\mathbf{A}_{i,i-1}^{\alpha'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & 0 \\ 0 & -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

— матрица поворота $(i-1)$-й ЛСК вокруг оси x_i на угол α_i.

Обратная матрица может быть вычислена по формуле

$$\mathbf{A}_{i,i-1}^{-1} = \mathbf{A}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{i,i-1}^{\mathrm{T}} & \vdots & -\mathbf{L}_{i,i-1}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_{i,i-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.16}$$

Переход из i-й ЛСК в $(i-1)$-ю можно записать в виде

$$\mathbf{r}_{i-1} = \mathbf{A}_{i,i-1}^{-1}\mathbf{r}_i = \mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_i, \tag{3.17}$$

где

$$\mathbf{A}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{i,i-1}^{\mathrm{T}} & \vdots & -\mathbf{L}_{i,i-1}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}_{i,i-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & \vdots & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & \vdots & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & \vdots & S_i \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

— матрица перехода из i-й ЛСК в $(i-1)$-ю.

Эту матрицу можно представить в виде произведения четырех матриц, соответствующих четырем элементарным движениям:

$$\mathbf{A}_{i-1,i} = \mathbf{A}_{i,i-1}^{-1} = \mathbf{A}_{i-1,i}^{\theta}\mathbf{A}_{i-1,i}^{S}\mathbf{A}_{i-1,i}^{a}\mathbf{A}_{i-1,i}^{\alpha},$$

где

$$\mathbf{A}^{\theta}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}^{S}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^{a}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}^{\alpha}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Переход из i-й ЛСК в $(i-2)$-ю осуществляют по формуле

$$\mathbf{r}_{i-2} = \mathbf{A}_{i-2,i-1}\mathbf{r}_{i-1} = \mathbf{A}_{i-2,i-1}\mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_i,$$

где $\mathbf{A}_{i-2,i-1}$ — матрица перехода из $(i-1)$-й ЛСК в $(i-2)$-ю, определяемая по формуле (3.18).

Производя аналогичные действия, можно получить уравнения преобразования i-й ЛСК в БСК, связанную со стойкой ИУ робота:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{B}_{0,i}\mathbf{r}_i, \tag{3.19}$$

где

$$\mathbf{B}_{0,i} = \mathbf{A}_{0,1}\mathbf{A}_{1,2}\ldots\mathbf{A}_{i-1,i} = \prod_{j=1}^{i}\mathbf{A}_{j-1,j} \tag{3.20}$$

— матрица перехода из i-й ЛСК в БСК.

В дальнейшем при переходе из i-й ЛСК в БСК индекс 0 в матрицах перехода опущен.

Уравнение (3.19) устанавливает зависимость между обобщенными координатами произвольной точки ИУ робота и ее однородными координатами. Оно позволяет решить две задачи кинематики: прямую и обратную.

3.6. Уравнения кинематики исполнительного устройства робота

Уравнения кинематики ИУ робота устанавливают связь между взаимным положением звеньев ИУ, их линейными и угловыми скоростями и ускорениями как в относительном, так и в абсолютном движении и обобщенными координатами $q_1, \ldots, q_N$, обобщенными скоростями $\dot{q}_1,\ldots,\dot{q}_N$ и обобщенными ускорениями $\ddot{q}_1,\ldots,\ddot{q}_N$.

Соотношения между координатами центра РО и обобщенными координатами можно записать в виде:

в системе декартовых координат

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{A}_N(q_1,...,q_N)\mathbf{r}_N + \mathbf{b}_N(q_1,..,q_N), \tag{3.21}$$

где $\mathbf{A}_N(q_1,...,q_N) = \prod_{j=1}^{N}\mathbf{A}_{j-1,j}(q_j)$, $\mathbf{b}_N = \sum_{j=1}^{N}\mathbf{A}_1(q_1)...\mathbf{A}_{j-1}(q_{j-1})\mathbf{b}_j(q_j)$;

в системе однородных координат

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{B}_N(q_1,...,q_N)\mathbf{r}_N, \tag{3.22}$$

где $\mathbf{B}_N(q_1,...,q_N) = \prod_{j=1}^{N}\mathbf{A}_{j-1,j}\cdot(q_j)$.

Уравнения (3.21) и (3.22) представляют собой векторные уравнения кинематики ИУ робота, определяющие положение и ориентацию РО в пространстве.

В дальнейших расчетах будем пользоваться только системой однородных координат.

В системе однородных координат положение и ориентацию РО полностью определяет матрица

$$\mathbf{B}_N = \prod_{j=1}^{N}\mathbf{A}_{j-1,j} = \begin{bmatrix} \cos(\overset{\wedge}{x_N x_0}) & \cos(\overset{\wedge}{y_N x_0}) & \cos(\overset{\wedge}{z_N x_0}) & \vdots & b_1 \\ \cos(\overset{\wedge}{x_N y_0}) & \cos(\overset{\wedge}{y_N y_0}) & \cos(\overset{\wedge}{z_N y_0}) & \vdots & b_2 \\ \cos(\overset{\wedge}{x_N z_0}) & \cos(\overset{\wedge}{y_N z_0}) & \cos(\overset{\wedge}{z_N z_0}) & \vdots & b_3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.23}$$

где матрица 3 × 3 представляет собой матрицу направляющих косинусов, т.е. косинусов углов между соответствующими осями БСК и ЛСК рабочего органа. Например, $\cos(\overset{\wedge}{y_N z_0})$ — угол между осью z_0 БСК и осью y_N ЛСК рабочего органа. Элементы столбца $[b_1\ b_2\ b_3\ 1]^{\mathrm{T}}$ представляют собой перемещения начала O_0 БСК по осям N-й ЛСК: b_1 — перемещение по оси x_N, b_2 — по оси y_N, b_3 — по оси z_N.

Вектор начала O_NЛСК рабочего органа записывают в виде $\mathbf{r}_N = [0\ 0\ 0\ 1]^{\mathrm{T}}$. Тогда положение ХРТ рабочего органа в БСК может быть определено радиусом-вектором

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{B}_N\mathbf{r}_N = B_N\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}b_1\\b_2\\b_3\\1\end{bmatrix}, \tag{3.24}$$

где $\mathbf{r}_0 = [x_0\ y_0\ z_0\ 1]^{\mathrm{T}}$ — радиус-вектор ХРТ в БСК; x_0, y_0, z_0 — проекции вектора $\mathbf{r}_0$ на оси БСК O_0x_0, O_0y_0, O_0z_0 соответственно.

Выберем оси ЛСК рабочего органа так, чтобы ось z_N была направлена вдоль его продольной оси, оси x_N и y_N — в соответствии с указанным правилом. Кроме того, оси ЛСК рабочего органа будем трактовать как единичные и взаимно ортогональные векторы $\mathbf{n}_N = \mathbf{e}_{z_N} = [0\ 0\ 1\ 0]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{m}_N = \mathbf{e}_{x_N} = [1\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$ и $(\mathbf{n}_N \times \mathbf{m}_N) = \mathbf{e}_{y_N} = [0\ 1\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, задающие ориентацию РО.

Тогда положение оси z_N относительно осей БСК можно записать в виде:

$$\mathbf{n}_N = B_N \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{z_N x_0}) \\ \cos(\hat{z_N y_0}) \\ \cos(\hat{z_N z_0}) \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{3.25}$$

где $\mathbf{n}_N = [n_{Nx}\ \ n_{Ny}\ \ n_{Nz}\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ — вектор ориентации оси z_N относительно осей БСК.

Положение оси x_N относительно осей БСК определяют вектором

$$\mathbf{m}_N = \mathbf{B}_N \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{x_N x_0}) \\ \cos(\hat{x_N y_0}) \\ \cos(\hat{x_N z_0}) \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{3.26}$$

где $\mathbf{m}_N = [m_{Nx}\ \ m_{Ny}\ \ m_{Nz}\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ — вектор ориентации оси x_N относительно осей БСК.

Положение оси y_N относительно осей БСК можно определить вектором

$$(\mathbf{n}_N \times \mathbf{m}_N) = \mathbf{B}_N \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{y_N x_0}) \\ \cos(\hat{y_N y_0}) \\ \cos(\hat{y_N z_0}) \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{3.27}$$

где $(\mathbf{n}_N \times \mathbf{m}_N) = [(\mathbf{n}_N \times \mathbf{m}_N)_x\ \ (\mathbf{n}_N \times \mathbf{m}_N)_y\ \ (\mathbf{n}_N \times \mathbf{m}_N)_z\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ — вектор ориентации оси y_N относительно осей БСК.

Векторы $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{n}_N$ и $\mathbf{m}_N$ полностью определяют положение и ориентацию РО в пространстве.

Обозначим радиус-вектор ХРТ рабочего органа $\mathbf{r}_0 = \mathbf{F}(\mathbf{q})$, а его проекции на оси БСК: $x_0 = F_1(\mathbf{q})$; $y_0 = F_2(\mathbf{q})$; $z_0 = F_3(\mathbf{q})$.

Тогда вектор положения ХРТ в БСК можно записать в виде:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{F}(\mathbf{q}) = [F_1(\mathbf{q}) \;\; F_2(\mathbf{q}) \;\; F_3(\mathbf{q}) \;\; 1]^{\mathrm{T}}, \tag{3.28}$$

где $\mathbf{r}_0 = [x_0 \;\; y_0 \;\; z_0 \;\; 1]^{\mathrm{T}}$; $F_1(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_N(\mathbf{q})\boldsymbol{\theta}_4 = b_1$; $F_2(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\theta}_2^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_N(\mathbf{q})\boldsymbol{\theta}_4 = b_2$; $F_3(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\theta}_3^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_N(\mathbf{q})\boldsymbol{\theta}_4 = b_3$; $\mathbf{q} = [q_1, \; q_2, \; ..., \; q_n]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{\theta}_1 = [1 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{\theta}_2 = [0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 0]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\theta}_3 = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{\theta}_4 = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 1]^{\mathrm{T}}$.

Уравнение (3.28) называют *уравнением положений.*

Вектор ориентации РО записывают в виде

$$\mathbf{c}_0 = [n_{N_x} \;\; n_{N_y} \;\; m_{N_x} \;\; 1]^{\mathrm{T}} = [\cos(\hat{x_N z_0}) \;\; \cos(\hat{y_N z_0}) \;\; \cos(\hat{x_N x_0}) \;\; 1]^{\mathrm{T}} =$$

$$= [\cos\beta \;\; \cos\gamma \;\; \cos\delta \;\; 1]^{\mathrm{T}},$$

где β и γ — углы между осью z_0 и осями x_N и y_N соответственно; δ — угол между осями x_0 и x_N.

Обозначим: $\mathbf{c}_0 = \mathbf{F}'(\mathbf{q})$; $n_{N_x} = F_4(\mathbf{q})$; $n_{N_y} = F_5(\mathbf{q})$; $m_{N_x} = F_6(\mathbf{q})$.

Тогда вектор ориентации РО в БСК принимает вид:

$$\mathbf{c}_0 = \mathbf{F}'(\mathbf{q}) = [F_4(\mathbf{q}) \;\; F_5(\mathbf{q}) \;\; F_6(\mathbf{q}) \;\; 1]^{\mathrm{T}}, \tag{3.29}$$

где $F_4(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_N(\mathbf{q})\boldsymbol{\theta}_3$; $F_5(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\theta}_2^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_N(\mathbf{q})\boldsymbol{\theta}_3$; $F_6(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_N(\mathbf{q})\boldsymbol{\theta}_1$.

Уравнение (3.29) называют *уравнением ориентации.*

Вектор положения ХРТ и ориентации РО записывают в виде

$$\tilde{\mathbf{r}}_0 = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q}) = [\mathbf{F}(\mathbf{q}) \;\; \mathbf{F}'(\mathbf{q})]^{\mathrm{T}}, \tag{3.30}$$

где $\tilde{\mathbf{r}}_0 = [\mathbf{r}_0 \;\; \mathbf{c}_0]^{\mathrm{T}}$.

Уравнение (3.30) называют *уравнением положения и ориентации рабочего органа.* Уравнения (3.28) и (3.30) — это *уравнения кинематики.*

В тех случаях, когда требуется определить лишь малые приращения в положении и ориентации РО при малых изменениях обобщенных координат, пользуются не самими уравнениями кинематики, а их продифференцированными аналогами.

Уравнение кинематики для скоростей имеет вид

$$\tilde{\mathbf{V}}_0 = \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0 = \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{r}}_0 = \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}. \tag{3.31}$$

Аналогичные векторные уравнения существуют для дифференциалов

$$\partial \tilde{\mathbf{r}}_0 = \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} d\mathbf{q} \tag{3.32}$$

и малых приращений (разностей)

$$\Delta \tilde{\mathbf{r}}_0 = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \Delta \mathbf{q}, \tag{3.33}$$

где $\Delta \tilde{\mathbf{r}}_0 = [\Delta x \;\; \Delta y \;\; \Delta z \;\; \Delta\beta \;\; \Delta\gamma \;\; \Delta\delta]^{\mathrm{T}}$; $\Delta \mathbf{q} = [\Delta q_1 \;\; \Delta q_2 \;\; ... \;\; \Delta q_n]^{\mathrm{T}}$.

Уравнение кинематики для ускорений записывают в виде

$$\tilde{\mathbf{a}}_0 = \ddot{\tilde{\mathbf{r}}}_0 = \frac{d^2}{dt^2}\tilde{\mathbf{r}}_0 = \dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}\frac{\partial^2\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}^2}\dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}}\ddot{\mathbf{q}}. \tag{3.34}$$

Матрицу размерности $(3 \times n)$

$$\mathbf{J}_{\text{п}} = \frac{\partial\mathbf{F}'(\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_1(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_1(\mathbf{q})}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_2(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_2(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_2(\mathbf{q})}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_3(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_3(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_3(\mathbf{q})}{\partial q_n} \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

называют *матрицей Якоби для положений.*

Матрицу размерности $(3 \times n)$

$$\mathbf{J}_0 = \frac{\partial\mathbf{F}'(\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_4(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_4(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_4(\mathbf{q})}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_5(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_5(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_5(\mathbf{q})}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_6(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_6(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_6(\mathbf{q})}{\partial q_n} \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

называют *матрицей Якоби для ориентации.*

Матрицу размерности $(6 \times n)$

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_{\text{п}} \quad \mathbf{J}_0]^{\mathrm{T}} = \frac{\partial\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_1(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_1(\mathbf{q})}{\partial q_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial F_6(\mathbf{q})}{\partial q_1} & \frac{\partial F_6(\mathbf{q})}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial F_6(\mathbf{q})}{\partial q_n} \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

называют *полной матрицей Якоби уравнения кинематики.*

3.7. Прямая и обратная задачи кинематики

Уравнения кинематики позволяют решить прямую и обратную кинематические задачи.

Прямая задача кинематики заключается в определении законов изменения координат РО (или любого звена) ИУ по известным законам изменения обобщенных координат. Ее решение сводится к вычислению матрицы $\mathbf{B}_N$. Необходимость в решении прямой задачи кинематики возникает в связи с тем, что положение РО в пространстве, как правило, не может быть измерено непосредственно, в то время как обобщенные координаты определяются

достаточно просто с помощью угловых или линейных датчиков перемещения.

Обратная задача кинематики заключается в определении законов изменения обобщенных координат ИУ робота по известным законам изменения координат РО, т.е. по заданной матрице $\mathbf{B}_N$.

Решение обратной задачи кинематики может быть осуществлено тремя методами: *алгебраическим, итеративным (численным)* и *геометрическим.* Алгебраический метод не дает универсального алгоритма решения и для каждой конкретной кинематической схемы требует отдельного подхода. Итеративный (численный) метод требует большого числа вычислений. Геометрический эффективен, когда конструкция ИУ достаточно проста.

При решении обратной задачи кинематики алгебраическим методом исходные уравнения содержат, как правило, шесть неизвестных $q_1, \ldots, q_N$, $N = 6$, так как положение РО как твердого тела в пространстве определяют шесть независимых параметров: три декартовы координаты и три угла поворота относительно трех ортогональных осей.

Шесть степеней подвижности — необходимое условие произвольного управления положением и ориентацией РО в пространстве, но не всегда достаточное. Часто при некоторых видах работ РО приходится действовать внутри некоторого частично замкнутого объема, проникая в него через узкое отверстие, в то время как ИУ находится за пределами этого объема. При этом требуется сообщать заданную ориентацию не только РО, но и некоторым предшествующим звеньям. В этом случае ИУ для повышения манипуляционной гибкости должно иметь число СП более шести.

Исходным уравнением для решения обратной задачи кинематики является уравнение

$$\mathbf{A}_i(q_1)\ldots\mathbf{A}_N(q_N) = \mathbf{B}_N(\mathbf{r}_0\ \mathbf{n}_N\ \mathbf{m}_N). \qquad (3.38)$$

Левая часть уравнения содержит произведение матриц $\mathbf{A}_i$, форма которых известна. Каждая из этих матриц зависит от одной искомой переменной — обобщенной координаты q_i. Каждая из комбинаций q_i представляет собой определенную конфигурацию ИУ. В правой части уравнения — матрица $\boldsymbol{B}_N$, ее элементы заданы составляющими векторов $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{n}_N$, $\mathbf{m}_N$.

Подход к решению обратной кинематической задачи заключается в следующем. Последовательно вычисляют

$$\mathbf{B}_N\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{A}_{N-1}^{-1}, \ldots, \mathbf{B}_N\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{A}_{N-1}^{-1}\ldots\mathbf{A}_{N-(N-1)}^{-1}$$

и находят такие элементы этих матриц в первых трех столбцах или их линейные комбинации, которые не зависят от искомых обобщенных координат. С другой стороны, используя соотношение: $\mathbf{A}_1\ldots\mathbf{A}_j = \mathbf{B}_N\mathbf{A}_N^{-1}\ldots\mathbf{A}_{j+1}^{-1}$, $j = 1, \ldots, N$, вычисляют соответствующие им элементы в левой части этого равенства, в которые должны входить не более j первых искомых величин. В результате можно получить число уравнений, равное числу неизвестных.

3.8. Дифференцирование матриц преобразования

Для определения линейных скоростей и ускорений произвольной точки произвольного звена исполнительного устройства робота в матричной форме рассмотрим *правило дифференцирования матриц.*

Матрица $\mathbf{A}_i$ преобразования i-й ЛСК в $(i-1)$-ю имеет вид

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Найдем производную матрицы $\mathbf{A}_i$ по обобщенной координате q_i для вращательной кинематической пары ($\theta_i = f(q_i) = \text{var}$, $S_i = \text{const}$):

$$\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} -\sin q_i & -\cos q_i \cos\alpha_i & \cos q_i \sin\alpha_i & -a_i \sin q_i \\ \cos q_i & -\sin q_i \cos\alpha_i & \sin q_i \sin\alpha_i & a_i \cos q_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (3.39)$$

Дифференцирование матрицы $\mathbf{A}_i$ по обобщенной координате q_i эквивалентно умножению проектирующей матрицы $\mathbf{D}_i$ на матрицу $\mathbf{A}_i$

$$\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i} = \mathbf{D}_{i\text{в}} \mathbf{A}_i, \qquad (3.40)$$

где

$$\mathbf{D}_{i\text{в}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.41)$$

— проектирующая матрица вращательной кинематической пары.

Производная матрицы $\mathbf{A}_i$ по обобщенной координате q_i для поступательной кинематической пары ($\theta_i = \text{const}$, $S_i = f(q_i) = \text{var}$)

$$\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (3.42)$$

Это эквивалентно

$$\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i} = \mathbf{D}_{i\text{п}} \mathbf{A}_i, \qquad (3.43)$$

где

$$\mathbf{D}_{i\text{п}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

— проектирующая матрица поступательной кинематической пары.

В общем случае производная матрицы $\mathbf{A}_i$ по обобщенной координате q_i равна

$$\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i} = \mathbf{D}_i \mathbf{A}_i, \tag{3.45}$$

где $\mathbf{D}_i = \begin{cases} \mathbf{D}_{i\text{ в}} & \text{— если } i\text{-я кинематическая пара вращательная;} \\ \mathbf{D}_{i\text{ п}} & \text{— если } i\text{-я кинематическая пара поступательная.} \end{cases}$

Производная матрицы $\mathbf{A}_i$ по времени:

$$\frac{d\mathbf{A}_i}{dt} = \frac{d\mathbf{A}_i(q_i)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i}\frac{dq_i}{dt} = \mathbf{D}_i \mathbf{A}_i \dot{q}_i. \tag{3.46}$$

Найдем производную матрицы $\mathbf{B}_i = \prod_{j=1}^{i} \mathbf{A}_j$:

$$\frac{d\mathbf{B}_i}{dt} = \frac{d\mathbf{B}_i(q_1,...,q_i)}{dt} = \sum_{j=1}^{i} \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial q_i}\dot{q}_i = \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial q_1}\mathbf{A}_2...\mathbf{A}_i\dot{q}_i + ... + \mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{i-1}\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial q_i}\dot{q}_i = \tag{3.47}$$

$$= \mathbf{D}_1\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2...\mathbf{A}_i\dot{q}_i + ... + \mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{i-1}\mathbf{D}_i\mathbf{A}_i\dot{q}_i = \sum_{j=1}^{i} \mathbf{B}_i^j \dot{q}_j,$$

где

$$\mathbf{B}_i^j = \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial q_j} = \begin{cases} 0 \text{ при } j > i; \\ \mathbf{A}_i...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_i \text{ при } 1 \le j \le 1,\ i = 1, ..., N. \end{cases} \tag{3.48}$$

Найдем производную:

$$\frac{d\mathbf{B}_i^j}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{A}_i...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_i) = \sum_{k=1}^{i} \frac{\partial \mathbf{B}_i^j}{\partial q_k}\dot{q}_k =$$

$$= \mathbf{D}_1\mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_i\dot{q}_i + ... + \mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j^2\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_i\dot{q}_j + ... +$$

$$+\mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j\mathbf{A}_i...\mathbf{A}_{i-1}\mathbf{D}_i\mathbf{A}_i\dot{q}_i=\sum_{k=1}^{i}\mathbf{B}_i^{jk}\dot{q}_k, \tag{3.49}$$

где

$$\mathbf{B}_i^{jk}=\frac{\partial^2\mathbf{B}_i}{\partial q_j\partial q_k}=\frac{\partial\mathbf{B}_i^j}{\partial q_k}=\frac{\partial\mathbf{B}_i^k}{\partial q_j}=\begin{cases}\mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{D}_k\mathbf{A}_k...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_i, & k<j,\ j\le i;\\ \mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j^2\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_i, & k=j,\ j\le i;\\ \mathbf{A}_1...\mathbf{A}_{j-1}\mathbf{D}_j\mathbf{A}_j...\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{D}_k\mathbf{A}_k...\mathbf{A}_i, & k>j,\ j\le i;\\ 0 & k,\ j>i.\end{cases} \tag{3.50}$$

3.9. Определение линейных скоростей и ускорений звеньев

Положение характеристической рабочей точки P рабочего органа в БСК запишем в виде:

$$\mathbf{r}_{0P}=\mathbf{r}_{0P}(q_1,\ ...,\ q_n),$$

где q_k — значение k-й обобщенной координаты; n — число обобщенных координат.

Продифференцировав это выражение, получим вектор линейной скорости точки P в БСК:

$$\mathbf{v}_{0P}=\frac{d\mathbf{r}_{0P}}{dt}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial\mathbf{r}_{0P}}{\partial q_k}\cdot\dot{q}_k. \tag{3.51}$$

В проекциях на оси БСК:

$$\begin{cases}\dot{x}_{0P}=\dfrac{dx_{0P}}{dt}=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial x_{0P}}{\partial q_k}\cdot\dot{q}_k;\\ \dot{y}_{0P}=\dfrac{dy_{0P}}{dt}=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial y_{0P}}{\partial q_k}\cdot\dot{q}_k;\\ \dot{z}_{0P}=\dfrac{dz_{0P}}{dt}=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial z_{0P}}{\partial q_k}\cdot\dot{q}_k.\end{cases} \tag{3.52}$$

Если дважды продифференцировать выражение для вектора положения точки P, то получим вектор линейного ускорения характеристической рабочей точки в БСК:

$$\mathbf{a}_{0P} = \frac{d^2\mathbf{r}_{0P}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}_{0P}}{dt} = \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial \mathbf{r}_{0P}}{\partial q_k}\cdot\ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n}\frac{\partial^2\mathbf{r}_{0P}}{\partial q_k^2}\cdot\dot{q}_k\dot{q}_S = \tag{3.53}$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial \mathbf{r}_{0P}}{\partial q_k}\cdot\ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial \mathbf{r}_{0P}}{\partial q_S}\right)\cdot\dot{q}_k\dot{q}_S.$$

В проекциях на оси БСК:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{0P} = \dfrac{d^2x_{0P}}{dt^2} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial x_{0P}}{\partial q_k}\cdot\ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial x_{0P}}{\partial q_S}\right)\cdot\dot{q}_k\dot{q}_S; \\ \ddot{y}_{0P} = \dfrac{d^2y_{0P}}{dt^2} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial y_{0P}}{\partial q_k}\cdot\ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial y_{0P}}{\partial q_S}\right)\cdot\dot{q}_k\dot{q}_S; \\ \ddot{z}_{0P} = \dfrac{d^2z_{0P}}{dt^2} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial z_{0P}}{\partial q_k}\cdot\ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial z_{0P}}{\partial q_S}\right)\cdot\dot{q}_k\dot{q}_S. \end{cases} \tag{3.54}$$

Определим линейные скорости и ускорения произвольной точки i-го звена ИУ робота в матричной форме.

Положение точки M i-го звена в (i—1)-й ЛСК записывают в виде

$$\mathbf{r}_{i-1,M} = \mathbf{A}_{i-1,i}\,\mathbf{r}_{i,M}, \tag{3.55}$$

где $\mathbf{r}_{i,M} = [x_{i,M}\ y_{i,M}\ z_{i,M}\ 1]^{\mathrm{T}}$ — радиус-вектор точки M в i-й ЛСК.

Линейную скорость точки M i-го звена относительно (i – 1)-й ЛСК получим после дифференцирования уравнения (3.55):

$$\mathbf{v}_{i-1,M} = \frac{d\mathbf{r}_{i-1,M}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_{i,M}) = \frac{d\mathbf{A}_{i-1,i}}{dt}\mathbf{r}_{i,M} = \mathbf{D}_i\mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_{i,M}\dot{q}_i. \tag{3.56}$$

В БСК положение точки M i-го звена: $\mathbf{r}_M = \mathbf{B}_i\mathbf{r}_{i,M}$.

После дифференцирования найдем линейную скорость точки M i-го звена в БСК:

$$\mathbf{v}_M = \frac{d\mathbf{r}_M}{dt} = \frac{d\mathbf{B}_i}{dt}\mathbf{r}_{i,M} = \sum_{j=1}^{i}\mathbf{B}_i^j\mathbf{r}_{i,M}\dot{q}_j. \tag{3.57}$$

Линейное ускорение точки M i-го звена относительно (i—1)-й ЛСК получим, дифференцируя выражение (3.56):

$$\mathbf{a}_{i-1,M} = \frac{d\mathbf{v}_{i-1,M}}{dt} = \mathbf{D}_i\mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_{i,M}\ddot{q}_i + \mathbf{D}_i^2\mathbf{A}_{i-1,i}\mathbf{r}_{i,M}\dot{q}_i^2.$$

В БСК линейное ускорение точки M i-го звена определим, дифференцируя выражение (3.57):

$$\mathbf{a}_M = \frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = \sum_{j=1}^{i} \frac{d\mathbf{B}_i^j}{dt}\mathbf{r}_{i,M}\dot{q}_j + \sum_{j=1}^{i} \mathbf{B}_i^j \mathbf{r}_{i,M}\frac{d\dot{q}_j}{dt} = \tag{3.58}$$

$$= \sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \mathbf{B}_i^{jk}\mathbf{r}_{i,M}\dot{q}_j\dot{q}_k + \sum_{j=1}^{i} \mathbf{B}_i^j \mathbf{r}_{i,M}\ddot{q}_j.$$

Если точка M совпадает с центром i-й кинематической пары или с характеристической рабочей точкой P, то $\mathbf{r}_{i,M} = [0\ 0\ 0\ 1]^{\mathrm{T}}$.

3.10. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев

Угловую скорость i-го звена относительно $(i-1)$-й ЛСК можно записать в виде вектора

$$\mathbf{w}_{i-1,i} = \mathbf{e}_{z(i-1)}\dot{\theta}_i, \tag{3.59}$$

где $\mathbf{e}_{z(i-1)} = [0\ 0\ 1\ 0]^{\mathrm{T}}$ — орт оси z_{i-1} в $(i-1)$-й ЛСК.

Если обобщенную координату q_i выразить через θ_i и S_i, то получим вектор относительной угловой скорости

$$\mathbf{w}_{i-1,i} = \sigma_i \mathbf{e}_{z(i-1)}\dot{q}_i, \tag{3.60}$$

где $\sigma_i = \begin{cases} 1 & \text{— если } i\text{-я кинематическая пара вращательная;} \\ 0 & \text{— если } i\text{-я кинематическая пара поступательная.} \end{cases}$

Угловую скорость i-го звена относительно БСК можно записать в виде вектора

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{A}_{-1,0}\mathbf{A}_{0,1}\mathbf{A}_{1,2}\ldots\mathbf{A}_{i-2,i-1}\sigma_i \mathbf{e}_{z(i-1)}\dot{q}_i = \mathbf{B}_{i-1}\sigma_i \mathbf{e}_{z(i-1)}\dot{q}_i, \tag{3.61}$$

где $\mathbf{A}_{-1,0} = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ — единичная матрица.

Абсолютная угловая скорость i-го звена в БСК:

$$\boldsymbol{\Omega}_i = \sum_{j=1}^{i} \mathbf{w}_j = \sum_{j=1}^{i} \mathbf{B}_{j-1}\sigma_j \mathbf{e}_{z(j-1)}\dot{q}_j. \tag{3.62}$$

Дифференцируя выражение (3.62), получим абсолютное угловое ускорение i-го звена в БСК:

$$\mathbf{E}_i = \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \sum_{j=1}^{i} \mathbf{B}_{j-1}\sigma_j \mathbf{e}_{z(j-1)}\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \mathbf{B}_{j-1}^{k}\sigma_j\sigma_k \mathbf{e}_{z(j-1)}\dot{q}_j\dot{q}_k, \tag{3.63}$$

где σ_j и σ_k имеют тот же смысл, что и σ_i в выражении (3.60).

ГЛАВА 4

ДИНАМИКА РОБОТОВ

4.1. Кинетостатический расчет исполнительных устройств

Кинетостатический расчет ИУ робота заключается в определении реактивных сил и моментов в кинематических парах при известных внешних нагрузках, и инерционных силах, и моментах. При решении задач кинетостатики используют *принцип Даламбера.*

Реактивные силы и моменты в кинематических парах относятся к категории внутренних по отношению к ИУ в целом; по отношению к каждому звену в отдельности они являются внешними. Знание усилий в кинематических парах необходимо для расчетов звеньев ИУ на прочность, жесткость, виброустойчивость, износостойкость, для расчетов подшипников на долговечность, а также для выбора двигателя.

На рис. 4.1 показана структурная схема ИУ робота, на которой указаны масса m_i звеньев, $m_{пq}$ приводов и $m_{об}$ объекта манипулирования (груза), векторы силы $\mathbf{F}_c$ и момента сопротивления $\mathbf{M}_c$, а также приведены базовая $x_0y_0z_0(S_0)$ и локальные $x_iy_iz_i(S_i)$ системы координат.

Для i-го звена (на рис 4.2 звено с РО и объектом манипулирования) ИУ робота, находящегося в равновесии, можно записать в базовой системе координат S_0 выражения главного вектора $\mathbf{F}_i$ внешних сил и главного момента $\mathbf{M}_i$, действующих на это звено:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i = \mathbf{R}_{i-1,i} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{F}_{ij} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{\Phi}_{ij} = 0; \\ \mathbf{M}_i = \mathbf{M}_{i-1,i} + \mathbf{M}^R_{i-1,i} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{M}^F_{ij} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{M}^{\Phi}_{ij} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{M}^{м}_{ij} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{M}^{и}_{ij} = 0, \end{cases} \tag{4.1}$$

где n — число соответствующих силовых факторов, действующих на i-е звено; $\mathbf{R}_{i-1,i} = -\left(\sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{F}_{ij} + \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{\Phi}_{ij}\right)$ — главный вектор реактивных сил в k-й кинематической паре, соединяющей $(i-1)$-е и i-е звенья; $\mathbf{F}_{ij}$ — вектор внешней j-й силы, действующей на i-е звено (реактивной силы $\mathbf{R}_{i,i+1}$, действующей со стороны $(i+1)$-го звена на i-е звено, силы $\mathbf{G}_i$ от массы i-го звена, силы $\mathbf{G}_{iq}$ от массы q-го привода или, если i-е звено последнее, силы $\mathbf{F}_c$ сопротивления и массы $\mathbf{G}_{об}$ объекта); $\mathbf{\Phi}_{ij} = -m_\ell \mathbf{a}_\ell$ — вектор j-й силы инерции, действующей на i-е звено (на рис. 4.2 — $\mathbf{\Phi}_i$ и $\mathbf{\Phi}_{об}$); m_ℓ — масса ℓ-го элемента, т. е. масса m_i i-го звена, объекта $m_{об}$ или q-го привода $m_{пq}$; $\mathbf{a}_\ell$ — вектор абсолютного линейного

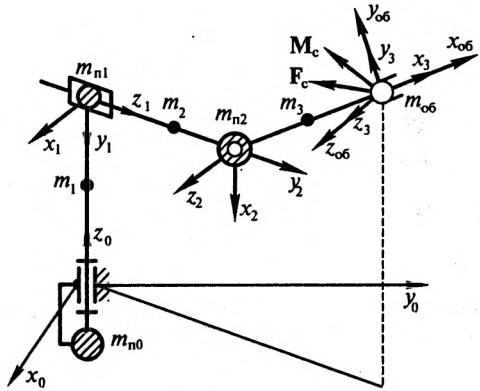


Рис. 4.1

ускорения центра масс ℓ-го элемента в БСК S_0; $\mathbf{M}_{i-1,i}$ — главный вектор реактивных моментов в k-й кинематической паре, соединяющей $(i-1)$-е и i-е звенья, записанный в БСК S_0; $\mathbf{M}^{R}_{i-1,i}$ — главный момент реактивных сил, действующих на i-е звено со стороны $(i-1)$-го звена; $\mathbf{M}^{F}_{ij}$ — момент внешней j-й силы, действующей на i-е звено; $\mathbf{M}^{\Phi}_{ij}$ — момент j-й силы инерции, действующей на i-е звено; $\mathbf{M}^{\text{м}}_{ij}$ — j-й внешний момент, действующий на i-е звено, записанный в БСК S_0; $\mathbf{M}^{\text{и}}_{ij} = \mathbf{L}_{0i}\mathbf{M}^{\text{и}i}_{ij} = \mathbf{L}_{0i}\mathbf{M}^{\text{и.г}}_{ij}$ — j-й инерциональный момент, действующий на i-е звено, записанный в БСК S_0; $\mathbf{L}_{0i}$ — матрица поворота БСК S_0; $\mathbf{M}^{\text{и}i}_{ij}$ — j-й инерционный момент, действующий на i-е звено, записанный в ЛСК S_i; $\mathbf{M}^{\text{и.г}}_{ij}$ — j-й инерционный момент, действующий на i-е звено, записанный в главной ЛСК $x_i^{\text{г}} y_i^{\text{г}} z_i^{\text{г}}$ (S_{c_i}) (на рис. 4.2 — это $\mathbf{M}^{\text{и.г}}_{i}$ и $\mathbf{M}^{\text{и.г}}_{\text{об}}$).

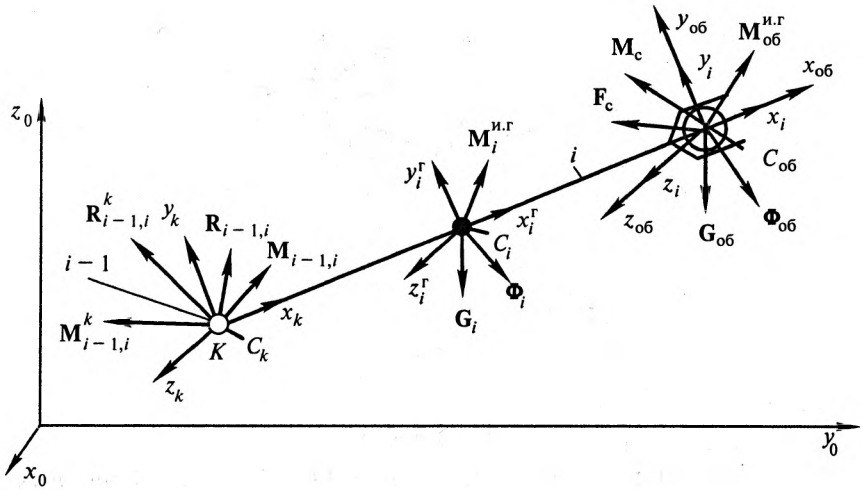
Матрица поворота БСК S_0 (матрица направляющих косинусов, т.е. косинусов углов между осями БСК S_0 и осями локальной системы координат ЛСК S_i i-го звена)

$$\mathbf{L}_{0i} = \prod_{t=1}^{i} \mathbf{L}_{t-1,t},$$

где

$$\mathbf{L}_{t-1,t} = \begin{bmatrix} \cos\theta_t & -\sin\theta_t \cos\alpha_t & \sin\theta_t \sin\alpha_t \\ \sin\theta_t & \cos\theta_t \cos\alpha_t & -\cos\theta_t \sin\alpha_t \\ 0 & \sin\alpha_t & \cos\alpha_t \end{bmatrix};$$

— матрица направляющих косинусов между осями $(t-1)$-й и t-й ЛСК; θ_t — угол поворота $(t-1)$-й ЛСК вокруг оси z_{i-1} до тех пор, пока ось x_{t-1} не



Р и с. 4.2

станет параллельной оси x_t t-й ЛСК; α_t — угол поворота $(t-1)$-й ЛСК вокруг оси x_t до совмещения всех осей обеих ЛСК. Такая запись правомерна, так как оси ЛСК S_i и главные центральные оси ЛСК S_{c_i} выбраны параллельными.

Спроецируем j-й инерционный момент $\mathbf{M}_{ij}$ на оси БСК S_0:

$$\mathbf{M}_{ij}^{\text{и.г}} = \begin{bmatrix} M_{ijx}^{\text{и.г}} \\ M_{ijy}^{\text{и.г}} \\ M_{ijz}^{\text{и.г}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_{\ell_x}^\Gamma E_{\ell_x}^\Gamma - \Omega_{\ell_z}^\Gamma \Omega_{\ell_y}^\Gamma (J_{\ell_z}^\Gamma - J_{\ell_y}^\Gamma) \\ -J_{\ell_y}^\Gamma E_{\ell_y}^\Gamma - \Omega_{\ell_x}^\Gamma \Omega_{\ell_z}^\Gamma (J_{\ell_x}^\Gamma - J_{\ell_z}^\Gamma) \\ -J_{\ell_z}^\Gamma E_{\ell_z}^\Gamma - \Omega_{\ell_y}^\Gamma \Omega_{\ell_x}^\Gamma (J_{\ell_y}^\Gamma - J_{\ell_x}^\Gamma) \end{bmatrix},$$

где $J_{\ell_x}^\Gamma, J_{\ell_y}^\Gamma, J_{\ell_z}^\Gamma$ — моменты инерции ℓ-го элемента (i-го звена, объекта, q-го привода) относительно главных центральных осей его локальной системы координат (для i-го звена — S_{c_i}, для привода и объекта — S_i); $E_{\ell_x}^\Gamma, E_{\ell_y}^\Gamma, E_{\ell_z}^\Gamma$ и $\Omega_{\ell_x}^\Gamma, \Omega_{\ell_y}^\Gamma, \Omega_{\ell_z}^\Gamma$ — проекции векторов абсолютных углового ускорения и угловой скорости ℓ-го элемента на оси ЛСК S_{c_i} (для звена, привода и объекта векторы их абсолютных угловых скоростей и угловых ускорений соответственно равны между собой).

Второе уравнение системы (4.1) можно записать в виде:

$$\mathbf{M}_{i-1,i} + \mathbf{r}_k \times \mathbf{R}_{i-1,i} + \mathbf{r}_{C_i} \times \sum_{j=1}^{n} \mathbf{F}_{ij} + \mathbf{r}_{C_i} \times \sum_{j=1}^{n} \Phi_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \mathbf{M}_{ij}^{\text{м}} + \mathbf{L}_{0i} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{M}_{ij}^{\text{и.г}} = 0,$$

где $\mathbf{r}_k$ — радиус-вектор центра C k-й кинематической пары в БСК S_0; $\mathbf{r}_{C_i}$ — радиус-вектор центра C_i массы i-го звена (либо центра $C_{об}$ масс объекта или центра C_q массы привода) в БСК.

Заменив векторное произведение векторов произведением специальной матрицы на вектор, получим

$$\mathbf{M}_{i-1,i} = -\left(\mathbf{r}_k\mathbf{R}_{i-1,i} + \mathbf{r}_{C_i}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{F}_{ij} + \mathbf{r}_{C_i}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{\Phi}_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\mathbf{M}_{ij}^{\text{м}} + \mathbf{L}_{0i}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{M}_{ij}^{\text{и.г}}\right), \quad (4.2)$$

где

$$\mathbf{r}_{k(C_i)} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{k(C_i)} & y_{k(C_i)} \\ z_{k(C_i)} & 0 & -x_{k(C_i)} \\ -y_{k(C_i)} & x_{k(C_i)} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

— кососимметричная матрица радиусом-векторов $\mathbf{r}_k$ и $\mathbf{r}_{C_i}$, где $x_{k(C_i)}$, $y_{k(C_i)}$, $z_{k(C_i)}$ — координаты точки C_k или C_i в БСК.

Подобную матрицу можно записать для произвольной точки ℓ-го звена исполнительно устройства.

Перепишем главный вектор $\mathbf{R}_{i-1,i}$ реактивных сил и главный момент $\mathbf{M}_{i-1,i}$ реактивных моментов, действующих на i-е звено в k-й кинематической паре, записанные в БСК S_0, в ЛСК S_i:

$$\mathbf{R}_{i-1,i}^{i} = \mathbf{L}_{i0}\mathbf{R}_{i-1,i} = \mathbf{L}_{0i}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_{i-1,i};$$

$$\mathbf{M}_{i-1,i}^{i} = \mathbf{L}_{i0}\mathbf{M}_{i-1,i} = \mathbf{L}_{0i}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{i-1,i}.$$

Выберем в k-й кинематической паре локальную систему координат S_k, параллельную ЛСК S_i. Спроецировав $\mathbf{R}_{i-1,i}^{i}$ и $\mathbf{M}_{i-1,i}^{i}$ на оси ЛСК S_k, получим главный вектор реактивных сил и главный момент реактивных моментов, действующие на i-е звено в ЛСК S_k:

$$\mathbf{R}_{i-1,i}^{k} = \mathbf{R}_{i-1,i}^{i} = \mathbf{L}_{0i}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_{i-1,i};$$

$$\mathbf{M}_{i-1,i}^{k} = \mathbf{M}_{i-1,i}^{i} = \mathbf{L}_{0i}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{i-1,i}. \quad (4.4)$$

Полученные главный вектор реактивных сил и главный момент реактивных моментов, действующие на i-е звено в k-й кинематической паре, включают в себя вектор $\mathbf{Q}_i^k$ обобщенной силы, направленный по оси z_i и принимающий значения:

$$\mathbf{Q}_i^k = \begin{cases} F_{i-1,i}^{k_z}, & \text{если } k\text{-я кинематическая пара поступательная;} \\ T_{i-1,i}^{k_z}, & \text{если } k\text{-я кинематическая пара вращательная.} \end{cases}$$

Таким образом, в k-й поступательный кинематической паре главный вектор реактивных сил и главный вектор реактивных моментов можно записать в виде

$$\mathbf{R}^{k}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} R^{k_x}_{i-1,i} \\ R^{k_y}_{i-1,i} \\ {}^{0}R^{k_z}_{i-1,i} + F^{k_z}_{i-1,i} \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}_{0i} \begin{bmatrix} R^{x}_{i-1,i} \\ R^{y}_{i-1,i} \\ R^{z}_{i-1,i} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}^{k}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} M^{k_x}_{i-1,i} \\ M^{k_y}_{i-1,i} \\ M^{k_z}_{i-1,i} \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}_{0i} \begin{bmatrix} M^{x}_{i-1,i} \\ M^{y}_{i-1,i} \\ M^{z}_{i-1,i} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

В k-й вращательной кинематической паре:

$$\mathbf{R}^{k}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} R^{k_x}_{i-1,i} \\ R^{k_y}_{i-1,i} \\ R^{k_z}_{i-1,i} \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}_{0i} \begin{bmatrix} R^{x}_{i-1,i} \\ R^{y}_{i-1,i} \\ R^{z}_{i-1,i} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}^{k}_{i-1,i} = \begin{bmatrix} M^{k_x}_{i-1,i} \\ M^{k_y}_{i-1,i} \\ {}^{0}M^{k_z}_{i-1,i} + T^{k_z}_{i-1,i} \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}_{0i} \begin{bmatrix} M^{x}_{i-1,i} \\ M^{y}_{i-1,i} \\ M^{z}_{i-1,i} \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Компоненты ${}^{0}\mathbf{R}^{k_z}_{i-1,i}$ в поступательной кинематической паре и ${}^{0}\mathbf{M}^{k_z}_{i-1,i}$ во вращательной кинематической паре существуют только при учете сил трения. В идеальных кинематических парах они обращаются в нуль, т. е. ${}^{0}\mathbf{R}^{k_z}_{i-1,i} = 0$ и ${}^{0}\mathbf{M}^{k_z}_{i-1,i} = 0$. В итоге можно определить движущую силу $F^{z}_{i-1,i}$ или движущий момент $\mathbf{T}^{z}_{i-1,i}$ в зависимости от вида кинематической пары.

Для нахождения реактивных сил и моментов во всех кинематических парах ИУ робота необходимо рассмотреть равновесие каждого его подвижного звена, начиная с последнего n-го. При этом найденный главный вектор $\mathbf{R}^{m}_{n-1,n}$ реактивных сил и главный вектор $\mathbf{M}^{m}_{n-1,n}$ реактивных моментов, действующие на n-е звено в m-й кинематической паре, при рассмотрении равновесия $(n-1)$-го звена, прикладывают к этому звену, направленными в противоположные стороны по отношению к n-му звену. Затем вычисляют реактивные силы и моменты, действующие на $(n-1)$-е звено в $(m-1)$-й кинематической паре. Аналогично поступают с остальными звеньями.

4.2. Уравнения Лагранжа 2-го рода

Для описания динамики ИУ робота наиболее часто используют уравнения Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_{i\,\Pi}, \quad i = 1, \ldots, N. \quad (4.7)$$

Вводя *функцию Лагранжа* $L = T - \Pi$ и учитывая, что $\partial\Pi/\partial q_i = 0$, уравнение Лагранжа 2-го рода можно записать в виде

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_{i\,\Pi}, \quad i = 1, \ldots, N, \quad (4.8)$$

где q_i — i-я обобщенная координата; T — кинетическая энергия ИУ; Π — потенциальная энергия ИУ; $Q_{i\,\Pi} = Q_{i\,Д} + Q_{i\,С}$ — обобщенные силы приводов в

i-й СП, $Q_{i\,Д}$ — обобщенные движущие силы в i-й СП, $Q_{i\,С}$ — обобщенные силы сопротивления в i-й СП; $Q_{i\,П}$, $Q_{i\,Д}$ и $Q_{i\,С}$ имеют размерность силы, Н, если обобщенная координата q_i — линейное перемещение, или момента, Н · м, если q_i — угол поворота.

Если в уравнении (4.7) $\partial П/\partial q_i$ перенести в правую часть и преобразовать ее, то уравнение Лагранжа 2-го рода примет вид:

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i\,, \tag{4.9}$$

где

$$Q_i=Q_{i\,П}-\frac{\partial П}{\partial q_i}=Q_{i\,П}+Q_{i\,В} \tag{4.10}$$

— обобщенная сила в i-й СП; $Q_{iВ}=-\partial П/\partial q_i$ — обобщенные внешние потенциальные силы, вызванные действием массы звеньев ИУ и объекта.

При наличии технологической силы (внешней силы) $F_В$, приложенной к захватному устройству, в правую часть равенства (4.10) необходимо добавить член Q_{iF}, характеризующий это воздействие:

$$Q_i=Q_{i\,П}+Q_{i\,В}+Q_{iF}. \tag{4.11}$$

Уравнения Лагранжа 2-го рода представляют собой систему N обыкновенных дифференциальных уравнений с N независимыми обобщенными координатами.

Кинетическая энергия ИУ робота равна

$$T=\sum_{i=1}^{N}T_i, \tag{4.12}$$

где T_i — кинетическая энергия i-го звена. Для ее определения найдем кинетическую энергию элемента i-го звена массой d_{m_i}:

$$dT_i=\frac{1}{2}|\mathbf{v}_i|^2dm_i=\frac{1}{2}|\dot{\mathbf{r}}_i|^2dm_i,$$

где $\mathbf{v}_i$ — вектор скорости i-го элемента массой dm_i; $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор элемента dm_i в БСК. Выразим $\mathbf{r}_i$ через радиус-вектор $\mathbf{r}_i^i$ i-го звена в i-й ЛСК: $\mathbf{r}_i=\mathbf{B}_i\mathbf{r}_i^i$. Тогда $\dot{\mathbf{r}}_i=\dot{\mathbf{B}}_i\mathbf{r}_i^i$ и $dT_i=\frac{1}{2}|\dot{\mathbf{B}}_i\mathbf{r}_i^i|^2dm_i$. Так как $|\mathbf{A}|^2=\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}=\mathrm{tr}\mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ и $(\mathbf{AB})^{\mathrm{T}}=\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$, где $\mathrm{tr}(\bullet)$ — след матрицы $\mathbf{A}$, т.е. сумма ее диагональных элементов: $\mathrm{tr}(\mathbf{A})=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{a}_{ii}$, то

$$dT_i=\frac{1}{2}\mathrm{tr}\,[\dot{\mathbf{B}}_i\mathbf{r}_i^i(\dot{\mathbf{B}}_i\mathbf{r}_i^i)^{\mathrm{T}}dm_i]=\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\dot{\mathbf{B}}_i\mathbf{r}_i^i\mathbf{r}_i^{i\mathrm{T}}\dot{\mathbf{B}}_i^{\mathrm{T}}dm_i).$$

Интегрируя по объему V_i i-го звена, найдем его кинетическую энергию:

$$T_i = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\int_{V_i} \dot{\mathbf{B}}_i \mathbf{r}_i^j \mathbf{r}_i^{jT} \dot{\mathbf{B}}_i^{\mathrm{T}} dm_i = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\dot{\mathbf{B}}_i \left(\int_{V_i} \mathbf{r}_i^j \mathbf{r}_i^{jT} dm_i\right) \dot{\mathbf{B}}_i^{\mathrm{T}}\right] = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\,(\dot{\mathbf{B}}_i \mathbf{H}_i \dot{\mathbf{B}}_i^{\mathrm{T}}), \quad (4.13)$$

где $\mathbf{H}_i$ — матрица инерции i-го звена. Если вектор $\mathbf{r}_i^j$ записать в виде $\mathbf{r}_i^j = [x_i\ y_i\ z_i\ 1]^{\mathrm{T}}$, где x_i, y_i, z_i — проекции вектора на оси i-й системы координат, то

$$\mathbf{H}_i = \int_{V_i} \mathbf{r}_i^j \mathbf{r}_i^{jT} dm_i = \begin{bmatrix} \int_{V_i} x_1^2 dm_i & \int_{V_i} x_i y_i\, dm_i & \int_{V_i} x_i z_i\, dm_i & \int_{V_i} x_i\, dm_i \\ \int_{V_i} y_i x_i\, dm_i & \int_{V_i} y_i^2 dm_i & \int_{V_i} y_i z_i\, dm_i & \int_{V_i} y_i dm_i \\ \int_{V_i} z_i x_i\, dm_i & \int_{V_i} z_i x_i\, dm_i & \int_{V_i} z_i^2 dm_i & \int_{V_i} z_i\, dm_i \\ \int_{V_i} x_i\, dm_i & \int_{V_i} y_i dm_i & \int_{V_i} z_i\, dm_i & \int_{V_i} dm_i \end{bmatrix} = \quad (4.14)$$

$$= \begin{bmatrix} J_{x_i} & J_{xy_i} & J_{xz_i} & S_{x_i} \\ J_{yx_i} & J_{y_i} & J_{yz_i} & S_{y_i} \\ J_{zx_i} & J_{zy_i} & J_{z_i} & S_{z_i} \\ S_{x_i} & S_{y_i} & S_{z_i} & m_i \end{bmatrix}.$$

Элементами матрицы инерции являются: J_{x_i}, J_{y_i}, J_{z_i} — осевые моменты инерции звеньев относительно осей x, y, z соответственно; $J_{xy_i} = J_{yx_i}$, $J_{xz_i} = J_{zx_i}$, $J_{yz_i} = J_{zy_i}$ — центробежные моменты инерции звеньев; S_{x_i}, S_{y_i}, S_{z_i} — статические моменты звеньев; m_i — масса i-го звена.

Матрица инерции является симметричной матрицей, т.е. $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_i^{\mathrm{T}}$.

Кинетическая энергия всего ИУ равна

$$T = \sum_{i=1}^{N} T_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{tr}(\dot{\mathbf{B}}_i \mathbf{H}_i \dot{\mathbf{B}}_i^{\mathrm{T}}). \quad (4.15)$$

Подставляя (3.47) в (4.15), получим

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{tr} \sum_{j=1}^{i} \dot{\mathbf{B}}_i^j \mathbf{H}_i \sum_{k=1}^{i} \dot{\mathbf{B}}_i^{kT} \dot{q}_j \dot{q}_k = \frac{1}{2}\mathrm{tr} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \dot{\mathbf{B}}_i^j \mathbf{H}_i \dot{\mathbf{B}}_i^{k\mathrm{T}} \dot{q}_j \dot{q}_k, \quad (4.16)$$

где $\dot{\mathbf{B}}_i^j$ и $\dot{\mathbf{B}}_i^k$ определяют по формуле (3.48).

Потенциальная энергия ИУ:

$$\Pi = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\rho}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_i \boldsymbol{\rho}_i^i, \quad (4.17)$$

где m_i — масса i-го звена; $\boldsymbol{\rho}_i^i = [x_i\ y_i\ z_i\ 1]^{\mathrm{T}}$ — вектор центра массы i-го звена в системе координат i-го звена; $\boldsymbol{\rho}_i$ — вектор центра массы i-го звена в БСК;

$$\mathbf{G} = [g_x\ g_y\ g_z\ 0]^{\mathrm{T}} = \begin{cases} [0\ 0 - g\ 0]^{\mathrm{T}} = -ge_z, & \text{ось } z_0 \text{ направлена вертикально вверх,} \\ [0\ 0\ g\ 0]^{\mathrm{T}} = ge_z, & \text{ось } z_0 \text{ направлена вертикально вниз} \end{cases}$$

— вектор ускорения свободного падения.

4.3. Обобщенные силы

Для определения обобщенных сил рассмотрим ИУ робота, на звенья которого действуют силы $\mathbf{F}_i^{\nu} = [F_{x_i}^{\nu}\ F_{y_i}^{\nu}\ F_{z_i}^{\nu}\ 0]^{\mathrm{T}}$, векторы точек приложения которых в БСК обозначим $\mathbf{r}_i^{\nu} = [F_{x_i}^{\nu}\ F_{y_i}^{\nu}\ F_{z_i}^{\nu}\ 1]^{\mathrm{T}}$, где i — номер звена ИУ, $i = 1, ..., N$; ν — номер действующей силы, $\nu = 1, 2, ...$ Силы $\mathbf{F}_i^{\nu}$ могут быть движущими, сопротивления (сухого и вязкого трения), массы звеньев, технологические (от массы объекта и внешнего воздействия, приложенного к РО), инерционные, упругие силы пружин, присоединенных к звеньям исполнительного устройства (например, при пружинном уравновешивании массы звеньев).

Скалярное произведение вектора силы $\mathbf{F}_i^{\nu}$ на вектор $\delta\mathbf{r}_i^{\nu}$ малого виртуального перемещения точки приложения силы представляет собой виртуальную работу этой силы: $\delta W_i^{\nu} = (\mathbf{F}_i^{\nu})^{\mathrm{T}}\delta\mathbf{r}_i^{\nu} = \mathrm{tr}\mathbf{F}_i^{\nu}(\delta\mathbf{r}_i^{\nu})^{\mathrm{T}}$. Для всех точек звена $\delta W_i = \mathrm{tr}\sum_V \mathbf{F}_i^{\nu}(\delta\mathbf{r}_i^{\nu})^{\mathrm{T}}$.

Виртуальная работа сил для всех звеньев ИУ:

$$\delta W = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{tr}\sum_V \mathbf{F}_i^{\nu}(\delta\mathbf{r}_i^{\nu})^{\mathrm{T}}. \tag{4.18}$$

Обозначим векторы точек приложения сил в i-й ЛСК через $\mathbf{r}_i^{i\nu}$. Тогда можно записать

$$(\delta\mathbf{r}_i^{\nu})^{\mathrm{T}} = \delta(\mathbf{B}_i\mathbf{r}_i^{i\nu})^{\mathrm{T}} = (\mathbf{r}_i^{i\nu})^{\mathrm{T}}\delta\mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}. \tag{4.19}$$

Подставляя (4.19) в (4.18), получим

$$\delta W = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{tr}\left[\sum_V \mathbf{F}_i^{\nu}(\mathbf{r}_i^{i\nu})^{\mathrm{T}}\delta\mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}\right] = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{tr}\{\boldsymbol{\Phi}_i\delta\mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}\}, \tag{4.20}$$

где $\boldsymbol{\Phi}_i = \sum_V \mathbf{F}_i^{\nu}(\mathbf{r}_i^{i\nu})^{\mathrm{T}}$ — матрица внешних сил.

В развернутом виде

$$\Phi_i = \sum_{\nu} \mathbf{F}_i^{\nu} (\mathbf{r}_i^{i\nu})^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \sum\limits_{\nu} F_{x_i} r_{x_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{x_i} r_{y_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{x_i} r_{z_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{x_i}^{\nu} \\ \sum\limits_{\nu} F_{y_i} r_{x_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{y_i} r_{y_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{y_i} r_{z_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{y_i}^{\nu} \\ \sum\limits_{\nu} F_{z_i} r_{x_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{z_i} r_{y_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{z_i} r_{z_i}^{i\nu} & \sum\limits_{\nu} F_{z_i}^{\nu} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

С другой стороны, ту же виртуальную работу можно записать в виде

$$\delta W = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{Q}_i \delta q_i, \quad (4.22)$$

где δq_i — виртуальное изменение i-й обобщенной координаты q_i; $\mathbf{Q}_i$ — i-я обобщенная сила, отнесенная к i-й обобщенной координате.

Обобщенная сила представляет собой силу, действующую вдоль оси z_{i-1}, если i-я кинематическая пара поступательная, или момент относительно оси z_{i-1}, если i-я кинематическая пара вращательная.

Приравняем выражения (4.20) и (4.22) для виртуальных работ:

$$\sum_{i=1}^{N} \mathbf{Q}_i \delta q_i = \mathrm{tr} \sum_{i=1}^{N} \Phi_i \delta \mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}. \quad (4.23)$$

Запишем вариацию матрицы преобразования $\delta \mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}$ в виде

$$\delta \mathbf{B}_i^{\mathrm{T}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial \mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}}{\partial q_i} \delta q_j. \quad (4.24)$$

Подставив значение $\delta \mathbf{B}_i^{\mathrm{T}}$ из (4.24) в выражение (4.23) и учитывая, что $\mathbf{B}_i^j = 0$ при $j > i$, после преобразований получим

$$\sum_{i=1}^{N} \mathbf{Q}_i \delta q_i = \mathrm{tr} \sum_{i=1}^{N} \Phi_i \sum_{j=1}^{N} \mathbf{B}_i^{j\mathrm{T}} \delta q_i = \mathrm{tr} \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=i}^{N} \Phi_j \mathbf{B}_j^{i\mathrm{T}} \right) \delta q_i.$$

Откуда обобщенные силы

$$\mathbf{Q}_i = \mathrm{tr} \sum_{j=1}^{N} \Phi_j \mathbf{B}_j^{i\mathrm{T}} = \mathrm{tr} \sum_{j=1}^{N} \Phi_j (\mathbf{B}_{i-1} \mathbf{D}_i \mathbf{A}_i \ldots \mathbf{A}_j)^{\mathrm{T}}, \quad i = 1, \ldots, N, \quad (4.25)$$

где

$$\mathbf{D}_i = \begin{cases} \mathbf{D}_{i6} = \mathbf{D}_{i\Pi}, & \text{если поступательная кинематическая пара (3.44);} \\ \mathbf{D}_{i3} = \mathbf{D}_{i\mathrm{B}}, & \text{если вращательная кинематическая пара (3.41).} \end{cases}$$

Для определения реактивных сил и моментов в кинематических парах, действующих на $(i-1)$ звено со стороны i-го звена, в формулу (4.25) вместо $\mathbf{D}_i$ необходимо подставить $\mathbf{D}_{i3}$, если кинематическая пара вращательная, и $\mathbf{D}_{i6}$, если кинематическая пара поступательная, а также следующие проектирующие матрицы:

$$\mathbf{D}_{i1}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix};\quad \mathbf{D}_{i2}=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_{i4}=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix};\quad \mathbf{D}_{i5}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}, \tag{4.26}$$

где

$$\mathbf{D}_{ik}=\begin{cases}\mathbf{D}_{i1}, \text{ если ось вращения } x_{i-1};\\ \mathbf{D}_{i2}, \text{ если ось вращения } y_{i-1};\\ \mathbf{D}_{i3}=\mathbf{D}_{i\text{В}}, \text{ если ось вращения } z_{i-1};\\ \mathbf{D}_{i4}, \text{ если перемещение вдоль оси } x_{i-1};\\ \mathbf{D}_{i5}, \text{ если перемещение вдоль оси } y_{i-1};\\ \mathbf{D}_{i6}=\mathbf{D}_{i\text{П}}, \text{ если перемещение вдоль оси } z_{i-1}.\end{cases}$$

При этом для вращательной кинематической пары найдем реактивные силы R_x, R_y, R_z, действующие вдоль осей x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, а также реактивные моменты M_x и M_y, действующие относительно осей x_{i-1} и y_{i-1}. Для поступательной кинематической пары таким образом могут быть определены реактивные силы R_x и R_y, действующие вдоль осей x_{i-1} и y_{i-1}, а также реактивные моменты M_x, M_y и M_z, действующие относительно осей x_{i-1}, y_{i-1} и z_{i-1}.

Следовательно, шесть чисел

$$C_{ik}=\operatorname{tr}\sum_{j=1}^{N}\Phi_j(\mathbf{B}_{i-1}\mathbf{D}_{ik}\mathbf{A}_i\ldots\mathbf{A}_j)^{\mathrm{T}},\quad k=1,\ \ldots,\ 6;\ i=1,\ \ldots,\ N, \tag{4.27}$$

определяют пять составляющих реакций в кинематической паре пятого класса в проекции на оси $(i-1)$ системы координат и одну обобщенную силу $\mathbf{Q}_i$, отнесенную к координате q_i. При $k=1, 2, 3$ эта формула дает моменты относительно осей x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1} соответственно, а при $k=4, 5, 6$ — проекции сил на те же оси. Обобщенная сила в этом случае равна

$$\mathbf{Q}_i=\begin{cases}C_{i3}, \text{ если вращательная кинематическая пара;}\\ C_{i6}, \text{ если поступательная кинематическая пара.}\end{cases}$$

Вычислить обобщенные силы можно также по формуле

$$\mathbf{Q}_i = \mathrm{tr}\{\mathbf{\Lambda}_i(\mathbf{B}_{i-1}\mathbf{D}_i\mathbf{A}_i)^{\mathrm{T}}\} = \mathrm{tr}\{\mathbf{\Lambda}_i\mathbf{A}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{i-1}^{\mathrm{T}}\},\ i = 1, \ldots, N, \tag{4.28}$$

где $\mathbf{\Lambda}_i$ — матрица 4×4, определяемая по формулам

$$\begin{cases}\mathbf{\Lambda}_i = \mathbf{\Phi}_i + \mathbf{\Lambda}_{i+1}\mathbf{A}_{i+1}^{\mathrm{T}}, & i = 1, \ldots, N;\\ \mathbf{\Lambda}_N = \mathbf{\Phi}_N.\end{cases} \tag{4.29}$$

Обобщенную силу $\mathbf{Q}_i$, отнесенную к координате q_i, и пять составляющих реакций в кинематической паре определяют аналогично формуле (4.27) по зависимости

$$C_{ik} = \mathrm{tr}\{\mathbf{\Lambda}_i\mathbf{A}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{ik}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{i-1}^{\mathrm{T}}\},\ k = 1, \ldots, 6;\ i = 1, \ldots, N. \tag{4.30}$$

Формулы (4.25) и (4.28) позволяют определить проекцию на ось z_{i-1} результирующего вектора сил при $\mathbf{D}_i = \mathbf{D}_{i6}$ или всех моментов при $\mathbf{D}_i = \mathbf{D}_{i3}$, приложенных к звеньям i, $i + 1, \ldots, N$, и приведенных к началу системы координат $(i-1)$ звена. Таким образом, зависимости (4.25) и (4.28) дают возможность выполнить силовой анализ ИУ робота. Он может быть как статическим, если в матрицы внешних сил $\mathbf{\Phi}_i$ входят только статические силы, например силы тяжести, так и динамическим (кинетостатическим), если в эти матрицы включены также и инерционные силы.

Матрицу внешних сил от действия только сил тяжести звеньев и объекта можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{\Phi}_i = m_i\mathbf{G}(\boldsymbol{\rho}_i^i)^{\mathrm{T}}, \tag{4.31}$$

где $\mathbf{G} = [g_x\ g_y\ g_z\ 0]^{\mathrm{T}}$ — вектор ускорения свободного падения (g_x, g_y, g_z — проекции вектора $\mathbf{G}$ на оси x_0, y_0, z_0); $\boldsymbol{\rho}_i^i = [\rho_{xi}^i\ \rho_{yi}^i\ \rho_{zi}^i\ 1]^{\mathrm{T}}$ — радиус-вектор центра массы i-го звена в i-й системе координат.

4.4. Уравнения движения исполнительного устройства

Для описания динамики ИУ робота наиболее часто используют уравнения Лагранжа 2-го рода (4.7).

Найдем производную потенциальной энергии по обобщенной координате. Используя соотношение (4.17), можно записать:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i}\sum_{\ell=i}^{N} m_\ell\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_\ell\boldsymbol{\rho}_\ell^\ell = \sum_{\ell=i}^{N} m_\ell\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\frac{\partial \mathbf{B}_\ell}{\partial q_i}\boldsymbol{\rho}_\ell^\ell = \sum_{\ell=i}^{N} m_\ell\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_\ell^i\boldsymbol{\rho}_\ell^\ell =$$

$$= \mathrm{tr}\sum_{\ell=i}^{N} m_\ell\mathbf{G}(\mathbf{B}_\ell^i\boldsymbol{\rho}_\ell^\ell)^{\mathrm{T}}. \tag{4.32}$$

В формуле (4.32) суммирование начинается с $\ell = i$, так как $\mathbf{B}^i{}_\ell = 0$ при $\ell < i$.

Определим производную от кинетической энергии по обобщенной координате:

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i} \cdot \frac{1}{2} \mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} \mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{k\mathrm{T}} \dot{q}_j \dot{q}_k.$$

Матрицу инерции $\mathbf{H}_\ell$ определяют только конструкцией i-го звена — от обобщенной координаты она не зависит, поэтому

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} \left(\frac{\partial \mathbf{B}_\ell^j}{\partial q_i} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{k\mathrm{T}} + \mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \frac{\partial \mathbf{B}_\ell^{k\mathrm{T}}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k$$

или, используя соотношения (3.50), получим выражение:

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} (\mathbf{B}_\ell^{ji} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{k\mathrm{T}} + \mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{ki\mathrm{T}}) \dot{q}_j \dot{q}_k, \quad \ell \geqslant i, \ j, \ k. \tag{4.33}$$

Для дальнейших преобразований воспользуемся следующими свойствами матриц:

след матрицы не меняется при транспонировании $\mathrm{tr}\mathbf{A} = \mathrm{tr}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$;

матрица инерции симметрична $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{\mathrm{T}}$;

из первых двух свойств следует, что

$$\mathrm{tr}(\mathbf{AHB}^{\mathrm{T}}) = \mathrm{tr}(\mathbf{AHB}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = \mathrm{tr}[\mathbf{B}(\mathbf{AH})^{\mathrm{T}}] = \mathrm{tr}(\mathbf{BH}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}) = \mathrm{tr}(\mathbf{BHA}^{\mathrm{T}}).$$

Тогда второй член в уравнении (4.33) можно записать в виде:

$$\mathrm{tr}(\mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{ki\mathrm{T}}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B}_\ell^{ki} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{j\mathrm{T}}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B}_\ell^{ji} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{k\mathrm{T}}), \tag{4.34}$$

так как порядок суммирования по j и k безразличен. Подставляя (4.34) в (4.33), окончательно получим

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} \mathbf{B}_\ell^{ji} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{k\mathrm{T}} \dot{q}_j \dot{q}_k, \quad i = 1,..., \ N. \tag{4.35}$$

Производная от кинетической энергии по обобщенной скорости равна:

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{i\mathrm{T}} \dot{q}_j. \tag{4.36}$$

Дифференцирование (4.36) по времени дает следующее выражение:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial q_i} = \mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{j\mathrm{T}} \ddot{q}_j + 2\mathrm{tr} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{\ell} \mathbf{B}_\ell^{jk} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{i\mathrm{T}} \dot{q}_j \dot{q}_k. \tag{4.37}$$

Подставляя выражения (4.32), (4.35) и (4.37) в уравнение Лагранжа (4.7) и меняя индексы в третьем слагаемом с i на k, получим *уравнения движения ИУ робота:*

$$\operatorname{tr}\sum_{\ell=1}^{N}\sum_{j=1}^{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{j}\mathbf{H}_{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{jT}\ddot{q}_j - \operatorname{tr}\sum_{\ell=1}^{N}\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{k=1}^{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{jk}\mathbf{H}_{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{iT}\dot{q}_j\dot{q}_k + \\ + \operatorname{tr}\sum_{\ell=i}^{N} m_{\ell}\mathbf{G}(\mathbf{B}_{\ell}^{i}\rho_{\ell}^{\ell})^{\mathrm{T}} = \mathbf{Q}_{i\text{п}},\ i = 1, \ldots, N. \tag{4.38}$$

Последнее слагаемое в (4.38) представляет собой внешние силы, действующие на ИУ, под которыми при выводе уравнений движения подразумевались только силы тяжести.

Если же на ИУ действуют и другие внешние силы, то это слагаемое записывают в виде:

$$\operatorname{tr}\sum_{\ell=\mathrm{i}}^{N}\mathbf{\Phi}_{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{iT}, \tag{4.39}$$

где

$$\mathbf{\Phi}_{\ell} = \sum_{v}\mathbf{F}_{\ell}^{v}(\mathbf{r}_{\ell}^{\ell v})^{\mathrm{T}} + m_{\ell}\mathbf{G}\rho_{\ell}^{\ell\mathrm{T}}, \tag{4.40}$$

$\mathbf{F}_{\ell}^{v}$ — внешние силы, приложенные к v-м точкам ℓ-го звена; $\mathbf{r}^{\ell v}{}_{\ell}$ — радиус-вектор точки приложения внешней силы.

Таким образом, окончательно уравнения движения ИУ робота записывают в виде:

$$\operatorname{tr}\sum_{\ell=1}^{N}\sum_{j=1}^{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{j}\mathbf{H}_{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{iT}\ddot{q}_j - \operatorname{tr}\sum_{\ell=1}^{N}\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{k=1}^{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{jk}\mathbf{H}_{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{iT}\dot{q}_j\dot{q}_k + \operatorname{tr}\sum_{\ell=i}^{N}\mathbf{\Phi}_{\ell}\mathbf{B}_{\ell}^{iT} = \mathbf{Q}_{i\text{п}}. \tag{4.41}$$

Уравнения (4.41) представляют собой систему N нелинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка.

Запишем эти уравнения в более компактном матричном виде:

$$\mathbf{A}(q)\ddot{q} + \mathbf{B}(q,\dot{q}) + \mathbf{F}(q) = \mathbf{Q}. \tag{4.42}$$

В развернутом виде это матричное уравнение выглядит следующим образом:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}\ddot{q}_1 + \ldots + a_{1N}\ddot{q}_N + b_1 + f_1 = Q_{1\text{п}}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{N1}\ddot{q}_1 + \ldots + a_{NN}\ddot{q}_N + b_N + f_N = Q_{N\text{п}}, \end{array}\right\} \tag{4.43}$$

где $a_{ij} = \mathrm{tr} \sum\limits_{\ell=\max i,j}^{N} \mathbf{B}_\ell^j \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{j\mathrm{T}}$, $i, j = 1, ..., N$; $b_i = \sum\limits_{j=1}^{N}\sum\limits_{k=1}^{N} b_i^{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k$;

$b_i^{jk} = \sigma_{jk} \mathrm{tr} \sum\limits_{\ell=\max(i,j,k)}^{N} \mathbf{B}_\ell^{jk} \mathbf{H}_\ell \mathbf{B}_\ell^{i\mathrm{T}}$, $i, j = 1, ..., N$; $\sigma_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j; \\ 2 & \text{при } i \neq j. \end{cases}$

Составляющие вектора **F** записывают в виде:

$$f_i = \mathrm{tr} \sum_{\ell=i}^{N} \Phi_\ell \mathbf{B}_\ell^{i\mathrm{T}}, \quad i = 1, ..., N.$$

Таким образом, уравнение (4.42) описывает динамику ИУ робота, имеющего разомкнутую кинематическую цепь с кинематическими парами пятого класса. В этом уравнении матрица-функция $\mathbf{A}(q)$ характеризует инерционные свойства ИУ и зависит от конструктивных параметров звеньев и обобщенных координат.

$\mathbf{B}(q,\dot{q})$ представляет собой вектор-функцию кориолисовых и центробежных сил и зависит от конструктивных параметров звеньев и обобщенных координат и скоростей. Вектор-функция $\mathbf{F}(q)$ является вектором внешних сил. Вектор **Q** — вектор обобщенных сил, т. е. вектор сил и моментов приводов степеней подвижности.

Уравнения (4.42) представляют собой идеализированную модель динамики ИУ. При выводе этих уравнений не учитывались силы сухого и вязкого трения в кинематических парах, моменты инерции роторов двигателей, гироскопические моменты, возникающие при перемещении вращающихся роторов, наличие люфтов и других нелинейностей. Все эти составляющие могут оказать существенное влияние на динамику, особенно силы трения и люфты.

ГЛАВА 5

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

5.1. Усилия, действующие на звенья исполнительного устройства

Характерными особенностями работы роботов являются высокие скорости и ускорения, большое число циклов нагружения, наличие сосредоточенной массы на консоли, значительные изменения нагрузок на элементы конструкции во время одного цикла. Вследствие значительной доли инерционных сил в балансе нагрузок требуется особая тщательность при разработке роботов с точки зрения максимального облегчения узлов, применения беззазорных направляющих и преобразователей движения, подбора соответствующих характеристик приводов.

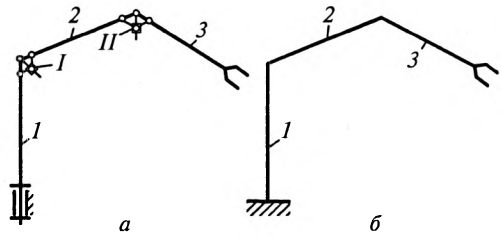
Для проведения расчетов на прочность необходимо знать усилия, действующие на каждое звено ИУ. Силовые воздействия могут иметь различный характер. В случае точечного контакта звеньев силовое воздействие выражается в виде сосредоточенной силы. Нагрузка, распределенная по всему объему звена, представляет собой силу тяжести звена. Иногда ее можно заменить равнодействующей сосредоточенной силой, приложенной в центре массы звена.

Усилия, действующие на звенья ИУ, можно разделить на *внешние* (движущие силы и моменты, силы и моменты сопротивления, силы воздействия основания на стойку, силы тяжести звеньев, силы и моменты сил инерции) и *внутренние* (силы и моменты взаимодействия между звеньями, образующими кинематические пары). Силы и моменты сил инерции фиктивные и на рассматриваемое звено не действуют. Их вводят в систему приложенных нагрузок чисто условно лишь для того, чтобы сделать эту систему равновесной и получить благодаря этому возможность применять к ней уравнения статики.

Приложенные к ИУ силовые воздействия могут быть постоянные (статические), переменные и ударные. *Статическими* называют нагрузки, которые медленно изменяются от нуля до своего конечного значения и затем не изменяются или изменяются весьма незначительно в течение всего срока эксплуатации робота. *Ударными* называют нагрузки, характеризуемые высокими скоростями их возрастания.

Во многих случаях изменение приложенных сил и моментов носит периодический характер, так как рабочий процесс робота циклически повторяется.

При проведении прочностных расчетов функциональные звенья ИУ можно рассматривать как стержни, так как их длина значительно больше двух других измерений. Но поскольку стержни *2* и *3* (рис. 5.1, *а*) поворачиваются при помощи приводов *I* и *II*, состоящих из нескольких звеньев, соединяющих между собой соседние стержни ИУ, то в рассматриваемый момент времени соединения стержней можно считать жесткими и неподвижными. Та-



Р и с. 5.1

ким образом, ИУ можно рассматривать как стержневую систему, у которой в рассматриваемый момент времени функциональные звенья жестко скреплены друг с другом (рис. 5.1, *б*).

Усилия, возникающие в звеньях привода, являются внутренними по отношению к функциональным звеньям ИУ и влияния на прочностной расчет функциональных звеньев не оказывают.

5.2. Расчеты на прочность при статическом нагружении

Для проведения расчетов звеньев ИУ на прочность необходимо знать его расчетную схему, усилия, действующие на звенья, материал, из которого изготавливают звенья, и его механические характеристики.

Основными методами расчета на прочность являются: расчеты по допускаемым напряжениям, коэффициентам запаса по напряжениям, предельным нагрузкам, долговечности.

При выполнении проектного расчета ИУ расчет на прочность заключается в определении размеров поперечных сечений звеньев при заданном (нормативном) коэффициенте $[n]$ запаса прочности из условия

$$\sigma_{экв} \le [\sigma]_р = \frac{\sigma_{пред}}{[n]}, \qquad (5.1)$$

где $\sigma_{экв}$ — эквивалентное напряжение, МПа; $[\sigma]_р$ — допускаемое напряжение при растяжении, МПа; $\sigma_{пред}$ — предельное напряжение, при достижении которого нарушается работоспособность конструкции (происходит разрушение, недопустимая пластическая деформация).

Нормативный коэффициент запаса прочности $[n]$ для пластичных материалов представляет собой нормативный коэффициент запаса прочности по текучести $[n_Т] = 1{,}2...1{,}5$; для хрупких материалов — по пределу прочности $[n_В] = 2{,}5...4$. Для пластичных материалов при вязком разрушении предельным напряжением является предел текучести материала $\sigma_т$, для хрупких — предел прочности $\sigma_В$.

При совместном действии нормальных и касательных напряжений эквивалентное напряжение рассчитывают по гипотезам прочности.

Гипотеза прочности наибольших касательных напряжений:

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \tag{5.2}$$

где σ — нормальное напряжение в поперечном сечении звена, МПа; $\tau = T_к / W_к$ — касательное напряжение в поперечном сечении звена, МПа; ($T_к$ — крутящий момент, Н · мм; $W_к$ — момент сопротивления сечения кручению, мм^3).

При растяжении (сжатии): $\sigma = \sigma_{р(с)} = N / A$, где N — нормальная сила в поперечном сечении звена, Н; A — площадь поперечного сечения, мм^2.

При изгибе: $\sigma = \sigma_и = M_и / W_и$, где $M_и$ — изгибающий момент в поперечном сечении звена, Н · мм; $W_и$ — момент сопротивления сечения изгибу, мм^3.

Гипотеза прочности энергии изменения формы:

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \tag{5.3}$$

Гипотеза прочности О. Мора:

$$\sigma_{экв} = \frac{1-\nu}{2}\sigma + \frac{1+\nu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \tag{5.4}$$

где $\nu = \sigma_{Т.р} / \sigma_{Т.с}$ — для пластичных материалов и $\nu = \sigma_{В.р} / \sigma_{В.с}$ — для хрупких материалов; $\sigma_{Т.р}$ и $\sigma_{Т.с}$ — пределы текучести материала при растяжении и сжатии соответственно; $\sigma_{В.р}$ и $\sigma_{В.с}$ — пределы прочности материала при растяжении и сжатии соответственно.

Первые две гипотезы применяют для пластичных материалов, имеющих одинаковую прочность при растяжении и сжатии. Третью гипотезу применяют для хрупких и пластичных материалов, имеющих неодинаковую прочность при растяжении и сжатии.

После выполнения проектного расчета, а также при исследовании существующей конструкции исполнительного устройства проводят проверочный расчет, сравнивая фактический коэффициент запаса n прочности с нормативным $[n]$:

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{экв}} \geq [n]. \tag{5.5}$$

Расчет по предельным нагрузкам проводят по формуле $n_Q = \dfrac{Q_{пред}}{Q_{раб}} \geq [n_Q]$, где n_Q — коэффициент запаса по предельным нагрузкам; $Q_{пред}$ — предельная характерная нагрузка, при которой происходит потеря работоспособности конструкции, Н; $Q_{раб}$ — максимальная рабочая нагрузка, Н; $[n_Q] = 1{,}5...2{,}0$ — допускаемый коэффициент запаса по предельным нагрузкам.

В ряде случаев, когда вычисляют долговечность деталей, расчет дополняют вычислением коэффициента запаса по долговечности $n_L = \frac{L_{пред}}{L_{раб}} \geq [n_L]$,

где $L_{пред}$ — предельная наработка детали при эксплуатации, по достижении которой наступает потеря ее работоспособности, ч; $L_{раб}$ — рабочая или нормативная наработка, принятая в качестве допустимой при эксплуатации, ч; $[n_L] = 1{,}2...2{,}0$ — допускаемый коэффициент запаса по долговечности.

5.3. Расчет исполнительного устройства на выносливость

При работе ИУ на его звенья действуют нагрузки, периодически изменяющиеся во времени, которые могут привести к *усталостному разрушению.* Поэтому после проектного расчета проводят проверочный расчет звеньев на выносливость (усталость). Цель этого расчета состоит в определении коэффициента S запаса выносливости в опасном сечении звена как при действии нормальных, так и касательных напряжений и в сравнении его с нормативным коэффициентом запаса:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \geq [S], \tag{5.6}$$

где $[S]$ — нормативный коэффициент запаса выносливости; S_σ, S_τ — коэффициенты запаса выносливости при действии только нормальных и касательных напряжений.

Значение $[S]$ зависит от степени достоверности определения действующих усилий и напряжений, характеристик сопротивления усталости, однородности материала, уровня технологии изготовления детали, надежности контроля дефектоскопии и ответственности конструкции. В большинстве случаев принимают $[S] = 1{,}5...2{,}5$. При высоком уровне технологии изготовления и применении современных средств дефектоскопии, а также при условии проведения фундаментальных исследований эксплуатационных нагрузок, распределения напряжений и характеристик сопротивления усталости, при применении высококачественных сталей, при условии строгого ограничения ресурса эксплуатации и текущего контроля за состоянием детали принимают $[S] = 1{,}3...1{,}5$. Коэффициенты запаса выносливости при действии нормальных и касательных напряжений определяют по формулам

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K\sigma_a + \psi_\sigma \tau_m}; \quad S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K\tau_a + \psi_\tau \sigma_m}; \tag{5.7}$$

где σ_{-1} и τ_{-1} — пределы выносливости полированных лабораторных образцов диаметром $d_0 = 7{,}5$ мм при симметричных циклах изменения нормальных и касательных напряжений соответственно; σ_a и τ_a — амплитуды циклов нормального и касательного напряжений; σ_m и τ_m — средние напряжения циклов нормального и касательного напряжений; ψ_σ и ψ_τ — коэффициенты

чувствительности к асимметрии цикла нормального и касательного напряжений; K — коэффициент снижения предела выносливости.

Для сталей $\sigma_{-1} = (0{,}55...0{,}0001\sigma_B)\sigma_B$, для цветных металлов $\sigma_{-1} = (0{,}25...0{,}5)\sigma_B$; при кручении $\tau_{-1} = (0{,}5...0{,}6)\sigma_{-1}$. Если срок службы звена ограничен, т.е. эквивалентное число циклов $N_ц$ изменения напряжений меньше базового $N_{ц0}$, то расчетный предел выносливости определяют по формуле $(\sigma_{-1})_p \approx \sigma_{-1}\sqrt[m]{N_{ц0} / N_ц}$.

Для сталей $N_{ц0} \approx 10^7$ циклов, для цветных металлов $N_{ц0} \approx 10^8$ циклов; $m = 6...9$.

Амплитуды, средние напряжения, а также максимальные и минимальные напряжения циклов нормального и касательного напряжения вычисляют по формулам: $\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$, $\tau_a = (\tau_{max} - \tau_{min})/2$; $\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$, $\tau_m = (\tau_{max} + \tau_{min})/2$; $\psi_\sigma = 2\sigma_{-1} - \sigma_0/\sigma_0$, $\psi_\tau = (2\tau_{-1} - \tau_0)/\tau_0$, где σ_{max}, τ_{max} и σ_{min}, τ_{min} — максимальные и минимальные напряжения циклов изменения нормального и касательного напряжений; σ_0 и τ_0 — пределы выносливости при отнулевом (пульсирующем) цикле изменения нормального и касательного напряжений. При отсутствии опытных данных принимают $\sigma_0 \approx 1{,}6\sigma_{-1}$ и $\tau_0 \approx 1{,}9\tau_{-1}$.

Для сталей при растяжении (сжатии) и изгибе $\psi_\sigma = 0{,}02 + 2 \cdot 10^{-4}\sigma_B/K$.

При кручении $\psi_\tau = \psi_\sigma/2K$.

Для легких деформируемых сплавов $\psi_\sigma = (0{,}48 - 0{,}00055\sigma_B)/K$. Здесь K — коэффициент снижения предела выносливости:

$$\begin{cases} K = \dfrac{\bar{\bar{\sigma}}_{-1}}{\bar{\bar{\sigma}}_{-1д}} = \left(\dfrac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \dfrac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right)\dfrac{1}{K_\nu K_A}; \\ K = \dfrac{\bar{\bar{\tau}}_{-1}}{\bar{\bar{\tau}}_{-1д}} = \left(\dfrac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \dfrac{1}{K_{F\tau}} - 1\right)\dfrac{1}{K_\nu}, \end{cases} \qquad (5.8)$$

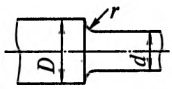
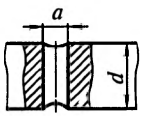
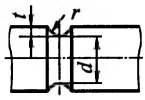
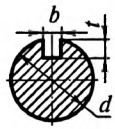
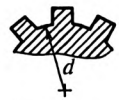
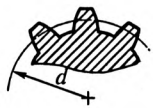
где $\bar{\bar{\sigma}}_{-1}$ и $\bar{\bar{\tau}}_{-1}$ — медианные значения пределов выносливости на совокупности всех плавок данной марки гладких образцов диаметром $d_0 = 7{,}5$ мм, изготовленных из заготовок диаметром d, равным абсолютному размеру детали при изгибе, растяжении (сжатии) и кручении соответственно. При отсутствии экспериментальных данных $\bar{\bar{\sigma}}_{-1} = (0{,}55 - 0{,}0001\bar{\sigma}_B)\bar{\sigma}_B$; $\bar{\bar{\tau}}_{-1} = 0{,}6\bar{\bar{\sigma}}_{-1}$ ($\bar{\sigma}_B$ — среднее значение предела прочности стали данной марки); $\bar{\bar{\sigma}}_{-1д}$ и $\bar{\bar{\tau}}_{-1д}$ — медианные значения пределов выносливости деталей, соответствующие вероятности разрушения $P = 50\%$; K_σ и K_τ — эффективные коэффициенты концентрации напряжений (табл. 5.1).

Приближенно K_σ и K_τ можно определить по следующим зависимостям:

$$K_\sigma = 1 + q(\alpha_\sigma - 1); \quad K_\tau = 1 + q(\alpha_\tau - 1),$$

где q — коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений; α_σ и α_τ — теоретические коэффициенты концентрации нормальных и касательных напряжений. В общем случае их обозначают α_τ.

Таблица 5.1. **Эффективные коэффициенты концентрации напряжений**

Концентратор напряжений		K_σ			K_τ		
		σ_B, МПа					
		600	800	1000	600	800	1000
	Галтель ($D/d = 1{,}25...2{,}0$) при $r/d = 0{,}02$; $r/d = 0{,}06$; $r/d = 0{,}10$	 2,50 1,85 1,60	 3,00 1,94 1,62	 3,50 2,00 1,64	 1,80 1,40 1,25	 1,95 1,47 1,30	 2,10 1,53 1,35
	Поперечное отверстие при $a/d = 0{,}05...0{,}025$	1,90	1,95	2,00	1,75	1,88	2,00
	Выточка ($t = r$) при $r/d = 0{,}02$; $r/d = 0{,}06$; $r/d = 0{,}10$	 1,90 1,80 1,70	 2,15 1,90 1,78	 1,35 2,00 1,85	 1,40 1,35 1,25	 1,55 1,50 1,38	 1,70 1,65 1,50
	Шпоночные канавки	1,75	1,88	2,00	1,50	1,70	1,90
	Шлицы прямобочные	1,60	1,68	1,75	2,45	2,65	2,80
	Шлицы эвольвентные и валы-шестерни	1,60	1,68	1,75	1,50	1,55	1,60
	Резьба	1,80	2,10	2,40	1,20	1,35	1,50
	Прессовая посадка при давлении не менее 20 МПа	2,40	3,00	3,60	1,80	2,15	2,50

Для высокопрочных легированных сталей и титановых сплавов $q = 0{,}8...1{,}0$; для конструкционных легированных сталей $q = 0{,}6...0{,}8$; для среднеуглеродистых и низколегированных сталей $q = 0{,}4...0{,}6$; для цветных металлов и низкоуглеродистых сталей $q = 0{,}2...0{,}3$.

В табл. 5.2 приведены значения теоретических коэффициентов концентрации напряжений в зависимости от вида деформации и вида концентратора напряжений.

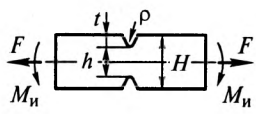
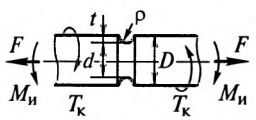
Таблица 5.2. **Теоретические коэффициенты α концентрации напряжений**

Концентратор напряжений	Изгиб и растяжение (сжатие) α_σ	Кручение α_τ
Полукруглая выточка на валу с ρ/d:		
0,1	2,0	—
0,5	1,6	—
1,0	1,2	—
2,0	1,1	—
Галтель с ρ/d:		
0,0625	1,75	1,6
0,125	1,50	1,2
0,25	1,20	1,1
0,5	1,10	—
Переход под прямым углом	2,0	—
Острая V-образная выточка	3,0	—
Резьба метрическая	2,5	—
Отверстия при отношении диаметра отверстия к поперечному размеру сечения 0,1...0,33	2,0	
Риски от резца на поверхности изделия	1,2...1,4	—
Шпоночные канавки	—	1,6...2,0

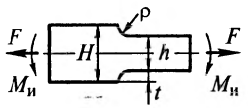
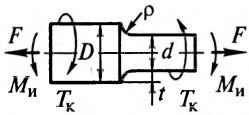
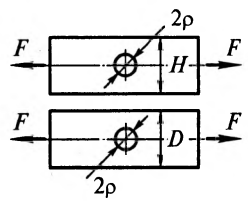
Коэффициенты K_σ и K_τ могут быть также определены *по методу Зибеля и Штиллера*: $K_\sigma = \alpha_\sigma/n$; $K_\tau = \alpha_\tau/n$.

Коэффициент n вычисляют по формуле $n = 1 + \sqrt{\overline{G}} \cdot 10^{-\left(0{,}33+\frac{\sigma_т}{712}\right)}$, где $\overline{G}$ — относительный градиент первого главного напряжения в зоне концентрации напряжений, $мм^{-1}$ (табл. 5.3).

Таблица 5.3. **Формулы для расчета градиентов напряжений**

Деталь	Относительные размеры	Растяжение-сжатие	Изгиб	Кручение
	$\frac{H}{h} \geq 1{,}5$	$\overline{G} = \frac{2}{\rho}$	$\overline{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{h}$	—
	$\frac{H}{h} < 1{,}5$	$\overline{G} = \frac{2(1+\varphi)}{\rho}$	$\overline{G} = \frac{2(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{h}$	—
	$\frac{D}{d} \geq 1{,}5$	$\overline{G} = \frac{2}{\rho}$	$\overline{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\overline{G}_\tau = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d}$
	$\frac{D}{d} < 1{,}5$	$\overline{G} = \frac{2(1+\varphi)}{\rho}$	$\overline{G} = \frac{2(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\overline{G}_\tau = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d}$

Окончание табл. 5.3

Деталь	Относительные размеры	Растяжение-сжатие	Изгиб	Кручение
	$\frac{H}{h} \geq 1{,}5$ $\frac{H}{h} < 1{,}5$	$\overline{G} = \frac{2{,}3}{\rho}$ $\overline{G} = \frac{2{,}3(1+\varphi)}{\rho}$	$\overline{G} = \frac{2{,}3}{\rho} + \frac{2}{h}$ $\overline{G} = \frac{2{,}3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{h}$	— —
	$\frac{D}{d} \geq 1{,}5$ $\frac{D}{d} < 1{,}5$	$\overline{G} = \frac{2{,}3}{\rho}$ $\overline{G} = \frac{2{,}3(1+\varphi)}{\rho}$	$\overline{G} = \frac{2{,}3}{\rho} + \frac{2}{d}$ $\overline{G} = \frac{2{,}3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\overline{G}_\tau = \frac{1{,}15}{\rho} + \frac{2}{d}$ $\overline{G}_\tau = \frac{1{,}15}{\rho} + \frac{2}{d}$
	—	$\overline{G} = \frac{2{,}3}{\rho}$	—	—

Примечание. $\varphi = 1/(4\sqrt{t/\rho + 2})$.

$K_{d\sigma}$ и $K_{d\tau}$ — коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения (масштабный фактор). $K_{d\sigma} \approx K_{d\tau} = 0{,}5\left(1 + \frac{1}{e^{2\lambda h}}\right)$, где $\lambda = 0{,}01...$ $0{,}03$ мм$^{-1}$ (малые значения для углеродистых сталей, средние — для легированных, большие — для высокопрочных легированных); h — наибольшая толщина стенки звена, мм. Для сплошного сечения $h = H/2$, где H — максимальный размер сечения. Для тонкостенных сечений значения масштабного фактора приближаются к единице.

Коэффициенты $K_\sigma/K_{d\tau}$ и $K_\tau/K_{d\tau}$ характеризуют влияние фреттинг-коррозии на предел выносливости при расчетах на усталостную прочность.

В местах напрессовки на вал или ось деталей (шестерен, шкивов, колец, подшипников, втулок и т.п.) возникает резкое снижение (в 3—6 раз) их пределов выносливости. Зарождение *усталостной трещины* возникает, как правило, у края напрессованной детали. Причинами такого резкого снижения предела выносливости детали являются концентрация напряжений у края поверхности контакта и сложные механические и физико-химические процессы, протекающие на стыке двух сопрягаемых деталей при малых взаимных циклических проскальзываниях вследствие упругих деформаций деталей.

После распрессовки на поверхности соединяемых деталей можно обнаружить следы коррозии в виде затемненных пятен, каверн, а также красный порошок, состоящий из оксидов железа (при контакте стальных деталей). Это явление называют *фреттинг-коррозией* или *коррозией трения.*

Трещины усталости в детали при фреттинг-коррозии образуются при весьма малых напряжениях (для углеродистой стали при $\sigma = 30...50$ МПа).

Для вала с напрессованной деталью при передаче изгибающего момента и силы: $K_\sigma/K_{d\sigma} = (K_\sigma/K_{d\sigma})_0\varepsilon'\varepsilon''$, где $(K_\sigma/K_{d\sigma})_0 = 0{,}38 + 1{,}48 \lg d$ при $d > 150$ мм; $(K_\sigma/K_{d\sigma})_0 = 3{,}6$ при $d \geqslant 150$ мм; $\varepsilon' = 0{,}305 + 0{,}00139\sigma_B$; $\varepsilon'' = 0{,}65 + 0{,}014P$ при $P \leqslant 25$ МПа; $\varepsilon'' = 1$ при $P > 25$ МПа; d — диаметр вала, мм; P — давление посадки, МПа.

Вычислим давление посадки по формуле

$$P = (\delta_{\min} - U) \Big/ d\left[\frac{1}{E_1}\left(\frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1\right) + \frac{1}{E_2}\left(\frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2\right)\right],$$

где $\delta_{\min}$ — наименьший табличный натяг посадки; U — поправка на срезание и сглаживание шероховатости при запрессовке (если сборку выполняют нагреванием или охлаждением, то $U = 0$):

d_1 — внутренний диаметр вала (если вал сплошной $d_1 = 0$); d_2 — внешний диаметр втулки; E_1 и E_2 — модули упругости первого рода материалов вала и втулки соответственно (для стали $(2{,}0...2{,}2) \cdot 10^5$ МПа, чугуна $(1{,}2...1{,}4) \cdot 10^5$ МПа, бронзы $(1{,}0...1{,}1) \cdot 10^5$ МПа); μ_1 и μ_2 — коэффициенты Пуассона материалов вала и втулки соответственно (для стали 0,3, чугуна 0,25, бронзы 0,33).

Минимальный табличный натяг посадки определяют по формуле $\delta_{\min} = ei - ES$, где ei — нижнее предельное отклонение охватываемой детали (вала); ES — верхнее предельное отклонение охватывающей детали (отверстия — втулки). Значения ei и ES приведены в ГОСТ 25347—82, ГОСТ 25346—82, а поправку на срезание и сглаживание шероховатости при запрессовке — по формуле $U = 1{,}2(R_{z1} + R_{z2})$, где R_{z1} и R_{z2} — высоты шероховатостей посадочных поверхностей вала и втулки соответственно. Наиболее распространенные значения R_z для поверхностей прессовых посадок соединений: 10...6,3; 3,2...1,6 мкм, что соответствует 6...8 классам шероховатости.

При отсутствии передачи изгибающего момента и силы через напрессованную деталь значение $K_\sigma/K_{d\sigma}$, вычисленное по приведенной формуле, следует умножить на коэффициент 0,85.

При кручении $K_\tau/K_{d\tau} \approx 1 + 0{,}6(K_\sigma/K_{d\sigma} - 1)$.

В табл. 5.4 приведены значения $K_\sigma/K_{d\sigma}$ и $K_\tau/K_{d\tau}$ для случая соединения цилиндрических деталей типа вал — втулка.

$K_{F\sigma}$ и $K_{F\tau}$ — коэффициенты влияния шероховатости поверхности при изгибе и кручении соответственно:

$$K_{F\sigma} = 1 - 0{,}22 \lg R_z\left(\lg\frac{\sigma_B}{20} - 1\right); \qquad K_{F\tau} = 0{,}575K_{F\sigma} + 0{,}425,$$

где R_z — шероховатость поверхности, мкм.

Таблица 5.4. $K_\sigma/K_{d\sigma}$ и $K_\tau/K_{d\tau}$ для звеньев в местах посадки деталей

Диаметр звена d, мм	Посадка	$K_\sigma/K_{d\sigma}$				$K_\tau/K_{d\tau}$			
		σ_B, МПа							
		500	700	900	1200	500	700	900	1200
30...50	S7(s6)	2,50	3,00	3,50	4,25	1,90	2,20	2,50	3,00
	K7(k6)	1,90	2,25	2,60	3,20	1,55	1,75	2,00	2,30
	H7(h6)	1,60	1,95	2,30	2,75	1,40	1,60	1,80	2,10
50...100	S7(s6)	3,05	3,65	4,30	5,20	2,25	2,60	3,10	3,60
	K7(k6)	2,30	2,75	3,20	3,90	1,90	2,15	2,50	2,80
	H7(h6)	2,00	2,40	2,80	3,40	1,60	1,85	2,10	2,40
Более 100	S7(s6)	3,30	3,90	4,60	5,60	2,40	2,80	3,20	3,80
	K7(k6)	2,45	2,95	3,45	4,20	1,90	2,20	2,50	2,90
	H7(h6)	2,15	2,55	3,00	3,60	1,70	1,95	2,20	2,60

Для алюминиевых сплавов $K_{F\sigma} = 1 - 0{,}15 \lg R_z$.

Зависимость коэффициента $K_{F\sigma}$ шероховатости поверхности от предела прочности σ_B материала приведена на рис. 5.2. При наличии коррозионных воздействий $K_{F\sigma}$ и $K_{F\tau}$ следует заменить на $K_{кор}$ — коэффициент, характеризующий снижение предела выносливости от влияния коррозии. При одновременном действии переменных напряжений и коррозии усиливается образование и развитие усталостных трещин.

Явление постепенного накопления повреждений в металле под воздействием коррозионной среды и переменных напряжений называют *коррозионной усталостью*. Трещины коррозионной усталости возникают в поверхностных слоях металла. Развитие поверхностной коррозии зависит от свойств материала детали, коррозионной среды, времени пребывания детали в агрессивной среде, числа циклов переменных напряжений в условиях коррозии.

Влияние коррозии при одновременном действии коррозионной среды и переменных напряжений с частотой 30...50 Гц показаны на рис. 5.3, где *1* — для пресной воды при наличии концентраторов, *2* — для пресной воды при отсутствии концентрации, *3* — для морской воды при отсутствии концентрации.

Поверхностное упрочнение детали можно осуществить поверхностным пластическим деформированием (обкаткой роликами, обдувкой дробью, алмазным выглаживанием, чеканкой, раскаткой); поверхно-

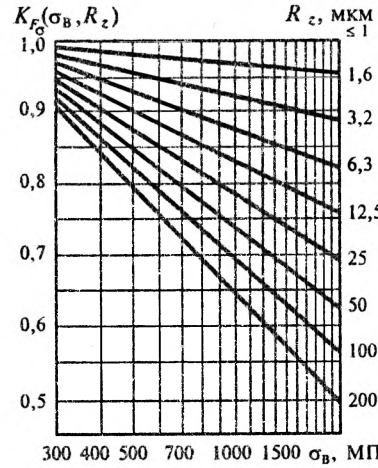


Рис. 5.2

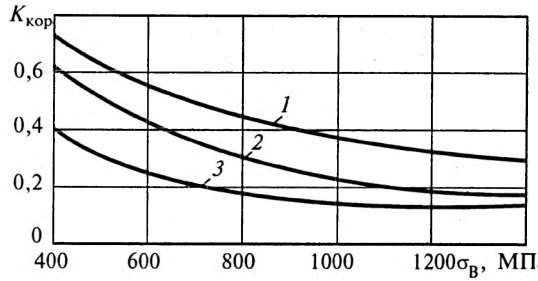


Рис. 5.3

стной закалкой с нагревом током высокой частоты (ТВЧ) или лучом лазера; химико-термическими методами (цементацией, азотированием, цианированием); плазменным напылением, ионной имплантацией, поверхностным легированием.

В табл. 5.5 приведены значения коэффициента влияния поверхностного упрочнения K_v при различных видах поверхностного упрочнения.

Таблица 5.5. **Коэффициент влияния поверхностного упрочнения K_v**

Поверхностная обработка	Предел прочности сердцевины $\sigma_в$, МПа	K_v		
		Звенья		
		гладкие	с концентрацией напряжений	
			$K_\sigma < 1,5$	$K_\sigma = 1,8...2,0$
Закалка с нагревом	600...800	1,5...1,7	1,6...2,4	2,4...2,8
ТВЧ	800...1000	1,2...1,6	1,6...2,0	2,0...2,8
Азотирование	900...1200	1,1...1,25	1,3...2,0	2,0...3,0
Цементация	900...1200	1,1...2,0	2,0...2,2	2,2...2,5
Дробеструйный наклеп	600...1500	1,1...1,3	1,3...2,0	2,0...2,5
Обкатка роликом	—	1,1...1,4	1,4...1,8	1,8...2,2

Коэффициент анизотропии $K_A = 1 - \frac{\sigma_в}{6000}$. При кручении анизотропию не учитывают.

5.4. Статистическая теория подобия усталостного разрушения

Для качественного и количественного описания влияния конструктивных факторов (концентрации напряжений, масштабного фактора, формы поперечного сечения, вида нагружения) на сопротивление усталости была

разработана статистическая теория подобия усталостного разрушения, в основе которой лежит *статистическая теория прочности «наиболее слабого звена» Вейбулла.*

Уравнение подобия усталостного разрушения можно записать в виде

$$P = 1 - e^{-J}, \tag{5.9}$$

где

$$J = \int_{A_U} \left[\frac{\sigma_{max} f(x,y) - U}{\sigma_0} \right]^m \frac{dA}{A_0}; \tag{5.10}$$

P — вероятность появления усталостной трещины в детали при максимальном напряжении в зоне концентрации, не превышающем заданного значения σ_{max}; $\sigma = \sigma_{max} f(x,y)$ — функция, характеризующая распределение напряжений по поперечному сечению; U — минимальная граница пределов выносливости, выраженных через $\sigma_{max} = \sigma_{-1Д}\alpha_\sigma$ (вероятность события $\sigma_{max} < U$ принимается равной нулю); $U = 0{,}5\sigma_{-1}$; $\sigma_0 = \sqrt[m]{U^m / 0{,}0152(m+1)}$ — параметр распределения Вейбулла; A_0 — площадь единичного элемента (можно принять $A_0 = 1$мм^2); A_U — зона интегрирования, представляющая собой ту часть площади поперечного сечения, для которой $\sigma_{max} > U$.

Параметр распределения Вейбулла $m = 1/\nu_\sigma - 0{,}64$, где $\nu_\sigma = 0{,}2000 ... 0{,}0001\sigma_B$ — характеристика механических свойств материала, определяющая его чувствительность к концентрации напряжений и масштабному фактору.

Уравнение подобия усталостного разрушения обычно записывают в виде

$$J = \int_{A_U} \left[\frac{\sigma_{max} f(x,y) - U}{\sigma_0} \right]^m \frac{dA}{A_0} = -2{,}3 \lg (1 - P). \tag{5.11}$$

Рассмотрим пластину с двумя боковыми надрезами (рис. 5.4) при растяжении (сжатии). Линия ABC изображает эпюру распределения напряжений

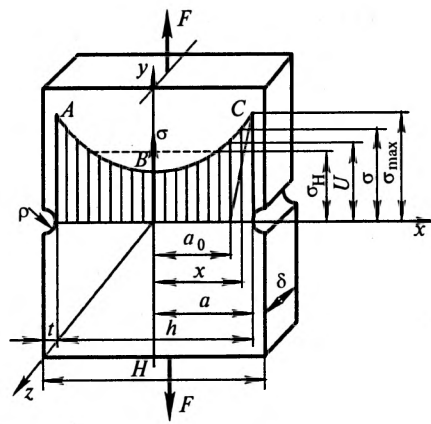


Рис. 5.4

$\sigma = \sigma_{max} f(x)$ по поперечному сечению (от координаты y напряжения не зависят). В точке $x = a$ напряжение $\sigma = \sigma_{max}$, в точке $x = a_0$ напряжение $\sigma = U$. Таким образом, зоной интегрирования является отрезок $a_0 \leqslant x \leqslant a$ и симметрично ему расположенный такой же отрезок слева (так как при $x < a_0$ напряжение $\sigma < U$). На отрезке интегрирования эпюру распределения напряжений в зоне концентрации напряжений заменяют прямой линией, касательной к эпюре в точке C. Уравнение этой прямой имеет вид

$$\sigma = U + G(x - a_0), \tag{5.12}$$

где $G = \left[\frac{d\sigma}{dx}\right]_{x=a}$ — градиент напряжений, МПа/мм.

Откуда $\sigma_{max} f(x) - U = \sigma - U = G(x - a_0)$.

Тогда интеграл в уравнении (5.11) приобретет вид

$$J = 2\int_{a_0}^{a} \left[\frac{G(x - a_0)}{\sigma_0}\right]^m \frac{\delta dx}{A_0} = \frac{2\delta G^m (a - a_0)^{m+1}}{A_0 \sigma_0^m (m+1)}. \tag{5.13}$$

При $x = a$ и $\sigma = \sigma_{max}$ из уравнения (5.12) получим $a - a_0 = (\sigma_{max} - U) / G$.

Подставляя это значение в выражение (5.13) и вводя обозначения

$$\varepsilon = \sigma_{max} / U = \sigma_{-1Д} \alpha_\sigma / U; \quad \overline{G} = G / \sigma_{max}; \quad L = 2\delta,$$

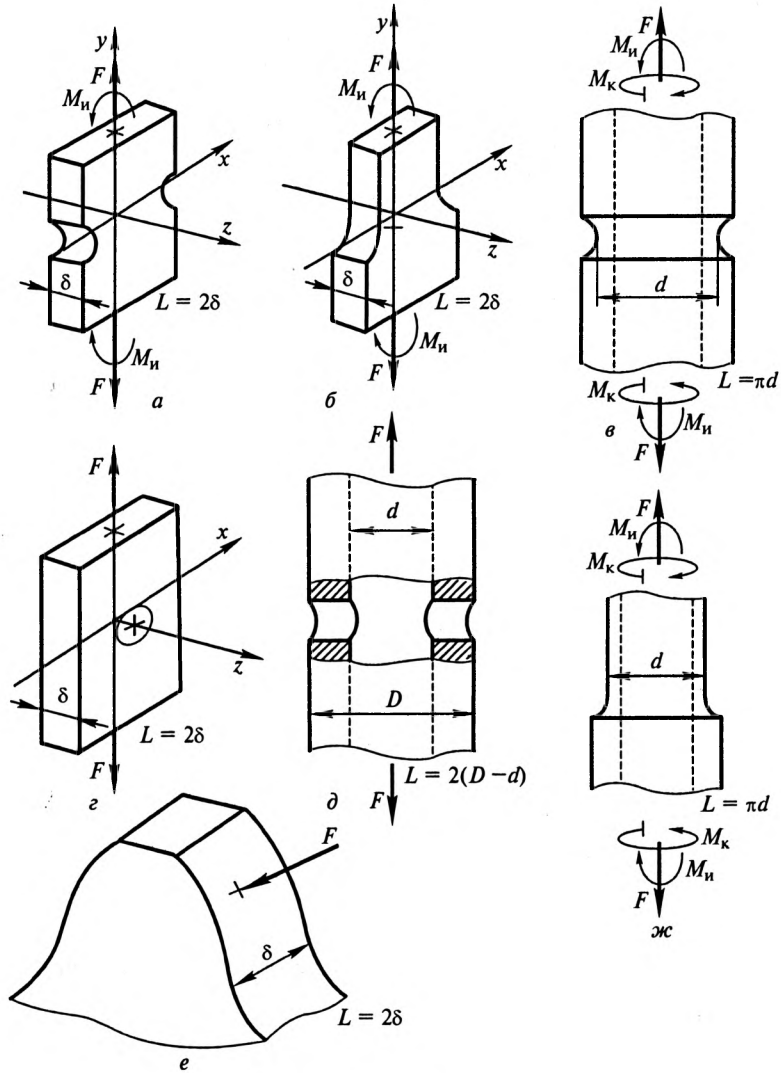
получим *уравнение подобия усталостного разрушения* в виде:

$$J = \frac{L}{\overline{G} A_0} \frac{1}{m+1} \left(\frac{U}{\sigma_0}\right)^m \frac{(\varepsilon - 1)^{m+1}}{\varepsilon} = -2{,}3 \lg (1 - P), \tag{5.14}$$

где L — периметр или часть периметра рабочего сечения детали, прилегающий к зоне повышенных напряжений, мм (формулы для определения L для различных деталей приведены на рис. 5.5); $\overline{G}$ — относительный градиент первого главного напряжения в зоне концентрации напряжений, $мм^{-1}$ (см. табл. 5.3); $(U / \sigma_0)^m = 0{,}0152(1 / \nu_\sigma + 0{,}36) = 0{,}0152(m+1)$.

Это уравнение описывает семейство функций распределения величин ε (связь между ε и вероятностью P), т. е. пределов выносливости деталей $\sigma_{-1Д} = \varepsilon U / \alpha_\sigma$ различных размеров и очертаний при растяжении (сжатии) и изгибе. Характеристика размеров и очертаний деталей определяется отношением $L/\overline{G}$, которое называют *критерием подобия усталостного разрушения.*

Если модель и деталь имеют различные очертания, размеры и вид нагружения, но одинаковые значения критерия подобия $L/\overline{G}$, то функции распределения их пределов выносливости должны совпадать.



Р и с. 5.5

Иногда удобнее пользоваться уравнением подобия усталостного разрушения в виде, который соответствует нормальному распределению $x = \lg(\varepsilon - 1)$:

$$\lg(\varepsilon - 1) = -\nu_\sigma \lg \theta + U_P S, \tag{5.15}$$

где θ — относительный критерий подобия усталостного разрушения.

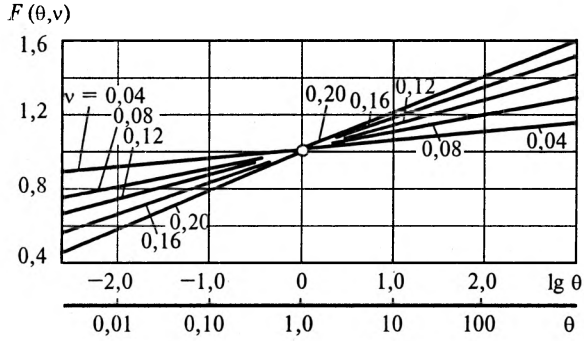


Рис. 5.6

$$\theta = \frac{L/\bar{G}}{(L/\bar{G})_0} = \frac{1}{88{,}3}\frac{L}{\bar{G}}, \qquad (5.16)$$

где $(L/\bar{G})_0 = \pi d_0^2/2 = 88{,}3\text{мм}^2$ — значение критерия подобия усталостного разрушения для гладкого лабораторного образца диаметром $d_0 = 7{,}5$ мм при изгибе с кручением.

Если образец, модель или деталь имеют разные размеры, очертания, вид нагружения, но одинаковое значение θ, то функции распределения их пределов выносливости совпадают.

Среднее квадратическое отклонение S случайной величины $x = \lg(\varepsilon - 1)$, распределенной по нормальному закону, $S = 0{,}62/(m+1)$. U_P — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности разрушения P, % (табл. 5.6). Квантиль находится в пределах $U_P = 0...1{,}0$.

При $U_P = 0$ среднее значение $x = \lg(\varepsilon - 1)$ равно:

$$\bar{x} = \lg(\varepsilon_{50} - 1) = -\nu_\sigma \lg\theta,$$

где ε_{50} является значением ε, соответствующим вероятности разрушения $P = 50\%$. Из полученного уравнения можно найти $\varepsilon_{50} = \bar{\sigma}_{-1Д}\alpha_\sigma / 0{,}5\bar{\sigma}_{-1} = 1 + \theta^{-\nu_\sigma}$.

Откуда

$$\bar{\sigma}_{-1Д} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}(1+\theta^{-\nu_\sigma})}{2\alpha_\sigma}, \qquad (5.17)$$

где $\bar{\sigma}_{-1Д}$ — медианное значение для данной плавки (соответствующее вероятности разрушения $P = 50\%$); $\bar{\sigma}_{-1}$ — медианное для данной плавки значение предела выносливости σ_{-1}. Значения функций $F(\theta,\nu) = 2/(1+\theta^{-\nu})$ приведены на рис. 5.6 и в табл. 5.7 . В формуле для определения $F(\theta, \nu)$ параметр ν принимает значения ν_σ при изгибе и растяжении (сжатии) и ν_τ при кручении.

Таблица 5.6. **Нормальный закон распределения**

P, %	U_P	P, %	U_P	P, %	U_P
0,0001	−4,7534	19,00	−0,8779	84,00	0,9945
0,0010	−4,2649	20,00	−0,8416	85,00	1,0364
0,0100	−3,7190	22,00	−0,7722	86,00	1,0903
0,1000	−3,0902	24,00	−0,7063	87,00	1,1264
0,1500	−2,9677	26,00	−0,6433	88,00	1,1750
0,2000	−2,8782	28,00	−0,5828	89,00	1,2265
0,3000	−2,7478	30,00	−0,5244	90,00	1,2816
0,4000	−2,6521	32,00	−0,4677	91,00	1,3408
0,5000	−2,5758	34,00	−0,4125	92,00	1,4051
0,6000	−2,5121	36,00	−0,3585	93,00	1,4758
0,7000	−2,4573	38,00	−0,3055	94,00	1,5548
0,8000	−2,4089	40,00	−0,2533	95,00	1,6449
0,9000	−2,3656	42,00	−0,2019	96,00	1,7507
1,0000	−2,3263	44,00	−0,1510	97,00	1,8808
1,2000	−2,2571	46,00	−0,1004	98,00	2,0537
1,4000	−2,1973	48,00	−0,0502	98,20	2,0969
1,6000	−2,1444	50,00	0,0000	98,40	2,1444
1,8000	−2,0969	52,00	0,0502	98,60	2,1973
2,0000	−2,0537	54,00	0,1004	98,80	2,2571
3,0000	−1,8808	56,00	0,1510	99,00	2,3263
4,0000	−1,7507	58,00	0,2019	99,10	2,3656
5,0000	−1,6449	60,00	0,2533	99,20	2,4089
6,0000	−1,5548	62,00	0,3055	99,30	2,4573
7,0000	−1,4758	64,00	0,3585	99,40	2,5121
8,0000	−1,4051	66,00	0,4125	99,50	2,5758
9,0000	−1,3408	68,00	0,4677	99,60	2,6521
10,0000	−1,2816	70,00	0,5244	99,70	2,7478
11,0000	−1,2265	72,00	0,5828	99,80	2,8782
12,0000	−1,1750	74,00	0,6433	99,85	2,9677
13,0000	−1,1264	76,00	0,7063	99,90	3,0902
14,0000	−1,0803	78,00	0,7722	99,9900	3,7190
15,0000	−1,0364	80,00	0,8416	99,9990	4,2649
16,0000	−0,9945	81,00	0,8779	99,9999	4,7534
17,0000	−0,9542	82,00	0,9154	—	—
18,0000	−0,9154	83,00	0,9542	—	—

Таблица 5.7. **Функция $F(\theta,\nu)$**

θ	lg θ	$F=(\theta,\nu)=2/(1+\theta^{-\nu})$					
		ν					
		0,01	0,08	0,10	0,12	0,16	0,20
0,0032	−2,5	0,885	0,774	0,720	0,668	0,569	0,480
0,0100	−2,0	0,908	0,813	0,774	0,730	0,647	0,569
0,0316	−1,5	0,931	0,863	0,829	0,796	0,730	0,668
0,1000	−1,0	0,954	0,908	0,836	0,836	0,818	0,774
0,3162	−0,5	0,977	0,954	0,942	0,931	0,908	0,885
1,0000	0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
3,1620	0,5	1,023	1,016	1,058	1,070	1,092	1,115
10,0000	1,0	1,046	1,092	1,115	1,137	1,182	1,226
31,6200	1,5	1,069	1,137	1,171	1,204	1,269	1,382
100,0000	2,0	1,092	1,182	1,226	1,269	1,353	1,430
316,2000	2,5	1,115	1,226	1,280	1,332	1,430	1,519
1 000,0000	3,0	1,137	1,269	1,332	1,392	1,502	1,596
3 162,0000	3,5	1,160	1,312	1,382	1,449	1,508	1,667
10 000,0000	4,0	1,182	1,352	1,131	1,502	1,627	1,726

Если в уравнении (5.17) вместо $\bar{\sigma}_{-1}$ подставить $\bar{\bar{\sigma}}_{-1}$, то получим медианное значение предела выносливости детали $\bar{\bar{\sigma}}_{-1Д}$ на множестве всех плавок:

$$\bar{\bar{\sigma}}_{-1Д}=\frac{\bar{\bar{\sigma}}_{-1}(1+\theta^{-\nu_\sigma})}{2\alpha_\sigma}. \tag{5.18}$$

В ряде случаев удобнее пользоваться уравнением подобия усталостного разрушения в виде

$$\sigma_{max}=U(1+10^{-\nu_\sigma \lg\theta+U_P S}), \tag{5.19}$$

которое получено из уравнения (5.15) заменой $\varepsilon=\sigma_{max}/U$.

Уравнение (5.19) позволяет сразу найти значение σ_{max} при заданном значении квантили U_P, соответствующей вероятности разрушения P.

Из уравнений (5.18) и (5.19) можно получить выражения для определения предела выносливости детали $(\sigma_{-1Д})_P$, соответствующего вероятности разрушения P, для заданной плавки:

$$(\sigma_{-1Д})_P=\frac{\bar{\sigma}_{-1}(1+\bar{\theta}^{\nu_\sigma}\cdot 10^{U_P S})}{2\alpha_0}, \tag{5.20}$$

$$(\sigma_{-1Д})_P = \frac{U}{\alpha_\sigma}(1+10^{\nu_\sigma \lg\theta + U_P S}). \qquad (5.21)$$

Отношение, характеризующее одновременное влияние концентрации напряжений и масштабного фактора на предел выносливости, а также эффективный коэффициент концентрации напряжений K_σ и коэффициент влияния абсолютных размеров $K_{d\sigma}$ можно определить по формулам:

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_{-1Д}} = \frac{2\alpha_\sigma}{1+\theta^{-\nu_\sigma}}; \quad K_\sigma = \frac{\bar{\sigma}_{-1d}}{\bar{\sigma}_{-1Д}} = \frac{(1+\theta_{гл}^{-\nu_\sigma})\alpha_\sigma}{1+\theta^{-\nu_\sigma}};$$

$$K_{d\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_{-1d}}{\bar{\sigma}_{-1}} = 0{,}5(1+\theta_{гл}^{-\nu_\sigma}),$$

где $\bar{\sigma}_{-1d}$ — предел выносливости гладкого образца диаметром d, равным диаметру детали; $\theta_{гл} = (L/\bar{G})_{гл} / (L/\bar{G})_0$ — относительный критерий подобия усталостного разрушения гладкого образца.

Для оценки функций распределения пределов выносливости при кручении уравнения подобия усталостного разрушения аналогичны уравнениям подобия при растяжении (сжатии) и изгибе. Уравнение (5.15) при кручении имеет вид:

$$\lg(\varepsilon_\tau - 1) = -\nu_\tau \lg\theta_\tau + U_P S_\tau, \qquad (5.22)$$

где $\varepsilon_\tau = \tau_{max} / U_\tau = \tau_{-1Д}\alpha_\tau / U_\tau$; $U_\tau = U/2$; $\nu_\tau = 1{,}5\nu_\sigma$; $S_\tau = S$.

Формулы для определения $\bar{G}_\tau$ для деталей различной конфигурации приведены в табл. 5.5.

Коэффициент вариации пределов выносливости деталей — отношение среднего квадратического отклонения предела выносливости $S_{\sigma_{-1Д}}$ к среднему значению предела выносливости детали на множестве всех плавок данной марки $\bar{\bar{\sigma}}_{-1Д}$:

$$\nu_{\sigma_{-1Д}} = \frac{S_{\sigma_{-1Д}}}{\bar{\bar{\sigma}}_{-1Д}}. \qquad (5.23)$$

При отсутствии сварки, фреттинг-коррозии, остаточных напряжений, поверхностного упрочнения и при стабильной технологии изготовления детали коэффициент вариации вычисляют по формуле

$$\nu_{\sigma_{-1Д}} = \sqrt{\nu^2_{\sigma_{max}} + \nu^2_{\sigma_{-1}} + \nu^2_{\alpha_\sigma}}, \qquad (5.24)$$

где

$$\nu_{\sigma_{max}} = \frac{0{,}1}{1+\theta^{\nu_\sigma}} \qquad (5.25)$$

— коэффициент вариации максимальных разрушающих напряжений в зоне концентрации, соответствующий пределам выносливости деталей, изготовленных из металла одной плавки (при отсутствии данных в предварительных

расчетах можно принимать $v_{\sigma_{max}} = 0{,}03...0{,}08$); $v_{\bar{\sigma}_{-1}}$ — коэффициент вариации средних (в пределах одной плавки) значений пределов выносливости гладких лабораторных образцов диаметром $d_0 = 7{,}5$ мм, учитывающий межплавочное рассеяние механических свойств металла; v_{α_σ} — коэффициент вариации теоретического коэффициента концентрации напряжений α_σ, определяемый случайными вариациями радиусов кривизны (галтелей, канавок, резьбы и т.п.) деталей в зонах концентрации напряжений, его принимают равным 0,02...0,10.

Коэффициент вариации средних значений пределов выносливости можно определить по формуле $v_{\bar{\sigma}_1} = v_{\sigma_B} = 0{,}04...0{,}10$, где v_{σ_B} — коэффициент вариации предела прочности металла на множестве плавок.

Коэффициент вариации пределов выносливости $v_{\sigma_{-1Д}}$ деталей находится в пределах 0,05...0,15.

Предел выносливости детали при заданной вероятности разрушения определяют по формулам:

$$\begin{cases}(\sigma_{-1Д})_P = \bar{\sigma}_{-1Д}(1+U_P v_{\sigma_{-1Д}});\\ (\tau_{-1Д})_P = \bar{\tau}_{-1Д}(1+U_P v_{\tau_{-1Д}}).\end{cases} \qquad (5.26)$$

5.5. Расчет на выносливость при регулярном переменном нагружении

При регулярном переменном нагружении условие прочности деталей и элементов конструкции исполнительного устройства робота основывается на статистической оценке возможных случайных отклонений амплитуды σ_a переменных напряжений и предела выносливости $\sigma_{-1Д}$ детали.

Случайные отклонения амплитуды напряжений возникают вследствие нарушения режима работы и вариации нагруженности одинаковых деталей исполнительного устройства, вызванной производственными и эксплуатационными факторами.

Значения пределов выносливости также имеют значительные рассеяния вследствие неоднородности металла, различия механических свойств материалов, условий изготовления и проведения усталостных испытаний деталей.

Для линейного напряженного состояния при изгибе или растяжении (сжатии), если пределы выносливости и амплитуды циклов распределены по нормальному закону со средними значениями $\bar{\sigma}_{-1Д}$ и $\bar{\sigma}_a$, вероятность разрушения P можно получить из условия:

$$U_P = \frac{1-n_\sigma}{\sqrt{n^2 v^2_{\sigma_{-1Д}} + v^2_{\sigma_a}}}, \qquad (5.27)$$

где U_P — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности разрушения P (см. табл. 5.6); $n_\sigma = \bar{\sigma}_{-1Д} / \bar{\sigma}_a$ — условный коэффициент запаса прочности по средним значениям нормальных напряжений; $v_{\sigma_a} = S_{\sigma_a} / \bar{\sigma}_a$ — коэффициент вариации амплитуд нормальных напряжений

(S_{σ_a} — среднее квадратическое отклонение амплитуды нормальных напряжений).

При отсутствии статистических данных принимают $v_{\sigma_a} = 0{,}1...0{,}3$. При кручении расчет проводят аналогично.

При совместном действии нормальных и касательных напряжений синхронном и однофазном их изменении квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности разрушения P, равна:

$$U_P = \frac{1-\sqrt{1/n_\sigma^2+1/n_\tau^2}}{\sqrt{v_{\sigma_{-1Д}}^2+\frac{1}{1+n_\sigma^2/n_\tau^2}\frac{v_{\sigma_a}^2}{n_\sigma^2}+\frac{1}{1+n_\tau^2/n_\sigma^2}\frac{v_{\tau_a}^2}{n_\tau^2}}}, \qquad (5.28)$$

где $v_{\tau_a} = S_{\tau_a}/\bar{\tau}_a$ — коэффициент вариации амплитуд касательных напряжений; $n_\tau = \bar{\tau}_{-1Д}/\bar{\tau}_a$ — условный коэффициент запаса прочности по средним значениям касательных напряжений.

5.6. Расчет на прочность при нерегулярном переменном нагружении

Нагрузки, действующие на детали ИУ робота в процессе эксплуатации, часто носят случайный характер, вследствие чего амплитуды напряжений изменяются во времени. Эти изменения могут циклически повторяться.

Учет нерегулярного характера нагруженности детали может быть осуществлен на основе использования корректированной линейной гипотезы суммирования усталостных повреждений, возникающих от действия амплитуд различных уровней. При этом коэффициент запаса выносливости определяют по формуле

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1Д}}{\sigma_{экв}} \geq [n_\sigma], \qquad (5.29)$$

где

$$\sigma_{экв} = \sqrt[m_\sigma]{\frac{\lambda}{a_{P_\sigma} N_{G_\sigma}} \sum_{\sigma_{ai} \geq \frac{\sigma_{-1Д}}{n_\sigma}} \sigma_{ai}^{m_\sigma} \cdot v_{i\delta\sigma}}; \qquad (5.30)$$

$m_\sigma = C/K$ ($C = 5 + \sigma_B/80$) — показатель наклона кривой усталости нормальных напряжений в двойных логарифмических координатах, K — коэффициент снижения предела выносливости; N_{G_σ} — абсцисса точки перелома кривой усталости (при отсутствии данных натурных усталостных испытаний принимают $N_{G_\sigma} = 2 \cdot 10^6$ циклов); $a_P = \sigma_{a_{max}} \varepsilon_\sigma - 0{,}5\sigma_{-1Д}/(\sigma_{a_{max}} - 0{,}5\sigma_{-1})$ — предельное значение суммы относительных повреждений; λ — число блоков нагружения за весь срок службы.

Здесь a_P находится в пределах 0,1...1,0. Если получим $a_P < 0{,}1$, то следует принять $a_P = 0{,}1$.

Площадь под кривой распределения амплитуд равна

$$\varepsilon_\sigma = \sum_{i=1}^{r} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a_{max}}} \cdot \frac{\nu_{i\delta\sigma}}{\nu_{\delta\sigma}},$$

где r — число ступеней в блоке после отбрасывания ступеней с $\sigma_{ai} < 0{,}5\sigma_{-1Д}$, $\nu_{\delta\sigma}$ — число циклов повторения амплитуды σ_{ai} нормальных напряжений в блоке после отбрасывания ступеней с $\sigma_{ai} < 0{,}5\sigma_{-1Д}$; $\nu_{i\delta\sigma}$ — число циклов повторения амплитуды σ_{ai} в одном блоке нагружения; $\sigma_{a_{max}}$ — максимальные амплитуды нормальных напряжений; σ_{ai} — амплитуды на i-м участке нагружения.

Число блоков нагружения за весь срок службы рассчитывают по формуле

$$\lambda = \frac{a_{P\sigma}\sigma_{-1Д}^{m_\sigma} N_{G\sigma}}{\sum\limits_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1Д})} \sigma_{ai}^{m_\sigma} \cdot \nu_{i\delta\sigma}}.$$

В расчет принимают только амплитуды, имеющие значения $\sigma_{ai} \geq 0{,}5\sigma_{-1Д}$.

При действии нерегулярно изменяющихся во времени касательных напряжений коэффициент запаса выносливости вычисляют по аналогичной формуле

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1Д}}{\tau_{экв}} \geq [n_\tau], \tag{5.31}$$

где

$$\tau_{экв} = \sqrt[m_\tau]{\frac{\lambda}{a_{P\tau} N_{G\tau}} \sum_{\left(\tau_{ai} \geq \frac{\tau_{-1Д}}{n_\tau}\right)} \tau_{ai}^{m_\tau} \cdot \nu_{i\delta\tau}}. \tag{5.32}$$

При совместном действии нерегулярных нормальных и касательных напряжений коэффициент запаса выносливости

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}. \tag{5.33}$$

Для деталей, у которых суммарное число циклов $N_\Sigma = \lambda\nu_\delta$ ($\nu_\delta = \sum\limits_{i=1}^{r} \nu_{i\delta}$ — общее число циклов повторения амплитуд всех уровней в блоке нагружения,

вырабатываемое за срок службы, велико ($N_\Sigma > 10^7 ... 10^8$), вероятность разрушения P находят из выражения:

$$U_P = \frac{1 - \tilde{n}}{\sqrt{\tilde{n}^2 \nu^2_{\sigma_{-1Д}} + \nu^2_\varepsilon}}, \tag{5.34}$$

где $\tilde{n} = n_P / n$ — относительный коэффициент запаса; $n_P = \sigma_{a\,max} / \sigma_{-1Д}$ — предельный коэффициент нагруженности; $n = \overline{\sigma}_{a\,max} / \overline{\sigma}_{-1Д}$ — коэффициент нагруженности; $\nu_\varepsilon = \nu_{\sigma_a} \approx 0{,}1...0{,}3$ — коэффициент вариации амплитуд напряжений.

По табл. 5.6 нормального распределения находят вероятность разрушения P. При действии касательных напряжений расчет проводят аналогично.

ГЛАВА 6

РАСЧЕТ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ НА ЖЕСТКОСТЬ

Деформация ИУ робота состоит в основном из деформаций ИМ и преобразователей движения приводов.

На деформацию ИМ оказывают влияние длина звеньев и способ их закрепления, внешние нагрузки (масса объекта манипулирования, звеньев, приводов) и жесткость функциональных звеньев.

Деформации преобразователей движения приводов зависят от их типа, внешней нагрузки, упругой податливости элементов преобразователей движения.

При проведении расчетов на жесткость функциональных звеньев составляют расчетную схему. Функциональные звенья — это прямолинейные стержни с сосредоточенной массой и постоянной жесткостью, расположенные в центре массы звеньев. Длина и взаимное положение стержней схемы соответствуют реальной длине и реальному расположению стержней в ИУ. Места соединения стержней считают абсолютно жесткими. Массу приводов (двигателей и преобразователей движения) располагают на стержнях в соответствии с их реальным расположением в ИУ. Таким образом, ИУ можно рассматривать как стержневую систему, у которой в рассматриваемый момент времени все стержни жестко соединены друг с другом.

6.1. Расчет звеньев исполнительного устройства на жесткость

Расчет на жесткость проводят с целью определения упругих деформаций, а также размеров поперечных сечений звеньев ИУ под действием внешних нагрузок. Деформации звеньев могут привести к значительной погрешности позиционирования робота.

Условие жесткости ИУ:

$$\delta_{K_i} \le [\delta]_{K_i}, \tag{6.1}$$

где δ_{K_i} — линейное перемещение точки K i-го звена (угловое перемещение сечения K) под действием внешних нагрузок; $[\delta]_{K_i}$ — допускаемое перемещение точки K i-го звена.

Для определения деформации i-го звена постоянного или переменного поперечного сечения в общем случае нагружения используют *формулу Мора*:

$$\delta_{K_i} = \sum_{i=1}^{n}\int_{\ell_i}\frac{M_{x_i}^F M_{x_i}^1}{E_i J_{x_i}}dz_i + \sum_{i=1}^{n}\int_{\ell_i}\frac{M_{y_i}^F M_{y_i}^1}{E_i J_{y_i}}dz_i + \sum_{i=1}^{n}\int_{\ell_i}\frac{M_{z_i}^F M_{z_i}^1}{G_i J_{K_i}}dz_i + \tag{6.2}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\int_{\ell_i}\frac{N_{z_i}^F N_{z_i}^1}{E_i A_i}dz_i + \sum_{i=1}^{n}K_{x_i}\int_{\ell_i}\frac{Q_{x_i}^F Q_{x_i}^1}{G_i A_i}dz_i + \sum_{i=1}^{n}K_{y_i}\int_{\ell_i}\frac{Q_{y_i}^F Q_{y_i}^1}{G_i A_i}dz_i,$$

где $M_{x_i}^F$, $M_{y_i}^F$, $M_{z_i}^F$, $M_{x_i}^1$, $M_{y_i}^1$, $M_{z_i}^1$ — аналитические выражения изгибающих моментов ($M_{z_i}^F$ и $M_{z_i}^1$ — крутящих моментов) на i-м звене соответственно от внешней нагрузки и единичной силы или единичного момента; $N_{z_i}^F$ и $N_{z_i}^1$ — аналитические выражения нормальных сил на i-м звене соответственно от внешней нагрузки и единичной силы; $Q_{x_i}^F$, $Q_{y_i}^F$ и $Q_{x_i}^1$, $Q_{y_i}^1$ — аналитические выражения поперечных сил на i-м звене соответственно от внешней нагрузки и единичной силы (момента); $E_i J_{x_i}$, $E_i J_{y_i}$, $G_i J_{K_i}$, $E_i A_i$, $G_i A_i$ — жесткость поперечного сечения i-го звена при изгибе в двух плоскостях, кручении, растяжении (сжатии) и сдвиге соответственно; E_i — модуль упругости первого рода материала i-го звена; G_i - модуль упругости второго рода материала i-го звена; J_{x_i}, J_{y_i}, J_{K_i} — осевые моменты инерции поперечного сечения i-го звена при изгибе в двух плоскостях и кручении соответственно; A_i — площадь поперечного сечения i-го звена; K_{x_i}, K_{y_i} — коэффициенты, зависящие от формы поперечного сечения i-го звена; ℓ_i — длина i-го звена; n — число звеньев исполнительного устройства.

Для сплошного круглого сечения $K_x = K_y = 1{,}1$, для прямоугольного сечения $K_x = K_y = 1{,}2$, для тонкостенного круглого профиля $K_x = K_y = 2$, для двутаврового профиля $K_x = K_y = 2{,}0...2{,}4$. В практических расчетах можно пренебречь влиянием нормальных и поперечных сил.

Эта формула применима для вычисления перемещений в системах, состоящих как из прямых звеньев, так и из звеньев малой кривизны (звеньев, для которых отношение радиуса кривизны ρ их оси к высоте h поперечного сечения не менее двух, т.е. $\frac{\rho}{h} \geq 2$).

В случае, когда оси звеньев прямолинейны и жесткости поперечных сечений в пределах отдельных участков постоянны, перемещения целесообразно определять по *правилу Верещагина*:

$$\delta_{K_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Omega_{x_i} Y_{x_i}}{E_i J_{x_i}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\Omega_{y_i} Y_{y_i}}{E_i J_{y_i}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\Omega_{z_i} Y_{z_i}}{G_i J_{K_i}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\Omega_{N_i} Y_{N_i}}{E_i A_i}, \qquad (6.3)$$

где $\Omega_{x_i}, \Omega_{y_i}, \Omega_{z_i}, \Omega_{N_i}$ — площади нелинейных эпюр соответственно изгибающих и крутящих моментов, растягивающей (сжимающей) силы в пределах участка i-го звена с постоянной жесткостью; $Y_{x_i}, Y_{y_i}, Y_{z_i}, Y_{N_i}$ — ординаты линейных эпюр соответственно изгибающих и крутящих моментов, растягивающей (сжимающей) силы в пределах участка i-го звена с постоянной жесткостью, под центром тяжести нелинейных эпюр.

Допускаемое перемещение $[\delta]_{K_i}$ зависит от требований, предъявляемых к конструкции ИУ, и задается конструктором. Допускаемое перемещение РО исполнительного устройства равно $[\delta]_{K_n} = [\Delta] = \Delta_{max} / n$, где $[\Delta]$ — допускаемая погрешность позиционирования ИУ; Δ_{max} — максимальная погрешность позиционирования ИУ; n — коэффициент запаса, учитывающий тип и упругие свойства преобразователей движения приводов, кинематические погрешности, мертвый ход, погрешности ввода обобщенных координат, тип направляющих. Значение коэффициента запаса может колебаться в доволь-

но широком диапазоне и зависит от типа робота, его конструкции, грузоподъемности, наличия механизмов выборки мертвого хода и т.д. Поэтому приближенно можно принимать $n = 2{,}0...3{,}5$.

6.2. Податливость преобразователей движения

Передачу движения от двигателя к функциональному звену ИУ осуществляют посредством преобразователей движения, которые состоят из отдельных элементов: валов, зубчатых колес, винтов и т.д. Они не являются абсолютно жесткими и под действием нагрузок деформируются. Вследствие этого законы движения функциональных звеньев отличаются от программных, задаваемых двигателями. Податливости элементов преобразователей движения имеют различные значения.

Податливость вала, работающего на кручение, рад/Н · мм:

$$e = \frac{\varphi}{T} = \frac{\ell}{GJ_p}, \tag{6.4}$$

где φ — угол поворота одного поперечного сечения вала относительно другого, рад; ℓ — расстояние между поперечными сечениями вала, мм; T — крутящий момент, Н · мм; G — модуль упругости второго рода материала вала, МПа (для стали — $8{,}1 \cdot 10^4$ МПа); J_p — полярный момент инерции поперечного сечения вала, мм^4.

Для сплошного вала $J_p = \pi d^4 / 32$, где d — диаметр вала, мм.

Податливость зубчатой передачи, связанная с деформацией зубьев, рад/Н · мм:

$$e = \frac{\varphi}{T} = \frac{1}{K_м r_w^2 b}, \tag{6.5}$$

где r_w — радиус начальной окружности ведущего колеса, мм; b — ширина венца зубчатого колеса, мм; $K_м$ — коэффициент, учитывающий материал зубчатых колес (для стальных колес — $45 \cdot 10^2$ МПа).

Податливость шпоночных и шлицевых соединений, рад/Н · мм:

$$e = \frac{\varphi}{T} = \frac{K_ш}{d^2 \ell h z}, \tag{6.6}$$

где d — диаметр вала, мм; ℓ — длина шпонки (шлица), мм; h — высота шпонки (шлица), мм; z — число шпонок (шлицев); $K_ш$ — коэффициент, учитывающий тип соединения и тип шпонки, мм^3/Н.

Коэффициент $K_ш$ для призматических шпонок равен $6{,}5 \cdot 10^{-3}$; для сегментных шпонок — $14 \cdot 10^{-3}$; для шлицевых соединений — $4 \cdot 10^{-3}$.

Податливость стержня при растяжении (сжатии), мм/Н:

$$e = \frac{\Delta\ell}{F} = \frac{\ell}{EA}, \tag{6.7}$$

где $\Delta\ell$ — деформация стержня, мм; F — внешняя осевая сила, Н; ℓ — длина стержня, мм; E — модуль упругости первого рода материала стержня, МПа

(для стального стержня $(2{,}0...2{,}2)10^5$ МПа); A — площадь поперечного сечения стержня, мм^2.

Податливость резьбового соединения, мм/Н:

$$e = \frac{\Delta\ell}{F} = \frac{K_р}{A}, \tag{6.8}$$

где $\Delta\ell$ — деформация витка резьбы, мм; F — внешняя осевая сила, действующая на виток резьбы, Н; A — площадь витка резьбы, мм^2, $A = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_3^2)$, d — наружный диаметр резьбы, мм, d_3 — внутренний диаметр резьбы, мм; $K_р$ — коэффициент, учитывающий материал резьбового соединения (для стали $(0{,}5...1{,}0)10^{-3}$ мм^3/Н).

Податливость соединения винт—гайка качения, мкм/Н:

$$e_{в.м} = \frac{1}{2{,}6 d_о^{0{,}89} d_ш^{-0{,}56} K_в^{0{,}67} F_н^{0{,}33} K_R}, \tag{6.9}$$

где $d_о$ — диаметр окружности, на которой расположены центры шариков, мм; $d_ш$ — диаметр шарика, мм; $K_в$ — число рабочих витков; $F_н$ — сила натяга, действующая на рабочую гайку, Н (см. гл. 7); K_R — коэффициент, зависящий от класса точности передачи (см. гл. 7).

Податливость цилиндрической пружины $e = 8nD_п^3 / Gd_п^4$, где n — число рабочих витков пружины; $D_п$ — средний диаметр пружины, мм; G — модуль упругости второго рода материала пружины, МПа; $d_п$ — диаметр проволоки пружины, мм.

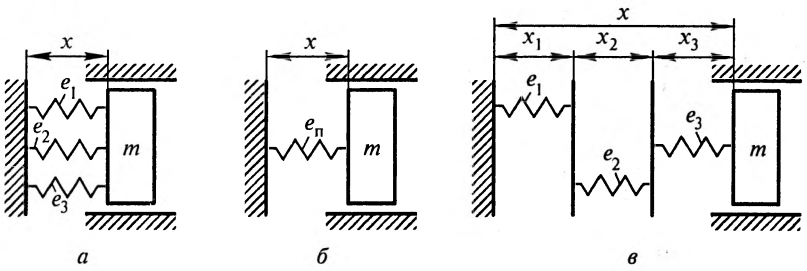
В преобразователях движения упругие элементы могут быть соединены параллельно и последовательно. В этом случае определяют приведенную податливость.

Параллельное соединение упругих элементов. Приведенную податливость $e_п$ определяют из условия равенства потенциальной энергии до и после приведения, причем учитывают, что в этом случае деформации всех элементов кинематической цепи равны между собой (рис. 6.1, *а, б*). С учетом этого условия получим $\frac{x^2}{2e_п} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{x^2}{e_i}$, где x — деформация, общая для всех элементов; e_i — податливость i-го упругого элемента; n — число элементов. Отсюда для параллельного соединения упругих элементов значение приведенной податливости

$$e_п = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{e_i}}. \tag{6.10}$$

Обратная величина податливости представляет собой *жесткость*

$$C = \frac{1}{e_п}. \tag{6.11}$$



Р и с. 6.1

После приведения податливостей получаем одномассовую динамическую модель (см. рис. 6.1, *б*), в которой на звено приведения массой m действует упругий элемент с податливостью $e_п$.

Последовательное соединение упругих элементов (рис. 6.1, *в*). Их общая деформация равна

$$x = \sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{6.12}$$

где x_i — деформация i-го упругого элемента.

Из условия равенства силы деформации, передаваемой от одного элемента к другому, можно записать, что

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} e_i} = \frac{x}{e_п}.$$

Откуда $\sum_{i=1}^{n} x_i = F\sum_{i=1}^{n} e_i$ и $x = Fe_п$.

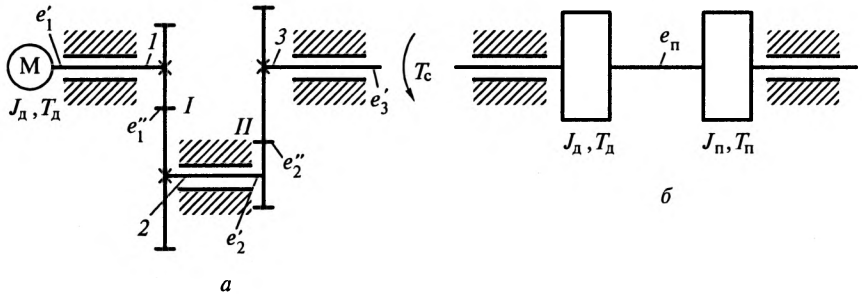
С учетом этих условий равенство (6.12) примет вид

$$Fe_п = F\sum_{i=1}^{n} e_i.$$

В результате получим для последовательного соединения значение приведенной податливости

$$e_п = \sum_{i=1}^{n} e_i. \tag{6.13}$$

Следовательно, при последовательном соединении упругих элементов, передающих одну и ту же силу деформации F, приведенная податливость равна сумме податливостей отдельных элементов.



Р и с. 6.2

В результате получим одномассовую динамическую модель (см. рис. 6.1, *б*), аналогичную модели, полученной в случае параллельного соединения упругих элементов.

Определение приведенной податливости по формуле (6.13) оказывается неправомерным, если последовательно соединенные упругие элементы считают обладающими массой, так как в этом случае силы, передаваемые от одного элемента к другому, зависят от сил инерции, которые могут быть различны для различных элементов.

В преобразователях движения приводов ИУ роботов последовательное соединение упругих элементов встречается при рассмотрении зубчатых механизмов с упругими валами *1—3* и упругими зубчатыми колесами (рис. 6.2, *а*), для которых податливости находят по формулам (6.4) и (6.5) соответственно. В этом случае формулу (6.13) непосредственно применять нельзя, так как вращающий момент при переходе от одного вала к другому сохраняет свое значение только при передаточном отношении, равном единице. В общем же случае вращающие моменты T_i и T_j для пары зубчатых колес i и j связаны с передаточным отношением этой пары соотношением

$$u_{ij} = T_j / T_i. \tag{6.14}$$

Аналогично для малых углов поворота $\Delta\varphi_i$ и $\Delta\varphi_j$ колес i и j передаточное отношение имеет вид $u_{ij} = \Delta\varphi_i / \Delta\varphi_j$.

Если приводить податливости к последнему упругому элементу n, то условие (6.14) для рассматриваемого случая примет вид:

$$\Delta\varphi_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta\varphi_i}{u_{in}}, \tag{6.15}$$

где $\Delta\varphi_i$ — угол закручивания i-го упругого элемента; u_{in} — передаточное отношение между звеньями i и n.

Для i-го вала (см. рис. 6.2, *а*) угол закручивания $\Delta\varphi_i$ связан с действующим на него вращающим моментом T_i соотношением:

$$\Delta\varphi_i = T_i e_i. \tag{6.16}$$

С учетом формулы (6.14)

$$u_{in} = T_n / T_i. \tag{6.17}$$

Подставляя эти соотношения в формулу (6.15), получим

$$\Delta\varphi_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{T_i e_i}{u_{in}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{T_n e_i}{u_{in}^2}. \tag{6.18}$$

Кроме того, из условия приведения податливостей к звену n следует

$$\Delta\varphi_n = T_n e_{\text{п}_n}. \tag{6.19}$$

Приведенную податливость последовательно соединенных упругих валов получим, приравнивая правые части уравнений (6.18) и (6.19)

$$e_{\text{п}_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{u_{in}^2}. \tag{6.20}$$

Приведенную податливость последовательно соединенных зубчатых передач (см. рис. 6.2, *а*) можно получить аналогично:

$$e_{\text{п}_m} = \sum_{i=1}^{m} \frac{e_j}{u_{jm}^2}, \tag{6.21}$$

где e_j — податливость j-й зубчатой передачи; m — число зубчатых передач.

Полная приведенная податливость зубчатого механизма с последовательно соединенными упругими валами и упругими зубчатыми колесами имеет вид (см. рис. 6.2, *б*):

$$e_{\text{п}} = e_{\text{п}_n} + e_{\text{п}_m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{u_{in}^2} + \sum_{j=1}^{m} \frac{e_j}{u_{jm}^2}. \tag{6.22}$$

Если принять, что передаточное отношение одной ступени зубчатой передачи $u_i = 2...5$, то в среднем $u_i^2 \approx 10$.

Следовательно, в выражении (6.22) каждый предыдущий член $(i-1)$ меньше каждого последующего члена i приблизительно в 10 раз. Тогда приближенно приведенную податливость зубчатого механизма можно принимать равной:

$$e_{\text{п}} = e_n + e_m. \tag{6.23}$$

Таким образом, приведенная податливость зубчатого механизма представляет собой суммарную податливость элементов его последней ступени (последней зубчатой передачи и выходного вала).

Динамическая модель зубчатого механизма может быть представлена в виде двухмассовой модели с приведенными моментами инерции $J_{\text{д}}$ и $J_{\text{п}}$, где $J_{\text{д}}$ определяют с учетом всех движущихся частей двигателя, $J_{\text{п}}$ — с учетом массы всех звеньев и приведенного момента инерции $J_{\text{м}}$ движущихся звеньев, расположенных за звеном приведения (см. рис. 6.2, *б*).

Замена зубчатого механизма двухмассовой динамической моделью с приведенной податливостью одного упругого элемента возможна лишь при условии, что моменты инерции зубчатых колес малы по сравнению с приведенными моментами инерции $J_{\text{д}}$ и $J_{\text{м}}$.

ГЛАВА 7

ПОГРЕШНОСТЬ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ РОБОТА

Движение реального механизма всегда отличается от движения теоретического (идеального) механизма. Это характерно и для ИУ роботов. При выполнении технологической операции действительное движение РО отличается от расчетного. Его положение, скорость и ускорение в любой точке реализуемой им траектории в общем случае могут не совпадать с расчетными. Разность между действительным и расчетным положениями РО называют *погрешностью позиционирования* ИУ робота. Основными причинами возникновения погрешности позиционирования являются первичные ошибки и погрешности обобщенных координат.

7.1. Первичные ошибки

Первичными ошибками (ПО) называют отклонения линейных и угловых размеров звеньев от заданных значений.

На рис. 7.1, *а, б* показаны линейные первичные ошибки $\Delta\ell$, на рис. 7.2 — линейная $\Delta\ell$ и угловые $\Delta\alpha$ первичные ошибки.

Вектор первичной ошибки i-го звена можно представить в виде:

$$\Delta\mathbf{W}_i = \mathbf{W}_{i\text{д}} - \mathbf{W}_{i\text{р}} = \Delta\mathbf{W}_i(\Delta\ell_i, \Delta\boldsymbol{\alpha}_i), \qquad (7.1)$$

где $\mathbf{W}_{i\text{д}}$ и $\mathbf{W}_{i\text{р}}$ — векторы действительных и расчетных (номинальных) параметров i-го звена.

В общем случае можно записать

$$\mathbf{W}_i = \mathbf{W}_i(\ell_i, \boldsymbol{\alpha}_i),$$

где ℓ_i — линейный параметр (длина) i-го звена; $\boldsymbol{\alpha}_i = [\alpha_{ix}\ \alpha_{iy}\ \alpha_{iz}]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловых параметров i-го звена.

Погрешность линейного параметра (длины) i-го звена обозначают $\Delta\ell_i$, а вектор угловых погрешностей i-го звена — $\Delta\boldsymbol{\alpha}_i = [\Delta\alpha_{ix}\ \Delta\alpha_{iy}\ \Delta\alpha_{iz}]^{\mathrm{T}}$.

Для m-звенного ИУ робота вектор погрешностей линейных параметров (длин) звеньев записывают в виде $\Delta\boldsymbol{\ell}_i = [\Delta\ell_1\ \Delta\ell_2\ \Delta\ell_m]^{\mathrm{T}}$.

Вектор угловых погрешностей звеньев представляют в виде

$$\Delta\boldsymbol{\alpha}_i = [\Delta\alpha_{1x}\ \Delta\alpha_{1y}\ \Delta\alpha_{1z}\ \Delta\alpha_{2x}\ \Delta\alpha_{2y}\ \Delta\alpha_{2z} \ldots \Delta\alpha_{mx}\ \Delta\alpha_{my}\ \Delta\alpha_{mz}]^{\mathrm{T}}.$$

Первичные ошибки возникают при изготовлении деталей звеньев (технологические первичные ошибки) и в процессе эксплуатации ИУ (температурные, силовые и износные ПО). В результате наличия этих ошибок фактические размеры звеньев, определяющие положения РО в пространстве, отличаются от идеальных, на основании которых составлены расчетные алгоритмы, и дей-

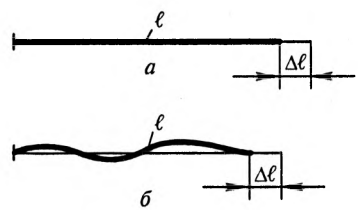
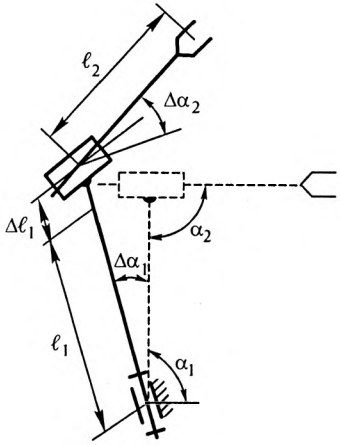


Рис. 7.1



Р и с. 7.2

ствительное положение рабочего органа также отличается от расчетного. Решающую роль в образовании ПО играют технологические ПО. Специальные стандарты ограничивают максимальные значения ПО (табл. 7.1 и 7.2).

Результат действия каждой ПО на погрешность позиционирования РО робота можно определить независимо от действия других ПО. Значение результирующей погрешности позиционирования вычисляют в соответствии с принципом суперпозиции.

Будем считать, что рассеяние значений случайных первичных ошибок подчиняется закону нормального распределения вероятности Гаусса (рис. 7.3), согласно которому малые по значению ошибки встречаются чаще, чем большие; отрицательные и положительные ошибки, равные по абсолютному значению, встречаются одинаково часто; алгебраическая сумма отклонений от среднего значения равна нулю.

Уравнение кривой нормального распределения первичных ошибок:

$$y = P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где $y = P(x)$ — ордината кривой Гаусса (плотность вероятности); $e = 2{,}718$ — основание натурального логарифма; a — параметр, равный расстоянию от оси $P(x)$ до максимальной ординаты. Этот параметр равен *математическому ожиданию случайной величины* $M(x)$, т.е.

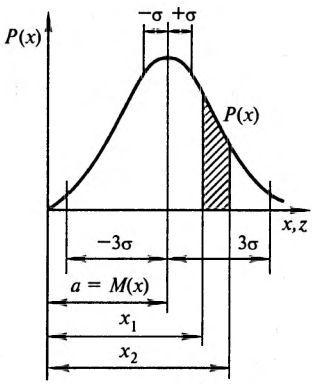
$a = M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xP(x)dx$ или приближенно

$a = M(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, где x — случайная величина;

x_i — i-е значение случайной величины; n — число случайных величин.

Математическое ожидание можно рассматривать как размер, на который настраивают робот, т.е. *номинальный размер*, представляющий собой расстояние от начала БСК до точки позиционирования.

Под влиянием системитических ошибок математическое ожидание может изменяться, что приведет к перемещению кривой нормального распределения вдоль оси x.



Р и с. 7.3

Таблица 7.1. **Допуски линейных размеров (ГОСТ 25346—82)**

Размер, мм		Квалитет															
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Свыше	До	Допуск IT, мкм															
1	3	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600	1000
3	6	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750	1200
6	10	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900	1500
10	18	2,0	3,0	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1100	1800
18	30	2,5	4,0	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300	2100
30	50	2,5	4,0	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600	2500
50	80	3,0	5,0	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900	3000
80	120	4,0	6,0	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200	3500
120	180	5,0	8,0	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	2500	4000
180	250	7,0	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900	4600
250	315	8,0	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200	5200
315	400	9,0	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570	890	1400	2300	3600	5700
400	500	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000	6300
500	630	11	16	22	30	44	70	110	175	280	440	700	1100	1750	2800	4400	7000
630	800	13	18	25	35	50	80	125	200	320	500	800	1250	2000	3200	5000	8000
800	1000	15	21	29	40	56	90	140	230	360	560	900	1400	2300	3600	5600	9000
1000	1250	18	24	34	46	66	105	165	260	420	660	1050	1650	2600	4200	6600	10 500
1250	1600	21	29	40	54	78	125	195	310	500	780	1250	1950	3100	5000	7800	12 500
1600	2000	25	35	48	65	92	150	230	370	600	920	1500	2300	3700	6000	9200	15 000

Таблица 7.2. **Допуски углов (ГОСТ 8908—81)**

Длина ℓ, мм		Степень точности									
Свыше	До	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
—	10	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′	26′	40′	60′
10	16	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′	20′	32′	50′
16	25	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′	26′	40′
25	40	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′	20′	32′
40	63	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′	26′
63	100	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′	20′
100	160	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′
160	250	12″	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′
250	400	10″	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′
400	630	8″	12″	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′
630	1000	6″	10″	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′
1000	1600	5″	8″	12″	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′
1600	2500	4″	6″	10″	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′

Среднее квадратическое отклонение случайной величины характеризует рассеяние значений случайной величины относительно центра группирования:

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [x-a]^2 P(x)dx}.$$

Вероятность попадания случайной величины в любой интересующий интервал вычисляют с помощью функции Лапласа

$$P(x_1 \le x \le x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_2} e^{-\frac{z^2}{2}} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_1} e^{-\frac{z^2}{2}} dz =$$

$$= \Phi(z_2) - \Phi(z_1) = \Phi\left(\frac{x_2 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - a}{\sigma}\right),$$

где $z_2 = (x_2 - a)/\sigma$; $z_1 = (x_1 - a)/\sigma$; $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ — нормированная функция Лапласа.

Выражение $e^{-\frac{z^2}{2}}$ в элементарных функциях не интегрируется. Поэтому составлена таблица функций Лапласа (табл. 7.3).

Таблица 7.3. **Нормированная функция Лапласа**

z	Десятые доли z									
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,000	0,040	0,079	0,118	0,155	0,191	0,226	0,253	0,288	0,316
1	0,341	0,364	0,385	0,403	0,420	0,433	0,455	0,464	0,464	0,471
2	0,4771	0,4821	0,4861	0,4893	0,4918	0,4938	0,4953	0,4965	0,4974	0,4981
3	0,4986	0,4990	0,4993	0,4995	0,49966	0,49980	0,49984	0,49988	0,49999	0,49996
∞	0,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Для определения значений функции Ф при отрицательных аргументах следует учитывать нечетность функции $\Phi(-z) = -\Phi(z)$.

На основании закона Гаусса установлено, что с вероятностью, близкой к единице ($P = 0{,}9973$), случайная величина x не выходит за пределы интервала $[a - 3\sigma, a + 3\sigma]$. Поэтому при распределении случайных ПО по закону Гаусса поле рассеяния в интервале от $a - 3\sigma$ до $a + 3\sigma$, равное $\delta_i = 6\sigma$, принимают за *практическое поле рассеяния* случайной величины. При этом вероятность выхода случайной величины за пределы $a \pm 3\sigma$ равна 0,0027.

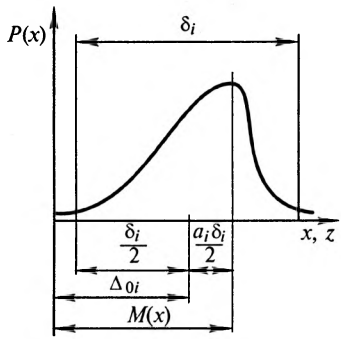


Рис. 7.4

В действительности рассеяние ПО отличается от нормального закона (рис. 7.4). В этом случае при несовпадении центра группирования отклонений с серединой поля допуска и зоны рассеяния с размером допуска координата центра группирования эмпирической кривой распределения равна $M(x) = \Delta_{0i} \pm a_i\delta_i / 2$, где Δ_{0i} — координата середины поля допуска; δ_i — поле допуска; a_i —коэффициент относительной асимметрии кривой распределения ПО, определяющий смещение центра группирования ПО относительно середины поля допуска. Он зависит от способа обработки, состояния оборудования, симметричности или несимметричности поля рассеивания ПО относительно поля допуска. Его значение выбирают по соответствующим таблицам.

Из последнего уравнения определяют координату *середины поля допуска* $\Delta_{0i} = M(x) \mp a_i\delta_i / 2$.

Если поле допуска симметрично относительно номинального размера, т.е. если коэффициент асимметрии кривой $a_i = 0$, то $\Delta_{0i} = M(x)$.

7.2. Погрешности обобщенных координат

Для осуществления движения РО необходимо от системы управления при помощи автономных двигателей задать движения нескольким или всем звеньям ИУ робота. Так как система управления и двигатели работают с по-

грешностями, то в результате управление осуществляется неточно и действительные движения звеньев отличаются от расчетных. Разность между действительным и расчетным значениями обобщенной координаты, вызванная погрешностью работы системы управления и двигателя, — это *ошибка ввода* $\Delta q''_j$ обобщенной координаты.

Ошибки ввода являются случайными величинами, не зависящими от конфигурации ИУ робота, и их определяют независимо для каждого звена. Учет взаимного расположения звеньев необходим только на этапе суммирования.

Существенное влияние на возникновение отклонений движения РО от расчетного оказывают *погрешности, вызванные упругими свойствами преобразователей движения приводов* $\Delta q'_j$ *и функциональных звеньев* $\Delta\varphi_i$ ИУ. Особенно это характерно для разомкнутых ИУ большой протяженности и грузоподъемности (рис. 7.5).

Погрешности ИУ, обусловленные его упругими свойствами, неслучайны. Они являются функцией нагрузки, приложенной к ИУ, и зависят от его конфигурации.

Кинематические погрешности $\delta\varphi_j$, вызванные неточностью изготовления и сборки преобразователей движения приводов, а также *мертвый ход* J_{φ_j}, обусловленный наличием зазоров в преобразователях движения, приводят к неточности перемещения РО.

Большое влияние на выходную точность ИУ оказывают *зазоры* (люфты) $\Delta q'''_j$ в кинематических парах ИМ. Они вносят дополнительные малые подвижности в систему, сообщают ей двигательную избыточность. При наличии нескольких кинематических пар движение ИУ может сопровождаться «разрывами» и последующими соударениями в кинематических парах, что значительно усложняет учет влияния зазоров на погрешность перемещения РО.

Указанные погрешности и создают *погрешность обобщенной координаты* (ПОК) — разность между ее действительным и расчетным значениями.

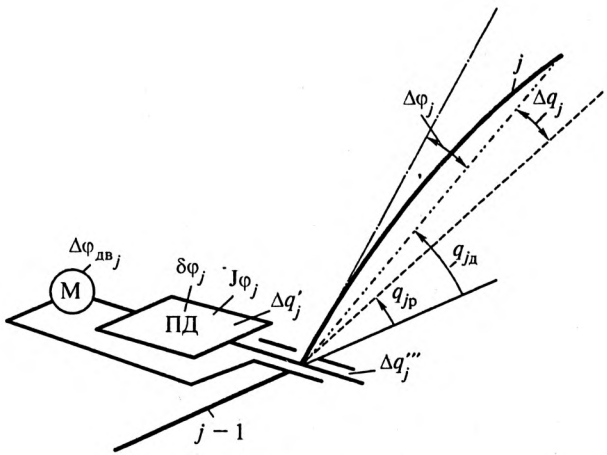


Рис. 7.5

Погрешность j-й обобщенной координаты можно записать в виде

$$\Delta q_j = q_{j\text{д}} - q_{j\text{р}} = f(\Delta q_j'', \delta\varphi_j, J_{\varphi_j}, \Delta q_j', \Delta\varphi_j, \Delta q_j'''), \qquad (7.2)$$

где $q_{j\text{д}} = f(\Delta q_{j\text{д}}'', \delta\varphi_j, J_{\varphi_j}, \Delta q_j', \Delta\varphi_j, \Delta q_j''')$ — действительное значение j-й обобщенной координаты; $q_{j\text{р}} = f(q_{j\text{р}}'')$ — расчетное значение j-й обобщенной координаты; $q_{j\text{д}}$ и $q_{j\text{р}}''$ — действительное и расчетное значения вводимых обобщенных координат j-го привода.

Значение погрешности j-й обобщенной координаты можно определить по формуле (см. рис. 7.5):

$$\Delta q_j = \Delta q_j'' + \delta\varphi_j + J_{\varphi_j} + \Delta q_j' + \Delta\varphi_j + \Delta q'''.$$

Если преобразователь движения j-й степени подвижности многоступенчатый, то $\delta\varphi_j$, J_{φ_j} и $\Delta q_j'$ заменяют на δ_{Σ_j}, J_{Σ_j} и $\Delta q_{\Sigma_j}'$ — суммарные кинематическую погрешность, мертвый ход и погрешность, вызванную податливостью многоступенчатого преобразователя движения.

7.3. Погрешности ввода обобщенных координат

Погрешность ввода обобщенной координаты, вызванная погрешностью работы системы управления и двигателя, приведенная к выходному валу преобразователя движения (функциональному звену), можно определить в виде:

$$\Delta q_j'' = \frac{\Delta\varphi_{\text{дв}\,j}}{u_j}, \qquad (7.3)$$

где u_j — передаточное отношения между j-м двигателем и j-м функциональным звеном; $\Delta\varphi_{\text{дв}\,j}$ — погрешность угла поворота вала j-го двигателя. В случае отсутствия точных данных приближенно можно принимать $\Delta\varphi_{\text{дв}\,j} = 5...10$ угловых минут (...').

Для всего исполнительного устройства робота вектор погрешностей ввода обобщенных координат можно записать в виде:

$$\Delta\mathbf{q}'' = \Phi\boldsymbol{\varepsilon}_z, \qquad (7.4)$$

где $\Delta\mathbf{q}'' = [\Delta q_1'' \ \Delta q_2''...\Delta q_n'']^{\mathrm{T}}$;

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{z_1} & 0 & ... & 0 \\ 0 & \Delta\varphi_{z_2} & ... & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & ... & \Delta\varphi_{z_n} \end{bmatrix};$$

— матрица погрешностей работы системы управления и двигателей ($\Delta\varphi_{z_j}$ — погрешность работы системы управления и двигателя j-й степени подвижности); $\boldsymbol{\varepsilon}_z$ — вектор передаточных коэффициентов преобразователей движения степеней подвижности:

$$\varepsilon_z = [\varepsilon_{z_1}\ \varepsilon_{z_2} \dots \varepsilon_{z_n}]^T,$$

где $\varepsilon_{z_j} = \dfrac{1}{u_{z_j}}$ — передаточный коэффициент преобразователя движения j-й степени подвижности; u_{z_j} — передаточное отношение преобразователя движения j-й степени подвижности.

7.4. Кинематические погрешности и мертвый ход преобразователей движения

Кинематическая погрешность цилиндрической зубчатой передачи. Из-за наличия погрешностей изготовления зубчатых колес и сборки передачи угол φ_2 поворота ведомого колеса *2* реальной зубчатой передачи отличается от угла поворота ведомого колеса идеального механизма при одном и том же значении угла φ_1 поворота ведущего зубчатого колеса *1* (рис. 7.6):

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u_{12}} - \frac{\delta\psi}{R_2} = \frac{\varphi_1}{u_{12}} - \delta\varphi_2,$$

где u_{12} — передаточное отношение от первого зубчатого колеса ко второму; $\delta\psi$ — боковой зазор между зубьями ведущего и ведомого зубчатых колес; R_2 — радиус ведомого зубчатаго колеса; $\delta\varphi_2$ — погрешность положения ведомого колеса.

Алгебраическую разность между погрешностями положения ведомого колеса, вызванную погрешностями изготовления и сборки передачи, называют *кинематической погрешностью передачи.*

Кинематическую погрешность цилиндрической зубчатой передачи согласно ГОСТ 21098—82 определяют методом максимума-минимума и вероятностным методом.

При расчете по методу максимума-минимума минимальное значение кинематической погрешности зубчатой цилиндрической передачи по дуге делительной окружности ведомого колеса равно, мкм,

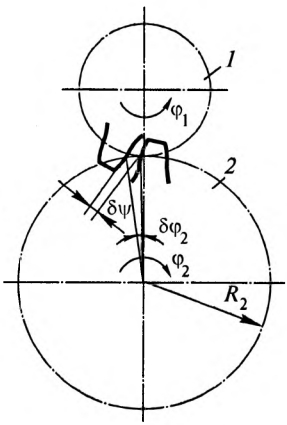


Рис. 7.6

$$F'_{io_{min}} = AK_s(F'_{i1} + F'_{i2}), \qquad (7.5)$$

максимальное значение кинематической погрешности, мкм,

$$F'_{io_{max}} = K[\sqrt{(F'_{i_1})^2 + (E_{\Sigma M_1})^2} + \sqrt{(F'_{i_2})^2 + (E_{\Sigma M_2})^2}], \qquad (7.6)$$

где A — коэффициент, учитывающий степень точности передачи (для зубчатой передачи 7-й и 8-й степеней точности $A = 0{,}71$, для остальных $A = 0{,}62$); K_s и K — коэффициенты фазовой компенсации, принимаемые в зависимости от передаточного отношения u (табл. 7.4); F'_i — допуск на кинематическую погрешность колеса, мкм; $E_{\Sigma M}$ — суммарная приведенная погрешность монтажа, мкм.

Допуск на кинематическую погрешность колеса определяют по формуле $F_i' = F_p + f_f$, где F_p — допуск на накопленную погрешность шага зубчатого колеса, мкм; f_f — допуск на погрешность профиля зуба, мкм, а суммарная приведенная погрешность монтажа равна, мкм,

$$E_{\Sigma M} = \sqrt{\left(\frac{e_r \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}\right)^2 + (e_a \operatorname{tg} \beta)^2},$$

где $\alpha = 20$ — угол зацепления, град; β — угол наклона линии зуба, град; $e_r = F_r$ — монтажное радиальное биение зубчатого колеса, мкм; e_a — монтажное осевое биение зубчатого колеса, мкм.

Монтажное радиальное биение зубчатого колеса вычисляют по формуле $e_r = 0{,}85\sqrt{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}$, где e_i — допуски на погрешности, создающие первичные радиальные биения колеса, мкм, а $e_a = 0{,}85\sqrt{\sum_{j=1}^{n} e_j^2}$, где e_j — допуски на погрешности, создающие первичные осевые биения колеса, мкм. В предварительных расчетах можно принимать $e_a = 5...15$ мкм.

Таблица 7.4. **Коэффициенты фазовой компенсации для зубчатой передачи**

u	K	K_s
1,0...1,5	0,98	0,73
1,5...2,0	0,85	0,76
2,0...2,5	0,83	0,75
2,5...3,0	0,93	0,74
3,0...3,5	0,97	0,75
3,5...4,0	0,96	0,80
4,0...4,5	0,96	0,90
4,5...5,0	0,96	0,87
5,0...5,5	0,98	0,85
5,5...6,0	0,96	0,88
6,0...6,5	0,97	0,94
Свыше 6,5	0,98	0,99

Примечание. Для передаточных отношений, не выражаемых целым числом, в случае работы передачи в пределах больше одного оборота колеса $K = K_s = 0{,}98$.

При вероятностном методе расчета максимальное значение кинематической погрешности F_{ioP}' цилиндрической зубчатой передачи, мкм:

$$F'_{io_P} = K_P F'_{io_{max}} \qquad (7.7)$$

где K_P — вероятностный коэффициент фазовой компенсации, принимаемый в зависимости от передаточного отношения u и процента риска Р по табл. 7.5.

Таблица 7.5. **Вероятностный коэффициент фазовой компенсации K_P для зубчатых передач**

Процент риска Р, %	Передаточное отношение u											
	1,0... 1,5	1,5... 2,0	2,0... 2,5	2,5... 3,0	3,0... 3,5	3,5... 4,0	4,0... 4,5	4,5... 5,0	5,0... 5,5	5,5... 6,0	6,0... 6,5	Свыше 6,5
32	0,58	0,68	0,60	0,74	0,71	0,71	0,68	0,71	0,78	0,70	0,78	0,80
10	0,92	0,78	0,73	0,88	0,82	0,82	0,80	0,82	0,90	0,88	0,91	0,94
4,5	0,95	0,83	0,81	0,91	0,92	0,91	0,88	0,92	0,94	0,94	0,94	0,96
1,0	0,96	0,84	0,82	0,92	0,95	0,95	0,94	0,95	0,97	0,95	0,96	0,96

Пересчет кинематической погрешности F'_{io}, выраженной в микрометрах, в угловые единицы — минуты, получим из пропорции

$$\frac{F'_{io}}{1000\pi d_2} = \frac{\delta\varphi}{360 \cdot 60}.$$

Откуда кинематическая погрешность $\delta\varphi$ цилиндрической зубчатой передачи в угловых единицах:

$$\delta\varphi = \frac{6{,}88}{d_2} F'_{io}, \qquad (7.8)$$

где d_2 — диаметр делительной окружности ведомого зубчатого колеса, мм.

Кинематическая погрешность цилиндрической зубчатой передачи, рад:

$$\delta\varphi = \frac{2F'_{io}}{d_2 \cdot 10^3} = \frac{1}{500 d_2} F'_{io}. \qquad (7.9)$$

Мертвый ход цилиндрической зубчатой передачи — это разность положений ведомого звена для одинаковых положений ведущего звена при прямом и обратном ходах передачи. Он проявляет себя в том, что при изменении направления вращения ведущего колеса ведомое некоторое время остается неподвижным.

Алгебраическую разность между погрешностями положений ведомого звена при обратном $J_{t_{обр}}$ и прямом $J_{t_{пр}}$ ходах называют *погрешностью мертвого хода передачи*: $J_t = J_{t_{обр}} - J_{t_{пр}}$.

При расчете по методу максимума-минимума минимальное значение мертвого хода $J_{t_{min}}$ цилиндрической зубчатой передачи, мкм:

$$J_{t_{\min}} = \frac{J_{n_{\min}}}{\cos\alpha \cos\beta}, \tag{7.10}$$

где $J_{n_{\min}}$ — гарантированный боковой зазор, мкм.

Максимальное значение мертвого хода цилиндрической зубчатой передачи, мкм:

$$J_{t_{\max}} = 0{,}7(E_{HS_1} + E_{HS_2}) + \sqrt{0{,}5(T_{H_1}^2 + T_{H_2}^2) + 2f_a^2 + G_{r1}^2 + G_{r2}^2}, \tag{7.11}$$

где E_{HS_1} и E_{HS_2} — наименьшее смещение исходного контура первого и второго колес, мкм; T_{H_1} и T_{H_2} — допуск на смещение исходного контура первого и второго колес, мкм; $\pm f_a$ — предельное отклонение межосевого расстояния (плюс — верхнее, минус — нижнее), мкм; $G_{r1} = e_{r1} = F_{r1}$ и $G_{r2} = e_{r2} = F_{r2}$ — радиальный зазор (люфт) в опоре вращения первого и второго колес, мкм.

При вероятностном методе расчета максимальное значение мертвого хода, мкм:

$$J_{tP} = K_P J_{t_{\max}}. \tag{7.12}$$

Значение мертвого хода в угловых единицах — минутах:

$$J_\varphi = \frac{6{,}88}{d_2} J_t, \tag{7.13}$$

а также в радианах:

$$J_\varphi = \frac{1}{500 d_2} J_t. \tag{7.14}$$

Кинематическая погрешность и мертвый ход конической зубчатой передачи. Минимальное и максимальное значения кинематической погрешности и минимальное значение мертвого хода конической зубчатой передачи определяют как для цилиндрической зубчатой передачи, но с учетом, что $F_i' = F_p + 1{,}15 f_c$ — для конических и гипоидных зубчатых передач, $F_i' = F_p + 1{,}15 f_f$ — для мелкомодульных конических зубчатых передач (допуск на накопленную погрешность шага зуба F_p, допуск на погрешность обката зубцовой частоты f_c, допуск на погрешность профиля зуба f_f, гарантированный боковой зазор $J_{n_{\min}}$).

Максимальное значение мертвого хода конической зубчатой передачи, мкм,

$$J_{t_{\max}} = 0{,}94(E_{\overline{S}_{S1}} + E_{\overline{S}_{S2}}) + \sqrt{0{,}46[(f_{AM_1}\sin\delta_1)^2 + (f_{AM_2}\sin\delta_2)^2 + \tag{7.15}$$

$$+ (G_{a1}\sin\delta_1)^2 + (G_{a2}\sin\delta_2)^2 + E_\Sigma^2 + (G_{r1}\cos\delta_1)^2 + (G_{r2}\cos\delta_2)^2] + 0{,}9(T_{\overline{S}_1}^2 + T_{\overline{S}_2}^2),}$$

где $E_{\bar{S}_{S1}}$ и $E_{\bar{S}_{S2}}$ — наименьшее отклонение средней делительной толщины зуба первого и второго колес по хорде, мкм; $\pm f_{AM}$ — предельное осевое смещение зубчатого венца, мкм; $G_{a1} = e_{a1}$ и $G_{a2} = e_{a2}$ — осевой зазор в опоре вращения первого и второго зубчатых колес, мкм; $\pm E_{\Sigma}$ — предельное отклонение межосевого угла, мкм; $T_{\bar{S}_1}$ и $T_{\bar{S}_2}$ — допуск на среднюю делительную толщину зуба первого и второго зубчатых колес по хорде, мкм; δ_1 и δ_2 — угол делительного конуса первого и второго зубчатых колес передачи, град.

При вероятностном методе расчета максимальное значение кинематической погрешности и мертвого хода определяют по формулам (7.7) и (7.12).

Пересчет значений кинематической погрешности и мертвого хода конической зубчатой передачи, выраженных в микрометрах, в угловые единицы проводят аналогично расчету для цилиндрической зубчатой передачи.

Кинематическая погрешность и мертвый ход реечной зубчатой передачи. Минимальное и максимальное значения кинематической погрешности и мертвого хода реечной зубчатой передачи определяют так же, как и для цилиндрической зубчатой передачи с учетом $G_{r2} = 0$, $E_{\Sigma M_2} = 0$. Значения коэффициентов фазовой компенсации K и K_s и вероятностного коэффициента K_P определяют по табл. 7.6 и 7.7, гарантированного бокового зазора $J_{n_{\min}}$, наименьшего дополнительного смещения исходного контура E_{HS}, допуска на смещение исходного контура T_H, предельного отклонения межосевого расстояния f_a, допуска на накопленную погрешность шага зубчатой рейки F_p, допуска на погрешность профиля зуба f_f — по ГОСТ 10242—81; ГОСТ 13506—81.

Пересчет значений кинематической погрешности и мертвого хода реечной зубчатой передачи, выраженных в микрометрах, в угловые единицы производят как и для цилиндрической зубчатой передачи.

Таблица 7.6. **Коэффициенты фазовой компенсации K и K_S для зубчатой реечной передачи**

u	K	K_S
0,25...0,50	0,90	0,07
0,50...0,75	0,95	0,17
0,75...1,00	0,80	0,40
1,00...1,25	0,80	0,65
1,25...1,50	0,95	0,65
1,50...1,75	0,95	0,60
1,75...2,00	0,88	0,59
2,00...2,25	0,87	0,68
2,25...2,50	0,94	0,78
2,50...2,75	0,98	0,72
2,75...3,00	0,92	0,68

u	K	K_S
3,00...3,25	0,90	0,73
3,25...3,50	0,95	0,83
Свыше 3,50	0,98	0,98

Таблица 7.7. **Вероятностный коэффициент K_P для зубчатой реечной передачи**

P, %	Передаточное отношение u												
	0,25 ... 0,50	0,50 ... 0,75	0,75 ... 1,00	1,00 ... 1,25	1,25 ... 1,50	1,50 ... 1,75	1,75 ... 2,00	2,00 ... 2,25	2,25 ... 2,50	2,50 ... 2,75	2,75 ... 3,00	3,00 ... 3,25	Свыше 3,25
32	0,54	0,62	0,42	0,54	0,70	0,70	0,76	0,73	0,76	0,76	0,73	076	0,78
10	0,81	0,89	0,75	0,70	0,86	0,86	0,86	0,81	0,84	0,91	0,82	0,86	0,91
4,5	0,85	0,87	0,77	0,76	0,88	0,88	0,84	0,84	0,90	0,93	0,86	0,90	0,94
1,0	0,88	0,89	0,78	0,78	0,89	0,89	0,86	0,86	0,93	0,95	0,88	0,99	0,96

Кинематическая погрешность и мертвый ход цилиндрической червячной передачи. Минимальное значение кинематической погрешности червячной передачи при расчете по методу максимума-минимума равно, мкм:

$$F'_{io_{min}} = 0{,}62\,[0{,}7(f_{hk} + f_{f1}) + F'_{i2}]\,, \qquad (7.16)$$

где f_{hk} — допуск на погрешность винтовой линии на длине нарезанной части червяка, мкм; f_{f1} — допуск на погрешность профиля витка червяка, мкм; $F'_{i2} = F_p + f_{f2}$ (F_p — допуск на накопленную погрешность шага червячного колеса; f_{f2} — допуск на погрешность профиля зуба червячного колеса) — допуск на наибольшую кинематическую погрешность червячного колеса.

Максимальное значение кинематической погрешности передачи, мкм:

$$F'_{io_{max}} = 0{,}8\sqrt{(f_{hk} + f_{f1})^2 + E^2_{\Sigma M_1}} + \sqrt{(F'_{i2})^2 + E^2_{\Sigma M_2}}\,, \qquad (7.17)$$

где $E_{\Sigma M_1}$ — суммарная приведенная погрешность монтажа червяка, мкм; $E_{\Sigma M_2}$ — суммарная приведенная погрешность монтажа зубчатого колеса, мкм.

Формула для расчета суммарной приведенной погрешности имеет вид $E_{\Sigma M_1} = 1{,}2\sqrt{e^2_{a1} + (e_{r1}\operatorname{tg}\alpha\,\operatorname{tg}\gamma)^2}$, где $\alpha = 20$ — торцовый угол профиля червяка, град; $\operatorname{tg}\gamma = z_1/q$ ($z_1 = 1, 2, 4$ — число заходов червяка; $q = 8; 10; 12{,}5; 16; 20$ — коэффициент диаметра червяка, рекомендуют $q \geqslant 0{,}25z_2$; z_2 — число зубьев колеса); γ — угол подъема линии витка червяка по делительной окружности, град; $e_{a1} \approx 5...15$ мкм — осевое биение червяка; $e_{r1} \approx F_{r1}$ — радиальное биение червяка, мкм.

Суммарную приведенную погрешность монтажа зубчатого колеса определяют по формуле:

$$E_{\Sigma M_2} = \sqrt{\left(\frac{e_{r2}\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta}\right)^2 + (e_{a2}\operatorname{tg}\beta)^2}.$$

При расчете по вероятностному методу, мкм,

$$F'_{iOP} = K_P F'_{iO_{max}}, \tag{7.18}$$

где K_P — вероятностный коэффициент фазовой компенсации.

Вероятностный коэффициента для червячной передачи:

P, %	32	10	4,5	1,0	0,27
K_P	0,76	0,80	0,86	0,96	0,98

При расчете по методу максимума-минимума минимальное значение мертвого хода червячной передачи, мкм,

$$J_{t_{min}} = \frac{J_{n_{min}}}{\cos\alpha\cos\beta}, \tag{7.19}$$

где $J_{n_{min}}$ — гарантированный боковой зазор, мкм.

Максимальное значение мертвого хода червячной передачи, мкм:

$$J_{t_{max}} = 0{,}94E_{\overline{SS}} + \sqrt{0{,}9(T_S^2 + G_{a1}^2) + 2(f_a^2 + f_{ac}^2) + G_{r1}^2 + G_{r2}^2}, \tag{7.20}$$

где $E_{\overline{SS}} = E'_{\overline{SS}} + E''_{\overline{SS}}$ — минимальное отклонение толщины витка червяка по хорде, мкм; $T_{\overline{S}}$ — допуск на толщину витка червяка по хорде, мкм; $\pm f_{ac} = 0{,}75 f_a$ — предельное отклонение межосевого расстояния в обработке, мкм (f_a — предельное отклонение межосевого расстояния червячной передачи).

При вероятностном методе расчета, мкм:

$$J_{tP} = K_P J_{t_{max}}. \tag{7.21}$$

Кинематическую погрешность и мертвый ход червячной передачи в угловых единицах определяют так же, как и для цилиндрической зубчатой передачи.

Кинематическая погрешность волновой зубчатой передачи. Минимальное и максимальное значения кинематической погрешности передачи в минутах:

$$\delta\varphi_{min} = \frac{3{,}67(F_{r_1} + F_{r_2})}{40 + d_1}; \quad \delta\varphi_{max} = \frac{4{,}67(F_{r_1} + F_{r_2})}{40 + d_1}, \tag{7.22}$$

а в радианах:

$$\delta\varphi_{min} = \frac{10{,}67(F_{r_1} + F_{r_2})}{10^4(40 + d_1)}; \quad \delta\varphi_{max} = \frac{13{,}58(F_{r_1} + F_{r_2})}{10^4(40 + d_1)}, \tag{7.23}$$

где F_{r_1} и F_{r_2} — допуски на радиальные биения зубчатых венцов гибкого и жесткого зубчатых колес, мкм; d_1 — делительный диаметр гибкого зубчатого колеса, мм.

При вероятностном методе расчета значения максимальной кинематической погрешности в минутах или радианах можно получить как произведение вероятностного коэффициента K_P фазовой компенсации, определяемого по табл. 7.5, и максимальной кинематической погрешности $\delta\varphi_{max}$:

$$\delta\varphi_P = K_P \delta\varphi_{max}. \tag{7.24}$$

Мертвый ход волновой зубчатой передачи из-за многопарности зацепления и в зависимости от точности изготовления ее отдельных элементов можно приближенно считать равным 1...9′.

Кинематическая погрешность и мертвый ход винтовой передачи скольжения. Минимальное и максимальное значения кинематической погрешности передачи при расчете по методу максимума-минимума, мкм:

$$F'_{io_{min}} = 0{,}62\delta t_\Sigma; \tag{7.25}$$

$$F'_{io_{max}} = \sqrt{(\delta t_\Sigma)^2 + (E_{\Sigma M})^2}, \tag{7.26}$$

где δt_Σ — накопленная погрешность шага резьбы — разность между действительным и номинальным расстояниями любых несоседних профилей витков резьбы по образующей среднего диаметра, $\delta t_\Sigma \approx 5...15$ мкм; $E_{\Sigma M}$ — суммарная приведенная погрешность монтажа винта, мкм: $E_{\Sigma M} = \sqrt{e_a^2 + (e_r \operatorname{tg}\psi)^2}$, где $e_a = 5...15$ мкм — осевое биение винта; $e_r = 5...15$ мкм— радиальное биение винта; ψ — угол подъема винтовой линии, град:

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{P_h}{\pi d_2},$$

где $P_h = Pn$ — ход резьбы, мм (P — шаг резьбы, мм; n — число заходов резьбы); d_2 — средний диаметр резьбы винта, мм.

При расчете вероятностным методом максимальное значение кинематической погрешности, мкм:

$$F'_{ioP} = K_P F'_{io_{max}}, \tag{7.27}$$

где K_P — вероятностный коэффициент фазовой компенсации.

В зависимости от процента риска Р коэффициент K_P принимает значение:

Р, %	32,00	10,00	4,50	1,00	0,27
K_P	0,76	0,80	0,86	0,96	0,98

Значение кинематической погрешности в минутах равно

$$\delta\varphi = \frac{21{,}6F'_{io}}{P_h}, \tag{7.28}$$

а в радианах

$$\delta\varphi = \frac{1}{159{,}15P_h} F'_{io}. \tag{7.29}$$

Минимальное значение мертвого хода винтовой передачи скольжения при расчете методом максимума-минимума, мкм:

$$J_{t_{min}} = b'' \operatorname{tg} \psi. \tag{7.30}$$

Максимальное значение мертвого хода, мкм:

$$J_{t_{max}} = b' \operatorname{tg} \psi + \sqrt{[(b'' - b')\operatorname{tg} \psi]^2 + (b \operatorname{tg} \psi)^2 + G_{a1}^2 + G_{a2}^2}, \tag{7.31}$$

где b' и b'' — верхнее и нижнее предельные отклонения среднего диаметра винта, мкм; b — верхнее отклонение среднего диаметра гайки, мкм; $G_{a1} = e_{a1}$ и $G_{a2} = e_{a2}$ — осевые зазоры в опорах вращения, мкм.

При вероятностном методе расчета максимальное значение мертвого хода, мкм:

$$J_{tP} = K_P J_{t_{max}}. \tag{7.32}$$

Значение мертвого хода в минутах

$$J_\varphi = \frac{21{,}6}{P_h} J_t \tag{7.33}$$

и в радианах

$$J_\varphi = \frac{1}{159{,}15P_h} J_t. \tag{7.34}$$

Кинематическая погрешность и мертвый ход шариковинтовой передачи (ШВП). Максимальное и минимальное значения кинематической погрешности ШВП на длине ℓ_p рабочего участка резьбы винта:

$$F'_{io\,\substack{max \\ min}} = \frac{e_p}{2} \pm \frac{V_{пр}}{2}, \tag{7.35}$$

где e_p — допускаемая кинематическая погрешность передачи, мкм (табл. 7.8); $V_{пр}$ — ширина полосы колебаний кинематической погрешности на рабочей длине ℓ_p резьбы винта, мкм (табл. 7.8).

Вероятностное значение кинематической погрешности, мкм:

$$F'_{ioP} = K_P F'_{io\,max}, \tag{7.36}$$

где K_P — вероятностный коэффициент фазовой компенсации.

Значение кинематической погрешности в минутах

$$\delta\varphi = \frac{21{,}6}{P_h} F'_{io}, \tag{7.37}$$

в радианах

$$\delta\varphi = \frac{1}{159{,}15P_h} F'_{io}, \tag{7.38}$$

где $P_h = Pn$ — ход резьбы, мм; P — шаг резьбы, мм; n — число заходов резьбы.

Таблица 7.8. **Допускаемые значения показателей кинематической точности, мкм**

Рабочая длина $\ell_р$, мм		Класс точности							
		П1		П3		П5		П7	
Свыше	До	$e_р$	$V_{пр}$	$e_р$	$V_{пр}$	$e_р$	$V_{пр}$	$e_р$	$V_{пр}$
—	315	6	6	12	12	23	23	52	52
315	400	7	6	13	12	25	25	56	55
400	500	8	7	15	13	27	26	62	58
500	630	9	7	16	14	30	29	70	62
630	800	10	8	18	16	35	31	79	68
800	1000	11	9	21	17	40	35	91	74
1000	1250	13	10	24	19	46	39	105	82
1250	1600	15	11	29	22	54	44	124	93
1600	2000	18	13	35	25	65	51	148	106
2000	2500	22	15	41	29	77	59	176	123
2500	3150	26	17	50	34	93	69	213	143

Минимальное и максимальное значения мертвого хода с учетом упругих деформаций соединения винт—гайка, винта и опор, мкм:

$$J_{t\,\min}^{\max} = 2\cdot 10^3 (0{,}01 d_{ш} - \Delta d_{ш}) \sin\beta + \Delta_{в.м} + \Delta_{в} + \Delta_{оп}, \tag{7.39}$$

где $d_ш$ — диаметр шарика, мм; $\Delta d_ш$ — предельное отклонение диаметра шарика, мм (табл. 7.9); $\beta = 45^o$ — угол контакта шариков с винтом и гайкой; $\Delta_{в.м}$ — упругая деформация соединения винт—гайка, мкм; $\Delta_в$ — упругая деформация винта, мкм; $\Delta_{оп}$ — упругая деформация опор, мкм.

Формула для упругой деформации соединения имеет вид:

$$\Delta_{в.м} = F_a / 2{,}6 d_o^{0{,}89} d_ш^{-0{,}56} k_в^{0{,}67} F_a^{0{,}33} k_R,$$

где F_a — осевая сила, Н; d_o — диаметр окружности, на которой расположены центры шариков, мм; $k_в$ — число рабочих витков; k_R — коэффициент, зависящий от класса точности передачи (для классов точности П1, П3, П5, П7 k_R принимает значения 1,2; 1,1; 1,0; 0,95 соответственно).

Упругую деформацию винта определяют по формуле $\Delta_в = 4 \cdot 10^3 \ell F_a / \pi d_o^2 E$, где ℓ — длина винта между серединами гайки и опоры, мм; $E = (2...2{,}2) \cdot 10^5$ МПа — модуль упругости первого рода (модуль Юнга) материала винта.

Упругая деформация $\Delta_{оп} = F_a / K_п d_{ш.в}$, где $K_п$ — коэффициент, зависящий от типа подшипника (25...30 для шариковых радиально-упорных подшипников с углом контакта 60°, 70° для упорных роликовых подшипников); $d_{ш.в}$ — диаметр шейки винта под подшипник, мм. При отсутствии точных данных приближенно можно принимать $d_{ш.в} = d_н - (2...5)$ мм; ($d_н$ — внешний диаметр винта).

Таблица 7.9. **Предельные отклонения размеров шариков $\Delta d_ш$ для всех степеней точности, мм**

Интервал номинальных диаметров шариков $d_ш$, мм		Класс точности				
Свыше	До	высокий В	нормальный Н	повышенный П	разного назначения Р	
0,8	3	±0,0025	±0,005	±0,010	±0,025	−0,050
3	6	±0,0050	±0,010	±0,025	+0,050	−0,100
6	10	±0,0050	±0,025	±0,050	+0,075	−0,150

При выполнении передачи с натягом, мкм:

$$J_{t\,\max\limits_{\min}} = \Delta_{в.м} + \Delta_в + \Delta_{оп}, \tag{7.40}$$

где $\Delta_{в.м} = F_{a\Sigma} / 2{,}6 d_o^{0,89} d_ш^{-0,56} k_в^{0,67} F_н^{0,33} k_R$; $\Delta_в = 4 \cdot 10^3 \ell F_{a\Sigma} / \pi d_o^2 E$; $\Delta_{оп} = F_{a\Sigma} / K_п d_{ш.в}$.

Здесь $F_{a\Sigma}$ — суммарная осевая сила, действующая на рабочую гайку, Н:

$$\begin{cases} F_{a\Sigma} = F_н + F_a, & \text{если } F_н < 0{,}35 F_a; \\ F_{a\Sigma} = F_н + 0{,}65 F_a, & \text{если } F_н > 0{,}35 F_a, \end{cases} \tag{7.41}$$

где $F_н$ — сила предворительного натяга, Н (см. 9.1).

Вероятностное значение мертвого хода, мкм:

$$J_{tP} = K_P J_{t\max}. \tag{7.42}$$

Значение мертвого хода определяют по формулам в минутах

$$J_\varphi = \frac{21{,}6}{P_h} J_t \tag{7.43}$$

и в радианах

$$J_\varphi = \frac{1}{159{,}15 P_h} J_t. \tag{7.44}$$

Кинематическая погрешность многоступенчатых преобразователей движения. Суммарная кинематическая погрешность многоступенчатого преобразователя движения при расчете по методу максимума-минимума, приведенная к выходному звену, равна:

$$\delta_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \delta_i, \tag{7.45}$$

где δ_i — кинематическая погрешность i-й передачи; ε_i — передаточный коэффициент погрешности i-й передачи, учитывающий изменение кинематической погрешности передачи при приведении ее к выходному звену кинематической цепи.

Для i-й передачи кинематическая погрешность принимает значения

$$\delta_i = \begin{cases} \delta_{\varphi i}, \text{ погрешности при преобразовании вращательного или поступательного движения во вращательное, рад (минуты);} \\ F'_{io}, \text{ при преобразовании поступательного или вращательного движения в поступательное, м,} \end{cases}$$

а передаточный коэффициент погрешности вычисляют по формуле

$$\varepsilon_i = \frac{1}{u_{i+1,n}} = \frac{1}{\prod_{k=i+1}^{n} u_k}, \tag{7.46}$$

где $u_{i+1,n}$ — передаточное отношение между $(i+1)$-й передачей и выходным звеном многоступенчатого механизма; u_k — передаточное отношение k-й передачи; n — число передач.

При расчете по вероятностному методу суммарная кинематическая погрешность

$$\delta_{\Sigma P} = E_{V\Sigma}^{\varphi} + t_1 \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\varepsilon_i V_i^{\varphi})^2}, \tag{7.47}$$

где $E_{V\Sigma}^{\varphi} = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \frac{\delta_{i\,\max} + \delta_{i\,\min}}{2}$ — координата середины поля рассеяния кинематической погрешности кинематической цепи; t_1 — коэффициент, выбираемый из табл. 7.10 в зависимости от процента риска P; $V_i^{\varphi} = \delta_{i\,\max} - \delta_{i\,\min}$ — поле рассеяния кинематической погрешности i-й передачи.

Таблица 7.10. **Коэффициенты t_1 и t_2**

Процент риска P, %	t_1	t_2
10,00	0,26	0,21
4,50	0,35	0,28
1,00	0,48	0,39
0,27	0,57	0,46

Если выходное колесо одной или нескольких передач совершает неполный оборот, то соответствующие значения кинематических погрешностей рассматриваемых передач (кроме винтовых), рассчитанные по формулам, умножают на коэффициент K_φ, значение которого выбирают в зависимости от угла поворота выходного звена:

φ, град	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
K_φ. . .	0,02	0,07	0,15	0,25	0,37	0,5	0,63	0,75	0,85	0,93	0,98	1

Для ИУ робота в целом вектор суммарных кинематических погрешностей отдельных степеней подвижности равен:

$$\boldsymbol{\delta}_\Sigma = \boldsymbol{\Delta\varepsilon}, \tag{7.48}$$

где $\boldsymbol{\delta}_\Sigma = [\delta_{\Sigma_1}\ \delta_{\Sigma_2} \ldots \delta_{\Sigma_n}]^T$ ($\delta_{\Sigma j}$ — суммарная кинематическая погрешность j-й степени подвижности);

$$\boldsymbol{\Delta} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \ldots & \delta_{m1} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \ldots & \delta_{m2} \\ \vdots & & \ldots & \\ \delta_{1n} & \delta_{2n} & \ldots & \delta_{mn} \end{bmatrix}$$

— матрица кинематических погрешностей преобразователей движения степеней подвижности (δ_{ij} — кинематическая погрешность i-й передачи j-й степени подвижности; m — число передач в j-й степени подвижности; n — число степеней подвижности);

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \ldots & \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \ldots & \varepsilon_{2n} \\ \vdots & & \ldots & \\ \varepsilon_{m1} & \delta_{m2} & \ldots & \varepsilon_{mn} \end{bmatrix},$$

— матрица передаточных коэффициентов погрешностей преобразователей движения степеней подвижности (ε_{ij} — передаточный коэффициент погрешности i-й передачи j-й степени подвижности).

Мертвый ход многоступенчатых преобразователей движения. Суммарный мертвый ход многоступенчатого преобразователя движения при расчете по методу максимума-минимума, приведенный к выходному звену, равен

$$J_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i J_i, \tag{7.49}$$

где

$$J_i = \begin{cases} J\varphi_i, \text{ при преобразовании вращательного или поступательного движения во вращательное, рад (минуты);} \\ J_{li}, \text{ при преобразовании поступательного или вращательного движения в поступательное, м,} \end{cases}$$

— мертвый ход i-й передачи.

При расчете по вероятностному методу суммарный мертвый ход равен

$$J_{\Sigma P} = E^j_{V\Sigma} + t_2\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_i V_i^j)^2}, \tag{7.50}$$

где $E^j_{V\Sigma} = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i \frac{J_{i\max} + J_{i\min}}{2}$ — координата середины поля рассеяния мертвого хода механизма; t_2 — коэффициент, выбираемый из табл. 7.10 в зависимости от процента риска P; $V_i^j = J_{i\max} - J_{i\min}$ — поле рассеяния мертвого хода i-й передачи.

Для всего ИУ робота вектор суммарных мертвых ходов отдельных СП равен

$$\mathbf{J}_\Sigma = \mathbf{J}\boldsymbol{\varepsilon}, \tag{7.51}$$

где $\mathbf{J}_\Sigma = [J_{\Sigma_1}\ J_{\Sigma_2} \dots J_{\Sigma_m}]^{\mathrm{T}}$ (J_{Σ_j} — суммарный мертвый ход j-й степени подвижности)

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{21} & \dots & J_{m1} \\ J_{12} & J_{22} & \dots & J_{m2} \\ \vdots & & \dots & \\ J_{1n} & J_{2n} & \dots & J_{mn} \end{bmatrix}$$

— матрица мертвых ходов преобразователей движения степеней подвижности (J_{ij} — мертвый ход i-й передачи j-й степени подвижности; m — число передач в j-й степени подвижности; n — число степеней подвижности).

7.5. Погрешности обобщенных координат, вызванные податливостью преобразователей движения приводов

Звенья преобразователей движения приводов ИУ робота не являются абсолютно жесткими. Под действием нагрузок они деформируются. Это приводит к изменению положения функциональных звеньев, т.е. возникновению погрешностей обобщенных координат.

Рассмотрим j-й привод ИУ (рис. 7.7), состоящий из двигателя $\mathbf{M}_j$, преобразователя движения $\mathrm{ПД}_j$, имеющего податливость e_j, и j-го функционального звена. От действия внешней силы $\mathbf{F}$ в j-й степени подвижности возникает обобщенная сила

$$Q_j = \mathbf{F}\frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial q_j} = F_x\frac{\partial x_C}{\partial q_j} + F_y\frac{\partial y_C}{\partial q_j} + F_z\frac{\partial z_C}{\partial q_j}, \tag{7.52}$$

где x_C, y_C, z_C — проекции точки C рабочего органа на оси координат; q_j — j-я обобщенная координата.

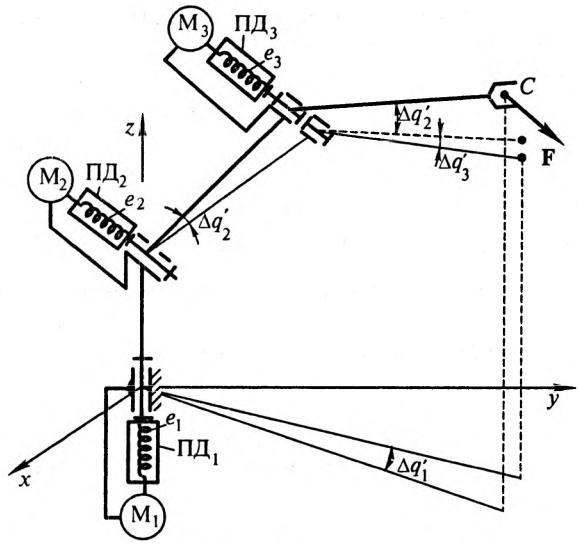


Рис. 7.7

Обобщенная сила вызывает деформацию преобразователя движения j-го привода, что приводит к появлению погрешности j-й обобщенной координаты, рад,

$$\Delta q'_j = e_j Q_j. \tag{7.53}$$

Для всего ИУ вектор погрешностей обобщенных координат из-за податливостей преобразователей движения степеней подвижности можно записать в виде:

$$\Delta \mathbf{q}' = \mathbf{E}\mathbf{F}, \tag{7.54}$$

где $\Delta \mathbf{q}' = [\Delta q'_1\ \Delta q'_2 \ldots \Delta q'_n]^{\mathrm{T}}$ ($\Delta q'_j$ — погрешность j-й степени подвижности);

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_1 \dfrac{\partial x_C}{\partial q_1} & e_1 \dfrac{\partial y_C}{\partial q_1} & e_1 \dfrac{\partial z_C}{\partial q_1} \\ e_2 \dfrac{\partial x_C}{\partial q_2} & e_2 \dfrac{\partial y_C}{\partial q_2} & e_2 \dfrac{\partial z_C}{\partial q_2} \\ \vdots & & \\ e_n \dfrac{\partial x_C}{\partial q_n} & e_n \dfrac{\partial y_C}{\partial q_n} & e_n \dfrac{\partial z_C}{\partial q_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{1y} & \ldots & e_{1z} \\ e_{2x} & e_{2y} & \ldots & e_{2z} \\ \vdots & & & \\ e_{nx} & e_{ny} & \ldots & e_{nz} \end{bmatrix}$$

— матрица податливостей преобразователей движения степеней подвижности ($e_{jx} = e_i \dfrac{\partial x_C}{\partial q_j}$; $e_{jy} = e_i \dfrac{\partial y_C}{\partial q_j}$; $e_{jz} = e_i \dfrac{\partial z_C}{\partial q_j}$ — приведенные податливости в j-й

степени подвижности; e_i — податливость i-го элемента k-й группы одноименных элементов (например, только валов, только зубьев зубчатых колес и т.д.) преобразователя движения j-й СП); $\mathbf{F} = [F_x\ F_y\ F_z]^{\mathrm{T}}$ — вектор внешней силы, приложенной к РО ИУ (F_x, F_y, F_z — проекции вектора $\mathbf{F}$ внешней силы на координатные оси x, y, z).

7.6. Погрешности обобщенных координат, вызванные упругими свойствами функциональных звеньев

При нагружении ИУ силой $\mathbf{F}$ функциональные звенья упруго деформируются. На рис. 7.8 положение недеформированного ИУ изображено сплошной основной линией, деформированного — штриховой.

Ввиду малой кривизны изгиба продольной оси звеньев их можно условно заменить прямолинейными осями (сплошная тонкая линия). Угол $\Delta\varphi_j$ между начальным (штрихпунктирная линия) и конечным положениями j-го функционального звена представляет собой его угловую деформацию:

$$\Delta\varphi_j = \frac{\delta_{k_i}}{\ell_i} = e_i M_i, \tag{7.55}$$

где δ_{k_i} — линейная деформация (перемещение конечной точки) i-го звена; ℓ_i — длина i-го звена; e_i — податливость i-го звена; M_i — эквивалентный момент i-го звена.

При изгибе

$$e_i = \int_0^{\ell_i} \frac{dz_i}{E_i J_i}, \tag{7.56}$$

где E_i — модуль упругости первого рода материала i-го звена; J_i — осевой момент инерции поперечного сечения i-го звена.

При кручении $e_i = \ell_i / G_i J_{p_i}$, где G_i — модуль упругости второго рода материала i-го звена; J_{p_i} — полярный момент инерции поперечного сечения i-го звена.

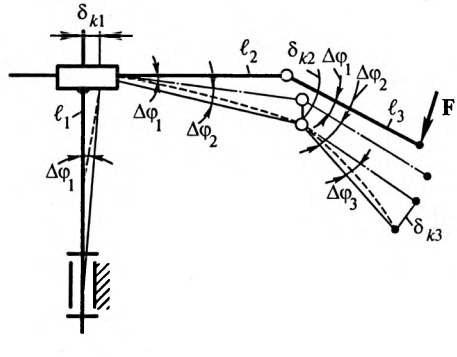


Рис. 7.8

Эквивалентный момент i-го звена определяют по формуле $M_i = M_{F_i} M_{1_i} / \ell_i$, где M_{F_i} и M_{1_i} — аналитические выражения изгибающих и крутящих моментов на i-м звене соответственно от внешней нагрузки и единичной силы.

Так как исполнительное устройство робота имеет несколько степеней подвижности, то вектор погрешностей обобщенных координат

$$\Delta\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{E}_{\text{зв}}\mathbf{M},$$

где $\Delta\boldsymbol{\varphi} = [\Delta\varphi_1\ \Delta\varphi_2 \dots \Delta\varphi_n]^{\mathrm{T}}$; $\Delta\varphi_j$ — погрешность j-й обобщенной координаты;

$\mathbf{E}_{\text{зв}} = \begin{bmatrix} e_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & e_m \end{bmatrix}$ — матрица податливостей функциональных звеньев при изгибе и кручении; $\mathbf{M} = [M_1\ M_2 \dots M_m]^{\mathrm{T}}$ — вектор эквивалентных моментов.

7.7. Погрешность установки исполнительного устройства робота

В процессе эксплуатации нескольких роботов с общим управлением неточность установки ИУ какого-либо робота относительно общей БСК x_0, y_0, z_0 (рис. 7.9) приводит к появлению погрешности позиционирования этого робота. Аналогичное может произойти и при замене одного из роботов.

В этом случае вектор погрешности позиционирования робота можно записать в виде:

$$\Delta\mathbf{r}_{\text{уст}} = \frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_0}\Delta q_0 + \frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial\tau}\Delta\tau, \tag{7.57}$$

где $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор ХРТ C исполнительного устройства робота; q_0 — установочная обобщенная координата — угол между осью x_0 БСК и проекцией L радиуса-вектора $\mathbf{r}_C$ на горизонтальную плоскость $x_0 0 y_0$, т.е.

$$L = \ell_1\cos\tau + \ell_2\cos(\tau + q_2) + \ell_3\cos(\tau + q_2 + q_3);$$

Δq_0 — погрешность установочной обобщенной координаты. Она представляет собой погрешность (угол) $\Delta\tau_z$ установки ИУ относительно оси z_0, т.е.

$$\Delta q_0 = \Delta\tau_z, \tag{7.58}$$

где τ — угол между осью z_0 и прямой L; $\Delta\tau$ — погрешность угла τ:

$$\Delta\tau = (\Delta z_x + \Delta z_y) / L. \tag{7.59}$$

Здесь Δz_x и Δz_y — перемещения вдоль оси z_0, вызванные погрешностями $\Delta\tau_x$ и $\Delta\tau_y$ установки ИУ относительно осей x_0 и y_0:

$$\begin{cases} \Delta z_x = L\sin q_0\Delta\tau_x; \\ \Delta z_y = L\cos q_0\Delta\tau_y. \end{cases} \tag{7.60}$$

После подстановки (7.60) в (7.59) получим угол $\Delta\tau$ в виде

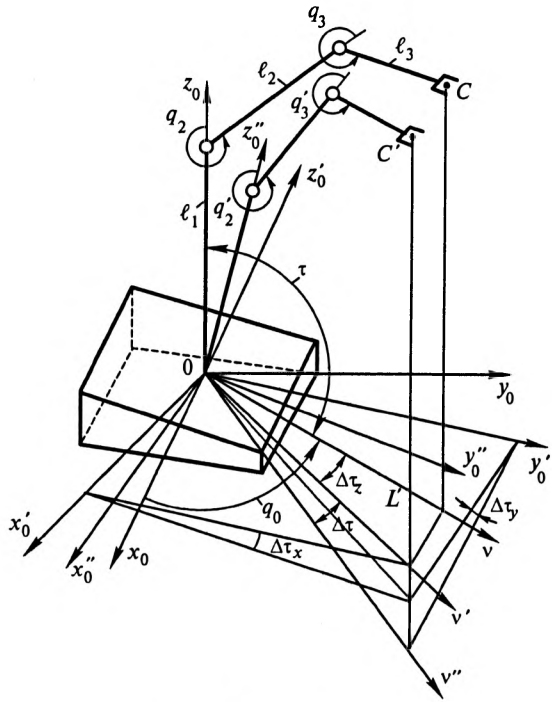


Рис. 7.9

$$\Delta\tau = \Delta\tau_x \sin q_0 + \Delta\tau_y \cos q_0. \tag{7.61}$$

Решая совместно (7.57), (7.58) и (7.61), получим вектор погрешности позиционирования робота из-за погрешностей установки ИУ

$$\Delta\mathbf{r}_{\text{уст}} = \frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial \tau}\sin q_0 \Delta\tau_x + \frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial \tau}\cos q_0 \Delta\tau_y + \frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial q_0}\Delta\tau_z, \tag{7.62}$$

где $\Delta\mathbf{r}_{\text{уст}} = [\Delta x_{\text{уст}}\ \Delta y_{\text{уст}}\ \Delta z_{\text{уст}}]^{\mathrm{T}}$.

В проекциях на оси координат:

$$\begin{cases} \Delta x_{\text{уст}} = \dfrac{\partial x_C}{\partial \tau}\sin q_0 \Delta\tau_x + \dfrac{\partial x_C}{\partial \tau}\cos q_0 \Delta\tau_y + \dfrac{\partial x_C}{\partial q_0}\Delta\tau_z; \\ \Delta y_{\text{уст}} = \dfrac{\partial y_C}{\partial \tau}\sin q_0 \Delta\tau_x + \dfrac{\partial y_C}{\partial \tau}\cos q_0 \Delta\tau_y + \dfrac{\partial y_C}{\partial q_0}\Delta\tau_z; \\ \Delta z_{\text{уст}} = \dfrac{\partial z_C}{\partial \tau}\sin q_0 \Delta\tau_x + \dfrac{\partial z_C}{\partial \tau}\cos q_0 \Delta\tau_y + \dfrac{\partial z_C}{\partial q_0}\Delta\tau_z, \end{cases} \tag{7.63}$$

где $x_C = L\cos q_0$, $y_C = L\sin q_0$, $z_C = L$ — проекции радиуса-вектора $\mathbf{r}_C$ на оси x_0, y_0 и z_0.

Выражение (7.62) с учетом зависимостей (7.63) можно записать в виде:

$$\Delta \mathbf{r}_{\text{уст}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\tau}) \cdot \Delta \boldsymbol{\tau}, \tag{7.64}$$

где

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\tau}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_C}{\partial \tau} \sin q_0 & \dfrac{\partial x_C}{\partial \tau} \cos q_0 & \dfrac{\partial x_C}{\partial \tau} \\ \dfrac{\partial y_C}{\partial \tau} \sin q_0 & \dfrac{\partial y_C}{\partial \tau} \cos q_0 & \dfrac{\partial y_C}{\partial \tau} \\ \dfrac{\partial z_C}{\partial \tau} \sin q_0 & \dfrac{\partial z_C}{\partial \tau} \cos q_0 & \dfrac{\partial z_C}{\partial \tau} \end{bmatrix} \tag{7.65}$$

— матрица погрешностей установки ИУ робота; $\Delta \boldsymbol{\tau} = [\Delta\tau_x \ \Delta\tau_y \ \Delta\tau_z]^{\mathrm{T}}$ — вектор погрешностей установки ИУ робота.

7.8. Погрешность позиционирования робота

При эксплуатации робота ввиду наличия первичных ошибок и погрешностей обобщенных координат отработка заданной функции положения РО осуществляется с некоторой погрешностью.

Запишем функцию положения РО теоретической схемы ИУ, состоящего из m функциональных звеньев и n степеней подвижности (рис. 7.10):

$$\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_C(W_i, q_j), \ i = 1, 2, \ldots, m; \ j = 1, 2, \ldots, n, \tag{7.66}$$

где $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор центра C рабочего органа теоретической схемы ИУ, мм; $W_i = W_i(\ell_i, \alpha_i)$ — функция геометрических параметров i-го звена

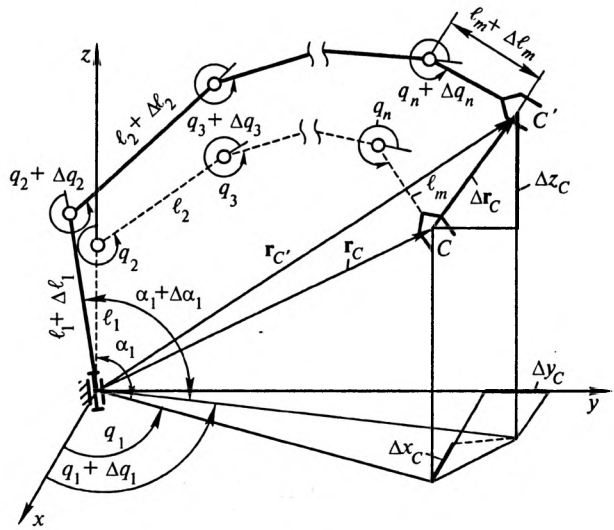


Рис. 7.10

(ℓ_i — длина i-го звена, мм, $\boldsymbol{\alpha}_i$ — вектор угловых параметров i-го звена, рад); q_j — обобщенная координата j-й степени подвижности, рад.

Функция положения РО реального ИУ при наличии первичных ошибок и погрешностей обобщенных координат имеет вид:

$$\mathbf{r}_{C'} = \mathbf{r}_C + \Delta\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_{C'}(W_i + \Delta W_i,\ q_j + \Delta q_j), \tag{7.67}$$

где $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор центра C' рабочего органа реального ИУ, мм; $\Delta W_i = \Delta W_i(\Delta\ell_i, \Delta\boldsymbol{\alpha}_i)$ — функция первичных ошибок i-го звена ($\Delta\ell_i$ — первичная ошибка длины i-го звена, мм, $\Delta\boldsymbol{\alpha}_i$ — вектор угловых первичных ошибок i-го звена, рад); Δq_j — погрешность j-й обобщенной координаты, рад.

Разложим функцию положения реального ИУ в ряд Тейлора:

$$\mathbf{r}_{C'} = \mathbf{r}_C + \Delta\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_C + \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial W_i}\right)\Delta W_i + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_j. \tag{7.68}$$

Если вычесть из функции (7.68) функцию (7.66), то получим вектор погрешности позиционирования робота, мм:

$$\Delta\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_{C'} - \mathbf{r}_C = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial W_i}\right)\Delta W_i + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_j. \tag{7.69}$$

С учетом зависимостей (7.1) и (7.2)

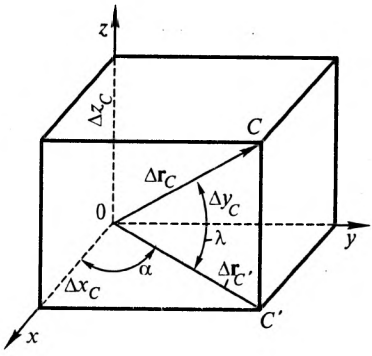
$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{r}_C = &\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial\ell_i}\right)\Delta\ell_i + \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial\alpha_i}\right)\Delta\alpha_i + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_i'' + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\delta_{\Sigma_j} + \\ &+ \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)J_{\Sigma_j} + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\Delta q'_{\Sigma_j} + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\Delta\varphi_j + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\mathbf{r}_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_j'''.\end{aligned} \tag{7.70}$$

Проецируя вектор погрешности позиционирования робота на координатные оси x, y и z, получим погрешности позиционирования вдоль этих осей:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_C &= \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial x_C}{\partial W_i}\right)\Delta W_i + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial x_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_j;\\ \Delta y_C &= \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial y_C}{\partial W_i}\right)\Delta W_i + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial y_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_j;\\ \Delta z_C &= \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial z_C}{\partial W_i}\right)\Delta W_i + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial z_C}{\partial q_j}\right)\Delta q_j.\end{aligned}\right\} \tag{7.71}$$

Модуль погрешности позиционирования робота равен, мм:

$$|\Delta r_C| = \sqrt{\Delta x_C^2 + \Delta y_C^2 + \Delta z_C^2}. \tag{7.72}$$



Р и с. 7.11

Направление перемещения точки C можно характеризовать углами α и λ (рис. 7.11), равными, град:

$$\begin{cases} \alpha = \operatorname{arctg} \dfrac{\Delta y_C}{\Delta x_C}; \\ \lambda = \operatorname{arctg} \dfrac{\Delta z_C}{\Delta r_{C'}}, \end{cases} \tag{7.73}$$

где $\Delta r_{C'} = \Delta x_C / \cos\alpha = \Delta y_C / \sin\alpha$.

Вектор погрешности позиционирования ИУ робота (7.70) можно представить в виде:

$$\Delta \mathbf{r}_C = \mathbf{J}(\boldsymbol{\ell}) \cdot \Delta\boldsymbol{\ell} + \mathbf{J}(\boldsymbol{\alpha}) \cdot \Delta\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{J}(\mathbf{q}) \cdot [\Delta\mathbf{q}'' + \boldsymbol{\delta}_\Sigma + \mathbf{J}_\Sigma + \Delta\mathbf{q}' + \Delta\boldsymbol{\varphi} + \Delta\mathbf{q}'''], \tag{7.74}$$

где $\Delta \mathbf{r}_C = [\Delta x_C \, \Delta y_C \, \Delta z_C]^{\mathrm{T}}$;

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\ell}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_C}{\partial \ell_1} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \ell_2} & \cdots & \dfrac{\partial x_C}{\partial \ell_m} \\ \dfrac{\partial y_C}{\partial \ell_1} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \ell_2} & \cdots & \dfrac{\partial y_C}{\partial \ell_m} \\ \dfrac{\partial z_C}{\partial \ell_1} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \ell_2} & \cdots & \dfrac{\partial z_C}{\partial \ell_m} \end{bmatrix} \tag{7.75}$$

— матрица Якоби для положений по $\boldsymbol{\ell}$: $\Delta\mathbf{l} = [\Delta\ell_1 \, \Delta\ell_2 \ldots \Delta\ell_m]^{\mathrm{T}}$ — вектор линейных первичных ошибок звеньев:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_1} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_2} & \cdots & \dfrac{\partial x_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_m} \\ \dfrac{\partial y_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_1} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_2} & \cdots & \dfrac{\partial y_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_m} \\ \dfrac{\partial z_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_1} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_2} & \cdots & \dfrac{\partial z_C}{\partial \boldsymbol{\alpha}_m} \end{bmatrix} = \tag{7.76}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{1x}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{1y}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{1z}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{2x}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{2y}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{2z}} & \cdots & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{mx}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{my}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{mz}} \\ \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{1x}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{1y}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{1z}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{2x}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{2y}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{2z}} & \cdots & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{mx}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{my}} & \dfrac{\partial y_C}{\partial \alpha_{mz}} \\ \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{1x}} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{1y}} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{1z}} & \dfrac{\partial x_C}{\partial \alpha_{2x}} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{2y}} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{2z}} & \cdots & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{mx}} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{my}} & \dfrac{\partial z_C}{\partial \alpha_{mz}} \end{bmatrix}$$

— матрица Якоби для положений по $\boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{\alpha}_i = [\alpha_{ix} \, \alpha_{iy} \, \alpha_{iz}]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловых параметров i-го звена); $\Delta\boldsymbol{\alpha}_i = [\Delta\alpha_{ix} \, \Delta\alpha_{iy} \, \Delta\alpha_{iz}]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловых первичных ошибок i-го звена.

Для m-звенного исполнительного устройства вектор угловых первичных ошибок можно записать в виде:

$$\Delta\boldsymbol{\alpha} = [\Delta\alpha_{1x}\ \Delta\alpha_{1y}\ \Delta\alpha_{1z}\ \Delta\alpha_{2x}\ \Delta\alpha_{2y}\ \Delta\alpha_{2z} \ldots \Delta\alpha_{mx}\ \Delta\alpha_{my}\ \Delta\alpha_{mz}]^{\mathrm{T}}.$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_C}{\partial q_1} & \dfrac{\partial x_C}{\partial q_2} & \cdots & \dfrac{\partial x_C}{\partial q_n} \\ \dfrac{\partial y_C}{\partial q_1} & \dfrac{\partial y_C}{\partial q_2} & \cdots & \dfrac{\partial y_C}{\partial q_n} \\ \dfrac{\partial z_C}{\partial q_1} & \dfrac{\partial z_C}{\partial q_2} & \cdots & \dfrac{\partial z_C}{\partial q_n} \end{bmatrix}, \tag{7.77}$$

— матрица Якоби для положений по $\mathbf{q}$.

Вектор погрешностей обобщенных координат $\Delta\mathbf{q} = [\Delta q_1\ \Delta q_2 \ldots \Delta q_n]^{\mathrm{T}}$.

Для каждой составляющей погрешности обобщенной координаты вектор $\Delta\mathbf{q}$ будет разным.

Для погрешностей:

системы управления и двигателя $\Delta\mathbf{q} = \Delta\mathbf{q}'' = [\Delta q_1''\ \Delta q_2'' \ldots \Delta q_n'']^{\mathrm{T}}$;

кинематических $\Delta\mathbf{q} = \boldsymbol{\delta}_\Sigma = [\delta_{\Sigma 1}\ \delta_{\Sigma 2} \ldots \delta_{\Sigma n}]^{\mathrm{T}}$;

мертвого хода $\Delta\mathbf{q} = \mathbf{J}_\Sigma = [J_{\Sigma 1}\ J_{\Sigma 2} \ldots J_{\Sigma n}]^{\mathrm{T}}$;

преобразователя движения, вызванных податливостью его элементов, $\Delta\mathbf{q} = \Delta\mathbf{q}' = [\Delta q_1'\ q_2' \ldots \Delta q_n']^{\mathrm{T}}$;

функциональных звеньев, вызванных их упругими деформациями, $\Delta\mathbf{q} = \Delta\boldsymbol{\varphi} = [\Delta\varphi_1\ \Delta\varphi_2 \ldots \Delta\varphi_n]^{\mathrm{T}}$;

в кинематических парах, обусловленных наличием люфтов, $\Delta\mathbf{q} = \Delta\mathbf{q}''' = [\Delta q_1'''\ \Delta q_2''' \ldots \Delta q_n''']^{\mathrm{T}}$.

В общем случае матрицы Якоби для положений (7.75) — (7.77) с учетом ориентации рабочего органа исполнительного устройства робота компактно записывают в виде одной матрицы:

$$\mathbf{J}[(\mathbf{l}), \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{q}] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \ell_1(\partial\alpha_1, \partial q_1)} & \dfrac{\partial x}{\partial \ell_2(\partial\alpha_2, \partial q_2)} & \cdots & \dfrac{\partial x}{\partial \ell_m(\partial\alpha_m, \partial q_n)} \\ \dfrac{\partial y}{\partial \ell_1(\partial\alpha_1, \partial q_1)} & \dfrac{\partial y}{\partial \ell_2(\partial\alpha_2, \partial q_2)} & \cdots & \dfrac{\partial y}{\partial \ell_m(\partial\alpha_m, \partial q_n)} \\ \dfrac{\partial z}{\partial \ell_1(\partial\alpha_1, \partial q_1)} & \dfrac{\partial z}{\partial \ell_2(\partial\alpha_2, \partial q_2)} & \cdots & \dfrac{\partial z}{\partial \ell_m(\partial\alpha_m, \partial q_n)} \\ \dfrac{\partial\beta}{\partial \ell_1(\partial\alpha_1, \partial q_1)} & \dfrac{\partial\beta}{\partial \ell_2(\partial\alpha_2, \partial q_2)} & \cdots & \dfrac{\partial\beta}{\partial \ell_m(\partial\alpha_m, \partial q_n)} \\ \dfrac{\partial\gamma}{\partial \ell_1(\partial\alpha_1, \partial q_1)} & \dfrac{\partial\gamma}{\partial \ell_2(\partial\alpha_2, \partial q_2)} & \cdots & \dfrac{\partial\gamma}{\partial \ell_m(\partial\alpha_m, \partial q_n)} \\ \dfrac{\partial\delta}{\partial \ell_1(\partial\alpha_1, \partial q_1)} & \dfrac{\partial\delta}{\partial \ell_2(\partial\alpha_2, \partial q_2)} & \cdots & \dfrac{\partial\delta}{\partial \ell_m(\partial\alpha_m, \partial q_n)} \end{bmatrix}, \tag{7.78}$$

где β и γ — углы между осью z_0 и осями x_n и y_n соответственно; δ — угол между осями x_0 и x_n (см. гл. 3).

Учитывая погрешность установки исполнительного устройства (7.62) и (7.64), а также зависимость (7.74), вектор полной погрешности позиционирования робота можно записать в виде:

$$\Delta \mathbf{r}_{C\text{п}} = \Delta \mathbf{r}_C + \frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial \tau} \sin q_0 \cdot \Delta \tau_x + \frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial \tau} \cos q_0 \cdot \Delta \tau_y + \frac{\partial \mathbf{r}_C}{\partial q_0} \Delta \tau_z = \Delta \mathbf{r}_C + \mathbf{J}(\boldsymbol{\tau}) \Delta \boldsymbol{\tau}, \qquad (7.79)$$

где $\Delta \mathbf{r}_{C\text{п}} = [\Delta x_{C\text{п}} \ \Delta y_{C\text{п}} \ \Delta z_{C\text{п}}]^{\mathrm{T}}$.

Матрицу положений $\mathbf{J}(\boldsymbol{\tau})$ вычисляют по формуле (7.65).

ГЛАВА 8

ПРИВОДЫ РОБОТОВ

Привод робота включает в себя двигатель, устройство управления, преобразователь, информационные устройства и коммуникации, необходимые для передачи энергии к приводам и для передачи сигналов управления и обратной связи. В зависимости от используемого вида энергии приводы подразделяют на пневматические, гидравлические, электромеханические и комбинированные.

Выбор типа привода зависит от функционального назначения робота. Основными факторами, определяющими выбор типа привода, являются: назначение и условия эксплуатации робота, грузоподъемность и требуемые динамические характеристики конструкции, вид системы управления.

К приводу любого вида предъявляют общие требования: минимальные габаритные размеры и высокие энергетические показатели, обеспечивающие большое значение отношения выходной мощности к массе; возможность работы в режиме автоматического управления и регулирования, обеспечивающем оптимальные законы разгона и торможения при минимальном времени переходных процессов; быстродействие — осуществление движений ИМ с высокими скоростями и малой погрешностью позиционирования; малая масса элементов привода при высоком коэффициенте полезного действия (КПД) всей конструкции; надежность и долговечность элементов конструкции; удобство монтажа, ремонта, обслуживания и переналадки, бесшумность.

Будем рассматривать только электромеханический привод.

8.1. Электромеханический привод

Электромеханический привод робота состоит из электродвигателя, механического преобразователя (включающего в себя преобразователи движения (передачи), механизмы выборки мертвого хода, тормозные устройства, направляющие), информационных устройств, муфт и устройства управления.

Электродвигатель — электротехнический преобразователь электрической энергии в механическую. В электрических приводах роботов применяют электродвигатели постоянного тока, синхронные, асинхронные, шаговые. Наибольшее распространение получили двигатели постоянного тока.

Механический преобразователь — устройство, преобразующее параметры движения электродвигателя в требуемые параметры движения выходного звена привода. В состав механического преобразователя входят следующие устройства.

Преобразователь движения (передача) — механизм, предназначенный для преобразования одного вида движения в другое, согласования скоростей и вращающих моментов электродвигателя и выходного звена привода.

Механизм выборки мертвого хода (люфтовыбирающий механизм) — устройство, предназначенное для выборки зазора (люфта) в некоторых видах преобразователей движения.

Тормозное устройство — устройство, предназначенное для уменьшения скорости, останова и удержания в заданном положении выходного звена привода.

Направляющие — устройства, обеспечивающие заданное относительное движение элементов привода.

Информационное устройство — устройство, преобразующее контролируемую величину в сигнал, удобный для измерения, передачи, преобразования, хранения и регистрации, а также для воздействия им на управляемые процессы. В частности, датчики информации (датчики перемещения и скорости) предназначены для определения перемещения и скорости выходного звена привода.

Муфта — устройство для соединения вала двигателя с преобразователем движения, а также для защиты двигателя от перегрузок.

Устройство управления — устройство для формирования и выдачи управляющих воздействий электродвигателю в соответствии с управляющей программой.

Для электромеханического привода характерны простота регулировки, бесшумность, отсутствие трубопроводов, простота монтажа и наладки, надежность.

Основным недостатком электропривода является низкий показатель удельной мощности (отношение мощности электродвигателя к его массе), так как электродвигатели имеют большие массогабаритные показатели.

Электропривод выбирают с учетом: динамических свойств при пуске, торможении и изменении нагрузки; диапазона регулирования скорости; вида механической характеристики режима работы во времени и точности поддержания заданного режима; частоты включения приводного механизма.

8.2. Кинематические характеристики привода

При проектировании ИУ роботов закон изменения скорости (линейной $v_{ном}$ или угловой $w_{ном}$) привода в большинстве случаев задают трапецеидальным (рис. 8.1), что обеспечивает постоянное ускорение (линейное a или угловое ε) при разгоне и торможении.

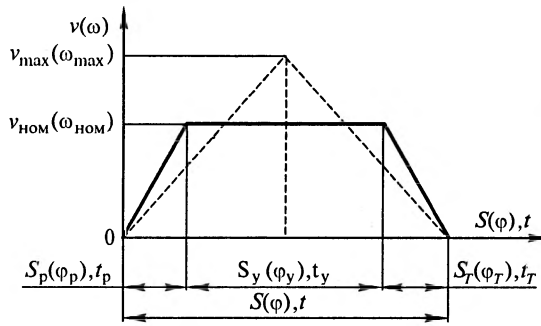


Рис. 8.1

Отношение пути разгона $S_р(\varphi_р)$ выходного звена привода к его полному перемещению $S(\varphi)$ представляет собой характеристику цикла работы привода:

$$K_ц = S_р / S = \varphi_р / \varphi,$$

где $S_р(\varphi_р)$ — путь разгона выходного звена при его линейном (угловом) перемещении; $S(\varphi)$ — полное линейное (угловое) перемещение выходного звена привода.

При заданной номинальной скорости $v_{ном}$ или $w_{ном}$ быстродействие привода будет тем больше, чем меньше $K_ц$. Слишком малое значение $K_ц$ вызывает большие динамические перегрузки привода. В предварительных проектных расчетах приводов ПР можно принимать $K_ц = 0{,}1$.

Если $K_ц = 0{,}5$, то путь разгона выходного звена привода становится равным половине полного его перемещения, т.е. $S_р(\varphi_р) = 0{,}5S(\varphi)$, и период установившегося движения отсутствует. Трапецеидальный закон изменения скорости вырождается в треугольный (см. рис. 8.1). При этом законе максимальная скорость $v_{max}(w_{max})$ больше номинальной. Ее можно найти из условия $S_р = S/2 = at_р^2/2 = v_{max}^2/2a$, откуда $v_{max} = \sqrt{Sa}$, где a — линейное ускорение выходного звена привода; $t_р$ — время разгона выходного звена привода.

При вращательном движении выходного звена привода его максимальная угловая скорость равна $w_{max} = \sqrt{\varphi a / r_{max}}$, где r_{max} — максимальный радиус действия системы звеньев ИУ робота, расположенной за рассматриваемой степенью подвижности.

Следовательно, при проектировании приводов роботов номинальные скорости перемещения выходных звеньев ИУ должны быть меньше максимальных, т.е. $v_{ном} < v_{max}$ и $w_{ном} < w_{max}$.

Путь разгона при линейном перемещении выходного звена можно определить как $S_р = K_ц S$.

В период установившегося движения линейное перемещение выходного звена равно $S_у = S - 2S_р = S - 2K_ц S = (1 - 2K_ц)S$.

Время разгона выходного звена $t_р = 2S_р / v_{ном} = 2K_ц S / v_{ном}$.

Время установившегося движения $t_у = S_у / v_{ном} = (1 - 2K_ц)S / v_{ном}$.

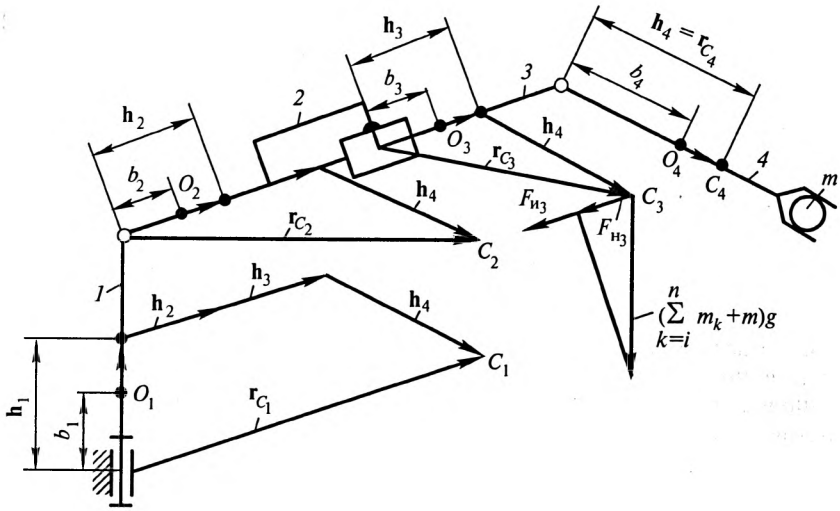
Время полного перемещения выходного звена привода $t = 2t_р + t_у = 2 \cdot 2K_ц S / v_{ном} + (1 - 2K_ц)S / v_{ном} = (1 + 2K_ц)S / v_{ном}$.

Линейное ускорение выходного звена $a = v_{ном} / t_р = v_{ном}^2 / 2K_ц S$.

При угловом перемещении выходного звена привода во всех формулах для линейного перемещения необходимо S заменить на φ, $v_{ном}$ на $w_{ном}$ и a на ε — угловое ускорение выходного звена привода.

8.3. Положение центра массы исполнительного устройства

Положение центра C_i массы системы подвижных звеньев ИУ робота и объекта (рис. 8.2) может быть определено как геометрическая сумма главных векторов $\mathbf{h}_k$ звеньев, направленных параллельно осям соответствующих



Р и с. 8.2

звеньев ИУ робота. Радиус-вектор $\mathbf{r}_{C_i}$ центра C_i массы рассматриваемой системы звеньев $i...n$ равен: $\mathbf{r}_{C_i} = \sum_{k=i}^{n} \mathbf{h}_k$, где $\mathbf{h}_k$ — главный вектор k-го звена.

$$\mathbf{h}_k = \frac{m_k b_k + \left(\sum_{j=k+1}^{n} m_j \right) \ell_k}{\sum_{k=i}^{n} m_k},$$

m_k — масса k-го звена, кг; b_k — расстояние от конца $(k\text{-}1)$-го звена до центра O_k массы k-го звена, мм; ℓ_k — длина k-го звена, мм; n — число звеньев ИУ робота; m_j — масса j-го звена, кг.

Конец вектора $\mathbf{r}_{C_i}$ определяет центр C_i массы системы $i...n$ звеньев ИУ. На рис. 8.2 показано графическое нахождение центра массы различных систем звеньев ИУ робота: C_1 — центр массы всего ИУ и объекта; C_2 — центр массы системы звеньев *2, 3, 4* и объекта; C_3 — центр массы звеньев *3, 4* и объекта; C_4 — центр массы звена *4* и объекта.

8.4. Сила сопротивления привода

Сила сопротивления Fi-го привода складывается из силы сопротивления $F_{н_i}$ от неуравновешенности системы подвижных звеньев ИУ робота, расположенной между рассматриваемым i-м приводом и РО с объектом, и динамической (инерционной) силы $F_{и_i}$, возникающей в момент разгона и торможения этих же звеньев и объекта (см. рис. 8.2), Н:

$$F_i = F_{н_i} + F_{и_i}. \tag{8.1}$$

Силу сопротивления $F_{н_i}$ i-го привода от неуравновешенности массы можно получить, если спроецировать силу тяжести системы звеньев ИУ робота, расположенную между рассматриваемым i-м приводом и РО с объектом, приложенную в центре C_i массы этой системы, на направление перемещения рассматриваемой поступательной степени подвижности:

$$F_{н_i} = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) g \sin \sum_{k=1}^{i} \varphi_k, \tag{8.2}$$

где m — масса объекта, кг; φ_k — угол между продолжением $(k-1)$-го звена и направлением k-го звена.

Формулу (8.2) используют для расчета готовой или спроектированной конструкции ИУ робота, когда масса каждого звена известна.

Обозначим $K_{1_i} = \sum_{k=i}^{n} m_k + m \Big/ m$, где $K_{1_i} = 1{,}4...2{,}3$ — коэффициент конструкции.

Тогда сила сопротивления от неуравновешенности масс будет равна

$$F_{н_i} = K_{1_i} mg \sin \sum_{k=1}^{i} \varphi_k. \tag{8.3}$$

Эту формулу используют в проектных расчетах, когда масса каждого звена неизвестна.

Динамическая сила $F_{и_i}$ равна, Н:

$$F_{и_i} = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) a_i = \frac{\left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) v^2_{ном\,i}}{2 K_{ц_i} S_i}, \tag{8.4}$$

где $a_i = v^2_{ном_i} / 2S_{р_i} = v^2_{ном_i} / 2K_{ц_i} S_i$ — линейное ускорение i-го звена, м/с^2; $v_{ном_i}$ — номинальная линейная скорость i-го звена, м/с; $S_{рi}$ — путь разгона i-го звена, м; S_i — полное линейное перемещение i-го звена, м; $K_{ц_i} = S_{р_i} / S_i$ — характеристика цикла i-го привода.

Формула (8.4) справедлива для расчета готовой или спроектированной конструкции ИУ робота, когда масса каждого звена известна.

В проектных расчетах, когда масса звеньев ИУ робота неизвестна, динамическую силу находят по формуле

$$F_{и_i} = K_{1_i} m a_i = \frac{K_{1_i} m v^2_{ном_i}}{2 K_{ц_i} S_i}. \tag{8.5}$$

После подстановки (8.3) и (8.5) в (8.1) получим формулу проектного расчета для определения силы сопротивления i-го привода ИУ робота:

$$F_i = K_{1_i} m \left(\frac{v^2_{\text{ном}\,i}}{2 K_{\text{ц}_i} S_i} + g \sin \sum_{k=1}^{i} \varphi_k \right). \tag{8.6}$$

Подставляя (8.2) и (8.4) в (8.1), получим формулу проверочного расчета

$$F_i = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) \left(\frac{v^2_{\text{ном}\,i}}{2 K_{\text{ц}_i} S_i} + g \sin \sum_{k=1}^{i} \varphi_k \right). \tag{8.7}$$

8.5. Момент сопротивления привода

Момент сопротивления T_i, Н · м, i-го привода складывается из момента сопротивления $T_{\text{н}_i}$ от неуравновешенности системы подвижных звеньев ИУ робота, расположенной между рассматриваемым i-м приводом и РО с объектом, и динамического момента $T_{\text{и}_i}$, возникающего в момент разгона и торможения этих же звеньев и объекта:

$$T_i = T_{\text{н}_i} + T_{\text{и}_i}. \tag{8.8}$$

Момент сопротивления $T_{\text{н}_i}$ от неуравновешенности массы (см. рис. 8.2) равен:

$$T_{\text{н}_i} = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) g h_{C_i} = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) g \sum_{k=i}^{n} h_k \cos \sum_{j=1}^{k} \varphi_j = \tag{8.9}$$

$$= \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) g r_{C_i} \cos \sum_{j=1}^{k} \varphi_j,$$

где h_{C_i} — проекция радиуса-вектора $\mathbf{r}_{C_i}$ на горизонталь, м; h_k — длина главного вектора k-го звена, м.

Формулу (8.9) применяют для расчета готовой или спроектированной конструкции ИУ робота, когда массы всех звеньев известны.

Обозначим $K_{2_i} = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) r_{C_i} \Big/ m \sum_{k=i}^{n} \ell_k$, где $K_{2_i} = 1{,}1 \ldots 2{,}0$ — коэффициент конструкции.

Тогда момент сопротивления от неуравновешенности масс будет равен:

$$T_{\text{н}_i} = K_{2_i} m g \sum_{k=i}^{n} \ell_k \cos \sum_{j=1}^{k} \varphi_j, \tag{8.10}$$

где ℓ_k — длина k-го звена, м. Если рассматриваемая система звеньев ИУ уравновешена без объекта, то $K_{2_i} = 1$.

Формулу (8.10) используют в проектных расчетах, когда массы всех звеньев неизвестны.

Динамический момент, Н · м:

$$T_{\text{и}_i} = \left(\sum_{k=i}^{n} J_k + J \right) \varepsilon_i = \frac{\left(\sum_{k=i}^{n} J_k + J \right) w_{\text{ном}\,i}^2}{2 K_{\text{ц}_i} \varphi_i}, \tag{8.11}$$

где J_k — момент инерции k-го звена относительно i-й СП, кг · м^2; J — момент инерции объекта относительно i-й СП, кг · м^2; $\varepsilon_i = w_{\text{ном}\,i}^2 / 2\varphi_{\text{p}_i} = w_{\text{ном}\,i}^2 / 2 K_{\text{ц}_i} \varphi_i$ — угловое ускорение i-го звена, с$^{-2}$; $w_{\text{ном}\,i}$ — номинальная угловая скорость i-го звена, с$^{-1}$; φ_{p_i} — угол разгона i-го звена, рад; φ_i — полное угловое перемещение i-го звена, рад; $K_{\text{ц}_i} = \varphi_{\text{p}_i} / \varphi_i$ — характеристика цикла i-го привода.

Формула справедлива для готовой или спроектированной конструкции исполнительного устройства робота, когда моменты инерции всех звеньев известны.

В проектных расчетах, когда моменты инерции звеньев ИУ робота неизвестны, динамический момент находят по формуле

$$T_{\text{и}_i} = \frac{K_{3_i} J w_{\text{ном}\,i}^2}{2 K_{\text{ц}_i} \varphi_i}, \tag{8.12}$$

где $K_{3_i} = \left(1 + \sum_{k=i}^{n} J_k \Big/ J \right)$ — коэффициент конструкции. В проектных расчетах принимают $K_{3_i} = 1{,}8...2{,}3$.

Момент инерции объекта относительно i-й степени подвижности равен $J = J_{\text{o}} + m h_i^2$, где J_{o} — момент инерции объекта относительно центральной оси x, y или z; $h_i = \sum_{k=i}^{n} \ell_k \cos \sum_{j=1}^{k} \varphi_j$ — расстояние от i-й степени подвижности до объекта по горизонтали:

Для объекта в виде шара $J_{\text{o}} = 0{,}4 m R^2$, где R — радиус шаровой поверхности, мм.

Следовательно, динамический момент инерции равен

$$T_{\text{и}_i} = \frac{K_{3_i} (J_{\text{o}} + m h_i^2) w_{\text{ном}\,i}^2}{2 K_{\text{ц}_i} \varphi_i}. \tag{8.13}$$

После подстановки (8.10) и (8.13) в (8.8) получим формулу проектного расчета для определения момента сопротивления i-го привода ИУ робота:

$$T_i = K_{2_i} mg \sum_{k=1}^{n} \ell_k \cdot \cos \sum_{j=1}^{k} \varphi_j + \frac{K_{3_i}(J_o + mh_i^2) w_{\text{ном}_i}^2}{2 K_{\text{ц}_i} \varphi_i}. \quad (8.14)$$

Подставляя (8.9) и (8.11) в (8.8), получим формулу проверочного расчета для определения момента сопротивления i-го привода ИУ робота:

$$T_i = \left(\sum_{k=i}^{n} m_k + m \right) g r_{C_i} \cos \sum_{j=1}^{k} \varphi_j + \frac{\left(\sum_{k=i}^{n} J_k + J \right) w_{\text{ном}_i}^2}{2 K_{\text{ц}_i} \varphi_i}. \quad (8.15)$$

8.6. Выбор электродвигателя привода

Электродвигатель выбирают по требуемой мощности, приведенной к валу двигателя, и требуемому моменту.

Для привода линейного движения требуемую мощность электродвигателя определяют по формуле, Вт:

$$P = \frac{Fv}{\eta}, \quad (8.16)$$

где F — усилие сопротивления на выходном звене привода, Н; v — линейная скорость выходного звена привода, м/с; η — коэффициент полезного действия привода.

Для привода углового движения требуемую мощность электродвигателя определяют по формулам, Вт:

$$P = T\frac{w}{\eta} \text{ или } P = \frac{Tn}{9{,}55\eta}, \quad (8.17)$$

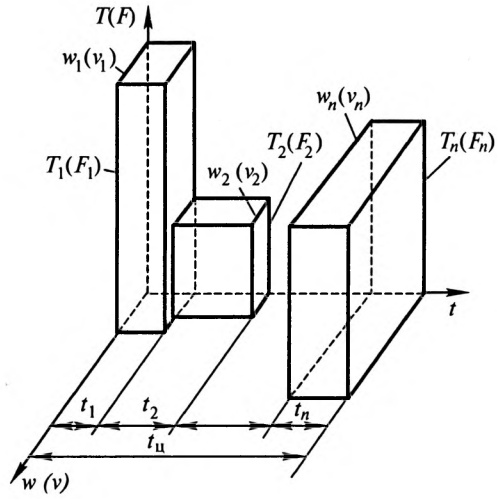
где T — момент сопротивления на выходном звене привода, Н · м; w — угловая скорость выходного звена привода, $с^{-1}$; n — частота вращения выходного звена привода, об/мин.

Так как электродвигатели одной и той же мощности имеют разные номинальные $T_{\text{ном}}$ и максимальные $T_{\text{д max}}$ вращающие моменты, то необходимо определить требуемые номинальные моменты $T_{\text{д.тр}}$ и требуемые максимальные моменты $T_{\text{д.тр max}}$:

$$\begin{cases} T_{\text{д.тр}} = \dfrac{T_{\text{н}}}{u\eta}; \\ T_{\text{д.тр max}} = \dfrac{T_{\text{н}} + T_{\text{и}}}{u\eta}, \end{cases} \quad (8.18)$$

где $T_{\text{н}}$ — момент сопротивления от неуравновешенности массы звеньев и объекта, Н · м; $T_{\text{и}}$ — динамический момент сопротивления, Н · м; u — передаточное отношение привода (см. 8.7).

Окончательно тип электродвигателя выбирают по каталогам, исходя из условий:



Р и с. 8.3

$$\begin{cases} P_{\text{д}} \geq P; \\ T_{\text{ном}} \geq T_{\text{д.тр}}; \\ T_{\text{д max}} \geq T_{\text{д.тр max}}. \end{cases} \tag{8.19}$$

Приводы ИУ промышленных роботов работают в повторно-кратковременном режиме. На рис. 8.3 приведена циклограмма нагружения привода. Учитывая, что время разгона и торможения привода значительно меньше времени установившегося движения, можно определить значение требуемой среднеквадратичной статической мощности, приведенной к валу двигателя, Вт:

$$P_{\text{с}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} \left(P_{\text{с}_k} \frac{w_{\text{ном}}}{w_{\text{р}_k}} \right)^2 t_{\text{р}_k}^2}}{\sum_{k=1}^{n} \beta_{w_k} t_{\text{р}_k}}, \tag{8.20}$$

где $P_{\text{с}_k}$ — требуемая статическая мощность двигателя на k-м рабочем участке нагрузочной циклограммы двигателя, Вт; $w_{\text{ном}}$ — номинальная скорость вращения вала двигателя, с^{-1}; $w_{\text{р}_k}$ — рабочая скорость вращения вала двигателя на k-м рабочем участке циклограммы, с^{-1}; $t_{\text{р}_k}$ — длительность k-го рабочего участка циклограммы, с; β_{w_k} — коэффициент, учитывающий теплоотдачу при понижении скорости вращения двигателя (скорости перемещения ИУ)

по отношению к номинальной. Такое понижение скорости может быть вызвано условиями обеспечения требуемого технологического процесса:

$$\beta_{w_k} = \beta_0 + (1 - \beta_0)\frac{w_{p_k}}{w_{ном}}, \tag{8.21}$$

где $\beta_0 = 0{,}7...0{,}78$ — для двигателей закрытого исполнения.

Для привода поступательного движения

$$P_{c_k} = \frac{F_{н_k} v_k}{\eta}, \tag{8.22}$$

где $F_{н_k}$ — сила сопротивления от неуравновешенности масс на k-м рабочем участке циклограммы, Н; v_k — линейная скорость выходного звена привода на k-м рабочем участке циклограммы, м/с.

Для привода вращательного движения:

$$P_{c_k} = T_{н_k}\frac{w_k}{\eta} \text{ или } P_{c_k} = T_{н_k}\frac{n_k}{9{,}55\eta}, \tag{8.23}$$

где $T_{н_k}$ — момент сопротивления от неуравновешенности массы на k-м рабочем участке циклограммы, Н · м; n_k — частота вращения выходного звена привода на k-м рабочем участке циклограммы, об/мин; w_k — угловая скорость выходного звена привода на k-м рабочем участке циклограммы, $с^{-1}$; k — число включенных состояний двигателя за цикл.

Вычисляем требуемый номинальный момент двигателя, Н · м,

$$T_{д.тр} = \frac{T_{н_{k\,max}}}{u\eta} \tag{8.24}$$

и требуемый максимальный момент двигателя, Н · м,

$$T_{д.тр\,max} = \frac{T_{k\,max}}{u\eta} = \frac{(T_{н_k} + T_{и_k})_{max}}{u\eta}, \tag{8.25}$$

где $T_{н_{k\,max}}$ — максимальный момент сопротивления от неуравновешенности масс звеньев и объекта на выходном звене привода на k-м рабочем участке циклограммы, Н · м, $T_{k\,max}$ — максимальный момент сопротивления на выходном звене привода на k-м рабочем участке циклограммы, Н · м; $T_{и_k}$ — динамический момент сопротивления на k-м рабочем участке циклограммы, Н · м.

Тип электродвигателя выбирают по каталогам, исходя из условий:

$$\begin{cases} P_д \geq P_c; \\ T_{ном} \geq T_{д.тр}; \\ T_{д\,max} \geq T_{д.тр\,max}. \end{cases} \tag{8.26}$$

При выборе типа электродвигателя необходимо также учитывать его конструктивные особенности, геометрические параметры, массогабаритные характеристики, срок службы и др.

8.7. Передаточное отношение привода

Передаточное отношение привода степени подвижности ИУ робота при незначительных динамических нагрузках (преобладают неуравновешенные нагрузки) может быть определено по формуле

$$u = \frac{\Omega_д}{\Omega} = \frac{M_н}{M_{д.тр}\eta}, \tag{8.27}$$

где $\Omega_д$ — номинальная скорость двигателя; Ω — скорость выходного звена преобразователя движения; $M_н$ — нагрузка сопротивления на выходном звене преобразователя движения; $M_{д.тр}$ — требуемое усилие двигателя.

В зависимости от характера движения выходных звеньев двигателя и механического преобразователя Ω и M могут принимать следующие значения:

$$\Omega = \begin{cases} w — \text{при угловом движении;} \\ v — \text{при линейном движении;} \end{cases}$$

$$M = \begin{cases} T — \text{при угловом движении;} \\ F — \text{при линейном движении.} \end{cases}$$

Следует отметить, что передаточное отношение в общем случае имеет размерность. Так, при преобразовании вращательного движения в поступательное размерность передаточного отношения — метр в минус первой степени, при преобразовании поступательного движения во вращательное размерность передаточного отношения — метр.

Для привода вращательной степени подвижности B (рис. 8.4) передаточное отношение находят по формуле

$$u = \frac{w_д}{w} = \frac{T_н}{T_{д.тр}\eta}, \tag{8.28}$$

где $w_д$ — номинальная угловая скорость двигателя, $с^{-1}$; w — угловая скорость выходного вала преобразователя движения, $с^{-1}$; $T_{д.тр}$ — требуемый вращающий момент на валу двигателя, Н · м; η — коэффициент полезного действия преобразователя движения привода; $T_н$ — момент сопротивления на выходном валу степени подвижности от неуравновешенности масс выходной системы подвижных звеньев B, C, D ИУ, расположенных за рассматриваемой степенью подвижности и объекта вместе, Н · м.

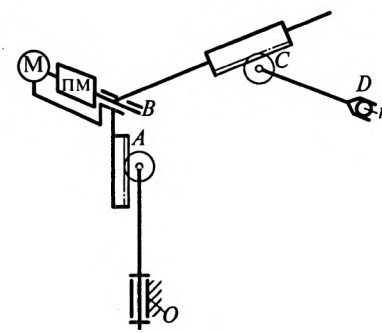


Рис. 8.4

Для привода поступательной степени подвижности A (см. рис. 8.4) при преобразовании вращательного движения в поступательное:

$$u = \frac{w_д}{v} = \frac{F_н}{T_{д.тр}\eta}, \tag{8.29}$$

где v — линейная скорость функционального звена поступательной степени подвижности, м/с; $F_н$ — сила сопротивления на функциональном звене степени подвижности от неуравновешенности массы выходной подвижной системы звеньев A, B, C, D ИУ и объекта вместе.

Для привода вращательной степени подвижности C (см. рис. 8.4) при преобразовании поступательного движения во вращательное:

$$u = \frac{v_д}{w} = \frac{T_н}{F_{д.тр}\eta}, \tag{8.30}$$

где $F_{д.тр}$ — требуемая сила на подвижном звене двигателя линейного перемещения, Н; $v_д$ — номинальная линейная скорость подвижного звена двигателя, м/с.

В том случае, когда на процесс перемещения в степени подвижности ИУ существенное влияние оказывают динамические нагрузки и не требуется получить заданную скорость перемещения выходного звена механического преобразователя, определяют оптимальное по быстродействию (время перемещения объекта по СП минимальное) передаточное отношение привода:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\Omega_д^2 P_н}{qM_и\eta}}, \tag{8.31}$$

где $P_н = \begin{cases} J_н - \text{при угловом движении;} \\ m_н - \text{при линейном движении} \end{cases}$ — момент инерции (масса) выходной системы подвижных звеньев ИУ с объектом;

$q = \begin{cases} \varphi - \text{при угловом движении;} \\ S - \text{при линейном движении} \end{cases}$ — перемещение функционального звена (выходного звена механического преобразователя привода) рассматриваемой степени подвижности;

$M_и = \begin{cases} T_и - \text{при угловом движении;} \\ F_и - \text{при линейном движении} \end{cases}$ — динамическая (инерционная) нагрузка, возникающая в период разгона и торможения выходной системы подвижных звеньев исполнительного устройства и объекта.

При эксплуатации робота перемещение функционального звена может изменяться в зависимости от технологического процесса. Поэтому при проектировании исполнительных устройств перемещение функционального звена можно приближенно принимать равным половине его максимального перемещения, т.е. $q \approx \frac{q_{max}}{2}$.

Для привода вращательной степени подвижности B (см. рис. 8.4) оптимальное передаточное отношение

$$u = \sqrt[3]{\frac{2w_д^2 J_н}{\varphi T_и \eta}}. \tag{8.32}$$

Эта формула справедлива только для трапецеидального закона изменения скорости w, характерного для приводов, в которых момент инерции нагрузки $J_н$ превышает собственный момент инерции двигателя:

$$\frac{J_н}{u^2 J_д} > 1,$$

где $J_д$ — момент инерции вращающихся частей двигателя с учетом приведенного к валу двигателя момента инерции преобразователя движения степени подвижности, кг · м^2:

$$J_д \approx (1{,}1...1{,}3)J_р, \tag{8.33}$$

$J_р$ — момент инерции ротора двигателя приводится в каталогах двигателей, кг · м^2.

Если отношение $J_н / u^2 J_д \le 1$, то передаточное отношение привода определяют по формуле

$$u = \sqrt{J_н / J_д}. \tag{8.34}$$

Для привода поступательной степени подвижности A при преобразовании вращательного движения в поступательное

$$u = \sqrt[3]{2w_д^2 m_н / S T_и \eta}. \tag{8.35}$$

Для привода вращательной степени подвижности C при преобразовании поступательного движения во вращательное $u = \sqrt[3]{2 v_д^2 J_н / \varphi T_и \eta}$.

В случае, когда масса объекта (момент инерции выходной системы подвижных звеньев) изменяется в широких пределах за время одного технологического цикла, для определения оптимального передаточного отношения используют формулу

$$u = \sqrt[3]{2\Omega_д^2 \sum_{j=1}^{n} P_{н_j} \Big/ \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot M_и \eta}, \tag{8.36}$$

где $P_{н_j}$ — масса (момент инерции) выходной системы подвижных звеньев ИУ и объекта на j-м рабочем участке технологического цикла; q_j — перемещение функционального звена рассматриваемой СП на j-м рабочем участке технологического цикла.

Для привода вращательной степени подвижности B (см. рис. 8.4)

$$u = \sqrt[3]{2w_{\text{д}}^2 \sum_{j=1}^{n} J_{\text{н}_j} \Big/ \sum_{j=1}^{n} \varphi_j \cdot T_{\text{и}} \eta}. \tag{8.37}$$

Для привода поступательной степени подвижности A при преобразовании вращательного движения в поступательное

$$u = \sqrt[3]{2w_{\text{д}}^2 \sum_{j=1}^{n} m_{\text{н}_j} \Big/ \sum_{j=1}^{n} S_j \cdot T_{\text{и}} \eta}. \tag{8.38}$$

Для привода вращательной степени подвижности C при преобразовании поступательного движения во вращательное

$$u = \sqrt[3]{2v_{\text{д}}^2 \sum_{j=1}^{n} J_{\text{н}_j} \Big/ \sum_{j=1}^{n} \varphi_j \cdot F_{\text{и}} \eta}. \tag{8.39}$$

8.8. Размещение приводов на исполнительном устройстве

Различают два способа размещения приводов на ИУ робота: все или часть приводов вынесены на общее основание (рис. 8.5); приводы размещены непосредственно на функциональных звеньях ИУ, причем каждое предыдущее функциональное звено является стойкой для привода последующего функционального звена (рис. 8.6).

При первом способе размещения приводов передачу движения от привода к функциональному звену осуществляют за счет длинных кинематических цепей, представляющих собой цепные, зубчатоременные, тросовые, винтовые и другие преобразователи движения. Установка приводов на общем основании позволяет снизить требования к массогабаритным характеристикам привода. Масса ИУ сосредоточивается в основании. Функциональные звенья не несут дополнительной нагрузки от массы приводов.

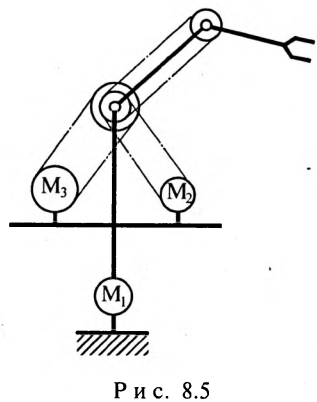


Рис. 8.5

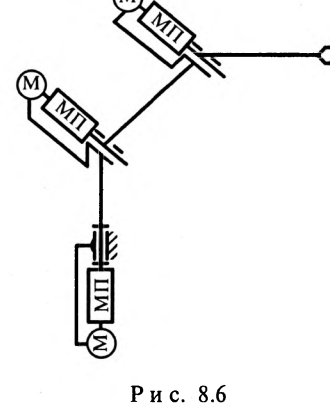


Рис. 8.6

В то же время усложняется передача движения от приводов к функциональным звеньям, вибрация механического преобразователя приводит к дополнительной потери энергии и износу элементов кинематических пар, дополнительные преобразователи движения усложняют управление ИУ; погрешность позиционирования РО робота возрастает.

При размещении приводов непосредственно на функциональных звеньях отсутствуют длинные кинематические цепи, значительно упрощается передача движения от привода к функциональному звену, управление ИУ осуществляется существенно проще, чем при расположении приводов на общем основании.

Однако при таком способе размещения приводов значительно возрастают массы, габаритные размеры и моменты инерции функциональных звеньев, что приводит к снижению грузоподъемности ИУ и ухудшению его динамических характеристик.

Встречается и комбинированный способ размещения приводов на ИУ робота. Примером может служить промышленный робот ТУР-10, у которого один привод расположен на неподвижном основании, а четыре привода — на подвижной платформе, связанной с первым звеном ИУ, которые посредством цепных передач передают движение звеньям ИУ.

8.9. Электродвигатели

В приводах роботов в качестве электромеханических преобразователей, осуществляющих преобразование электрической энергии в механическую, используют электродвигатели углового и линейного движения выходного звена. Электродвигатели углового движения известны давно и нашли широкое применение в различных областях техники. Электродвигатели линейного движения (линейные электродвигатели) появились в самом конце XX в. и пока что имеют ограниченное применение.

8.9.1. ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ

В приводах роботов применяют различные типы электродвигателей углового движения: постоянного тока (ДПТ) (рис. 8.7, *а*), а также синхронные (рис. 8.7, *б*) и асинхронные (рис. 8.7, *в*) переменного тока.

Наиболее простым в управлении *является электродвигатель постоянного тока*, так как при постоянном значении магнитного потока регулирование момента осуществляется за счет изменения тока.

Синхронный двигатель (иногда его называют вентильным) состоит из синхронной электрической машины, датчика положения ротора и электронного устройства управления. Управление синхронным электродвигателем сложнее, так как при фиксированном значении магнитного потока кроме регулирования тока необходимо регулировать и пространственный угол, добиваясь получения необходимого значения момента.

Наиболее сложным в управлении является *асинхронный электродвигатель*, так как управление им требует регулирования тока ротора путем регулирования тока статора при поддержании постоянства магнитного потока и

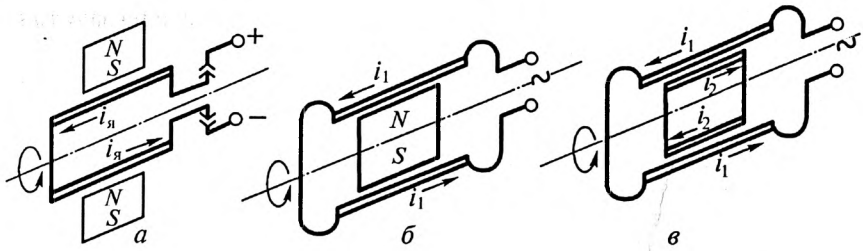


Рис. 8.7

пространственного угла φ для получения максимального значения развиваемого момента.

По большинству основных показателей, и прежде всего по массогабаритным показателям, электродвигатели переменного тока превосходят коллекторные электродвигатели постоянного тока.

Электродвигатели постоянного тока выбирают с учетом их формы, так как она в значительной мере определяет геометрические параметры привода. По конструктивному исполнению различают два вида электродвигателей: классическую форму ($L/D \geqslant 2$) и дисковую ($L/D \leqslant 1$), где L — длина двигателя, D — диаметр его корпуса. Форма двигателя зависит от конструкции якоря и вида встроенных датчиков. Известны три вида конструктивного исполнения якорей ДПТ: классический, гладкий и малоинерционный. Вид якоря определяют по наличию на нем паза (классический) или отсутствию паза (гладкий) и выполнению якоря полым или дисковым (малоинерционный).

По способу подведения напряжения в обмотку якоря ДПТ делят на коллекторные и бесконтактные (вентильные).

Двигатели с классическим якорем имеют относительно небольшой диаметр якоря при значительной его длине. Следовательно, классическая (удлиненная) форма двигателя обусловлена конструкцией якоря. Эти двигатели надежны, обладают большой прочностью и теплоемкостью. К ним относят, например, коллекторные двигатели с обмоткой возбуждения серий Д и СД, возбуждением от постоянных магнитов серий ДП и ДПМ и т.п.

Для двигателей серий Д и СД (например, Д-25Г, СД-150) цифры 25 и 150 в обозначении указывают значение номинальной мощности, Вт. В обозначении двигателей серии ДПМ мощностью свыше 100 Вт (например, ДПМ-1,6) цифры обозначают значение номинального момента, Н · м, а мощностью менее 100 Вт (например, ДПМ-25) — наружный диаметр корпуса, мм.

Двигатели с малоинерционным полым якорем имеют классическую (удлиненную) форму. В них постоянные магниты могут находиться как внутри ротора, так и снаружи. В последнем случае момент инерции вращающихся частей меньше, чем при расположении магнитов внутри ротора.

Эти двигатели обладают более высоким КПД и большим быстродействием по сравнению с двигателями с классическим якорем.

Двигатели с малоинерционным дисковым якорем имеют форму короткого цилиндра, длина которых меньше их диамет-

ра. Якорь у таких двигателей представляет собой закрепленный на валу тонкий немагнитный диск.

Возбуждение двигателя обычно создается постоянными магнитами (реже обмотками возбуждения), расположенными в торцевой плоскости, так что двигатель имеет не цилиндрический (радиальный) воздушный зазор, а плоский (аксиальный). При этом сокращаются осевые габаритные размеры двигателя.

Дисковые двигатели обладают большим быстродействием, чем классические, так как их вращающаяся часть имеет малый момент инерции. При этом кратность пускового момента у них выше (до 10), чем у классических двигателей.

У двигателей с дисковым якорем существует проблема отвода тепла, так как тепловая постоянная якоря относительно мала. Поэтому приводы с двигателями с дисковым якорем рекомендуют устанавливать на металлическом основании или осуществлять принудительную их вентиляцию.

Условное обозначение коллекторного двигателя серии ДП с дисковым якорем с проволочной обмоткой, выведенной на коллектор, и возбуждением от постоянных магнитов (например, ДП125-60-3-24) расшифровывают следующим образом: 125 — диаметр корпуса, мм; 60 — номинальная мощность, Вт; 3 — частота вращения вала, тыс. об/мин; 24 — напряжение питания, В. В двигателях с дисковым якорем с печатной обмоткой и возбуждением от постоянных магнитов серии ПЯ (например, ПЯ-50) цифра 50 указывает номинальную мощность, Вт. Двигатели серии ПЯ снабжены встроенным тахогенератором.

Коллекторные двигатели постоянного тока обладают малым сроком службы, повышенной чувствительностью к воздействиям окружающей среды, искрением под щетками, образованием щеточной пыли. Эти недостатки связаны с наличием скользящего контакта в щеточно-коллекторном узле.

Бесконтактные двигатели — это двигатели, у которых механический коллектор заменен бесконтактным переключателем (коммутатором) на полупроводниковых приборах. Коммутатор управляется датчиком положения ротора. При этом несколько увеличиваются габаритные размеры и масса двигателя, но значительно повышаются его надежность и долговечность по сравнению с коллекторными двигателями.

Бесконтактный двигатель содержит синхронную машину и датчик углового положения ротора. Бесконтактный двигатель постоянного тока имеет инверсное (обращенное) исполнение, т.е. обмотка якоря расположена в пазах статора, а на роторе размещены постоянные магниты с одной или двумя парами полюсов.

В качестве датчиков положения ротора применяют сельсины, синусно-косинусные вращающиеся трансформаторы (резольверы), датчики Холла. При дискретном способе управления используют цифровые датчики положения. Срок службы современных бесконтактных двигателей превышает 10 000 ч. Примером высокооборотных бесконтактных двигателей являются двигатели серии БК.

Технические характеристики и геометрические параметры некоторых типов электродвигателей постоянного тока приведены в табл. 8.1.

Таблица 8.1. **Технические характеристики и геометрические параметры электродвигателей постоянного тока**

Электродвигатель		Номинальная мощность $P_н$, Вт	Номинальный момент M, Н · м	Номинальная частота вращения $n_н$, об/мин	Момент инерции ротора $J_д \cdot 10^3$, кг · м^2	Длина L, мм	Диаметр корпуса D, мм	Диаметр вала d, мм	Масса m, кг
конструкция	обозначение								
Пазовый якорь, электромагнитное возбуждение	СЛ-221	12,5	0,034	3500	0,014	92,5	70	6	1,2
	СЛ-369	55	0,147	3600	0,069	120	85	8	2,5
	СЛ-569	160	0,466	3600	0,245	157	108	10	5,3
	СЛ-661	230	0,916	2400	0,91	205	130	10	9,7
Пазовый якорь, возбуждение от постоянных магнитов, с тахогенератором	ДП-35	25	0,06	3000	0,085	136	35	4	0,9
	ДП-40	40	0,095	3000	0,127	145	40	5	1,1
	ДП-50	60	0,143	3000	0,266	167	50	6	2,0
	ДП-60	90	0,216	3000	0,608	187	60	7	2,9
Дисковый гладкий якорь, возбуждение от постоянных магнитов, с тахогенератором	ПЯ-20	20	0,07	3000	0,01	56,6	85	5	0,9
	ПЯ-50	50	0,16	3000	0,017	67	110	7	1,5
	ПЯ-125	125	0,4	3000	0,07	72	135	7	2,5
	ПЯ-250	250	0,8	3000	0,23	105	180	10	7,0
	ПЯ-500	500	1,64	3000	0,77	113	210	10	10,5
	ДПУ-160	180	0,57	3000	0,275	172	130	10	5,4
	ДПУ-200	550	1,7	3000	0,78	184	180	14	8,2
	ДПУ-240	1100	3,5	3000	1,94	170	230	18	14,5
Цилиндрический пазовый якорь, возбуждаемый от постоянных магнитов, с тахогенератором	ДПМ-0,25	37	0,25	1500	—	125	85	10	2
	ДПМ-0,5	75	0,5	1500	—	160	85	12	3
	ДПМ-0,8	120	0,8	1500	0,001	275	110	14	9
	ДПМ-1,6	250	1,6	1500	0,002	325	110	14	11
	ДПМ-2,5	370	2,5	1500	0,0025	330	130	18	15
	ДПМ-5,2	750	5,2	1500	0,0049	380	130	18	18
	4ДПУ-75	75	0,7	1000	0,21	294	67	—	12
	4ДПУ-220	220	2,1	1000	2,8	294	127	—	16
	4ДПУ-450	450	4,3	1000	4,9	359	127	—	27

	ВЭМ-11093	550	5,2	1000	8,5	377	130	—	21
	ВЭМ-12093	750	7,1	1000	13	478	130	—	29
	ВЭМ-13093	1100	10,5	1000	19	547	130	—	32
Бесконтактный, возбуждение от постоянных магнитов, с датчиком углового положения и коммутатором	БК-1324	1,6	0,0039	4000	—	75	32	2,8	0,24
	БК-1414	4	0,0097	4000	—	81	40	3,8	0,42
	БК-1425	6	0,012	5000	—	88	40	3,8	0,54
	БК-1533	10	0,032	3000	—	112	50	4,8	1,00
	БК-1534	16	0,039	4000	—	112	50	4,8	1,00
	БК-1617	25	0,052	7500	—	118	60	5,8	1,2
	БК-1626	40	0,065	6000	—	130	60	5,8	1,5
	БК-1817	60	0,078	7500	—	141	80	7	2,7
	БК-1826	90	0,146	6000	—	153	80	7	3,0
Полый бескаркасный якорь, возбуждение от постоянных магнитов	ДПР-32	1,9	1,96	9000	0,002	46	20	М3	0,065
		1,6	1,96	6000	0,002	46	20	М3	0,065
		1,2	1,96	4500	0,002	46	20	М3	0,065
	ДПР-42	4,7	4,9	9000	0,00057	54	25	М3	0,13
		3,2	4,9	6000	0,00057	54	25	М3	0,13
		2,4	4,9	4500	0,00057	54	25	М3	0,13
		1,3	4,9	2500	0,00057	54	25	М3	0,13
	ДПР-52	9,4	9,8	9000	0,0017	64	30	М4	0,22
		6,3	9,8	6000	0,0017	64	30	М4	0,22
		4,7	9,8	4500	0,0017	64	30	М4	0,22
		2,6	9,8	2500	0,0017	64	30	М4	0,22
	ДПР-62	18,9	19,6	9000	0,0036	76	35	М4	0,36
		12,6	19,6	6000	0,0036	76	35	М4	0,36
		9,4	19,6	4500	0,0036	76	35	М4	0,36
		5,2	19,6	2500	0,0036	76	35	М4	0,36
	ДПР-72	25,1	39,2	6000	0,0078	83	40	М4	0,52
		18,9	39,2	4500	0,0078	83	40	М4	0,52
		10,5	39,2	2500	0,0078	83	40	М4	0,52

Электродвигатели переменного тока бесколлекторные широко применяют в приводах ПР ввиду длительности их службы (гарантийный срок службы более 40 000 ч), больших кратковременных перегрузок по току, возможности использования в агрессивных средах, так как отсутствует механический контактный коллектор — источник искрового и дугового разрядов, небольших массогабаритных параметров, удобного охлаждения обмотки якоря, потому что она расположена на неподвижном статоре.

По массогабаритным показателям электродвигатели переменного тока, как правило, превосходят коллекторные электродвигатели постоянного тока. Электродвигатели переменного тока бывают асинхронные и синхронные.

Асинхронные электродвигатели разных модификаций (однофазные, двухфазные и трехфазные, с короткозамкнутым и фазным роторами) широко применяют в различных сферах промышленности. В настоящее время в приводах роботов находят наибольшее применение трехфазные короткозамкнутые электродвигатели.

Регулирование скорости асинхронного короткозамкнутого электродвигателя проводят изменяя задаваемую частоту и ток электродвигателя. Такое регулирование называют *частотно-токовым.*

В табл. 8.2 представлены технические характеристики и геометрические параметры асинхронных электродвигателей серий ДАТ и 4А.

Синхронные электродвигатели применяют в различных областях техники из-за хорошей управляемости, высокого КПД, бесконтактности, широких функциональных возможностей.

Применение синхронных электродвигателей в приводах роботов обеспечивает им высокую частоту вращения, малое время (менее 0,1 с) разгона от нуля до максимальной частоты вращения вала, отсутствие пульсаций момента, малые массу и габаритные размеры, небольшой момент инерции собственной массы, высокую перегрузочную способность в циклическом режиме, широкий диапазон регулирования частоты вращения вала.

Электромагнитный момент синхронного электродвигателя зависит от магнитного потока возбуждения, тока и пространственного угла φ между векторами магнитного потока и тока. Он достигает максимума при $\varphi = 90^{\circ}$.

У синхронных электродвигателей угол φ положения ротора относительно статора контролируется дискретным датчиком. Равномерность регулирования в пределах шага достигается с помощью изменения тока. Система управления замкнутая. Такой режим работы называют *режимом бесконтактного* электродвигателя постоянного тока.

При работе в режиме бесконтактной машины постоянного тока синхронный электродвигатель имеет механические и регулировочные характеристики, аналогичные электродвигателю постоянного тока.

Однако наиболее хорошие регулировочные свойства синхронный электродвигатель приобретает не при дискретном, а при непрерывном контроле положения ротора и отслеживании равенства угла $\varphi = 90^{\circ}$, тем самым формируя синусоидальное значение тока в каждой фазе электродвигателя. При этом электродвигатель имеет самые высокие энергетические характеристики.

Таблица 8.2. **Технические характеристики и геометрические параметры асинхронных электродвигателей серий ДАТ и 4А (220 В)**

Тип двигателя	Номинальная мощность $P_н$, кВт	Номинальный момент $T_н$, Н · м	Номинальная частота вращения $n_н$, об/мин	Длина L, мм	Ширина B, мм	Высота H, мм	Диаметр вала d, мм	Масса m, кг
ДАТ-10-12	0,010	0,015	12 000	55	37	32	3	0,13
ДАТ-16-12	0,016	0,020	12 000	75	40	40	3	0,30
ДАТ-18-8	0,010	0,020	8000	75	40	40	3	0,30
ДАТ-25-12	0,025	0,036	12 000	84	50	40	3	0,35
ДАТ-40-12	0,040	0,049	12 000	80	50	50	4	0,45
ДАТ-60-12	0,060	0,073	12 000	92	60	60	4	0,65
ДАТ-100-8	0,100	0,180	8000	122	60	60	4	1,00
ДАТ-100-6	0,100	0,250	6000	135	80	80	4	1,75
ДАТ-250-8	0,250	0,450	8000	152	100	100	6	2,20
ДАТ-400-8	0,400	0,700	8000	178	100	100	6	3,80
ДАТ-600-6	0,600	1,450	6000	204	185	120	6	7,50
ДАТ-600-8	0,600	1,078	8000	204	185	120	6	5,00
ДАТ-1000-8	1,000	1,780	8000	204	185	120	6	7,50
ДАТ-1000-6	1,000	2,450	6000	212	162	160	8	13,00
ДАТ-1600-8	1,600	2,740	8000	212	162	160	8	13,00
ДАТ-2500-8	2,500	4,990	8000	252	162	160	9	16,80
4АА50А2У3	0,090	0,294	3000	174	104	142	9	3,30
4АА50В2У3	0,120	0,392	3000	172	104	142	9	3,30
4АА56А2У3	0,180	0,588	3000	221	120	152	11	4,50
4АА63А2У3	0,250	0,816	3000	221	120	152	14	4,50

Окончание табл. 8.2

Тип двигателя	Номинальная мощность $P_н$, кВт	Номинальный момент $T_н$, Н · м	Номинальная частота вращения $n_н$, об/мин	Длина L, мм	Ширина B, мм	Высота H, мм	Диаметр вала d, мм	Масса m, кг
4АА56В2У3	0,370	1,210	3000	250	130	164	9	6,30
4АА63В2У3	0,550	1,796	3000	250	130	164	14	6,30
4А71А2У3	0,750	2,450	3000	330	170	201	19	15,10
4А71В2У3	1,100	3,590	3000	330	170	201	19	15,10
4А80А2У3	1,500	4,900	3000	355	186	218	22	17,40
4А80В2У3	2,200	7,180	3000	375	186	218	22	20,40
4А90L2У3	3,000	9,800	3000	402	208	243	24	28,70
4А100S2У3	4,000	13,000	3000	407	235	263	28	36,00
4А100L2У3	5,500	17,900	3000	457	235	263	28	42,00
4АА50А4У3	0,060	0,390	1500	174	104	142	9	3,30
4АА50В4У3	0,090	0,580	1500	174	104	142	9	3,30
4АА56А4У3	0,120	0,780	1500	221	120	152	11	4,50
4АА56В4У3	0,180	1,170	1500	221	120	152	11	4,50
4АА63А4У3	0,250	1,630	1500	250	130	164	14	6,30
4АА63В4У3	0,370	2,410	1500	250	130	164	14	6,30
4А71А4У3	0,550	3,590	1500	330	170	201	19	15,10
4А71В4У3	0,750	4,900	1500	330	170	201	19	15,10
4А80А4У3	1,100	7,180	1500	355	180	207	22	17,40
4А80В4У3	1,500	9,400	1500	375	186	218	22	20,40
4А90L4У3	2,200	14,300	1500	402	208	243	24	28,70
4А100S4У3	3,000	19,600	1500	407	235	263	28	36,00
4А100L4У3	4,000	26,100	1500	457	235	263	28	42,00
4А112М4У3	5,500	35,900	1500	534	260	310	32	56,00

Примером синхронных вентильных электродвигателей являются электродвигатели серий: ДВУ — на магнитах из феррита — стронция с номинальным моментом 7...170 Н · м и частотой вращения 2000...3000 об/мин; 2ДВУ — на редкоземельных магнитах с номинальным моментом 0,05... ...7 Н · м и частотой вращения 2000...6000 об/мин; 3ДВУ — дисковые на редкоземельных магнитах с номинальным моментом 1...47 Н · м и частотой вращения 2000...6000 об/мин. Максимальный момент этих электродвигателей $T_{max} = 5T_н$.

Все электродвигатели серий ДВУ имеют пристраиваемый комплексный датчик типа ПДФ-8 или ПДФ-9, включающий бесколлекторный тахогенератор, бесконтактный датчик положения ротора и датчик положения или встроенный датчик аналогичного назначения. Электродвигатели имеют модификацию со встроенным электромагнитным тормозом.

Технические характеристики и геометрические параметры электродвигателей серии ДВУ приведены в табл. 8.3.

Таблица 8.3. **Технические характеристики и геометрические параметры синхронных электродвигателей серии ДВУ**

Тип двигателя	Номинальная мощность $P_н$, кВт	Номинальный момент $T_н$, Н · м	Номинальная частота вращения $n_н$, об/мин	Момент инерции ротора $J_д \cdot 10^3$, кгм^2	Длина L, мм	Максимальный диаметр корпуса D, мм	Масса m, кг
2 ДВУ55М	0,07	0,12	6000	0,0089	140	55	0,6
2 ДВУ55	0,13	0,21	6000	0,0157	165	55	0,9
2 ДВУ85М	0,20	0,36	6000	0,0690	200	85	1,5
2 ДВУ85	0,30	0,72	4000	0,1230	230	85	2,5
2 ДВУ115А	0,75	1,80	4000	0,3100	270	115	5,0
2 ДВУ115S	0,90	2,90	3000	0,4200	290	115	6,0
2 ДВУ115М	1,10	3,80	3000	0,5200	310	115	7,0
2 ДВУ115L	1,75	5,60	3000	0,7300	350	115	9,0
ДВУ165S	2,30	11,00	2000	3,9000	439	165	16,0
ДВУ165М	3,00	14,00	2000	5,1000	464	165	19,0

Следует отметить новое направление в конструктивном исполнении электродвигателей — проектирование и создание электродвигателей для непосредственного встраивания в механизм, а не принятого универсального присоединения к механизму. В состав таких электродвигателей не входят вал, опорные щиты и подшипники. Такая конструкция позволяет конструировать механический преобразователь, исключив дублирование вала, опорных щитов и подшипников.

Примером такого исполнения являются вентильные бесконтактные электродвигатели серии ДБМ (рис. 8.8). Они имеют плоскую встраиваемую конструкцию, состоящую из статора *1* и ротора *2*, и предназначены для работы в шаговом и регулируемом режимах.

Таблица 8.4. **Технические характеристики и геометрические параметры электродвигателей серии ДБМ**

Тип двигателя	Номинальный момент $T_н$, Н · м	Статический синхронизирующий момент $T_с$, Н · м	Частота вращения холостого хода $n_{хх}$, об/мин	Пусковой ток фазы I, А	Предельный ток обмотки статора $I_п$, А	Момент инерции ротора $J_д \cdot 10^3$, к · гм^2	Длина L, мм	Диаметр корпуса D, мм	Диаметр вала d, мм	Масса m, кг
Статор пазовый										
ДБМ50-0,04-2-2	0,04	0,080	2440	0,84	5	0,0055	30	50	12	0,2
ДБМ50-0,04-4-2	0,04	0,157	4880	3,25	10	0,0055	30	50	12	0,2
ДБМ70-0,16-1-2	0,16	0,39	987	1,62	10	0,07	34	70	23	0,35
ДБМ70-0,16-2-2	0,16	0,77	1975	6,38	20	0,07	34	70	23	0,35
ДБМ100-0,4-0,6-2	0,4	0,84	690	2,45	15	0,27	33	100	48	0,6
ДБМ100-0,4-1,2-2	0,4	1,67	1390	9,80	30	0,27	33	100	48	0,6
ДБМ120-1-0,2-2	1	1,19	240	1,25	12,5	1,0	42	120	60	1,3
ДБМ120-1-0,4-2	1	2,38	485	5,00	25	1,0	42	120	60	1,3
ДБМ120-1-0,8-2	1	4,47	970	18,00	50	1,0	42	120	60	1,3
ДБМ120-1,6-0,4-3	1,6	4,2	473	8,1	45	1,5	52	120	60	1,8
ДБМ150-4-0,3-2	4	6,7	323	9,6	60	3,0	55	150	72	3,0
ДБМ150-4-0,6-2	4	13,1	646	37,5	120	3,0	55	150	72	3,0
ДБМ150-4-1,5-3	4	47,3	1750	32,0	320	3,0	55	150	72	3,0
ДБМ185-6-0,2-2	6	11,5	195	10,2	60	9,0	60	185	66	5,4
ДБМ185-6-0,4-2	6	23,1	390	41,0	120	9,0	60	185	66	5,4
ДБМ185-16-0,15-2	16	28,0	143	18,4	110	15	85	185	66	9,2
ДБМ185-16-0,3-2	16	56,0	286	73,8	220	15	85	185	66	9,2
Статор гладкий										
ДБМ40-0,01-4,5-3	0,01	0,026	4570	0,48	1,25	0,0055	26	40	12	0,12
ДБМ40-0,01-9-3	0,01	0,051	9150	1,93	2,5	0,0055	26	40	12	0,12
ДБМ63-0,06-3-2	0,06	0,13	2950	1,63	10	0,07	28	63	23	0,32
ДБМ85-0,16-2-2	0,16	0,305	2040	2,70	20	0,27	36	85	48	0,54
ДБМ85-0,16-2-3	0,16	0,36	1900	2,70	7,5	0,27	36	85	48	0,54
ДБМ105-0,4-0,75-3	0,4	0,92	965	3,46	9,0	1,0	38	105	60	0,98
ДБМ105-0,6-1-2	0,6	1,62	917	6,30	30	1,5	46	105	60	1,3
ДБМ105-0,6-0,5-3	0,6	1,17	600	2,70	8,75	1,5	46	105	60	1,3
ДБМ130-1,6-0,5-2	1,6	1,74	457	3,37	40	3,0	54	130	72	2,5

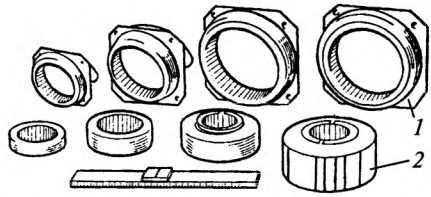


Рис. 8.8

Такое исполнение обеспечивает пакетирование для увеличения требуемого момента, т.е. конструкция двигателя в этом случае представляет собой пакет синхронных машин с общим датчиком положения ротора.

Условное обозначение вентильного бесконтактного моментного электродвигателя серии ДБМ (например, ДБМ-63-0,06-3-2) расшифровывают следующим образом: ДБМ — двигатель бесконтактный моментный; 63 — внешний диаметр корпуса, мм; 0,06 — номинальный момент, Н · м; 3 — номинальная частота вращения, тыс. об/мин; 2 — число фаз.

Двигатели серии ДБМ спроектированы для работы с малыми скоростями и большими моментами и обладают рядом преимуществ по сравнению с обычными бесконтактными двигателями: повышенным ресурсом работы; большим отношением вращающего момента к моменту инерции ротора, что обеспечивает высокое быстродействие; высокой разрешающей способностью из-за отсутствия упругих связей и люфтов.

Использование таких электродвигателей в приводах роботов позволяет во многих случаях отказаться от преобразователя движения. В большинстве случаев электродвигатели серии ДБМ используют в режиме бесконтактной машины постоянного тока. В качестве датчика положения ротора в приводе робота с бесконтактным моментным двигателем серии ДБМ используют бесконтактный синусно-косинусный вращающийся трансформатор типа редуктосин.

Технические характеристики и геометрические параметры электродвигателей серии ДБМ приведены в табл. 8.4.

8.9.2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ

Принцип действия и конструктивная схема линейного двигателя (ЛД) известны давно.

Прототипом ЛД является электромагнитная система, состоящая из металлического сердечника-магнита и статорной обмотки (рис. 8.9). При подаче тока определенной полярности в статорную обмотку сердечник-магнит смещается в ту или иную сторону. Между источником энергии и подвижным звеном нет промежуточных элементов. Передача энергии осуществляется через воздушный зазор между статорной обмоткой и подвижным звеном.

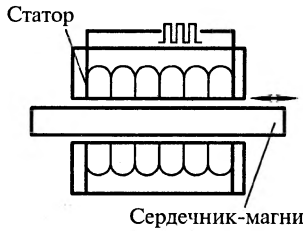


Рис. 8.9

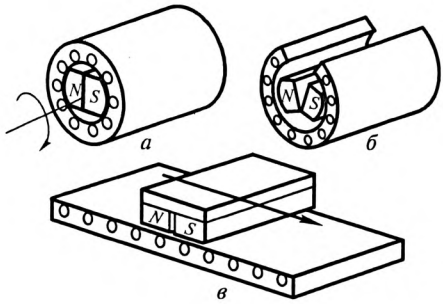


Рис. 8.10

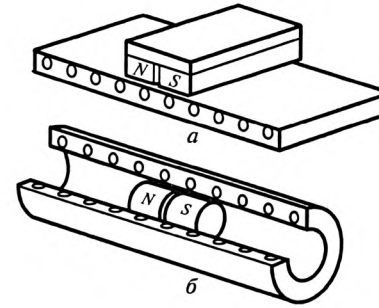


Рис. 8.11

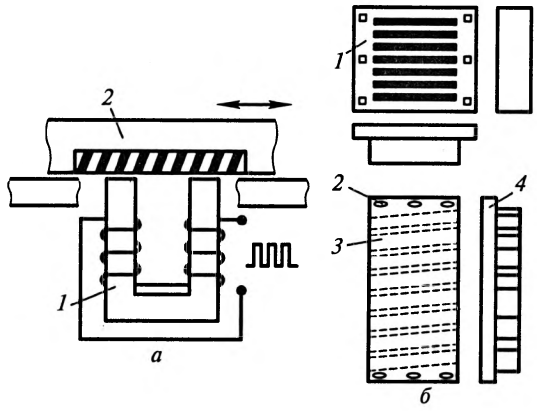
На этом принципе действия уже много лет работают различные системы электроавтоматики, электротормозов, защиты и т. п. Достоинством этих систем является: простота конструкции, сверхбыстрота срабатывания, почти мгновенный останов и реверс, большие осевые усилия, простота настройки и применения. Для идеальной работы этих систем не хватало только возможности регулировать скорость подвижного звена. А без этого сконструировать ЛД было невозможно.

Потребовались многие годы работы ученых и конструкторов в разных странах, прежде чем был достигнут успех. В Японии впервые был успешно использован линейный привод как движитель сверхскоростных поездов. Попытки создания ЛД для металлообрабатывающих станков приводили к возникновению сильных магнитных полей, нагреву двигателя, неравномерности движения подвижного звена. И только на пороге третьего тысячелетия японская компания «SODICK Co., Ltd.» первой сумела решить сложнейшие конструкторско-технологические задачи, позволившие приступить к серийному выпуску станков (пока в основном электроэрозионных) с принципиально новыми ЛД, в которых решены все проблемы по обеспечению равномерности движения подвижного звена станка со сверхвысокой точностью, с большим диапазоном регулирования скорости, громадными ускорениями, мгновенным остановом и реверсом, простотой обслуживания и наладки и др.

Линейный двигатель может быть «получен» из двигателя углового движения (рис. 8.10, *а*) в результате продольного разреза статора (рис. 8.10, *б*) и развертки его в прямую линию. Ротор также выпрямляют (рис. 8.10, *в*). В результате движение «ротора» становится линейным. Обратная свертка линейного двигателя (рис. 8.11, *а*) только относительно его поперечной оси приводит к появлению линейного двигателя иного типа (рис. 8.11, *б*).

Следует отметить, что двигаться может либо ротор, либо статор. Все зависит от того, что закреплено. Если закреплен статор, то движется ротор, при закреплении ротора движется статор.

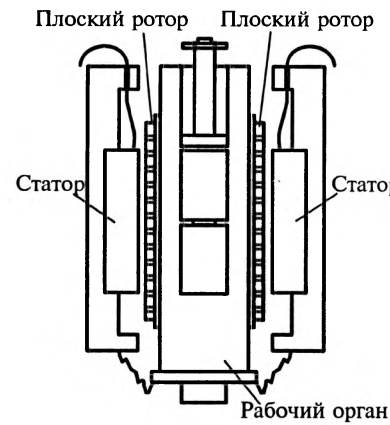
Таким образом, линейный двигатель состоит из двух основных элементов: электромагнитного «статора» *1* и плоского ротора *2* (рис. 8.12, *а*, *б*), между которыми воздушный зазор. Для определения текущих координат под-



Р и с. 8.12

вижного звена на неподвижном звене устанавливают измерительную линейку с высокой дискретностью (0,1 мкм). Ротор *2* (см. рис. 8.12, *б*) состоит из ряда прямоугольных сильных (редкоземельных) постоянных магнитов *3*, закрепленных под определенным фиксированным углом на тонкой плите *4* из специальной высокопрочной керамики, коэффициент температурного расширения которой в 2 раза меньше, чем у гранита. Применение керамики совместно с эффективной системой охлаждения и использование высокоэффективной шестифазной импульсной системы управления (система SMC) позволило избавиться от нагрева, сильных магнитных полей и добиться точного и равномерного движения подвижного звена во всем диапазоне скоростей и нагрузок.

Компания «SODICK Co., Ltd.» серийно выпускает широкую гамму линейных двигателей со следующими характеристиками: ход подвижного звена 100...2220 мм, максимальная скорость перемещения до 3 м/с, ускорение до 20g при точности исполнения заданных перемещений 0,1 мкм, практически мгновенная остановка и реверс, моментальная реакция на команды системы управления. Нагрев ЛД при работе не превышает +2 °С от температуры помещения.



Р и с. 8.13

Для увеличения мощности на один рабочий орган устанавливают несколько линейных двигателей. Так, на электроэрозионных прошивочных станках фирмы «SODICK Co., Ltd.» для вертикального перемещения рабочего органа установлены два линейных двигателя (рис. 8.13).

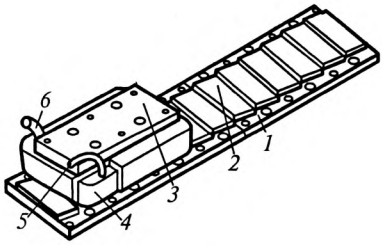


Рис. 8.14

Рассмотрим линейный двигатель «Iron Core Brushless Linear Servo Motor» фирмы «Baldor Electric Company». На рис. 8.14 показан его внешний вид, конструктивная схема — на рис. 8.15, а геометрические параметры приведены в табл. 8.5.

Линейный двигатель состоит из направляющего устройства (ротора), представляющего собой тонкую стальную пластину *1* с наклеенными под определенным углом прямоугольными редкоземельными постоянными магнитами *2* и подвижного звена (статора) *3*, состоящего из группы катушек, залитых теплопроводящей эпоксидной смолой, датчика Холла *4*, подводящего к катушкам кабеля *5* и кабеля *6* датчика Холла. Направляющее устройство собирают из секций длиной *D*, поэтому ЛД может быть требуемой длины.

Таблица 8.5. **Геометрические параметры трехфазной электрической катушки (LMBL) и магнитного направляющего устройства (LTBT), мм**

Параметр	02A	04A	06A	08A	10A	12A	14A	16A	18A	A5	A7	A18
	LMBL									LTBT		
A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	—	—	—
C	102,87	148,59	194,31	240,03	285,75	331,47	377,19	422,91	468,63	—	—	—
D	—	—	—	—	—	—	—	—	—	137,16	182,98	457,20

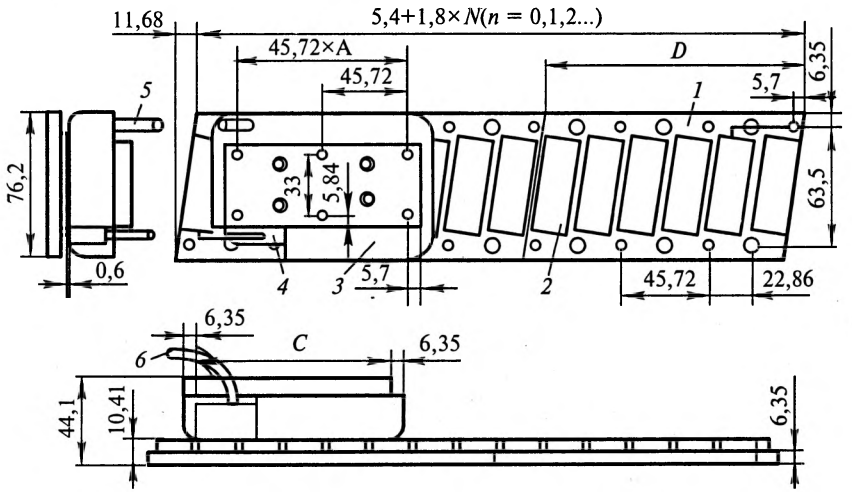


Рис. 8.15

Линейный двигатель «Cog-free Brushless Linear Servo Motor» фирмы «Baldor Electric Company» показан на рис. 8.16 и 8.17.

Он состоит из направляющего устройства (ротора), представляющего собой тонкий ⊔-образный стальной профиль *1* с наклеенными на его боковые поверхности прямоугольными редкоземельными постоянными магнитами *2* и подвижного звена («статора») *3*, устроенного аналогично рассмотренному ЛД «Iron Core Brushless».

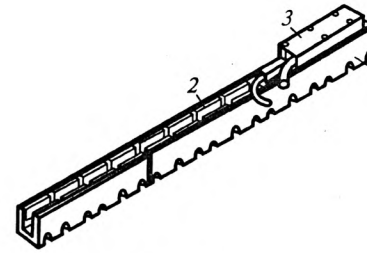


Рис. 8.16

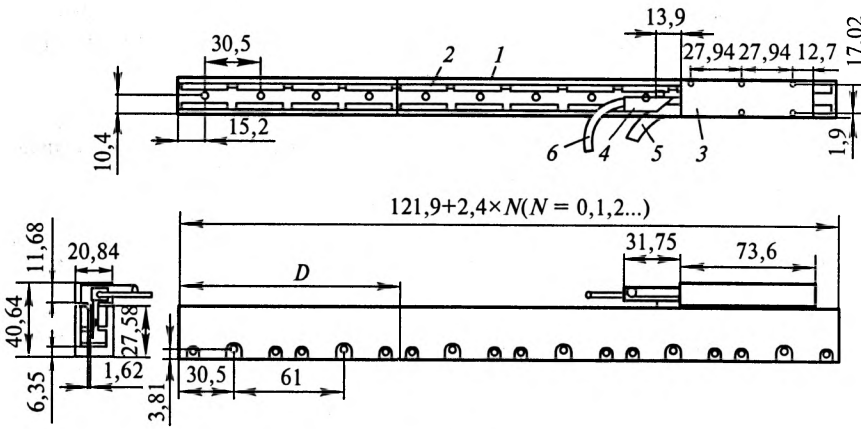


Рис. 8.17

Геометрические параметры магнитных направляющих устройств, мм:

Параметр . . .	LTCF-A4	LTCF-A8	LTCF-A9	LTCF-A12	LTCF-A24
D.	121,9	182,9	243,8	304,8	609,6

ГЛАВА 9

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ДВИЖЕНИЯ

Передача движения от двигателя к функциональному звену ИУ робота может быть обеспечена с помощью различных преобразователей движения, структура и конструктивные особенности которых зависят от типа двигателя, вида перемещения функционального звена и способа их расположения.

Преобразователи движения предназначены для преобразования одного вида движения в другое, согласования скоростей и вращающих моментов двигателя и функционального звена. Для преобразования движения используют винтовые, реечные, цепные, тросовые передачи, а также передачи зубчатым ремнем, мальтийские механизмы. В связи с тем, что электродвигатели в основном высокооборотные, а рабочие скорости звеньев ИУ невелики, в электроприводах для согласования скоростей используют понижающие преобразователи движения: зубчатые цилиндрические и конические, червячные, планетарные, волновые. Тип преобразователя движения выбирают, исходя из сложности его конструкции, КПД, люфта в передаче, габаритных размеров и массы, свойств самоторможения, жесткости, удобства компоновки, технологичности, долговечности, стоимости и т.п. Преобразователи движения оказывают существенное влияние как на качество работы привода, так и на работу робота в целом. Поэтому вопросам проектирования преобразователей движения следует уделять самое пристальное внимание.

9.1. Передача винт-гайка качения

Передача винт-гайка качения (шарико-винтовая передача — ШВП) предназначена для преобразования вращательного движения в поступательное, и наоборот, поступательного движения во вращательное.

Она характеризуется высоким КПД (0,8...0,9), небольшим износом, высокой точностью хода, долговечностью, возможностью полного устранения зазоров, высокой чувствительностью к микроперемещениям, возможностью работы без смазки.

К недостаткам передачи следует отнести: отсутствие самоторможения, сложную технологию изготовления, высокую стоимость, пониженное демпфирование и необходимость защиты от пыли.

В винтовых шариковых парах (рис. 9.1) между рабочими винтовыми поверхностями винта *1* и гайки *2* (иногда вкладыша) помещены стальные шарики *3*.

Скорость перемещения шариков отличается от скорости ведущего и ведомого звеньев. Поэтому для обеспечения непрерывной циркуляции шариков концы рабочей части резьбы соединены возвратным каналом *4*. Замкнутую цепь шариков условно делят на активную часть (рабочую часть нарезки) и пассивную часть (возвратный канал).

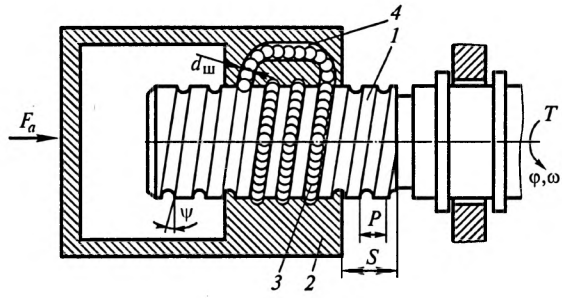


Рис. 9.1

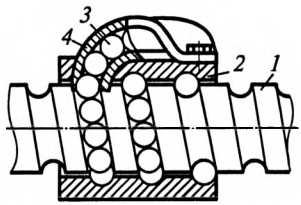


Рис. 9.2

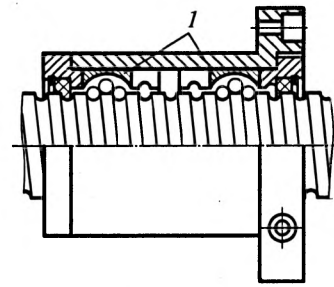
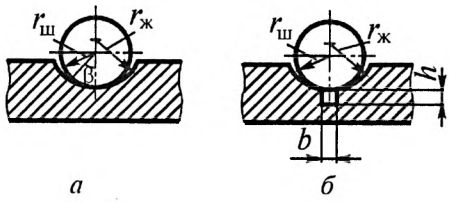


Рис. 9.3

Активная часть шариковой винтовой пары обычно составляет $K_в$ = 1,5; 2,5; 3,5; 4 рабочих витков. При большем числе рабочих витков КПД шариковой пары снижается из-за увеличения трения шариков друг о друга. Общее число витков в ШВП с выборкой мертвого хода (натягом) равно: K_0 = 3; 4,5; 5,5; 6.

Возвратный канал может представлять собой отверстие *4*, просверленное в теле гайки *2* и соединяющее начало первого витка с концом последнего витка резьбы (см. рис. 9.1), изогнутую трубку *4*, концы которой вставлены в отверстия гайки *2*, просверленные по касательной к поверхности резьбы (рис. 9.2), специальный вкладыш *1*, который направляет шарики из впадин одного витка через выступ резьбы винта во впадину соседнего витка (рис. 9.3). Вкладыш вставляют в окно гайки. В большинстве случаев в гайке применяют 3, 4 или 6 окон, расположенных соответственно под углом 120, 90 или 60°.

Резьба в ШВП может иметь различные профили. Наибольшее распространение получили круглые (рис. 9.4, *а*), круглые с канавкой (рис. 9.4, *б*) профили резьбы. Они обеспечивают наименьшие контактные напряжения. Нарезание и шлифование таких канавок не представляет технологических трудностей. Треугольный профиль (рис. 9.5) резьбы наиболее технологичен, обеспечивает постоянное значение угла передачи, обладает наименьшим трением, не уступает по нагрузочной способности круглому профилю. Прямоугольный профиль всегда обеспечивает угол β контакта шариков с винтом



а *б*

Рис. 9.4

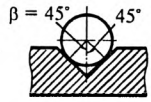


Рис. 9.5

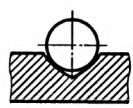


Рис. 9.6

и гайкой, равный нулю, и имеет самый высокий КПД. В настоящее время начинают применять арочный профиль резьбы (рис. 9.6).

У винта с треугольным и круглым с канавкой профилем резьбы пространство под шариком служит резервуаром для смазочного материала и продуктов износа.

Материалы для шарико-винтовых передач. Для обеспечения требуемой работоспособности и точности передачи материалы винта, гайки, вкладышей и шариков должны обладать твердостью рабочих поверхностей не менее 58...60 HRC (твердость по Роквеллу). В табл. 9.1 представлены наиболее распространенные марки сталей и способы их упрочнения.

Таблица 9.1. **Материалы шарико-винтовых передач**

Элемент передачи	Марка стали	Способ упрочнения	Твердость, HRC
Винт	ХВГ 7ХГ2ВМ	Объемная закалка	58...60 58...60
	8ХФ 50ХФА	Закалка при индукционном нагреве токами звуковых частот	58...62 58...60
	8ХФ	Закалка при индукционном нагреве токами радиочастот	58...62
	20Х3МВФ	Азотирование	Более 60
Гайка и вкладыш	9ХС, ХВГ ШХ15 18ХГТ	Объемная закалка	58...60
	12ХН3А	Цементация	58...60
Корпус	45	Не упрочняют	—
Шарик (степень точности 1)	ГОСТ 3722—81	—	Не менее 63

Кинематический расчет передачи. Рассмотрим (см. рис. 9.1) преобразование вращательного движения винта (гайки) в поступательное перемещение гайки (винта). При вращении винта (гайки) шарики, благодаря трению, перекатываются по винтовым поверхностям винта и гайки и переда-

ют вращение от винта (гайки) к гайке (винту), перемещающейся поступательно. От проворачивания относительно своей продольной оси гайка (винт) удерживается направляющими или шпонкой, зафиксированной в корпусе.

Угол поворота винта (гайки), рад, $\varphi = 2\pi S / PK$, где S — перемещение гайки (винта), мм; P — шаг резьбы, мм; K — число заходов резьбы. Обычно шариковые винтовые передачи выполняют однозаходными: $K = 1$.

Угловая скорость винта (гайки), $с^{-1}$, $w = 2\pi \cdot 10^3 v / PK$, где v — линейная скорость винта (гайки), м/с.

Передаточное отношение, $м^{-1}$:

$$u_{В.П} = \frac{w}{v} = \frac{2\pi \cdot 10^3 v}{PKv} = \frac{2\pi \cdot 10^3}{PK}. \qquad (9.1)$$

Рекомендуют принимать $u_{В.П} = 300...2000$ $м^{-1}$.

Коэффициент полезного действия винтовой пары:

$$\eta_{В.П} = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}(\psi + \rho_К)} K_н,$$

где $\psi = \operatorname{arctg}\dfrac{PK}{\pi d_о}$ — угол подъема винтовой линии, град ($d_о$ — диаметр окружности, на которой располагаются центры шариков, мм (рис. 9.7)); $K_н$ — коэффициент натяга; $\rho_К$ — приведенный угол трения качения, град.

Формула для приведенного угла трения качения имеет вид $\rho_К = \operatorname{arctg}\dfrac{2f_К}{d_ш \sin\beta}$, где $d_ш$ — диаметр шариков, мм; $f_К$ — приведенный коэффициент трения качения (принимают 0,005...0,015 мм); $\beta = 45^\circ$ — угол контакта шариков с винтом и гайкой.

При силе предварительного натяга $F_н \le 0{,}35F_a$ $K_н = 1$, при $F_н > 0{,}35F_a$:

$$K_н = \frac{F_a / F_н}{\left(1 + 0{,}65\dfrac{F_a}{F_н}\right) - \left(1 - 0{,}35\dfrac{F_a}{F_н}\right)\dfrac{\operatorname{tg}(\psi - \rho_К)}{\operatorname{tg}(\psi + \rho_К)}}.$$

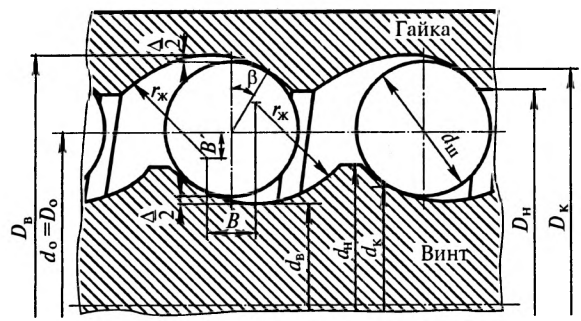


Рис. 9.7

В шариковых винтовых передачах $\rho_К \ll \psi$.

При $\psi > 2^0$ КПД увеличивается мало, поэтому выгодно выбирать угол ψ небольшим, так как при этом снижается необходимый вращающий момент.

Преобразование поступательного движения гайки (винта) во вращательное движение винта (гайки) в шариковой винтовой передаче практически возможно всегда, так как $\psi \gg 2\rho_К$.

В этом случае перемещение гайки (винта), мм, $S = \varphi PK / 2\pi$.

Линейная скорость гайки (винта), м/с, $v = wPK / 2\pi \cdot 10^3$.

Передаточное отношение, м:

$$u_{П.В} = \frac{v}{w} = \frac{wPK}{2\pi \cdot 10^3 w} = \frac{PK}{2\pi \cdot 10^3}. \qquad (9.2)$$

Рекомендуют принимать $u_{П.В} = 0{,}0005...0{,}0033$ м.

Коэффициент полезного действия винтовой пары $\eta_{П.В} = \dfrac{\operatorname{tg}(\psi - \rho_К)}{\operatorname{tg}\psi} K_н$.

Расчет геометрических параметров ШВП при заданном ее передаточном отношении (в большинстве случаев передаточное отношение является известным) начинают с определения шага резьбы передачи. При преобразовании вращательного движения в поступательное на основании (9.1) шаг резьбы, мм,

$$P = \frac{2 \cdot 10^3 \pi}{u_{В.П} K}; \qquad (9.3)$$

поступательного движения во вращательное на основании (9.2):

$$P = \frac{2 \cdot 10^3 \pi}{K} u_{П.В}. \qquad (9.4)$$

Результат округляют до ближайшего стандартного числа из ряда: 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 24.

Диаметр шариков равен, мм:

$$d_ш = K_р P, \qquad (9.5)$$

где $K_р = 0{,}6$ — коэффициент шага резьбы.

Результат $d_ш$ округляют до ближайшего большего стандартного значения: 0,25; 0,30; 0,36; 0,635; 0,68; 0,70; 0,80; 0,84; 0,85; 1,0; 1,2; 1,3; 1,5; 1,588; 1,984; 2,0; 2,381; 2,5; 2,778; 3,0; 3,175; 3,5; 3,572; 4,0; 4,366; 4,5; 4,763; 5,0; 5,159; 5,5; 5,556; 5,8; 6,0; 6,35; 6,5; 6,747; 7,0; 7,144; 7,5; 7,938; 8,0; 8,334 8,5; 8,731; 9,0; 9,575; 9,922; 10,0; 10,319; 10,716; 11,0; 11,112; 11,5; 11,509; 11,906; 12,0.

Вычисляем внутренний диаметр винта, мм:

$$d_в = \frac{d_ш}{K_ш}, \qquad (9.6)$$

где $K_ш$ — коэффициент диаметра шариков, равный 0,10...0,35.

Проверяем винт на прочность при растяжении (сжатии), т.е. определяем максимальное растягивающее (сжимающее) напряжение, МПа:

$$\sigma_{max} = \frac{4F_a}{\pi d_в^2} \le [\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]_T}, \qquad (9.7)$$

где $[\sigma]$— допускаемое растягивающее (сжимающее) напряжение, МПа; σ_T — предел текучести материала винта, МПа; F_a — осевая сила, Н; $[n]_T$ — допускаемый (требуемый) коэффициент запаса по текучести, равный 1,5...2,5.

Длинные винты, работающие на сжатие, проверяют на устойчивость по условию:

$$F_a \le [F_a], \qquad (9.8)$$

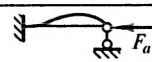
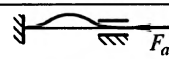
где $[F_a]$ — допускаемая осевая сила, Н:

$$[F_a] = \frac{F_{кр}}{[n]_y}, \qquad (9.9)$$

где $F_{кр}$ — критическая осевая сила, определяемая в зависимости от гибкости λ винта, Н.

Вычисляют гибкость винта по формуле $\lambda = \mu\ell / i_{min}$, где ℓ — максимальная длина участка винта между серединами опор винта и гайки, мм; $\mu = 1/m$ — коэффициент приведения длины (табл. 9.2), зависит от способов закрепления концов винта (m — число полуволн изгиба винта); i_{min} — минимальный радиус инерции поперечного сечения винта, мм: $i_{min} = \sqrt{J_{min} / A_{min}}$, где $J_{min} = \pi d_в^4/64$ — минимальный осевой момент инерции поперечного сечения винта, мм^4; $A_{min} = \pi d_в^2/4$ — минимальная площадь поперечного сечения винта, мм^2.

Таблица 9.2. **Коэффициенты μ и ν**

Номер	Схема закрепления винта	μ	ν
1		2	0,7
2		1	2,2
3		0,7	3,4
4		0,5	4,9

Если гибкость винта больше предельной гибкости $\lambda > \lambda_{пред} = \pi\sqrt{E/\sigma_{пц}}$, то критическую силу определяют по *формуле Л. Эйлера*:

$$F_{кр} = \pi^2 E J_{min} / (\mu \ell)^2,$$

где $\sigma_{пц}$ — предел пропорциональности материала винта, МПа; $E = (2...2,2) \cdot 10^5$ МПа — модуль упругости первого рода материала винта.

Если гибкость винта λ больше начальной гибкости λ_0, но меньше предельной гибкости $\lambda_{пред}$, т.е. $\lambda_0 = (a - \sigma_т)/b < \lambda < \lambda_{пред}$, то критическую силу определяют по *формуле Ф.А. Ясинского*:

$$F_{кр} = (a - b\lambda) A_{min},$$

где a и b — эмпирические коэффициенты. Для углеродистых сталей $a = 321$, $b = 1,16$; для легированных сталей $a = 464$, $b = 3,62$.

Если $\lambda < \lambda_0$, то винты устойчивости не теряют, и расчет на устойчивость не проводят. В этом случае проводят расчет на сжатие.

Расчет винтов на устойчивость с помощью коэффициента φ понижения допускаемого напряжения приведен в 9.4.

Если условие устойчивости не выполняется, внутренний диаметр $d_в$ винта необходимо увеличить.

Кроме того, длинные винты проверяют по критической частоте вращения:

$$n \leqslant n_{кр}, \tag{9.10}$$

где

$$n_{кр} = 5 \cdot 10^7 \frac{d_в}{\ell^2} \nu k; \quad n_{кр} = \frac{8 \cdot 10^4}{d_в} \tag{9.11}$$

— критическая частота вращения винта, об/мин.

Здесь $k = 0,5...0,8$ — коэффициент запаса; ν — коэффициент, зависящий от способов закрепления винта (см. табл. 9.2). Критическую частоту вращения выбирают меньшей из двух полученных значений.

Диаметр окружности, на которой расположены центры шариков, равен мм (см. рис. 9.7):

$$d_о = d_в + 2(r_ж - B'), \tag{9.12}$$

где

$$B' = \left(r_ж - \frac{d_ш}{2}\right) \cos\beta \tag{9.13}$$

— смещение профиля резьбы в радиальном направлении, мм (см. рис. 9.7).

Здесь $r_ж$ — радиус профиля резьбы винта и гайки, мм (см. рис. 9.4).

Для уменьшения трения радиусы $r_ж$ винта и гайки должны быть больше радиуса шариков. При $d_ш \leqslant 8$ мм радиус профиля $r_ж = 0,51 d_ш$; при $d_ш > 8$ мм радиус профиля $r_ж = 0,53 d_ш$.

Полученный результат $d_о$ округляют до ближайшего большего стандартного значения: 3,5; 4; 4,5; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 63; 80; 100.

Уточняют значение внутреннего диаметра винта по формуле

$$d_в = d_о - 2(r_ж - B'). \tag{9.14}$$

Диаметр окружности, по которой происходит контакт шариков с винтом, равен, мм:

$$d_к = d_о - d_ш \cos\beta. \tag{9.15}$$

Внешний диаметр винта, мм:

$$d_н = d_в + 2h_1, \tag{9.16}$$

где $h_1 = (0{,}3...0{,}35)d_ш$ — глубина профиля резьбы у винта и гайки, мм.

Ширина канавки профиля резьбы (см. рис. 9.4, *б*) равна:

$$b = (0{,}05...0{,}1)d_ш.$$

Высота канавки $h = b/2$.

Число шариков в рабочей части винтового механизма с каналом возврата (см. рис. 9.1) определяют по формуле

$$z_ш = \frac{\pi d_о K_в}{d_ш} - 1, \tag{9.17}$$

где $K_в$ — число рабочих витков в одной замкнутой рабочей цепочке.

В шариковых винтовых передачах, в которых шарики направляются из впадин одного витка в соседнюю впадину, перекатываясь через выступ резьбы винта, канал возврата шариков выполняют в специальном вкладыше *1*, который вставляют в окно гайки (см. рис. 9.3).

В этом случае число рабочих шариков в одном витке (в рабочей части винтового механизма) равно:

$$z_ш = \frac{\pi d_о}{d_ш} - \frac{3P}{d_ш}, \tag{9.18}$$

где $3P/d_ш$ — число шариков в канале возврата.

Как в первом, так и во втором случае, полученные значения $z_ш$ округляют до ближайшего меньшего целого числа. Если при расчете окажется $z_ш > 65$, то следует уменьшить число шариков, увеличив при этом их диаметр.

В нерабочей части винтового механизма число шариков определяют в зависимости от длины возвратного канала. Общий суммарный зазор между шариками во всей замкнутой цепочке должен составлять $(0{,}7...1{,}2)d_ш$. Для равномерного распределения нагрузки на шарики следует подбирать их так, чтобы разность диаметров не превышала 3 мкм.

Число замкнутых рабочих цепочек в гайке определяют из условия износостойкости:

$$p = \frac{\alpha F_a}{z_ш d_ш^2 \gamma i \cos\psi} \approx \frac{\alpha F_a}{z_ш d_ш^2 \gamma i} \le [p]_{ст}, \tag{9.19}$$

где p — удельная осевая нагрузка, МПа; $\alpha = 1{,}15$ — коэффициент, учитывающий силу предварительного натяга (в отсутствии натяга $\alpha = 1$); $\gamma = 0{,}8$ — коэффициент неравномерности распределения нагрузки между шариками;

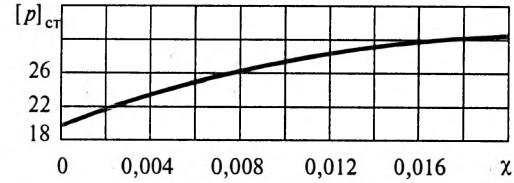


Рис. 9.8

i — число замкнутых цепочек; $\cos\psi \approx 1$, так как ψ мал; $[p]_{ст}$ — допускаемая удельная осевая статическая нагрузка, МПа. Ее определяют в зависимости от относительного радиального зазора по графику (рис. 9.8).

Относительный радиальный зазор $\chi = \Delta/d_ш$, где $\Delta = 2(r_ж - d_ш/2)$ — радиальный зазор, мм.

Число замкнутых рабочих цепочек в гайке

$$i \geq \frac{F_a}{z_ш d_ш^2 \gamma [p]_{ст}}. \qquad (9.20)$$

Полученное число цепочек округляют до ближайшего большего целого значения.

Внутренний диаметр гайки, мм (см. рис. 9.7):

$$D_в = d_0 + 2(r_ж - B'). \qquad (9.21)$$

Диаметр окружности, по которой происходит контакт шариков с гайкой, мм:

$$D_к = d_0 + 2r_ж \cos\beta. \qquad (9.22)$$

Внешний диаметр гайки, мм:

$$D_н = D_в - 2h_1. \qquad (9.23)$$

Наружный диаметр гайки при расположении в ней возвратного канала, мм (см. рис. 9.1): $D = 1{,}3D_в + 2d_ш + 10$.

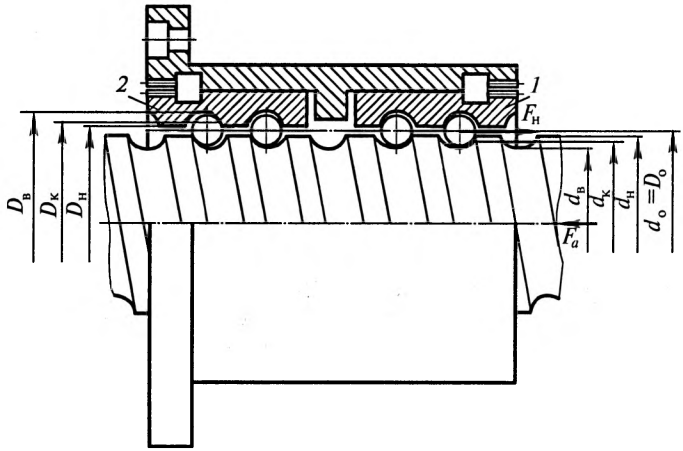
Наружный диаметр гайки при расположении возвратного канала вне гайки, мм (см. рис. 9.2): $D = 1{,}3d_в$.

Осевой зазор, мм (см. рис. 9.7): $B = 2(r_ж - d_ш/2)\sin\beta$.

Силовые соотношения в винтовой паре. При преобразовании вращательного движения в поступательное вращающий момент на ведущем звене от действия осевой силы сопротивления F_a, приложенной к ведомому звену, при отсутствии натяга (см. рис. 9.1) равен, Н · м:

$$T = F_a \frac{d_к}{2} \operatorname{tg}(\psi + \rho_к). \qquad (9.24)$$

Для выборки зазора в резьбе, ликвидации мертвого хода и повышения точности работы ШВП создают *предварительный натяг* (совместную деформацию шариков, винта и гайки).



Р и с. 9.9

Тогда вращающий момент на ведущем звене при преобразовании вращательного движения в поступательное при наличии предварительного натяга находят по формуле, Н · мм:

$$T = (F_a + F_н)\frac{d_к}{2}\operatorname{tg}(\psi + \rho_к), \tag{9.25}$$

где $F_н \approx (0{,}1...0{,}2)C$ — сила предварительного натяга, Н (C — динамическая грузоподъемность, см. 9.31), (рис. 9.9).

Желательно принимать $F_н \approx (0{,}4...0{,}5)F_a$.

При преобразовании поступательного движения во вращательное осевая сила на ведущем звене от действия момента T сопротивления, приложенного к ведомому звену:

при отсутствии натяга, Н,

$$F_a = \frac{2T}{d_к \operatorname{tg}(\psi + \rho_к)}; \tag{9.26}$$

при наличии предварительного натяга

$$F_a = \frac{2T_\Sigma}{d_к \operatorname{tg}(\psi + \rho_к)}, \tag{9.27}$$

где $T_\Sigma = T + T_н$ — суммарный момент сопротивления, Н · мм.

Здесь $T_н$ — дополнительный момент сопротивления, возникающий от силы предварительного натяга, определяют по формуле, Н · мм:

$$T_н = F_н \frac{d_к}{2}\operatorname{tg}(\psi + \rho_к). \tag{9.28}$$

Суммарная осевая сила, действующая на наиболее нагруженную гайку *1* (см. рис 9.9), Н:

$$F_{a\Sigma} = \begin{cases} F_{\text{н}} + F_a, \text{ если } F_{\text{н}} < 0{,}35F_a; \\ F_{\text{н}} + 0{,}65F_a, \text{ если } F_{\text{н}} > 0{,}35F_a. \end{cases} \quad (9.29)$$

Расчет ШВП на долговечность проводят, если частота вращения винта или гайки $n \geqslant 10$ об/мин по формуле

$$L_h = \frac{10^6}{60n}\left(\frac{C}{F}\right)^3 = \frac{10^6}{573w}\left(\frac{C}{F}\right)^3 \geqslant [L]_h, \quad (9.30)$$

где L_h — долговечность работы передачи, ч; $[L]_h$ — допускаемая долговечность работы передачи, ч; F — эквивалентная динамическая нагрузка, Н; C — динамическая грузоподъемность, Н. Ее определяют по формулам:

$$\begin{cases} C = f_C(K_{\text{в}} i \cos\beta)^{0,7} z^{0,67} d_{\text{ш}}^{1,8}; \\ C = 170 d_{\text{о}}^{0,436} d_{\text{ш}}^{1,69} (K_{\text{в}} i)^{0,6}; \\ C = 410 d_{\text{о}}^{0,45} d_{\text{ш}}^{1,4} (K_z K_{\text{в}} i)^{0,7}, \end{cases} \quad (9.31)$$

где $f_C = 80...110$ — коэффициент динамической грузоподъемности; $z = z_{\text{ш}}/K_{\text{в}}$ — число рабочих шариков в одном витке гайки; $K_z = 1 - 3\sin\psi$ — коэффициент, учитывающий неполноту рабочего витка вследствие наличия шариков в перепускном канале, выполненном во вкладыше.

Формула для эквивалентной нагрузки имеет вид

$$F = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{m} F_{a\Sigma i}^3 n_i t_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i t_i}} = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{m} F_{a\Sigma i}^3 w_i t_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i t_i}}, \quad (9.32)$$

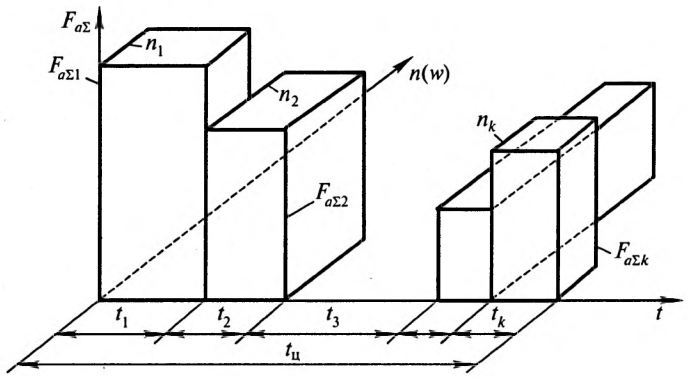
где $F_{a\Sigma i}$ — суммарная осевая нагрузка на i-м участке нагружения (рис. 9.10); n_i — частота вращения винта или гайки на i-м участке нагружения, об/мин; w_i — угловая скорость винта или гайки на i-м участке нагружения, $с^{-1}$; t_i — продолжительность действия нагрузки, с; m — число участков нагружения.

Если же $F_{a\Sigma i}$ изменяется по линейному закону от $F_{a\Sigma i_{\min}}$ до $F_{a\Sigma i_{\max}}$ (рис. 9.11), то в расчетах используют ее следующее значение:

$$F_{a\Sigma i} = (F_{a\Sigma i_{\min}} + 2F_{a\Sigma i_{\max}})/3.$$

Эквивалентная частота n и угловая скорость w вращения винта или гайки:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i t_i}{\sum_{i=1}^{m} t_i}; \quad w = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i t_i}{\sum_{i=1}^{m} t_i}.$$



Р и с. 9.10

Расчет шариковых винтовых механизмов на статическую грузоподъемность проводят по условию $F_{a\Sigma_{max}} \le C_0$, где $F_{a\Sigma_{max}}$ — максимальная осевая статическая нагрузка;

$$C_0 = 65 K_z K_в i d_ш (\pi d_o - 3P) \sin\beta \cos\psi \qquad (9.33)$$

— статическая грузоподъемность, Н.

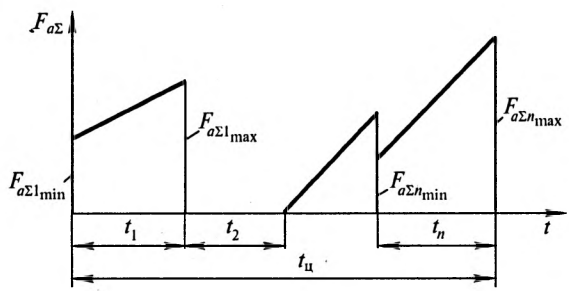
Здесь $K_z = 0{,}7...0{,}8$ коэффициент, учитывающий погрешности изготовления винтовых поверхностей передачи.

Проверочный расчет передачи по контактным напряжениям. Условие контактной прочности

$$\sigma_{н\,max} = 0{,}245 n_р \sqrt[3]{F_{a\Sigma} E^2 \left(\frac{2}{r_ш} - \frac{1}{r_ж} + \frac{2}{r_в}\right)^2} \le [\sigma]_н, \qquad (9.34)$$

где $\sigma_{н\,max}$ — максимальные контактные напряжения, МПа; $[\sigma]_н$ — допускаемые контактные напряжения, МПа; $r_в$ — внутренний радиус винта; $n_р$ — коэффициент нагрузки, определяемый в зависимости от отношения А/Д по табл. 9.3.

Для винтовых поверхностей винта и гайки твердостью более 53 HRC и шариков твердостью более 63 HRC допускаемые контактные напряжения равны $[\sigma]_н = 3500...5000$ МПа.



Р и с. 9.11

Таблица 9.3. **Коэффициент нагрузки $n_р$**

А/Д	$n_р$	А/Д	$n_р$	А/Д	$n_р$
1,0000	1,0000	0,2738	0,9172	0,04237	0,6740
0,9623	0,9999	0,2620	0,9121	0,04032	0,6678
0,9240	0,9997	0,2501	0,9067	0,03823	0,6612
0,8852	0,9992	0,2380	0,9008	0,03613	0,6542
0,8459	0,9985	0,2257	0,8944	0,03400	0,6467
0,8059	0,9974	0,2132	0,8873	0,03183	0,6387
0,7652	0,9960	0,2004	0,8766	0,02962	0,6300
0,7238	0,9942	0,1873	0,8710	0,02737	0,6206
0,6816	0,9919	0,1739	0,8614	0,02508	0,6104
0,6384	0,9890	0,1603	0,8507	0,02273	0,5990
0,5942	0,9853	0,1462	0,8386	0,02033	0,5864
0,5489	0,9805	0,1317	0,8246	0,01787	0,5721
0,5022	0,9746	0,1166	0,8082	0,01533	0,5555
0,4540	0,9669	0,1010	0,7887	0,01269	0,5358
0,4040	0,9571	0,09287	0,7774	0,009934	0,5112
0,3518	0,9440	0,08456	0,7647	0,007018	0,4783
0,3410	0,9409	0,07600	0,7504	0,003850	0,4267
0,3301	0,9376	0,06715	0,7338	—	—
0,3191	0,9340	0,05797	0,7144	—	—
0,3080	0,9302	0,04838	0,6909	—	—
0,2967	0,9262	0,04639	0,6856	—	—
0,2853	0,9219	0,04439	0,6799	—	—

Главная кривизна в плоскости наиболее плотного касания

$$А = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_ш} - \frac{1}{r_ж}\right).$$

Главная кривизна в плоскости наименее плотного касания

$$Д = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_ш} + \frac{1}{r_ж}\right).$$

Регулировку винтовой передачи на нулевой зазор (см. рис. 9.9) осуществляют поворотом гаек *1* и *2* в одном направлении на одинаковое число зубьев:

$$z_о = \frac{B}{P} z(z+1),$$

где B — осевой зазор, мм; P — шаг резьбы, мм; z — число зубьев венца гайки *1*; $z+1$ — число зубьев венца гайки *2*. Число зубьев z выбирают из условия $z = d/m$, где d — делительный диаметр зубчатого венца *1*, принимаемый из конструктивных соображений и больше диаметра винта, мм; m — модуль зубьев венца, мм. Желательно принимать m = 0,2...0,4 мм.

Нулевое положение гаек фиксируют нанесением рисок на обоих торцах корпуса и гаек.

Смещение гаек, мкм, $\delta_н = 1{,}3\sqrt[3]{\left(\frac{F_н}{z_ш \sin\beta\cos\psi}\right)^2 \frac{1}{d_ш}}$, рекомендуемое для создания заданного натяга, осуществляют поворотом обеих гаек в одну сторону на одинаковое число зубьев: $z_н = 10^{-3}\delta_н z(z+1)/P$.

9.2. Передача винт-гайка скольжения

Передача винт-гайка скольжения служит для преобразования вращательного движения в поступательное, а иногда и для преобразования поступательного движения во вращательное.

Передача состоит из винта *1*, гайки *2* и корпуса *3*. Гайку *2* запрессовывают в корпус *3* (рис. 9.12) при постоянном направлении действия осевой силы и от осевого смещения ограничивают гайкой *4* (рис. 9.13) при переменном направлении действия осевой силы.

Передача обладает простотой конструкции и изготовления, компактностью при высокой нагрузочной способности, высокой надежностью, плавностью и бесшумностью, возможностью обеспечения медленных перемещений с большой точностью, дает большой выигрыш в силе.

К недостаткам передачи следует отнести: повышенный износ резьбы вследствие большого трения, низкий КПД, наличие люфтов.

Материалы винта и гайки должны представлять антифрикционную пару, т.е. должны быть износостойкими и иметь невысокий коэффициент трения. Винты изготовляют из сталей марок Сталь 5, 45, 50, 40Х, 40ХГ. Гайки выполняют из оловянных бронз марок БрОФ10-1, БрОС4-4-4, антифрикционных чугунов марок АЧВ-1, АЧС-3.

Кинематический и силовой расчеты передачи. Кинематический расчет винтовой передачи скольжения проводят аналогично расчету винтовой передачи качения с заменой диаметра окружности d_0, на котором располагаются центры шариков, на средний диаметр d_2 резьбы, приведенного угла $\rho_к$ трения качения

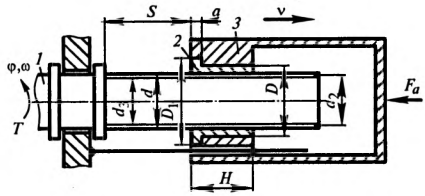


Рис. 9.12

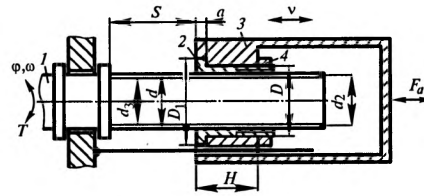


Рис. 9.13

на приведенный угол ρ' трения скольжения, равный: $\rho' = \operatorname{arctg} \dfrac{f}{\cos(\alpha/2)}$, где $f = 0{,}1...0{,}2$ — коэффициент трения скольжения; α — угол профиля резьбы. Для трапецеидальной резьбы $\alpha = 30^{\circ}$, для квадратной $\alpha = 0^{\circ}$.

Стандартные винтовые передачи скольжения самотормозящие, так как $\psi < \rho'$. Преобразование поступательного движения во вращательное возможно при $\psi \geqslant 2\rho'$.

Коэффициент полезного действия винтовой передачи скольжения $\eta \approx 0{,}25...0{,}70$. Для стандартных передач $\eta < 0{,}5$.

Силовые соотношения в винтовой паре скольжения определяют по формулам (9.24), (9.25), (9.26) и (9.27) с заменой диаметра $d_к$ окружности, по которой происходит контакт шариков с винтом в ШВП, на средний диаметр d_2 резьбы винта в паре скольжения.

Проектный расчет винта. Основным критерием работоспособности винтовой передачи скольжения является износостойкость:

$$q_{ср} = \frac{F_{a\Sigma}}{\pi d_2 h z} \leq [q], \qquad (9.35)$$

где $q_{ср}$ — среднее давление между рабочими поверхностями резьбы винта и гайки, МПа; h — рабочая высота профиля резьбы, мм; z — число витков резьбы в гайке; $F_{a\Sigma}$ — суммарная осевая сила, действующая на витки резьбы гайки при создании предварительного натяга ($F_{a\Sigma} = (1{,}15...1{,}20)F_a$), при отсутствии натяга $F_{a\Sigma} = F_a$; $[q]$ — допускаемое давление между рабочими поверхностями резьбы винта и гайки, МПа.

Число витков резьбы в гайке определяют по формуле $z = H/P$, где P — шаг резьбы, мм; $H = \gamma d_2$ — высота гайки, мм (γ — коэффициент высоты гайки, равный 1,2...3,5).

Подставляем значения z и H в формулу (9.35):

$$q_{ср} = \frac{F_{a\Sigma}}{\pi d_2 h \dfrac{\gamma d_2}{P}} = \frac{1}{\pi \dfrac{h}{P}} \cdot \frac{F_{a\Sigma}}{\gamma d_2^2} = K_р^2 \frac{F_{a\Sigma}}{\gamma d_2^2} \leq [q].$$

Откуда можно найти средний диаметр резьбы винта:

$$d_2 \geq K_р \sqrt{\frac{F_{a\Sigma}}{\gamma [q]}}, \qquad (9.36)$$

где $K_р = \sqrt{\dfrac{P}{\pi h}}$ — коэффициент, зависящий от типа резьбы. Для трапецеидальной и квадратной резьб $K_р = 0{,}8$; для упорной резьбы $K_р = 0{,}65$; $[q] = 5...6$ МПа — винт стальной, гайка чугунная; $[q] = 9...11$ МПа — винт стальной, гайка бронзовая.

Для выполнения заданного (требуемого) передаточного отношения u находят шаг P резьбы по формулам (9.3) и (9.4). Затем по стандартам на резьбы по найденному значению шага P выбирают средний диаметр d_2 резьбы винта,

равный или больше расчетного, полученного по формуле (9.36), и далее наружный d_1 и внутренний d_3 диаметры.

Проверочные расчеты винта на прочность, устойчивость и критическую частоту вращения. При вращении винт сжимается и скручивается. Возникают нормальные и касательные напряжения, поэтому для проверки винта на прочность необходимо воспользоваться гипотезами прочности. Запишем условие прочности винта, используя энергетическую гипотезу прочности:

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]_p, \qquad (9.37)$$

где $\sigma_{экв}$ — эквивалентное напряжение в опасной точке винта; $\sigma_c = \dfrac{4F_{a\Sigma}}{\pi d_3^2}$ — сжимающее нормальное напряжение, действующее на винт; τ — касательное напряжение, действующее на винт; $[\sigma]_p$ — допускаемое нормальное напряжение материала винта при растяжении.

Касательное напряжение вычисляют по формуле $\tau = T_к / W_p = T / 0{,}2d_3^3$, где $T_к$ — крутящий момент в поперечном сечении винта, Н · мм; W_p — полярный момент сопротивления сечения кручению, мм^3.

Проверку винта на устойчивость и критическую частоту вращения проводят по формулам (9.8) и (9.10).

Расчет геометрических параметров гайки. Высоту гайки находят по формуле $H = \gamma d_2$ и полученное значение округляют по ГОСТ 6636—69.

Число витков резьбы гайки: $z = H/P$.

Проверка витков на изгиб:

$$\sigma_и = \frac{K_и F_{a\Sigma}}{dH} \le [\sigma]_и ,$$

где $K_и$ — коэффициент, зависящий от типа резьбы (трапецеидальная 1,3; упорная 1,5; квадратная 1,9); $[\sigma]_и$ — допускаемое напряжение материала гайки при изгибе (чугун 25 МПа; бронза 40 МПа).

Наружный диаметр гайки принимают конструктивно:

для чугунной $D = 1{,}5d$;

для бронзовой $D = 1{,}3d$, где d — наружный диаметр винта.

Тело гайки проверяют на растяжение:

$$\sigma_p = \frac{1{,}3F_{a\Sigma}}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} \le [\sigma]_p ,$$

где $[\sigma]_p$ — допускаемое напряжение материала гайки при растяжении (чугун 20 МПа; бронза 40 МПа).

Диаметр бурта гайки $D_1 = 1{,}3D$; высота $a = (0{,}2...0{,}3)D$.

Бурт гайки проверяют:

на изгиб

$$\sigma_и = \frac{3F_{a\Sigma}(D_1 - D)}{\pi d a^2} \le [\sigma]_и;$$

на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{4F_{a\Sigma}}{\pi(D_1^2 - D^2)} \le [\sigma]_{см},$$

где $[\sigma]_{см} = 60$ МПа — допускаемое напряжение материала на смятие.

9.3. Дифференциальная и интегральная передачи винт-гайка

Дифференциальная передача винт-гайка состоит из винта *1*, имеющего два участка с резьбой разных шагов (P_1 и P_2) одного направления (правого или левого), гайки *2* и стойки *3* (рис. 9.14).

При вращении винта *1* гайка *2* совершает два поступательных движения: переносное движение вместе с винтом *1* относительно стойки *3* и движение относительно винта *1*.

Полное поступательное перемещение S_2 гайки *2* относительно стойки *3*, мм: $S_2 = \varphi_1(P_1 - P_2)K / 2\pi$, где φ_1 — угол поворота винта; P_1 и P_2 — шаги соответственно первого и второго участков резьбы винта. При $P_1 > P_2$ гайка перемещается в том же направлении, что и винт, при $P_1 = P_2$ гайка неподвижна, при $P_1 < P_2$ гайка движется в противоположном направлении перемещению винта.

Скорость гайки, м/с, $v_2 = w_1(P_1 - P_2)K / 2\pi \cdot 10^3$.

Передаточное отношение, $м^{-1}$:

$$u_{В.П} = \frac{w_2}{v_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \pi}{(P_1 - P_2)K}. \qquad (9.38)$$

При преобразовании поступательного движения гайки во вращательное движение винта:

угол поворота винта $\varphi_1 = 2\pi S_2 / (P_1 - P_2)K$;

угловая скорость винта $w_1 = 2 \cdot 10^3 \pi v_2 / (P_1 - P_2)K$.

Передаточное отношение, м:

$$u_{П.В} = \frac{v_2}{w_1} = \frac{(P_1 - P_2)K}{2 \cdot 10^3 \pi}. \qquad (9.39)$$

Дифференциальная передача винт-гайка позволяет получить при преобразовании:

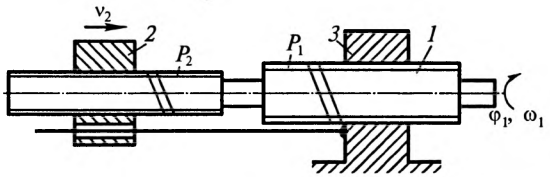


Рис. 9.14

вращательного движения в поступательное — малые линейные перемещения и скорости гайки при больших угловых перемещениях и скоростях винта;

поступательного движения во вращательное — большие угловые перемещения и скорости винта при малых перемещениях и скоростях гайки.

Шаг P_2 резьбы винта и гайки и все остальные параметры передачи определяют аналогично параметрам передачи винт-гайка скольжения и качения.

Интегральная передача винт-гайка устроена аналогично дифференциальной передаче, но имеет различные направления резьбы (правое и левое) на резьбовых участках винта.

Преобразование вращательного движения винта в поступательное перемещение гайки приводит к осевому перемещению гайки относительно стойки на $S_2 = \varphi_1(P_1 + P_2)K / 2\pi$.

При этом скорость гайки $v_2 = w_1(P_1 + P_2)K / 2\pi \cdot 10^3$.

Передаточное отношение, $м^{-1}$:

$$u_{В.П} = \frac{w_1}{v_2} = \frac{2 \cdot 10^3 \pi}{(P_1 + P_2)K}. \qquad (9.40)$$

При преобразовании поступательного движения гайки во вращательное движение винта угол поворота винта $\varphi_1 = 2\pi S_2 / (P_1 + P_2)K$.

Угловая скорость винта при этом $w_1 = 2 \cdot 10^3 \pi v_2 / (P_1 + P_2)K$.

Передаточное отношение, м:

$$u_{П.В} = \frac{v_2}{w_1} = \frac{(P_1 + P_2)K}{2 \cdot 10^3 \pi}. \qquad (9.41)$$

Интегральная передача винт-гайка позволяет получить при преобразовании:

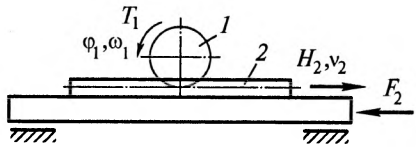
вращательного движения в поступательное — большие линейные перемещения и скорости гайки при малых угловых перемещениях винта;

поступательного движения во вращательное — малые угловые перемещения и скорости винта при больших линейных перемещениях гайки.

9.4. Реечная передача

Реечная передача предназначена для преобразования вращательного движения шестерни в поступательное движение рейки и, наоборот, поступательного движения рейки во вращательное движение колеса.

Основными звеньями реечной передачи (рис. 9.15) являются шестерня *1* и зубчатая рейка *2*, представляющая собой сектор зубчатого цилиндрического колеса, диаметры делительной и однотипных соосных поверхностей которого бесконечно велики, вследствие чего эти поверхности являются параллельными поверхностями, а концентрические окружности — параллельными прямыми.



Р и с. 9.15

Материалы передачи. Основными материалами, применяемыми для изготовления зубчатых колес и реек, являются углеродистые и легированные стали. Наиболее часто используемые материалы приведены в табл. 9.4.

Т а б л и ц а 9.4. **Механические характеристики сталей**

Марка	Предел прочности $\sigma_в$, МПа	Предел текучести $\sigma_т$, МПа	Твердость	Термообработка
40	600	320	192...228	У
45	600...700	320	167...194 НВ	Н
	650...750	350	180...207 НВ	У
	700...800	400	194...222 НВ	У
	750...850	450	207...236 НВ	У
	800...900	550	223...250 НВ	У
	850...950	600	236...263 НВ	У
50	700...800	370...420	212...235 НВ	У
50Г	800	550	241...285 НВ	У
35Х	650	450	187 НВ	У
40Х	700...800	400	200...230 НВ	Н
	750...850	500	215...243 НВ	У
	800...900	550	230...257 НВ	У
	850...950	600	243...271 НВ	У
	900...1000	700	257...285 НВ	У
40НХ	850...950	600	250...280 НВ	У
	900...1000	700	265...290 НВ	У
20ХН3А	1000	850	293...341 НВ	У
38ХА	900	800	269...321 НВ	У
37ХН3А	1100	950	321...387 НВ	У
40ХНМА	1100	950	293...375 НВ	У
45	1000	750	38...42 HRC	ОЗ
50	620	340	48...52 HRC	ОЗ
45	600	340	53...55 HRC	ПЗ
40Х	1000	850	52...56 HRC	ПЗ

Марка	Предел прочности $\sigma_в$, МПа	Предел текучести $\sigma_т$, МПа	Твердость	Термообработка
40ХН	800	500	51...57 HRC	ПЗ
20Х	800	65	20...32 HRC 57...63 HRC	ЦМ, З
18ХГТ	1150	950	332...375 HB 56...62 HRC	ЦМ, З
12ХН3А	1000	800	26...42 HRC 56...63 HRC	ЦМ, З
12ХН3А	1000	850	260...400 HB 58...63 HRC	ЦМ, З
12Х2Н4А	1200	1000	280...400 HB 60...65 HRC	ЦМ, З
20Х2Н4А	1400	1200	300...400 HB 60...65 HRC	ЦМ, З
38ХМЮА	1000	850	30...34 HRC	А
40Х	900	650	60 HRC 48...56 HRC	Ц, З
40ХН	920	700	50...54 HRC	Ц, З

Примечание: ПЗ — поверхностно-закаленные; ЦМ — цементируемые; А — азотированные; Ц — цианированные стали; Н — нормализованные; У — улучшенные; ОЗ — объемно-закаленные; в числителе — твердость сердцевины, в знаменателе — поверхности (колонка 4).

Кинематический расчет передачи. При преобразовании вращательного движения шестерни в поступательное движение рейки (см. рис. 9.15) угол поворота шестерни, рад, $\varphi_1 = 2H_2 / d_1$.

Угловая скорость шестерни, $с^{-1}$, $w_1 = 2 \cdot 10^3 v_2 / d_1$.

Передаточное отношение, $м^{-1}$,

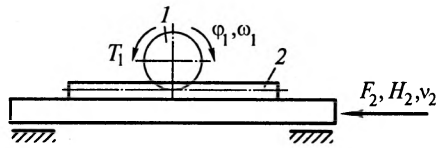
$$u_{В.П} = \frac{w_1}{v_2} = \frac{2 \cdot 10^3 v_2}{d_1 v_2} = \frac{2 \cdot 10^3}{d_1}. \qquad (9.42)$$

Передаточное отношение реечной передачи при преобразовании вращательного движения в поступательное рекомендуют принимать $u_{В.П} = 10...200$ $м^{-1}$.

При преобразовании поступательного движения рейки во вращательное движение шестерни (рис. 9.16) перемещение рейки $H_2 = d_1\varphi_1/2$, где d_1 — делительный диаметр шестерни, мм; φ_1 — угол поворота шестерни, рад.

Линейная скорость рейки, м/с, $v_2 = w_1 d_1 / 2 \cdot 10^3 = \pi d_1 n_1 / 60 \cdot 10^3$, где w_1 — угловая скорость шестерни, $с^{-1}$; n_1 — частота вращения шестерни, об/мин.

Передаточное отношение, м:



Р и с. 9.16

$$u_{\text{П.В}} = \frac{v_2}{w_1} = \frac{w_1 d_1}{2 \cdot 10^3 w_1} = \frac{d_1}{2 \cdot 10^3}. \qquad (9.43)$$

Передаточное отношение реечной передачи рекомендуют принимать равным $u_{\text{П.В}} = 0{,}005...0{,}100$ м.

Допускаемые контактные и изгибные напряжения определяют по формуле

$$[\sigma]_{H(F)} = \frac{\sigma_{H(F)\lim b}}{S_{H(F)}} K_{H(F)L} K_{H(F)C}, \qquad (9.44)$$

где индекс H относится к контактным напряжениям, индекс F к изгибным; $\sigma_{\lim b}$ — предел выносливости поверхностей зубьев, соответствующий базовому числу циклов перемены напряжений (табл. 9.5); S — коэффициент безопасности (при нормализации, улучшении и объемной закалке зубьев $S_H = 1{,}1$ и $S_F = 1{,}75$; при азотировании, цементации, цианировании $S_H = 1{,}2$ и $S_F = 1{,}55$); K_C — коэффициент, учитывающий реверсивность нагрузки (при нереверсивной нагрузке $K_{HC} = K_{FC} = 1{,}0$; при реверсивной — $K_{HC} = 1{,}0$ и $K_{FC} = 0{,}7...0{,}8$); $K_L = \sqrt[m]{N_0 / N_E}$ — коэффициент долговечности, учитывающий влияние срока службы и режима нагрузки передачи, где m — показатель степени (при расчете на контактную прочность зубьев $m = 6$, при расчете на изгиб при твердости зубьев менее 350 НВ принимают $m = 6$, при твердости зубьев более 350 НВ принимают $m = 9$); N_0— базовое число циклов изменения напряжений (табл. 9.6); N_E — эквивалентное число циклов изменения напряжений.

Для контактных напряжений $N_{H0} \approx (HB)^3$.

Т а б л и ц а 9.5. **Предел контактной и изгибной выносливости**

Твердость зубьев, НВ, HRC	Термообработка	Предел выносливости	
		контактной $\sigma_{H\lim b}$, МПа	изгибной $\sigma_{F\lim b}$, МПа
Не более 350 НВ	Нормализация, улучшение	2НВ+70	1,8НВ
HRC = 35...45	Объемная закалка	18HRC+150	550
HRC = 45...63	Закалка ТВЧ	17HRC+200	550...650
HRC = 55...63	Цементирование	23HRC	750
	Нитроцементирование		750...1000

Таблица 9.6. **Базовое число циклов изменения напряжений, млн циклов**

Твердость поверхности зубьев									
HB	200	250	300	350	400	450	500	550	600
HRC	20	25	33	36	42	47	52	56	59
N_{H0}	10	12,5	25	35	50	65	85	110	150
N_{F0}	4	4	4	4	4	4	4	4	4

При переменных режимах нагружения (рис. 9.17) вращающим моментом или осевой силой эквивалентное число циклов изменения напряжений за один технологический цикл определяют по формулам:

$$N_E = \frac{C}{60}\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{T_i}{T_{\max}}\right)^{m'} n_i t_i,$$

$$N_E = \frac{10^3 C}{\pi d_1}\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{F_i}{F_{\max}}\right)^{m'} v_i t_i,$$

где $m' = m/2$ — при расчете на контактную прочность и $m' = m$ при расчете на изгибную прочность; C — число реек, находящихся в зацеплении с шестерней; T_i — вращающий момент на шестерне на i-м участке циклограммы нагружения, Н · мм; F_i — осевая сила на рейке на i-м участке циклограммы нагружения, Н; $T_{\max}$ — максимальный вращающий момент на шестерне по циклограмме нагружения, Н · мм; $F_{\max}$ — максимальная осевая сила на рейке по циклограмме нагружения, Н; n_i — частота вращения шестерни на i-м участке нагружения, об/мин; v_i — линейная скорость рейки на i-м участке нагружения, м/с; t_i — длительность i-го участка нагружения, с; d_1 — делительный диаметр шестерни, мм; k — число участков нагружения.

За весь срок работы передачи:

при действии внешнего момента

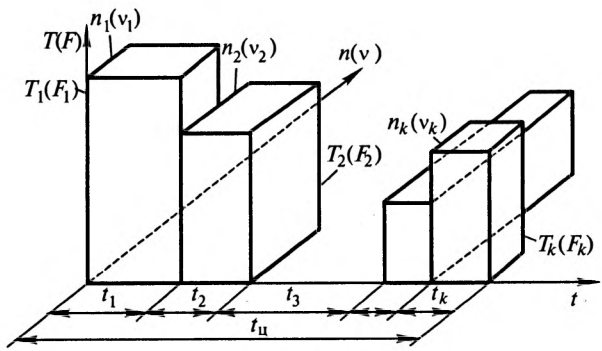


Рис. 9.17

$$N_E = 60C\frac{L_h}{t_ц}\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{T_i}{T_{max}}\right)^{m'} n_i t_i \ ;$$

при действии осевой силы

$$N_E = \frac{36\cdot10^5}{\pi d_1}C\frac{L_h}{t_ц}\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{F_i}{F_{max}}\right)^{m'} v_i t_i ,$$

где L_h — долговечность работы передачи, ч; $t_ц = \sum_{i=1}^{k} t_i$ — длительность одного технологического цикла, с.

При постоянном режиме нагружения формулы для определения эквивалентного числа циклов нагружения принимают вид:

$$N_E = 60CnL_h \ ; \quad N_E = \frac{36\cdot10^5}{\pi d_1}CvL_h .$$

Для зубчатых колес и реек из нормализованных и улучшенных сталей твердостью не более 350 НВ коэффициенты долговечности находятся в пределах K_{HL} = 1,0...2,6 и K_{FL} = 1,0...2,0. Для колес с поверхностной закалкой, азотированием и цементацией при твердости более 350 НВ коэффициенты долговечности принимают значения K_{HL} = 1,0...1,8 и K_{FL} = 1,0...1,6; для длительно работающих передач, для которых $N_E > N_0$, коэффициенты долговечности равны $K_{HL} = K_{FL} = 1$.

Геометрический расчет передачи. Расчет геометрических параметров реечной передачи начинают с определения делительного диаметра шестерни.

Рассмотрим преобразование вращательного движения шестерни в поступательное движение рейки (см. рис. 9.15). Исходными данными для расчета передачи являются: сила сопротивления F_2 на рейке, перемещение H_2 и линейная скорость v_2 рейки. В этом случае делительный диаметр шестерни *1* на основании условия (9.42) равен, мм:

$$d_1 = \frac{2\cdot10^3}{u_{В.П}}. \qquad (9.45)$$

Делительный диаметр шестерни можно также найти из условия контактной прочности зубьев, мм:

$$d_1 \geq K_d\sqrt{\frac{F_2 E_{пр} K_{H\beta}}{\psi_{bd}[\sigma]_H^2}}, \qquad (9.46)$$

где K_d — коэффициент, равный для прямозубых передач 1,12, для косозубых передач — 1,0; F_2 — сила сопротивления на рейке, Н; $K_{H\beta}$— коэффициент, учитывающий неравномерность нагрузки по ширине зуба (см. табл. 9.10);

$\psi_{bd} = 0{,}2...1{,}6$ — коэффициент ширины зубчатого венца (в робототехнике желательно принимать $\psi_{bd} = 0{,}2...0{,}8$); $E_{\text{пр}} = 2E_1E_2 / (E_1 + E_2)$ — приведенный модуль упругости материалов шестерни и рейки, МПа (E_1 и E_2 — модули упругости первого рода материалов шестерни и рейки); $[\sigma]_H$ — допускаемое контактное напряжение, определяемое по формуле (9.44), МПа.

Для обеспечения требуемого передаточного отношения необходимо, чтобы делительный диаметр шестерни, полученный по формуле (9.45), был больше делительного диаметра, найденного по формуле (9.46). Этого можно достичь, применяя соответствующие материалы и варьируя коэффициентом ψ_{bd}.

Вращающий момент на шестерне, Н · мм, $T_1 = F_2 d_1/2$.

Определяем модуль зуба (для косозубых передач нормальный модуль) из условия изгибной прочности зуба:

$$m \geq \frac{K_m F_2}{\psi_{bd} d_1 [\sigma]_F}, \tag{9.47}$$

где коэффициент K_m равен для прямозубых колес 6,6, косозубых — 5,8, шевронных — 5,2.

Полученное значение модуля зубьев округляют до стандартного значения.

Модуль m, мм:

1-й ряд 0,1; 0,12; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40

2-й ряд 0,11; 0,14; 0,18; 0,22; 0,28; 0,35; 0,45; 0,55; 0,7 0,9; 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9;11

Находим число зубьев шестерни:

$$z_1 = \frac{d_1 \cos\beta}{m}, \tag{9.48}$$

где β — угол наклона зубьев, град.

Полученное значение числа зубьев округляют до целого и уточняют делительный диаметр шестерни $d_1 = mz_1 / \cos\beta$, перемещение рейки, ее скорость и передаточное отношение.

По значению линейной скорости рейки (окружной скорости шестерни) назначают степень точности реечной передачи (табл. 9.7)

Для шестерни, нарезанной без смещения, диаметр окружности вершин зубьев, мм, $d_{a1} = d_1 + 2m$, диаметр окружности впадин зубьев, мм, $d_{f1} = d_1 - 2{,}5m$.

Толщина зуба шестерни по делительной окружности, равная толщине зуба рейки по средней прямой, мм, $S_1 = S_2 = 0{,}5\pi m$.

Нормальный шаг зубьев шестерни и рейки, мм, $P_1 = P_2 = \pi m$.

Для косозубой передачи торцовый шаг, мм, $P_{t1} = P_{t2} = \pi m / \cos\beta$.

Минимальная длина нарезанной части рейки, мм, $L_{2\min} = H_2 + (2...4)P_{t2}$.

Таблица 9.7. **Степень точности реечных зубчатых передач**

Степень точности не ниже	Скорость рейки не более, м/с		Примечание
	прямозубая	косозубая	
6 (высокоточная)	15	30	Высокоточные передачи, механизмы точной механики, мехатроники и робототехники
7 (точная)	10	15	Скоростные передачи при умеренных нагрузках, высоконагруженные передачи при высоких скоростях
8 (средняя)	6	10	Передачи общего назначения в машиностроении, не требующие особой точности
9 (пониженная)	2	4	Тихоходные передачи с пониженными требованиями к точности

Минимальное число зубьев рейки

$$z_{2\min} = \frac{L_{2\min}}{P_{t2}} + 0{,}5\,. \tag{9.49}$$

Число зубьев рейки округляют до целого значения. Затем уточняют минимальную длину нарезанной части рейки:

$$L_{2\min} = (z_{2\min} - 0{,}5)P_{t2}. \tag{9.50}$$

Ширина зубчатого венца рейки, мм, $b_2 = \psi_{bd} d_1$.

Ширина шестерни, мм, $b_1 = b_2 + 0{,}6\sqrt{b_2}$.

Размеры поперечного сечения рейки можно определить из условия прочности при растяжении (сжатии):

$$\sigma = \frac{F_2}{A} \le [\sigma]_p = \frac{\sigma_{T.p}}{[n]_{T.p}}.$$

Откуда площадь поперечного сечения рейки равна:

$$A \le \frac{F_2}{[\sigma]_p} = \frac{F_2[n]_{T.p}}{\sigma_{T.p}}, \tag{9.51}$$

где $[\sigma]_p$ — допускаемое напряжение растяжения материала рейки; $\sigma_{T.p}$ — предел текучести материала рейки при растяжении; $[n]_{T.p} = 1{,}5...2{,}0$ — допускаемый коэффициент запаса по текучести при растяжении.

Задавая форму поперечного сечения рейки, можно найти ее размеры. Если поперечное сечение рейки прямоугольное с шириной зубчатого венца b_2, то ее толщина $\delta \ge F_2[n]_{T.p} / b_2[\sigma]_{T.p}$.

Рейку проверяют на устойчивость по формулам Л. Эйлера или Ф.А. Ясинского (см. 9.1).

Проверить рейку (или винт) на устойчивость можно также с помощью коэффициента φ понижения допускаемого напряжения. При этом расчет на устойчивость заменяют расчетом на сжатие, но со сниженным допускаемым напряжением: $\sigma_c = \frac{F_2}{A} \le \varphi[\sigma]_c$. Коэффициент φ определяют по табл. 9.8.

Таблица 9.8. **Коэффициент φ**

λ	Сталь		λ	Сталь	
	углеродистая	легированная		углеродистая	легированная
0	1,00	1,00	100	0,51	0,43
10	0,98	0,98	110	0,43	0,36
20	0,95	0,95	120	0,36	0,31
30	0,92	0,92	130	0,33	0,27
40	0,89	0,88	140	0,29	0,23
50	0,86	0,82	150	0,26	0,20
60	0,82	0,77	160	0,24	0,18
70	0,76	0,68	170	0,21	0,16
80	0,70	0,59	180	0,19	0,14
90	0,62	0,50	190	0,17	0,12
			200	0,16	0,11

В случае невыполнения условия устойчивости толщину рейки необходимо увеличить.

Рассмотрим преобразование поступательного движения рейки во вращательное движение шестерни (см. рис. 9.16). Исходными данными для расчета являются: момент сопротивления на шестерне T_1, угол поворота φ_1 и угловая скорость w_1 шестерни. Расчет геометрических параметров передачи начинают с определения делительного диаметра шестерни, мм:

$$d_1 = 2 \cdot 10^3 u_{\text{П.В}}. \qquad (9.52)$$

Также делительный диаметр шестерни можно найти из условия контактной прочности зубьев, мм:

$$d_1 \ge 1{,}2 \cdot K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 E_{\text{пр}} K_{H\beta}}{\psi_{bd}[\sigma]_H^2}}, \qquad (9.53)$$

где T_1 — момент сопротивления на шестерне, Н · мм.

Требуемое передаточное отношение можно выполнить, если делительный диаметр шестерни, найденный по формуле (9.52), больше делительного диаметра, полученного по формуле (9.53). Этого достигают, применяя соответствующие материалы и изменяя коэффициент ψ_{bd}.

Осевая сила, действующая на рейку, Н:

$$F_2 = 2T_1/d_1. \tag{9.54}$$

Модуль зубьев (для косозубых передач нормальный модуль), мм:

$$m \geq K_m F_2 / \psi_{bd} d_1 [\sigma]_F.$$

Допускаемое изгибное напряжение определяют по формуле (9.44). Расчет остальных параметров реечной передачи проводят по приведенной ранее методике.

Проверочный расчет зубьев шестерни и рейки на выносливость по контактным напряжениям. При проверочном расчете определяют контактные напряжения, возникающие в местах соприкосновения зубьев шестерни и рейки, и сравнивают их с допускаемыми контактными напряжениями:

$$\sigma_H \leq [\sigma]_H. \tag{9.55}$$

Контактные напряжения определяют из условия, МПа:

$$\sigma_H = z_H z_м z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}}{d_1}}, \tag{9.56}$$

где z_H — коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев; $z_м$ — коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных шестерни и рейки; z_ε — коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий; W_{Ht} — удельная расчетная окружная сила, Н/мм.

Для расчета σ_H приведем формулы для входящих в (9.56) величин:

$$z_H = \sqrt{2\cos^2\beta / \sin 2\alpha_w},$$

где α_w — угол зацепления при смещении шестерни и рейки, град; $\alpha = 20^0$ — угол зацепления при отсутствии смещения шестерни и рейки (при $\alpha_w = \alpha$ получим $z_H = 1{,}76\cos\beta$; β — угол наклона зубьев);

$$z_м = \sqrt{E_{пр} / \pi(1-\mu^2)},$$

где $E_{пр} = 2E_1E_2 / E_1 + E_2$ — приведенный модуль упругости, МПа (E_1 и E_2 — модули упругости первого рода материалов шестерни и рейки, для стали $E_1 = E_2 = (2{,}0...2{,}2)10^5$ МПа); μ — коэффициент Пуассона, для стали $\mu = 0{,}3$.

Таким образом, для стальных шестерни и рейки $z_м = 275\ \text{МПа}^{\frac{1}{2}}$.

Для прямозубых и косозубых колес при $\varepsilon_\beta < 9$, $z_\varepsilon = \sqrt{(4-\varepsilon_\alpha)/3}$.

Для косозубых колес при $\varepsilon_\beta \geq 0{,}9$ и шевронных колес $z_\varepsilon = \sqrt{1/\varepsilon_\alpha}$, где $\varepsilon_\beta = b_1 \sin\beta / \pi m = \psi_{bd} z_1 \sin\beta / \pi$ — коэффициент осевого перекрытия; $\varepsilon_\alpha = \left(1{,}88 - 3{,}2\frac{1}{z_1}\right)\cos\beta$ — коэффициент торцового перекрытия.

Удельная расчетная окружная сила $W_{Ht} = 2T_1 K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv} / d_1 b_1$, где $K_{H\alpha}$ — коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями (для прямозубых передач 1, для косозубых и шевронных — по табл. 9.9); $K_{H\beta}$ — коэффициент, учитывающий неравномерность нагрузки по ширине зуба (табл. 9.10); K_{Hv} — коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении (табл. 9.11).

Таблица 9.9. **Коэффициент $K_{H\alpha}$**

Скорость рейки v_2, м/с	Степень точности по нормам плавности				
	5	6	7	8	9
2,5	1,00	1,01	1,03	1,05	1,13
5	1,00	1,02	1,05	1,09	1,16
10	1,01	1,03	1,07	1,13	—
15	1,01	1,04	1,09	—	—
20	1,02	1,05	1,12	—	—
25	1,02	1,06	—	—	—

Таблица 9.10. **Коэффициенты $K_{H\beta}$ и $K_{F\beta}$**

Расположение шестерни относительно опор, тип опор	Твердость, НВ	$K_{H\beta}$				$K_{F\beta}$			
		ψ_{bd}				ψ_{bd}			
		0,2	0,4	0,6	0,8	0,2	0,4	0,6	0,8
Консольное, опоры шарикоподшипники	Не более 350	1,08	1,17	1,28	—	1,16	1,37	1,64	—
	Более 350	1,22	1,44	—	—	1,33	1,70	—	—
Консольное, опоры роликоподшипники	Не более 350	1,06	1,12	1,19	1,27	1,10	1,22	1,38	1,57
	Более 350	1,10	1,25	1,45	—	1,20	1,44	1,71	—
Симметричное	Не более 350	1,01	1,02	1,03	1,04	1,01	1,03	1,05	1,07
	Более 350	1,01	1,02	1,04	1,07	1,02	1,04	1,08	1,14
Несимметричное	Не более 350	1,03	1,05	1,07	1,09	1,05	1,10	1,17	1,25
	Более 350	1,06	1,12	1,20	1,29	1,09	1,18	1,30	1,43

Таблица 9.11. **Коэффициент K_{Hv}**

Степень точности	Твердость поверхностей зубьев	Скорость рейки v_2, м/с					
		1	2	4	6	8	10
6	а	1,03 1,01	1,06 1,02	1,12 1,03	1,17 1,04	1,23 1,06	1,28 1,07
	б	1,02 1,00	1,04 1,00	1,07 1,02	1,10 1,02	1,15 1,03	1,18 1,04
7	а	1,04 1,02	1,07 1,03	1,14 1,05	1,21 1,06	1,29 1,07	1,36 1,08
	б	1,03 1,00	1,05 1,01	1,09 1,02	1,14 1,03	1,19 1,03	1,24 1,04
8	а	1,04 1,01	1,08 1,02	1,16 1,04	1,24 1,06	1,32 1,07	1,40 1,08
	б	1,03 1,01	1,06 1,01	1,10 1,02	1,16 1,03	1,22 1,04	1,26 1,05
9	а	1,05 1,01	1,10 1,03	1,20 1,05	1,30 1,07	1,40 1,09	1,50 1,12
	б	1,04 1,01	1,07 1,01	1,13 1,02	1,20 1,03	1,26 1,04	1,32 1,05

Примечания:

1. Твердость поверхностей зубьев:

а) $\begin{cases} H_1 \le 350\ \text{HB}; & H_2 \le 350\ \text{HB}; \\ H_1 \ge 45\ \text{HRC}; & H_2 \ge 350\ \text{HB}; \end{cases}$

б) $H_1 > 45$ HRC; $H_2 > 45$ HRC.

2. В числителе дроби — данные для прямозубых колес, в знаменателе — для косозубых.

Условие прочности на контактную выносливость:

$$\frac{\sigma_H}{[\sigma]_H} = 0{,}95...1{,}0. \qquad (9.57)$$

При невыполнении условия прочности необходимо ввести поправку на рабочую ширину зубчатого венца:

$$b_1' = b_1 \left(\frac{\sigma_H}{[\sigma]_H}\right)^2. \qquad (9.58)$$

Значение b_1' принимают по ГОСТ 6636—69. Затем определяют новое значение коэффициента $\psi_{bd} = b_1' / d_1$ и повторяют расчет на выносливость. Вычисляют новые значения ширины шестерни и рейки.

Проверочный расчет зубьев шестерни и рейки на выносливость по напряжениям изгиба. Условие выносливости зубьев шестерни и рейки по напряжениям изгиба σ_F имеет вид:

$$\sigma_F = 0{,}9 Y_F \frac{F_2 K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}}{b_1 m} \le [\sigma]_F, \qquad (9.59)$$

где $K_{F\alpha}$ — коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями шестерни и рейки; $K_{F\beta}$ — коэффициент, учитывающий неравномерность нагрузки по длине зуба, определяют по табл. 9.10; K_{Fv} — коэффициент динамической нагрузки, выбирают по табл. 9.12; Y_F — коэффициент формы зуба.

Таблица 9.12. **Коэффициент K_{Fv}**

Степень точности	Твердость поверхностей зубьев	Скорость рейки v_2, м/с					
		1	2	4	6	8	10
6	а	1,06 1,02	1,03 1,05	1,26 1,10	1,40 1,15	1,53 1,20	1,67 1,25
	б	1,02 1,01	1,04 1,02	1,08 1,03	1,11 1,04	1,14 1,06	1,17 1,07
7	а	1,08 1,03	1,16 1,06	1,33 1,11	1,50 1,16	1,67 1,22	1,80 1,27
	б	1,03 1,01	1,05 1,02	1,09 1,03	1,13 1,05	1,17 1,07	1,22 1,08
8	а	1,10 1,03	1,20 1,06	1,38 1,11	1,58 1,17	1,78 1,23	1,96 1,29
	б	1,04 1,01	1,06 1,02	1,12 1,03	1,16 1,05	1,21 1,07	1,26 1,08
9	а	1,13 1,04	1,28 1,07	1,50 1,14	1,77 1,21	1,98 1,28	1,25 1,35
	б	1,04 1,01	1,07 1,02	1,14 1,04	1,21 1,06	1,27 1,08	1,34 1,09

Примечания:
1. Твердость поверхностей зубьев:
   а) $\begin{cases} H_1 \le 350\ \text{HB}; & H_2 \le 350\ \text{HB}; \\ H_1 \ge 45\ \text{HRC}; & H_2 \ge 350\ \text{HB}; \end{cases}$
   б) $H_1 > 45$ HRC; $H_2 > 45$ HRC.
2. В числителе дроби — данные для прямозубых колес, в знаменателе — для косозубых.

Для прямозубых передач и косозубых с $\varepsilon_\beta \le 1$ принимают $K_{F\alpha} = 1$, для косозубых передач с $\varepsilon_\beta > 1$ и шевронных передач $K_{F\alpha} = \dfrac{[4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n' - 5)]}{4\varepsilon_\alpha}$, где n' — степень точности передачи по нормам плавности работы. Если степень точности грубее девятой, то $n' = 9$, если выше пятой, то $n' = 5$.

Для рейки $Y_F = 3{,}78$, для шестерни определяют в зависимости от эквивалентного числа ее зубьев $z_{1v} = z_1 / \cos^3 \beta$ по табл. 9.13. Для прямозубых колес $z_{1v} = z_1$.

Таблица 9.13. **Коэффициент формы зуба Y_F при коэффициенте смещения $x = 0$**

z_v	Y_F	z_v	Y_F	z_v	Y_F	z_v	Y_F
17	4,30	22	4,08	32	3,84	60	3,73
18	4,25	24	4,03	35	3,80	80	3,74
19	4,18	25	3,97	40	3,76	100	3,75
20	4,19	28	3,90	45	3,75	150	3,76
21	4,10	29	3,87	50	3,73	Рейка	3,78

Изгибное напряжение σ_F определяют для шестерни или рейки в зависимости от того, чье отношение $[\sigma]_F/Y_F$ меньше.

Проверочный расчет зубьев шестерни и рейки при перегрузке. При расчете на выносливость не учитывают кратковременные перегрузки (например, пусковые или случайные), которые ввиду малого числа циклов не вызывают усталости. Кратковременные перегрузки ($T_{пик}$, $F_{пик}$), не учтенные при расчете на выносливость, могут привести к потере статической прочности зубьев. Поэтому необходимо проверить статическую прочность зубьев при перегрузке.

Условие статической прочности зубьев при кратковременной перегрузке моментом $T_{пик}$:

$$\sigma_{H\,max} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{пик}}{T_{max}}} \le [\sigma]_{H\,max}, \qquad (9.60)$$

где σ_H — расчетное контактное напряжение; T_{max} — максимальный момент по циклограмме нагружения или расчетный максимальный момент; $[\sigma]_{H\,max}$ — предельное допускаемое контактное напряжение.

При нормализации, улучшении или объемной закалке зубьев $[\sigma]_{Hmax} = 2{,}8\sigma_T$, где σ_T — предел текучести материала зубьев; при цементации, закалке токами высокой частоты (ТВЧ) и азотировании $[\sigma]_{Hmax} = 40$ HRC.

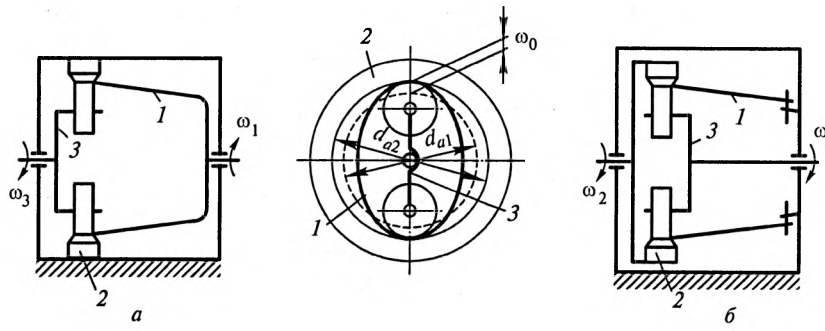
Аналогично определяют максимальные напряжения изгиба:

$$\sigma_{F\,max} = \sigma_F \frac{T_{пик}}{T_{max}} \le [\sigma]_{F\,max}, \qquad (9.61)$$

где σ_F — расчетное изгибное напряжение; $[\sigma]_{F\,max}$ — предельное допускаемое напряжение при изгибе. При твердости зубьев HB $\leqslant$ 350 $[\sigma]_{F\,max} \approx 0{,}8\sigma_T$, при HB > 350 $[\sigma]_{F\,max} \approx 0{,}6\sigma_B$, где σ_B — предел прочности материала зубьев.

9.5. Волновая зубчатая передача

Работа волновой передачи основана на принципе преобразования параметров движения вследствие волнового деформирования одного из звеньев механизма. Этот принцип впервые был предложен в 1944 г. А.И. Москвити-



Р и с. 9.18

ным для фрикционной передачи с электромагнитным генератором волн, а затем в 1969 г. В. Массером для зубчатой передачи с механическим генератором волн, кинематически которая представляет собой планетарную передачу, одно из колес которой выполнено в виде гибкого венца.

Волновая зубчатая передача (рис. 9.18) состоит из гибкого зубчатого колеса (ГЗК) *1* с наружными зубьями, жесткого зубчатого колеса (ЖЗК) *2* с внутренними зубьями и генераторам волн *3*.

Наружный диаметр d_{a1} ГЗК в недеформированном состоянии меньше внутреннего диаметра d_{a2} ЖЗК на величину $d_{a2} - d_{a1} = 2w_0$.

Волновые зубчатые передачи применяют, когда требуется получить большие передаточные отношения. Для одноступенчатых передач со стальными гибкими колесами передаточное отношение рекомендуют принимать $u = 60...300$, для сдвоенных передач $u = 3600...90\,000$. Осуществление передаточного отношения $u < 60$ ограничивается изгибной прочностью ГЗК, а $u > 300$ — минимальным модулем зуборезного инструмента $m > 0{,}1$ мм. Если же брать более крупный модуль при больших передаточных отношениях в одной ступени, то передача будет недогружена.

Волновые зубчатые передачи обладают рядом преимуществ по сравнению с другими зубчатыми передачами: большой нагрузочной способностью вследствие большого числа пар зубьев колес (30...50 %), одновременно находящихся в зацеплении; относительно малыми габаритными размерами и малой массой; высокой кинематической точностью, благодаря значительному усреднению ошибок изготовления и монтажа зубчатых колес вследствие многопарности зацепления; возможностью передавать движение из одной среды в другую через герметичную стенку без подвижных уплотнений; высоким коэффициентом полезного действия $\eta = 80...90$ %.

К недостаткам волновых передач можно отнести ограниченные частоты вращения ведущего вала генератора волн при больших диаметрах колес (во избежание больших окружных скоростей генератора), мелкие модули зубьев колес, крутильная жесткость гибкого колеса несколько меньше, чем у простой зубчатой передачи.

Волновые передачи могут работать в качестве редуктора (КПД 80...90 %) и мультипликатора (КПД 60... 70 %). В первом случае ведущим звеном является генератор волн, во втором — вал гибкого или жесткого колеса.

Разработан стандартный ряд волновых редукторов. Он содержит 11 типоразмеров (диаметры делительных окружностей ГЗК находятся в диапазоне 50,8...508 мм). В каждом типоразмере редукторы имеют четыре, а в среднем диапазоне (80...320 мм) семь передаточных отношений, получаемых за счет изменения модуля и числа зубьев. Диапазон передаваемых вращающих моментов 30...30 000 Н · м, мощностей 0,095...48 кВт. Существуют редукторы с передаваемым моментом 150 000 Н · м. Максимальная частота вращения генератора волн ограничивается температурой нагрева и работоспособностью его подшипника и для генератора волн с шарикоподшипником для диаметров гибких колес 50,8...203 мм она равна 3 500 об/мин, а для диаметров 254...407 мм — 1 750 об/мин.

Передаточное отношение. Передаточное отношение волновой зубчатой передачи находят, используя *формулу Виллиса*. При неподвижном ЖЗК *2* (рис. 9.18, *а*) передаточное отношение от вала генератора волн *3* к валу гибкого колеса *1* равно:

$$u_{31}^{(2)} = -\frac{w_3}{w_1} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1} = \\ = -\frac{z_1}{K_z v} = -\frac{d_1}{d_2 - d_1} = -\frac{d_1}{2w_0}, \tag{9.62}$$

где w_1, w_3 — угловая скорость ГЗК и генератора волн, $с^{-1}$; z_1 и z_2 — число зубьев гибкого и жесткого зубчатых колес; d_1 и d_2 — делительные диаметры гибкого и жесткого зубчатых колес, мм; $v = 1, 2, 3...$ — число волн деформации (обычно $v = 2$, реже 3); K_z — коэффициент кратности (обычно $K_z = 1$, при $u < 70$ $K_z = 2$, при $u < 45$ $K_z = 3$).

Знак минус указывает на разные направления вращения ведущего и ведомого звеньев.

Передаточное отношение от вала генератора волн *3* к валу жесткого колеса *2* (рис. 9.18, *б*) при неподвижном ГЗК *1*:

$$u_{32}^{(1)} = \frac{w_3}{w_2} = \frac{z_2}{z_2 - z_1} = \frac{z_2}{K_z v} = \frac{d_2}{d_2 - d_1} = \frac{d_2}{2w_0}, \tag{9.63}$$

где w_2 — угловая скорость ЖЗК, $с^{-1}$.

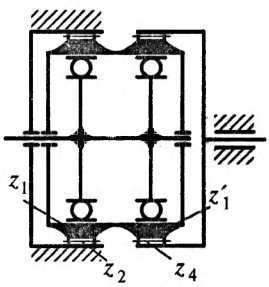


Рис. 9.19

На рис. 9.19 показана схема сдвоенной волновой зубчатой передачи, которая применяется при передаточных отношениях $u > 3\,600$. Коэффициент полезного действия такой передачи равен 2...5 %.

Если в формулах для определения передаточного отношения принять $K_z = \infty$, то волновая зубчатая передача превращается в *волновую фрикционную передачу*, диаметры колес которой равны диаметрам делительных окружностей гибкого и жесткого зубчатых колес.

Материалы зубчатых колес: стали, которые после термообработки имеют твердость НВ = 220...330 (табл. 9.14), а также бериллиевая бронза и пластмассы.

Таблица 9.14. **Материалы зубчатых колес волновых передач**

Сталь	Твердость, НВ	Предел выносливости σ_{-1}, МПа
40Х	280...300	500
40ХНМА	310...330	550
30ХГСА	300...320	530
38Н3ВА	310...330	550
38ХМЮА	220...240	550
ШХ15	260...280	420
Х18Н10Т	220...240	350

Допускаемые напряжения смятия на боковых поверхностях зубьев зубчатых колес определяют в виде

$$[\sigma]_{см} = 15{,}7 K_u K_n K_{d_1}, \qquad (9.64)$$

где $K_u = (u - 20)/u$ — коэффициент, зависящий от передаточного отношения; $K_n = \sqrt[3]{10^3 / n_3}$ — коэффициент, зависящий от частоты вращения генератора; K_{d_1} — коэффициент, зависящий от размера делительного диаметра d_1 ГЗК. При $d_1 < 130$ мм $K_{d_1} = 1{,}25$; при $d_1 > 130$ мм $K_{d_1} = 1$.
В среднем принимают для стальных зубчатых колес $[\sigma]_{см} = 10...20$ МПа, для пластмассовых колес — 3...5 МПа.

Расчет геометрических параметров гибкого *1* и жесткого *2* зубчатых колес (рис. 9.20) осуществляют при помощи упрощенных экспериментально проверенных зависимостей. Они верны только для эвольвентных зубчатых колес, нарезанных стандартным инструментом с исходным контуром, имеющим угол зацепления $\alpha = 20°$, коэффициент высоты зуба $h_a^* = 1$, коэффициент радиального зазора $C^* = 0{,}25$ для модулей более 1 мм и $C^* = 0{,}35$ для модулей до 1 мм.

Исходными данными для расчета являются вращающий момент T на тихоходном валу передачи и его частота вращения n.

Геометрический расчет волновой зубчатой передачи начинают с определения делительного диаметра ГЗК из условия прочности зубьев на смятие:

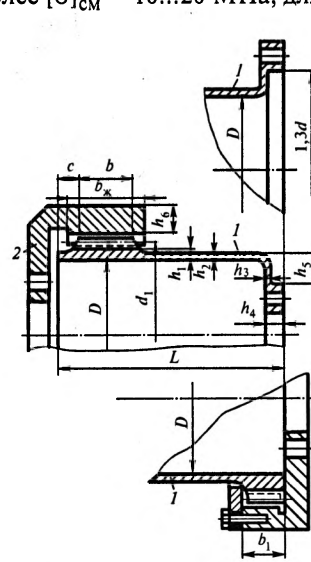


Рис. 9.20

$$\sigma_{см} = \frac{10TK}{bd_1^2} \le [\sigma]_{см}, \qquad (9.65)$$

где T — вращающий момент на выходном валу передачи, Н · мм; K — коэффициент режима работы передачи; b — ширина зубчатого венца гибкого колеса, мм; d_1 — делительный диаметр ГЗК, мм.

При спокойной нагрузке ($T_{max}/T < 1{,}2$) $K = 1$; при умеренной динамической нагрузке ($T_{max}/T < 1{,}6$) $K = 1{,}25$; при резко динамической нагрузке ($T_{max}/T < 2{,}5$) $K = 1{,}75$.

Ширина зубчатого венца равна

$$b = \psi_{bd} d_1,$$

где ψ_{bd} — коэффициент ширины зубчатого венца: для силовых передач 0,15...0,20; для малонагруженных кинематических передач 0,06...0,15.

Подставляя значение ширины венца в условие прочности и производя преобразования, найдем значение делительного диаметра ГЗК:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{10TK}{\psi_{bd}[\sigma]_{см}}}. \qquad (9.66)$$

При кулачковом генераторе волн делительный диаметр предварительно принимают равным внутреннему диаметру D гибкого колеса, который, в свою очередь, принимают равным наружному диаметру D гибкого подшипника (табл. 9.15).

Число зубьев z_1 ГЗК определяют в зависимости от того, какое колесо вращается:

при подвижном гибком колесе

$$z_1 = u\nu K_z; \qquad (9.67)$$

при подвижном жестком колесе

$$z_1 = (u-1)\nu K_z. \qquad (9.68)$$

Определяем модуль зубьев $m = d_1 / z_1$ и округляем его до стандартного (см. с. 184). Модули зубьев меньше 0,2 мм применяют редко из-за сложности нарезания внутренних зубьев ЖЗК.

Уточняем делительный диаметр гибкого колеса при дисковом генераторе волн: $d_1 = mz_1$.

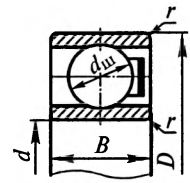
Находим передаточные отношения волновой передачи в зависимости от того, какое колесо вращается:

при подвижном гибком колесе $u' = z_1 / K_z\nu$;

при подвижном жестком колесе $u' = z_1 / K_z\nu + 1$.

Вычисляем отклонение передаточного отношения от требуемого по условию, %: $\Delta u = \frac{u - u'}{u} \cdot 100 \le [\Delta u]$, где $[\Delta u]$ — допускаемое отклонение передаточного отношения от требуемого. Для зубчатых передач принимают $[\Delta u] \leqslant 4$ %. При невыполнении условия необходимо изменить z_1 на несколько зубьев в ту или иную сторону. Если после этого условие не выполняется, то нужно взять подшипник с большим наружным диаметром D и повторить весь расчет. Затем снова уточнить значение делительного диаметра ГЗК.

Таблица 9.15. **Подшипники шариковые радиальные для волновых передач ГОСТ 23179—78**



Условное обозначение подшипника	Размеры, мм					Число шариков	Предельная частота вращения, об/мин
	d	D	B	r	$d_ш$		
806	30	42	7	0,5	3,969	21	3000
808	40	52	8		3,969	23	
809	45	62	9		5,953	21	
812	60	80	13		7,144	23	
815	75	100	15	1,0	9,128	21	
818	90	120	18		11,113	23	
822	110	150	24		14,288	21	1500
824	120	160	24		14,288	23	
830	150	200	30		19,050		
836	180	240	35	1,5	22,225	23	1500
844	220	300	45	2,5	28,575		
848	240	320	48		28,575		1000
860	300	400	60		36,513		
862	310	420	70		36,513		
872	360	480	72	3,5	44,450		

Число зубьев жесткого зубчатого колеса:

$$z_2 = z_1 + vK_z. \tag{9.69}$$

Толщина зубчатого венца гибкого колеса, изготовленного из стали (см. рис. 9.20), мм, $h_1 = (70+0{,}5u)\cdot 10^{-4} m z_1$.

Толщина оболочки ГЗК, мм, $h_2 = (0{,}5...0{,}8)h_1$.

Относительный боковой зазор между зубьями ненагруженной передачи:

$$\frac{j_{max}}{m} = \frac{T_{max} b}{d_1^2 h_2 G m} + 4\cdot 10^{-4}(u-60),$$

где j_{max} — необходимый боковой зазор между зубьями ненагруженной передачи, мм; $T_{max} \leqslant 2{,}5T$ — максимально допустимый момент перегрузок (при расчетах $T_{max} = 2T$); G — модуль упругости второго рода материала гибкого колеса, МПа (для стали $8{,}1 \cdot 10^4$ МПа).

Относительное радиальное упругое деформирование гибкого колеса

$$w_0^* = w_0 / m = 0{,}89 + 8 \cdot 10^{-5} z_1 + 2 j_{max} / m, \qquad (9.70)$$

где w_0 — радиальное упругое деформирование гибкого колеса, мм.

Максимальная упругая деформация гибкого колеса с учетом податливости генератора волн и жесткого колеса, а также отклонений размеров от номинальных при изготовлении, мм:

$$w_1 = w_0^* m \left[1{,}05 + 0{,}08 \left(\sqrt{\frac{\sigma_{см}}{10}} - 1\right)\right].$$

Коэффициент смещения исходного контура:

для гибкого колеса $x_1 = \dfrac{1{,}35 - w_0^*}{(0{,}85 / \sqrt[3]{z_1}) - 0{,}04}$;

для жесткого колеса $x_2 = x_1 + (w_0^* - 1)$.

Относительная глубина захода зубьев

$$h_d^* = \frac{h_d}{m} = 4w_0^* - (4{,}6 - 4w_0^*) \cdot 10^{-3} z_1 - 2{,}48,$$

где h_d — глубина захода зубьев, мм.

Диаметр окружности, мм:

впадин ГЗК $d_{f1} = m(z_1 - 2h_d^* - 2c^* + 2x_1)$;

вершин ГЗК $d_{a1} = d_{f1} + 2(h_d^* + c^*)m$;

вершин ЖЗК $d_{a2} = d_{a1} + 2m(w_0^* - h_d^*)$;

впадин ЖЗК $d_{f2} = d_{a1} + 2m(w_0^* - 0{,}15)$.

Для ГЗК с кулачковым генератором волн уточняют значение толщины венца по формуле $h_1 = (d_{f1} - D) / 2$.

Длина ГЗК, мм: с дном $L = 0{,}8D$, со шлицами $L = 0{,}7D$.

Параметры остальных частей гибкого колеса (см. рис. 9.20): $h_3 = (0{,}7...1{,}0)h_2$; $h_4 = 2h_1$; $h_5 \geqslant 0{,}16D$; $c = 0{,}2b$.

Ширина зубчатого венца жесткого колеса, мм, $b_ж = b + 0{,}6\sqrt{b}$.

Толщина зубчатого венца жесткого колеса, мм, $h_6 = (6...8)h_1$.

Ширина шлицевого соединения, мм, $b_1 = 0{,}5b$.

При сборке волнового зубчатого редуктора ГЗК деформируется генератором волн и в таком состоянии его вставляют в ЖЗК.

Расчет ГЗК на выносливость. Гибкое зубчатое колесо проверяют на выносливость по формуле

$$S = \frac{2\sigma_{-1} u d_1}{7 K_d K_\sigma w_0^* E h_1 \sqrt{1 + 0{,}15 \left(\dfrac{d_1}{L} + \dfrac{Tu}{w_0^* d_1 E h_1^2}\right)^2}} \geqslant [S], \qquad (9.71)$$

где E — модуль упругости 1-го рода материала ГЗК (для стали (2,0...2,2) · 10^5 МПа); σ_{-1} — предел выносливости материала гибкого колеса (см. табл. 9.14); $K_d = 1 + \frac{2{,}2T}{10^8 d_1 h_1^2}$ — коэффициент увеличения напряжения от сил в зацеплении; $K_\sigma = 1 + 0{,}05\sqrt{\frac{(h_a^* + c^*)md_1}{R_{\min} h_1}} \cdot \frac{R_{\min} + 0{,}01}{R_{\min} + 0{,}02}$ — эффективный коэффициент концентрации напряжений у основания зуба.

Минимальный радиус переходной поверхности, мм:

$$R_{\min} = \frac{m(h_a^* + c^* - x_1 - \rho^*)}{h_a^* + c^* - x_1 - \rho^* + 0{,}5z_1} + \rho^* m,$$

где $c^* = 0{,}25$ и $\rho^* = 0{,}4$ при $m > 1$; $c^* = 0{,}35$ и $\rho^* = 0{,}4$ при $m = 1{,}0...0{,}5$; $c^* = 0{,}5$ и $\rho^* = 0{,}33$ при $m < 0{,}5$; $[S] \geq 1{,}2$ — допускаемый коэффициент запаса выносливости.

Вероятность P неразрушения ГЗК в зависимости от коэффициента запаса выносливости и коэффициент вероятности неразрушения подшипника K_L приведены в табл. 9.16.

Таблица 9.16. **Вероятность неразрушения ГЗК**

P, %	99,8	99,6	99	98,5	97,8	96,7	95,1	90	87
S	1,8	1,7	1,6	1,55	1,5	1,45	1,4	1,3	1,2
K_L	0,5	0,6	0,66	0,69	0,73	0,8	0,9	1	—

Кулачковый генератор волн (рис. 9.21) состоит из кулачка *1* с надетым на него шариковым или роликовым подшипником качения *2* с тонкими кольцами.

Радиус-вектор кулачка в каждой четверти равен:

$$\rho = 0{,}5d_п + WmK, \qquad (9.72)$$

где $d_п$ — внутренний диаметр подшипника генератора волн, мм; W — коэффициент радиальной деформации; K — коэффициент влияния вида исход-

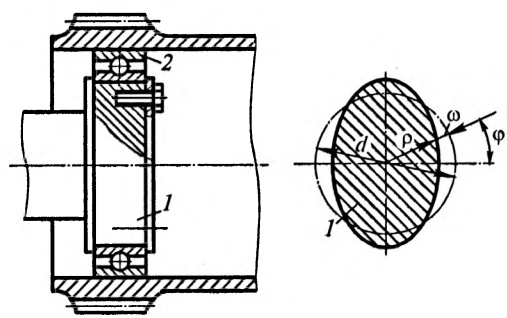
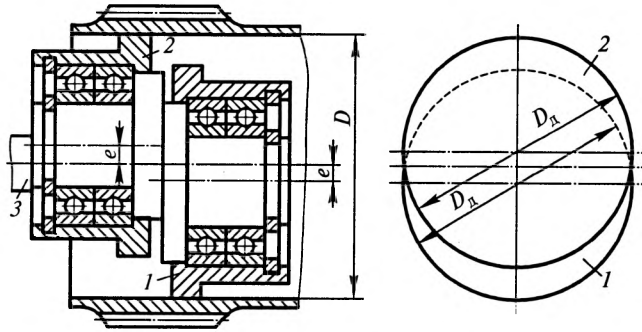


Рис. 9.21



Р и с. 9.22

ного контура (для двадцатиградусного исходного контура 1, для тридцатиградусного 0,89).

Коэффициент радиальной деформации:

φ, град . .	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
W	−1,25	−1,13	−0,91	−0,56	−0,15	0,26	0,57	0,76	0,87	0,90

Надеваемые на кулачок подшипники бывают гибкие, их подбирают по ГОСТ 21179—78 (см. табл. 9.15), и нестандартные с более тонкими кольцами и более мелкими канавками, чем у стандартных.

При передаче момента обеспечивается работоспособность подшипников в течение 10 000 ч. Допускается двукратная кратковременная перегрузка.

Дисковый генератор волн (рис. 9.22) имеет два диска *1* и *2*, расположенных на эксцентриковом валике *3* с эксцентриситетом, мм, $e = 3{,}4w_0^* m$.

Диаметр дисков, мм:

$$D_д = D + 2w_1 - 2e - 2h_к, \qquad (9.73)$$

где $h_к = (1{,}1...1{,}3)h_2$ — толщина подкладного кольца, мм.

Дисковый генератор волн изготовляют с очень жестким допуском на эксцентриситет, иначе при вращении появляются большие вибрации.

Выбор подшипников генераторов волн. Типоразмер подшипника генератора волн выбирают из условия $C_{тр} \leqslant C_{расч}$, где $C_{тр}$ — требуемая динамическая грузоподъемность, Н; $C_{расч}$ — расчетная динамическая грузоподъемность подшипника, Н.

Требуемую динамическую грузоподъемность определяют по формуле $C_{тр} = \sqrt[3]{\dfrac{60[L]_h n_п}{10^6}} \cdot \dfrac{F}{K_L}$, где $[L]_h$ — допускаемая долговечность подшипника, ч; F — эквивалентная динамическая нагрузка, Н; $n_п$ — эквивалентная частота вращения подшипника генератора волн; K_L — коэффициент вероятности неразрушения подшипника (см. табл. 9.16).

Расчет эквивалентной динамической нагрузки производят по формуле

$$F = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{k} F_i^3 n_{\text{пi}} t_i}{\sum_{i=1}^{k} n_{\text{пi}} t_i}},$$

где F_i — эквивалентная динамическая нагрузка на i-м участке нагружения; $n_{\text{пi}}$ — частота вращения подшипника генератора волн на i-м участке нагружения, об/мин; t_i — время действия нагрузки F_i, с.

Для i-го участка нагружения $F_i = F_{ri} V K_\delta K_T$, где $V = 1{,}2$ — коэффициент вращения кольца подшипника; K_δ — коэффициент безопасности (для кулачковых генераторов волн с гибким подшипником 1,1, для дисковых генераторов волн с обычными подшипниками 1,3); K_T — температурный коэффициент (при температуре подшипника $t \leqslant 100$ °С принимают $K_T = 1$, при $t = 125...250$ °С — $K_T = 1{,}05...1{,}4$); F_{ri} — радиальная нагрузка на один подшипник на i-м участке нагружения. $F_{ri} = 0{,}6T_i / d_1$, где T_i — вращающий момент на тихоходном валу на i-м участке нагружения, Н · мм.

В действительности каждый диск устанавливают на двух подшипниках.

Для кулачкового генератора волн $n_{\text{пi}} = n_{3i}$, для дискового генератора волн:

с подвижным ГЗК $n_{\text{пi}} = \frac{d_1}{D}(n_{3i} - n_{1i})$;

с подвижным ЖЗК $n_{\text{пi}} = \frac{d_1}{D}(n_{3i} - n_{2i})$,

где n_{1i}, n_{2i} и n_{3i} — частоты вращения гибкого, жесткого зубчатых колес и генератора волн соответственно на i-м участке нагружения.

Расчет эквивалентной частоты вращения подшипника генератора волн производят по формуле: $n_{\text{п}} = \sum_{i=1}^{k} n_{\text{пi}} t_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} t_i$.

При диаметре шарика шарикоподшипника:

$$d_{\text{ш}} \leqslant 25{,}4 \text{ мм } C_{\text{расч}} = f_C (i \cos\alpha)^{0,7} z_{\text{ш}}^{0,7} d_{\text{ш}}^{1,8};$$

$$d_{\text{ш}} > 25{,}4 \text{ мм } C_{\text{расч}} = 3{,}647 f_C (i \cos\alpha)^{0,7} z_{\text{ш}}^{0,7} d_{\text{ш}}^{1,4},$$

$f_C = 5{,}0...5{,}2$ — коэффициент динамической грузоподъемности; i — число рядов шариков в подшипнике (обычно $i = 1$); $z_{\text{ш}}$ — число шариков в ряду; α — угол контакта тел качения с кольцами, град.

По найденному значению требуемой динамической грузоподъемности подбирают из соответствующих стандартов типоразмер подшипника, для которого $C_{\text{тр}} \leqslant C_{\text{расч}}$.

Осевая нагрузка на подшипник на i-м участке нагружения равна $F_{ai} = 0{,}1 F_{ri}$.

Коэффициент полезного действия. Потери в волновой зубчатой передаче складываются из потерь в зацеплении и потерь при вращении генератора волн. Потерями в подшипниках быстроходного и тихоходного валов пренебрегают. В этом случае КПД равен

$$\eta = \frac{1}{1 + \dfrac{1{,}11\nu}{\cos^2\alpha} f_1 + 0{,}3\operatorname{tg}(\alpha + \rho')uf_2}, \qquad (9.74)$$

где ν — число волн генератора; $\alpha = 20^\circ$ — угол зацепления; $f_1 = 0{,}03...0{,}05$ — коэффициент трения в зубчатом зацеплении; $\rho' = \operatorname{arctg} f_1$ — приведенный угол трения; $f_2 = 0{,}0015...0{,}0030$ — условный коэффициент трения, учитывающий трение во всех элементах генератора волн.

Смазка и тепловой расчет. Для волновых зубчатых редукторов применяют жидкие или консистентные смазки. Объем жидкой смазки выбирают из расчета, чтобы нижний шарик кулачкового генератора волн погружался в масло до половины, а диски дискового генератора волн — на 5...25 мм. Если уровень масла слишком высок, то тратится значительная мощность на перемешивание масла генератором волн.

В процессе работы масло и редуктор нагреваются. Температуру масла и внутренней поверхности редуктора определяют по формуле

$$t_м = \frac{(1-\eta)P_{вд}}{K_т A} K + t_в \le [t]_м, \qquad (9.75)$$

где $P_{вд}$ — мощность на ведущем валу, Вт; $K = t_р/t_ц$ — коэффициент продолжительности работы редуктора ($t_р$ — время работы редуктора в течение цикла; $t_ц$ — длительность цикла); $K_т = 8...15$ Вт/(м$^2 \cdot$ °С) — коэффициент теплоотдачи (большие значения при благоприятной циркуляции воздуха при обдувке вентилятором 18...24 Вт/(м$^2 \cdot$ °С), который располагают на быстроходном валу редуктора); $A \approx (8...10)d_1^2$ — поверхность охлаждения редуктора, м^2; $t_в$ — температура окружающего воздуха, °С (обычно 20 °С); $[t]_м$ — допускаемая температура масла, °С. Для обычных масел $[t]_м = 60...70$ °С; максимально допускаемая температура масла $[t]_м = 85...90$ °С; для авиационных масел $[t]_м = 100...120$ °С.

9.6. Планетарные передачи

Планетарными называют передачи, содержащие зубчатые колеса, оси которых подвижны. Движение этих колес сходно с движением планет, и поэтому их называют планетарными или *сателлитами.* Обкатываются сателлиты по центральным колесам, имеющим внешнее или внутреннее зацепление. Оси сателлитов закреплены в водиле и вращаются вместе с ним вокруг центральной оси.

В современном машиностроении и в робототехнике, в частности, планетарные зубчатые передачи находят широкое применение. Это объясняется их компактностью и малой массой, реализацией больших передаточных отно-

шений, малой нагрузкой на опоры, большим КПД, высокой кинематической точностью, жесткостью и надежностью.

Однако при проектировании планетарных зубчатых передач следует учитывать и недостатки: конструктивную сложность, повышенные требования к точности изготовления и монтажа, снижение КПД при увеличении передаточного отношения.

В зависимости от порядка наложения связей на звенья планетарные передачи могут использоваться как для суммирования нескольких вращательных движений, так и для их разделения между несколькими ведомыми валами.

Принцип работы различных планетарных передач. Простейшая планетарная передача (рис. 9.23) состоит из центрального солнечного зубчатого колеса *1* с наружными зубьями, центрального корончатого зубчатого колеса *3* с внутренними зубьями, сателлитов *2* с внешними зубьями, которые входят в зацепление одновременно с солнечным и корончатым колесами, и водила H, на котором расположены оси сателлитов.

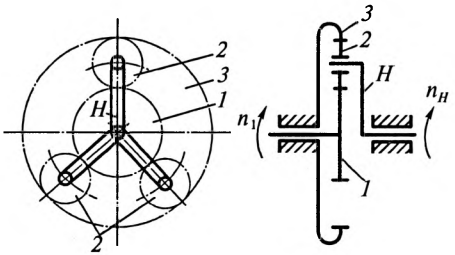
При закрепленном корончатом колесе *3* ($w_3 = 0$) вращение солнечного колеса *1* с угловой скоростью w_1 вызывает вращение сателлитов *2* относительно собственных осей с угловой скоростью w_2, что вызывает качение сателлитов *2* по корончатому колесу *3* и приводит к их перемещению по круговой орбите радиуса R_H, а соответственно и водила H с угловой скоростью w_H.

Сателлиты вращаются относительно водила со скоростью $w_2^H = w_2 - w_H$ и вместе с водилом совершают переносное движение. Их движения напоминают движения планет, и поэтому передачу называют *планетарной.*

Основными звеньями планетарной передачи являются те, которые воспринимают внешние моменты. Такими звеньями являются солнечные и корончатые колеса, т.е. два центральных колеса ($2K$) и водило H. Сокращенное обозначение такого планетарного механизма $2K—H$.

Планетарный механизм $2K—H$ широко распространен, так как имеет высокий КПД и технологичную конструкцию.

Схема планетарной передачи с одним внутренним и одним внешним зацеплениями представлена на рис. 9.24. Планетарная передача имеет три основных звена *1, 3* и $H(2K—H)$, обладает высоким КПД, сравнимым с КПД планетарной передачи, выполненной по схеме на рис. 9.23, но конструкция водила более сложная, так как у сателлита два зубчатых венца *2* и *2'*. При этом



Р и с. 9.23

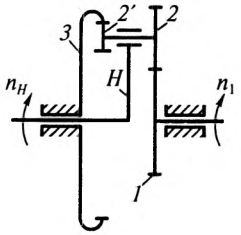


Рис. 9.24

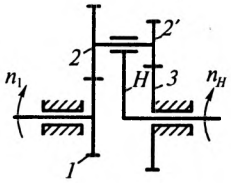


Рис. 9.25

масса рассматриваемой планетарной передачи меньше массы простой двухступенчатой планетарной передачи (см. рис. 9.23).

Схема планетарного механизма $2K—H$ с двумя внешними зацеплениями показана на рис. 9.25. Планетарный механизм, выполненный по схеме рис. 9.25, позволяет получать большие передаточные отношения (до 10 000) в одной ступени при ведущем водиле, когда разность зубьев колес $z_1 - z_2$ и $z_3 - z_{2'}$ мала. Однако с увеличением передаточного отношения резко уменьшаются КПД и плавность вращения тихоходного (выходного) вала. Передача требует высокой степени точности изготовления зубчатых колес, валов, корпуса, подшипников сателлитов. Относительная частота вращения колец подшипников соответствует частоте вращения быстроходного вала (водила), а нагрузка на них соответствует нагрузке тихоходного вала *1*.

Планетарная передача $2K—H$ с двумя внутренними зацеплениями (рис. 9.26) и со сдвоенными сателлитами (рис. 9.27) характеризуется аналогично предыдущей планетарной передаче.

В планетарной передаче $3K$ с тремя центральными колесами *1*, *3*, *4* (рис. 9.28) водило *H* служит только для поддержания осей сателлитов *2* и *2′* и в некоторых случаях (при $z_2 = z_{2'}$) как конструктивный элемент может отсутствовать. При этом несколько ухудшаются условия работы зацепления, но исключаются подшипники сателлитов, что важно при серийном изготовлении передач. Рекомендуют применять эту передачу при работе с длительными остановками.

Для рассматриваемой планетарной передачи КПД несколько ниже, чем у двух- или трехступенчатой простейшей планетарной передачи (см. рис. 9.23)

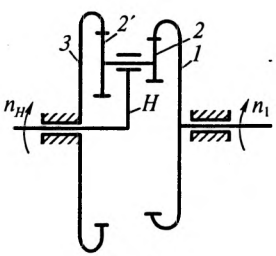


Рис. 9.26

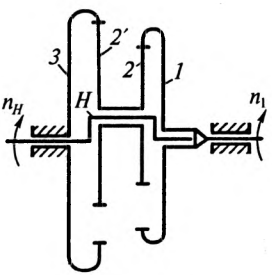
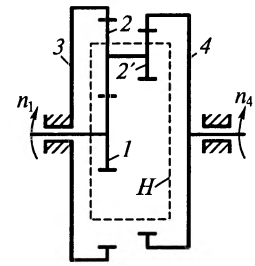


Рис. 9.27

при одинаковых передаточных отношениях, находящихся в пределах 30...100, но зато у нее меньше зубчатых колес и подшипников сателлитов. Это приводит к снижению массы планетарной передачи, которая меньше массы двух- или трехступенчатой простейшей планетарной передачи, имеющей примерно те же габаритные размеры.



Р и с. 9.28

Планетарный механизм ***K — H—V*** (рис. 9.29) имеет три основных звена: центральное колесо *2*, водило *H* и вал *V*. Механизм *3* в виде карданной передачи с передаточным отношением, равным единице, служит для передачи вращения от эксцентрично расположенного сателлита *1* на вал *V*. Планетарный механизм с карданной передачей применяют редко.

Наиболее широкое применение в технике получил планетарный механизм *K—H—V* с параллельными кривошипами *3* (рис. 9.30). Водило *H* и кривошипы *3* имеют одинаковый эксцентриситет.

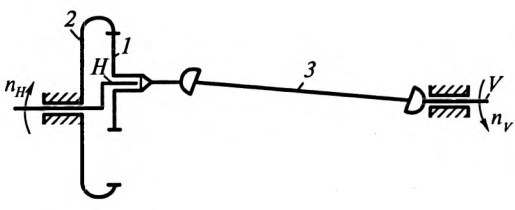
Часто в планетарных механизмах *K—H—V* в качестве передаточного механизма от сателлита *1* к валу *V* применяют цевочную передачу 3—4 с передаточным отношением, равным единице (рис. 9.31).

Цевочная передача 3—4 состоит из диска *3*, в который запрессованы пальцы (оси) *4*, проходящие через отверстия сателлитов *1*. При вращении водила *H* сателлит *1* совершает плоскопараллельное движение и каждая его точка при закрепленном вале описывает окружность радиуса *e*. Для «обкатки» пальца по отверстию сателлита диаметр отверстия должен быть равен $d_o = d_п + 2e$. Для уменьшения трения между пальцами *4* и сателлитом *1* на пальцы надевают втулки, которые катятся по поверхности отверстия, вращаясь на пальцах.

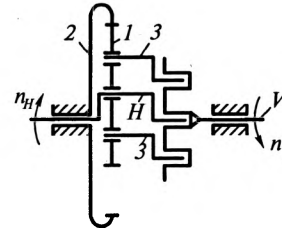
При этом за размер $d_п$ принимают наружный диаметр втулки.

Для сокращения размеров планетарного механизма *K—H—V* вместо эвольвентного зацепления зубчатых колес *1* и *2* (см. рис. 9.31) применяют цевочное (рис. 9.32).

Профиль зубьев (циклоиду) Ц сателлита *1* выбирают так, чтобы в зацеплении одновременно участвовало несколько цевок *5*. Так как система статически неопределима, то для компенсации ошибок изготовления деталей планетарного механизма цевки ставят на податливые оси *6* (малое поперечное



Р и с. 9.29



Р и с. 9.30

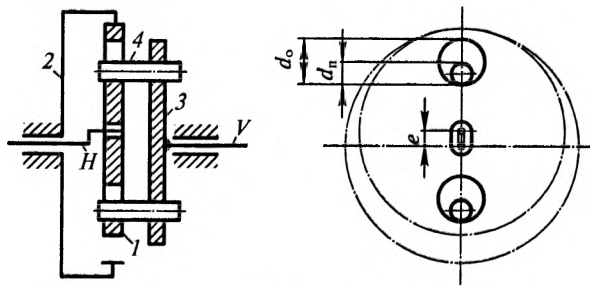


Рис. 9.31

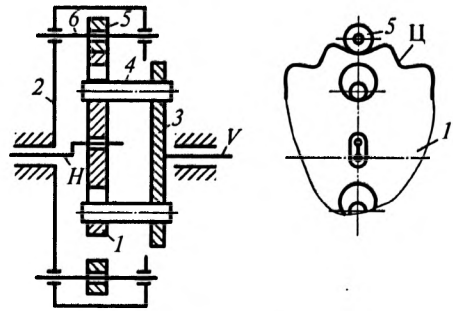


Рис. 9.32

сечение, высокопрочный материал). Зубья сателлитов и цевки подвергают закалке до высокой твердости и шлифуют. Нагрузочную способность механизма определяют по контактной прочности в зацеплении цевок с зубьями сателлитов, а также по долговечности подшипников сателлитов ввиду их большой нагруженности и высокой частоты вращения.

При высокой точности изготовления деталей планетарный механизм работает бесшумно и имеет габаритные размеры, соответствующие волновому зубчатому механизму, но бóльшую массу и более высокий КПД.

Передаточные отношения приведенных схем планетарных передач даны в табл. 9.17.

Многоступенчатые планетарные механизмы применяют в тех случаях, когда реализовать требуемое передаточное отношение одноступенчатой планетарной передачей не представляется возможным.

Общее передаточное отношение многоступенчатых планетарных механизмов определяют по зависимости $u_0 = \prod_{j=1}^{n} u_j$, где u_j — передаточное отношение j-й планетарной передачи; n — число планетарных передач.

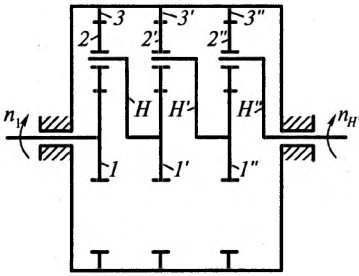
Часто в устройствах небольших размеров многоступенчатые планетарные механизмы набирают последовательным соединением однотипных одноступенчатых передач.

Таблица 9.17. **Передаточные отношения, КПД, вращающие моменты и частоты вращения звеньев планетарных передач**

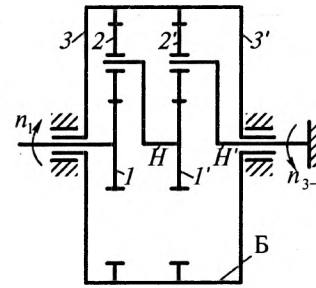
Номер рисунка	Передаточное отношение u		КПД η		Вращающий момент T, Н · мм	Частота вращения n, об/мин
	Формула	Диапазон	Формула	Значение		
9.23	$u_{1H}^{(3)}=\frac{n_1}{n_H}=1+\frac{z_3}{z_1}$	$u=3...9$; $u_{опт}=4...6$;	$\eta_{1H}^{(3)}=1-\frac{u_{1H}^{(3)}-1}{u_{1H}^{(3)}}\psi_{13}^{(H)}$	0,98...0,96	$T_1=-T_H\frac{1}{u_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)}}$; $T_3=T_H\left(\frac{1}{u_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)}}-1\right)=T_1(u_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)}-1)$	$n_1=n_H\left(1+\frac{z_3}{z_1}\right)$; $n_2=n_H-(n_1-n_H)z_1/z_2$; $n_2^{(H)}=n_2-n_H=-(n_1-n_H)\frac{z_1}{z_2}$
9.24	$u_{1H}^{(3)}=\frac{n_1}{n_H}=1+\frac{z_2z_3}{z_1z_2'}$	$u=2...19$; $u_{опт}=9...17$				
9.25 9.26 9.27	$u_{H1}^{(3)}=\frac{n_H}{n_1}=\frac{1}{1-\frac{z_2z_3}{z_1z_2'}}$ $u_{H3}^{(1)}=\frac{n_H}{n_3}=\frac{1}{1-\frac{z_1z_2'}{z_2z_3}}$	$u\leqslant 10^4$; $u_{опт}=30...10^3$	$\eta_{H1}^{(3)}=\frac{1}{1+\left\|u_{H1}^{(3)}-1\right\|\psi_{13}^{(H)}}$	0,85...0,15	$T_H=-T_1\frac{1}{u_{H1}^{(3)}\eta_{H1}^{(3)}}$; $T_3=T_1\left(\frac{1}{u_{H1}^{(3)}\eta_{H1}^{(3)}}-1\right)=T_H(u_{H1}^{(3)}\eta_{H1}^{(3)}-1)$	$n_H=n_1(1-z_2z_3/z_1z_2')$; $n_2=n_H\mp(n_1-n_H)z_1/z_2$; $n_2^{(H)}=n_2-n_H=\mp(n_1-n_H)z_1/z_2$, где знак минус для схемы на рис. 9.25, знак плюс — рис. 9.26 и 9.27
9.28	$u_{14}^{(3)}=\frac{n_1}{n_4}=\frac{1+\frac{z_3}{z_1}}{1-\frac{z_3z_2'}{z_2z_4}}$	$u=15...300$; $u_{опт}=50...250$	$\eta_{14}^{(3)}=\frac{0,97}{1+\left(\frac{u_{14}^{(3)}}{z_3/z_1+1}-1\right)\psi_{14}^{(H)}}$	0,95...0,50	$T_1=-T_4\Big/u_{14}^{(3)}\eta_{14}^{(3)}$; $T_3=T_4\left(\frac{1}{u_{14}^{(3)}\eta_{14}^{(3)}}-1\right)=T_1(u_{14}^{(3)}\eta_{14}^{(3)}-1)$	$n_1=n_4\frac{1+(z_3/z_1)}{1-(z_3/z_2)(z_2'/z_4)}$; $n_H=n_1/(1+z_3/z_1)$; $n_2=n_H-(n_1-n_H)z_1/z_2$; $n_2^{(H)}=n_2-n_H=-(n_1-n_H)z_1/z_2$

Окончание табл. 9.17

Номер рисунка	Передаточное отношение u		КПД η		Вращающий момент T, Н · мм	Частота вращения n, об/мин
	Формула	Диапазон	Формула	Значение		
9.29 9.30 9.31 9.32	$u_{HV}^{(2)}=\frac{n_H}{n_V}=\frac{n_H}{n_1}=$ $=\frac{1}{1-\frac{z_2}{z_1}}$	$u=$ $=7...130;$ $u_{опт}=$ $=10...70$	$\eta_{HV}^{(2)}=\frac{1-\psi_{12}^{(H)}}{1+\lvert u_{HV}^{(2)}\rvert\psi_{12}^{(H)}}$	0,90...0,85	$T_H=-T_V/(u_{HV}^{(2)}\eta_{HV}^{(2)});$ $T_2=T_V(1/(u_{HV}^{(2)}\eta_{HV}^{(2)})-1)=$ $=T_H(u_{HV}^{(2)}\eta_{HV}^{(2)}-1)$	$n_H=-n_V\frac{1}{1-\frac{z_2}{z_1}}$
9.34	$u_{1Б}=\frac{n_1}{n_Б}=$ $=1-\left(1+\frac{z_3}{z_1}\right)\left(1+\frac{z_{3'}}{z_{1'}}\right)$	$u=$ $=10...20$	$\eta=1-\left[\left(1-\frac{z_{2'}}{z_{1'}u_{1Б}}\right)\psi_{12}^{(H)}+\right.$ $\left.+\frac{z_{2'}}{z_{1'}u_{1Б}}\left(1+\frac{z_2}{z_1}\right)\psi_{1'3'}^{(H')}\right]$	0,97...0,92	$T_1=-\frac{T_Б}{u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}};$ $T_{H'}=T_Б\left(\frac{1}{u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}}-1\right)=T_1(u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}-1);$ $T_{1'}=-T_Б\frac{u_{1H}^{(3)}}{u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}}=T_1u_{1H}^{(3)};$ $T_{3'}=T_Б\left(\frac{u_{1H}^{(3)}-1}{u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}}-1\right)=T_1\left(\frac{u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}+1}{u_{1H}^{(3)}}-1\right);$ $T_3=T_Б\frac{1+u_{1H}^{(3)}}{u_{1Б}^{(H')}\eta_{1Б}^{(H')}}=-T_1(1+u_{1H}^{(3)});$ где $u_{1H}^{(3)}=1+\frac{z_3}{z_1}$	



Р и с. 9.33



Р и с. 9.34

На рис. 9.33 показана схема трехступенчатого планетарного механизма, синтезированного из одноступенчатых передач. Общее передаточное отношение такого планетарного механизма равно $u_o = u_{1H''}^{(3,3',3'')} = u_{1H}^{(3)} u_{1'H'}^{(3')} u_{1''H''}^{(3'')}$, где $u_{1H}^{(3)}$, $u_{1'H'}^{(3')}$, $u_{1''H''}^{(3'')}$ — передаточные отношения соответственно 1, 2 и 3-й ступеней.

В многоступенчатых планетарных механизмах корончатые зубчатые колеса *3*, *3'*, *3''* одинаковых диаметров объединяют в общий блок. При установке в каждой ступени по три сателлита с целью более равномерного распределения нагрузки между ними промежуточные водила *H*, *H'*, *H''* могут быть без центральных опор (см. рис. 9.33).

Если планетарный механизм состоит из нескольких ступеней, имеющих одинаковые передаточные отношения, то передаточное отношение каждой ступени имеют вид: $u_j = \sqrt[n]{u_o}$.

Планетарный механизм (рис. 9.34) составлен из двух простейших планетарных передач (см. рис. 9.23). В этом механизме остановлено водило *H'*, а центральные колеса *3* и *3'* с внутренними зубьями скреплены в единый блок Б и имеют частоту вращения, равную частоте вращения блока.

Коэффициент полезного действия планетарных передач определяют с учетом потерь в зубчатых зацеплениях и подшипниках сателлитов по формуле

$$\eta = 1 - \psi, \tag{9.76}$$

где

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} (\psi_з^{(H)} + \psi_п^{(H)}), \tag{9.77}$$

— коэффициент потерь.

Здесь $\psi_з^{(H)}$ — коэффициент потерь в зубчатом зацеплении, формула для расчета которого имеет вид:

$$\psi_з^{(H)} = 2{,}3 f_з \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right), \tag{9.78}$$

где знак плюс — для внешнего зацепления, минус — для внутреннего зацепления; z_1 и z_2 — числа зубьев колес, входящих в зацепление; f_3 — коэффициент трения в зацеплении колес (0,06...0,08 для рис. 9.23 и 9.24; 0,12 для рис. 9.25—9.28; 0,1 для рис. 9.29—9.32). Коэффициент потерь в подшипниках сателлитов рассчитывают по формуле

$$\psi_{\text{п}}^{(H)} = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{T_i(w_i - w_H)}{T_{\text{т}} w_{\text{т}}} \right| = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{T_i(n_i - n_H)}{T_{\text{т}} n_{\text{т}}} \right|, \qquad (9.79)$$

где T_i — момент трения в i-м подшипнике; w_i и n_i — угловая скорость и частота вращения кольца i-го подшипника; w_H и n_H — угловая скорость и частота вращения водила; $T_{\text{т}}$ — момент на тихоходном (выходном) валу передачи; $w_{\text{т}}$ и $n_{\text{т}}$ — угловая скорость и частота вращения тихоходного вала.

Момент трения в подшипнике рассчитывают по формуле $T_i = 0{,}5 d_{\text{п}} F f_{\text{п}}$, где $d_{\text{п}}$ — внутренний диаметр подшипника; F — реакция опоры; $f_{\text{п}}$ — коэффициент трения в подшипнике качения. Для радиальных шарико- и роликоподшипников $f_{\text{п}} = 0{,}02$, для конических роликоподшипников $f_{\text{п}} = 0{,}08$.

В проектных расчетах можно принимать $\psi_{\text{п}}^{(H)} = 0{,}006...0{,}008$ (для планетарных передач и механизмов на рис. 9.25—9.27 $\psi_{\text{п}}^{(H)} = 0{,}01$).

Коэффициенты полезного действия рассмотренных схем планетарных передач приведены в табл. 9.17.

Вращающие моменты, действующие на звенья планетарного механизма, можно определить при установившемся движении механизма, когда вся система находится в равновесии. В этом случае

$$\begin{cases} T_{\text{вщ}} + T_{\text{вм}} + T_{\text{неп}} = 0; \\ T_{\text{вщ}} w_{\text{вщ}} + T_{\text{вм}} w_{\text{вм}} + T_{\text{неп}} w_{\text{неп}} = 0, \end{cases} \qquad (9.80)$$

где $T_{\text{вщ}}$, $T_{\text{вм}}$, $T_{\text{неп}}$ — вращающие моменты на ведущем, ведомом и неподвижном колесах соответственно; $w_{\text{вщ}}$, $w_{\text{вм}}$, $w_{\text{неп}}$ — угловые скорости на ведущем, ведомом и неподвижном колесах соответственно.

Первое уравнение в системе (9.80) — уравнение статики, второе — уравнение баланса энергии.

При проектировании планетарных передач промышленных роботов вращающий момент хотя бы на одном валу известен. Два других момента находят из решения системы уравнений (9.80).

Для планетарных передач (см. рис. 9.23 и 9.24) найдем вращающие моменты. Так как колесо *3* неподвижно ($w_3 = 0$), то второе уравнение системы $T_1 w_1 + T_H w_H = 0$ и вращающий момент на входном звене *1* равен:

$$T_1 = -T_H \frac{w_H}{w_1} = -T_H \frac{w_H}{w_1} = -T_H \frac{1}{u_{1H}^{(3)}}.$$

С учетом потерь на трение $T_1 w_1 \eta_{1H}^{(3)} + T_H w_H = 0$, откуда $T_1 = -T_H / u_{1H}^{(3)} \eta_{1H}^{(3)}$, где $\eta_{1H}^{(3)}$ — КПД при передаче момента от колеса *1* к водилу *H*. Знак минус

указывает на разные направления вращающих моментов на ведущем и ведомом звеньях.

Для нахождения вращающего момента на колесе *3* подставляем значение вращающего момента T_1 в первое уравнение системы 9.80:

$$T_3 = T_H\left(\frac{1}{u_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)}} - 1\right) = T_1(u_{1H}^{(3)}\eta_{1H}^{(3)} - 1).$$

Формулы, по которым определяют вращающие моменты для остальных схем планетарных передач, приведены в табл. 9.17.

Частоты вращения звеньев планетарных передач находят, используя формулу Виллиса. При этом частота вращения одного из колес считается известной. В дальнейшем будем считать известной частоту вращения выходного вала механизма.

Найдем частоты вращения зубчатых колес планетарной передачи, приведенной на рис. 9.23.

Частота вращения солнечного колеса, об/мин, $n_1 = n_H(1 + z_3 / z_1)$.

Для определения частоты вращения n_2 сателлита запишем формулу Виллиса: $u_{12}^{(H)} = (n_1 - n_H)/(n_2 - n_H) = -z_2 / z_1$, откуда можно найти частоту вращения сателлита: $n_2 = n_H - (n_2 - n_H)z_1 / z_2$.

Частота вращения сателлита относительно водил $u_2^{(H)} = n_2 - n_H =$

$= -(n_1 - n_H)\dfrac{z_1}{z_2}$.

Для остальных схем рассматриваемых планетарных передач формулы, по которым вычисляют частоты вращения звеньев, приведены в табл. 9.17.

Силы в зацеплениях зубчатых колес. Значения сил в зацеплениях зубчатых колес планетарных передач и их знак (направление) определяют исходя из значения и направления моментов, действующих на основные звенья.

Проведем силовой расчет планетарной передачи, соответствующей рис. 9.24.

Для определения окружных сил в зацеплениях и сил в опорах сателлитов рассмотрим поочередно равновесие каждого звена (рис. 9.35). Силы трения при этом не учитываем. Расчет начинаем со звена, вращающий момент которого известен.

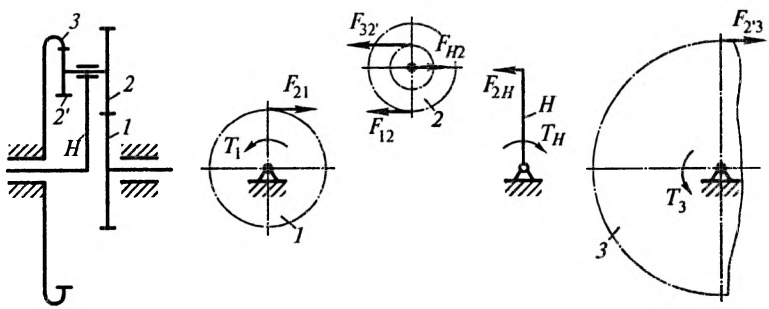


Рис. 9.35

Предположим, что известны значение и направление вращающего момента T_1. Тогда для равновесия колеса *1* необходимо окружную силу F_{t21} (цифра 2 — действующее звено, цифра 1 — звено, на которое действует сила) направить так, чтобы она создала момент, равный по значению и противоположный по направлению внешнему моменту T_1 (на рис. 9.35 и в табл. 9.18 индекс *t* при окружной силе *F* опущен). При этом окружная сила должна быть равна, Н:

$$F_{t_{21}} = \frac{2T_1 K_C \cdot 10^3}{d_1 C}, \tag{9.81}$$

где T_1 — вращающий момент на колесе *1*, Н · м; d_1 — делительный диаметр колеса *1*, мм; С — число сателлитов; K_C — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки между сателлитами. При наличии механизма выравнивания нагрузки $K_C = 1{,}1...1{,}2$; при отсутствии — $K_C = 1{,}5...2{,}0$.

Направления сил на сателлитах будут противоположными и равными по значению силам на центральном колесе: $F_{t_{12}} = -F_{t_{21}}$.

Направления вращающих моментов на водиле *H* и колесе *3* определяют по табл. 9.17.

Рассмотрим равновесие колес *3* и водила *H*. Окружная сила на колесе *3*

$$F_{t_{2'3}} = \frac{2T_3 K_C \cdot 10^3}{d_3 C}, \tag{9.82}$$

соответствующая окружная сила на сателлите *2'*: $F_{t_{32'}} = -F_{t_{2'3}}$.

Силы $F_{t_{32'}}$ и $F_{t_{2'3}}$ можно найти иначе:

$$F_{t_{32'}} = F_{t_{12}} \frac{d_2}{d_2'}. \tag{9.83}$$

Окружная сила на водиле *H*

$$F_{t_{2H}} = -(F_{t_{12}} + F_{t_{32'}}) = \frac{T_H K_C \cdot 10^3}{R_H C}, \tag{9.84}$$

где T_H — вращающий момент на водиле, Н · м; R_H — длина водила, мм.

Соответствующая окружная сила на сателлите *2*: $F_{t_{H2}} = -F_{t_{2H}}$.

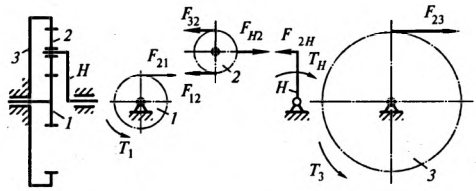
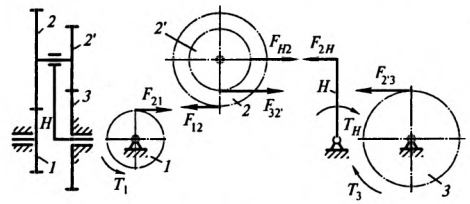
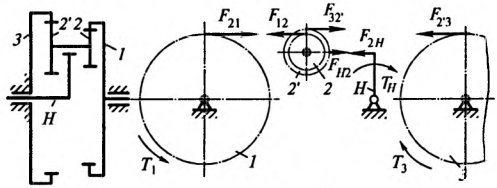
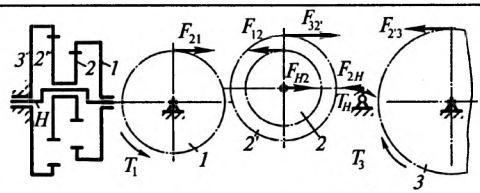
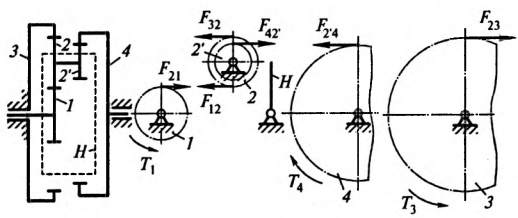
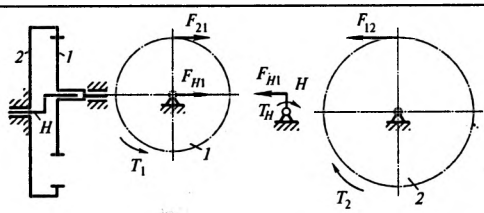
Радиальные и осевые силы определяют через окружные, как и для обычных зубчатых передач.

Радиальная сила, Н:

$$F_r = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta}, \tag{9.85}$$

где α_w — угол зацепления, град (для колес без смещения исходного контура $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$); β — угол наклона зубьев косозубых колес, град.

Таблица 9.18. **Силы в зацеплениях зубчатых колес**

Номер рисунка	Схема передачи
9.23	
9.25	
9.26	
9.27	
9.28	
9.29	

Осевая сила, Н:

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta. \tag{9.86}$$

Направления окружных сил в зацеплениях зубчатых колес для других схем планетарных передач показаны в табл. 9.18.

Выбор числа зубьев колес. Определение числа зубьев колес планетарных передач проводят обычно методом подбора, задаваясь числом зубьев солнечного колеса и обеспечивая при этом правильность зацепления. Число зубьев колес должно быть выбрано так, чтобы отсутствовали подрезание и заклинивание зубьев.

Во избежание подрезания зубьев эвольвентных нулевых колес передач с внешним зацеплением при угле зацепления $\alpha = 20°$ следует принимать число зубьев колес

$$z_{\min} \geq \begin{cases} 17 \text{ при коэффициенте высоты зуба } h_a^* = 1; \\ 14 \text{ при коэффициенте высоты зуба } h_a^* = 0{,}8. \end{cases}$$

Избежать заклинивания передач внутреннего зацепления, составленных из эвольвентных нулевых колес с прямыми зубьями при $\alpha = 20°$, возможно при минимальном числе зубьев колес:

внутреннего зацепления

$$z_{\min\ вн} \geq \begin{cases} 85 \text{ при } h_a^* = 1; \\ 58 \text{ при } h_a^* = 0{,}8; \end{cases}$$

внешнего зацепления

$$z_{\min\ вш} \geq \begin{cases} 20 \text{ при } h_a^* = 1; \\ 18 \text{ при } h_a^* = 0{,}8. \end{cases}$$

Для всей передачи разность чисел зубьев колес должна быть

$$z_{вн} - z_{вш} \geq \begin{cases} 8 \text{ при } h_a^* = 1; \\ 7 \text{ при } h_a^* = 0{,}8. \end{cases}$$

При подборе числа зубьев колес необходимо учитывать условия соосности, сборки и соседства сателлитов.

Рекомендуют принимать число зубьев для солнечного колеса, выполненного из стали:

нормализованной и улучшенной с твердостью HB $\leqslant 350$ $z_1 \geqslant 24$;

закаленной ТВЧ с твердостью HRC $\leqslant 52$ $z_1 \geqslant 21$;

цементируемой твердостью HRC $\geqslant 52$ $z_1 \geqslant 18$.

Для планетарной передачи на рис. 9.23 число зубьев корончатого колеса *3* находят из условия

$$z_3 = z_1(u_{1H}^{(3)} - 1). \tag{9.87}$$

Проверяют условие сборки:

$$\frac{z_3 + z_1}{C} = \gamma, \tag{9.88}$$

где C — число сателлитов (обычно 3); γ — целое число.

При невыполнении равенства (9.88) изменяют число зубьев z_3 колеса *3* на ± 1...3 зуба и добиваются выполнения условия сборки. Следует иметь в виду, что числа зубьев колес z_1 и z_3 должны быть или только четные или только нечетные.

Из условия соосности вычисляют число зубьев сателлита

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}. \tag{9.89}$$

Проверяют условие соседства сателлитов

$$z_2 + 2 \le (z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{C}. \tag{9.90}$$

Определяют реальное передаточное отношение $u = 1 + z_3/z_1$.

Вычисляют отклонение передаточного отношения, %:

$$\Delta u = \frac{u - u_{1H}^{(3)}}{u_{1H}^{(3)}} \cdot 100 \le [\Delta u],$$

где $[\Delta u]$ — допускаемое отклонение передаточного отношения, обычно принимают $[\Delta u] < 4$ %.

При невыполнении этого условия необходимо число зубьев z_1 солнечного колеса *1* уменьшить, снова найти числа зубьев всех остальных колес и провести проверку механизма по условиям соосности, сборки и соседства.

В планетарных передачах на рис. 9.24—9.27 подбор числа зубьев зубчатых колес можно осуществить *методом сомножителей.* Система уравнений для определения числа зубьев колес имеет вид:

для планетарный передачи рис. 9.24

$$z_1 = A_1(A_3 - A_{2'})K; \quad z_{2'} = A_{2'}(A_1 + A_2)K;$$
$$z_2 = A_2(A_3 - A_{2'})K; \quad z_3 = A_3(A_1 + A_2)K; \tag{9.91}$$

для планетарных передач на рис. 9.25—9.27:

$$z_1 = A_1(A_3 \pm A_{2'})K; \quad z_{2'} = A_{2'}(A_1 \pm A_2)K;$$
$$z_2 = A_2(A_3 \pm A_{2'})K; \quad z_3 = A_3(A_1 \pm A_2)K, \tag{9.92}$$

где знак плюс — для рис. 9.25, а знак минус — для рис. 9.26 и 9.27; A_i — i-й сомножитель, пропорциональный числу зубьев z_i i-го колеса; K — коэффициент кратности.

Для нахождения A_i необходимо для планетарных передач из выражения для передаточного отношения (см. табл. 9.17) найти значение дроби:

на рис. 9.24

$$\frac{A_2A_3}{A_1A_{2'}} = \frac{z_2z_3}{z_1z_{2'}} = u_{1H}^{(3)} - 1 = \frac{M}{N};$$

на рис. 9.25—9.27

$$\frac{A_1A_{2'}}{A_2A_3} = \frac{z_1z_{2'}}{z_2z_3} = \frac{u_{H1}^{(3)} - 1}{u_{H1}^{(3)}} = \frac{M}{N}.$$

Каждое из полученных чисел M и N раскладываем на два сомножителя:

для планетарной передачи на рис. 9.24

$$\frac{A_2A_3}{A_1A_{2'}} = \frac{M}{N} = \frac{M'M''}{N'N''} = \frac{M'''M^{IV}}{N'''N^{IV}} = \frac{M''M'}{N^{IV}N'''} = \ldots$$

для планетарных передач на рис. 9.25 — 9.27:

$$\frac{A_1A_{2'}}{A_2A_3} = \frac{M}{N} = \frac{M'M''}{N'N''} = \frac{M'''M^{IV}}{N'''N^{IV}} = \frac{M''M'}{N^{IV}N'''} = \ldots$$

В результате получаем несколько комбинаций сомножителей. Выбирая любую комбинацию, можно записать:

для передачи на рис. 9.24 $\frac{A_2A_3}{A_1A_{2'}} = \frac{M''M'}{N^{IV}N'''}$, откуда $A_2 = M''$; $A_3 = M'$; $A_1 = N^{IV}$; $A_{2'} = N'''$;

для передач на рис. 9.25—9.27 $\frac{A_1A_{2'}}{A_2A_3} = \frac{M''M'}{N^{IV}N'''}$, откуда $A_1 = M''$; $A_{2'} = M'$; $A_2 = N^{IV}$; $A_3 = N'''$.

Подставляя $A_2, A_3, A_1, A_{2'}$ и $A_1, A_{2'}, A_2, A_3$ соответственно в формулы (9.91) и (9.92), можно найти число зубьев зубчатых колес соответствующих передач.

Так как комбинаций сомножителей может быть много, то и возможных вариантов нахождения числа зубьев колес также может быть довольно много.

Проверка условия сборки:

для передачи на рис. 9.24 $\frac{z_1u_{1H}^{(3)}}{C}(1+СП) = \gamma$;

для передач на рис. 9.25—9.27 $\frac{z_1}{Cu_{H1}^{(3)}}(1+СП) = \gamma$,

где С — число сателлитов; П — число полных поворотов водила; γ — целое число.

Проверка условия соседства: $z_C + 2 < (z_1 \pm z_2)\sin\frac{\pi}{C}$, где знак плюс — для внешнего зацепления колес *1* и *2*, знак минус — для внутреннего зацепления этих же колес.

Если в планетарной передаче $z_2 > z_{2'}$, то принимают $z_C = z_2$; если $z_2 < z_{2'}$, то $z_C = z_{2'}$.

В случае невыполнения какого-либо условия необходимо рассмотреть другую комбинацию сомножителей и повторить расчет.

Реальное передаточное отношение u определяют по соответствующим формулам (см. табл. 9.17). Отклонение передаточного отношения Δu вычисляют аналогично расчету планетарной передачи на рис. 9.23.

Для планетарных передач на рис. 9.29 и 9.30 передаточное отношение

$$u_{HV}^{(2)} = \frac{z_1}{z_1 - z_2}.$$

Задавая число зубьев одного из колес, можно найти число зубьев другого колеса. Проверку по условиям соосности, сборки, соседства не проводят.

Для планетарной передачи на рис. 9.28 расчет чисел зубьев зубчатых колес при выбранном числе С сателлитов и зубьев z_1 колеса *1* (или z_2 колеса *2*) (желательно кратном С) и условиях $z_2 > z_1$, $z_2 > z_{2'}$, $z_3 > z_4$ проводят с использованием табл. 9.19 по максимальному передаточному отношению $u_{13\max}$ (или $u_{12\max}$) с использованием условий:

$$\frac{z_3}{z_1} < u_{13\max} \quad \text{или} \quad \frac{z_2}{z_1} < u_{12\max}.$$

Таблица 9.19. **Максимальные передаточные отношения ступеней планетарной передачи 3К**

С	z_1 (или z_2)	$u_{13\max} = \left(\frac{z_3}{z_1}\right)_{\max}$	$u_{12\max} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)_{\max}$
2	Не ограничены		
3	$z_1 \geq 12$	11,3	5,15
4	$z_1 \geq 12$	4,6	1,80
5	$z_1 \geq 12$	2,15	0,57
6	$z_2 \geq 16$	2,47	0,73
7	$z_2 \geq 16$	2,34	0,67
8	$z_2 \geq 16$	1,81	0,40

Откуда находят число зубьев колеса *3* (или колеса *1*):

$$z_3 < u_{12\max} z_1 \quad \text{или} \quad z_1 > \frac{z_2}{u_{12\max}}.$$

Для второго случая, когда задано z_2, необходимо определить число зубьев колеса *3*: $z_3 = z_1 + 2z_2$.

Для обоих случаев число зубьев z_3 желательно принимать кратным числу сателлитов С.

Проверка условия сборки

$$\frac{z_1+z_3}{C}+2\left(B+Q-\frac{z_1}{C}\right)=\gamma,$$

где B — ближайшее к z_1/C бóльшее целое число. Значение Q выбирают из ряда 0,1,2,...,n целых чисел, если z_1/C не равно целому числу, и из ряда 1,2,3,...,n целых чисел, если z_1/C равно целому числу.

Число зубьев колеса z_2 для первого случая находят из условия соосности $z_2=(z_3-z_1)/2$.

Проверка условия соседства $z_2+2<(z_1+z_2)\sin\frac{\pi}{C}$.

Передаточные отношения отдельных ступеней:

$$u_{13}=\frac{z_3}{z_1};\quad u_{43}=\frac{u_{14}+u_{13}-1}{u_{14}};\quad u_{23}=\frac{z_3}{z_2};\quad u_{42'}=\frac{u_{43}}{u_{23}}.$$

Число зубьев колеса *4*: $z_4=(z_3-z_2)/(1-u_{42'})$.

Необходимо принять $z_4<z_3$ и уточнить передаточное отношение:

$$u_{42'}=\frac{z_4-z_3+z_2}{z_4}.$$

Число зубьев колеса *2'*: $z_{2'}=z_4u_{42'}$.

Принимают $z_{2'}<z_2$.

Реальное передаточное отношение планетарной передачи определяют в виде $u_{14p}^{(3)}=(1+u_{13})\Big/\left(1-u_{23}\frac{z_{2'}}{z_4}\right)$.

Погрешность передаточного отношения, %: $\Delta u=\frac{u_{14p}^{(3)}-u_{14}^{(3)}}{u_{14}^{(3)}}\cdot 100\le[\Delta u]$.

Если условие не выполняется и погрешность передаточного отношения Δu отрицательная, то необходимо число зубьев z_4 колеса *4* уменьшить на 1,2,3,... зуба, а число зубьев $z_{2'}$ колеса *2'* оставить без изменений и снова вычислить $u_{42'}$, $z_{2'}$, $u_{14p}^{(3)}$ и Δu, добиваясь выполнения данного условия. При положительной погрешности передаточного отношения Δu число зубьев z_4 колеса *4* остается неизменным, а число зубьев $z_{2'}$ колеса *2'* необходимо уменьшить на 1,2,3,... зуба и вычислить z_4, $u_{14p}^{(3)}$ и Δu, добиваясь выполнения указанного условия.

Материалы для изготовления планетарных передач. Практика эксплуатации силовых зубчатых передач, включая и планетарные, показала, что основными материалами, применяемыми для изготовления зубчатых колес, являются углеродистые и легированные стали. В табл. 9.4 приведены наиболее часто используемые материалы для изготовления зубчатых колес планетарных передач.

Так как зуб солнечного колеса планетарной передачи более часто входит в зацепление, чем зуб сателлита, то при твердости поверхности зубьев сател-

лита не более 350 НВ твердость поверхности зубьев солнечного колеса выбирают на 50...70 единиц выше. При твердости поверхности зубьев сателлита больше 350 НВ твердость солнечного колеса и сателлита должна быть одинаковой.

Для изготовления водил также используют стали. Корпуса планетарных передач роботов необходимо изготовлять из легких материалов и сплавов.

Геометрический расчет планетарных передач. При проектировании планетарных передач, у которых ведущее солнечное колесо образует с сателлитом внешнее зацепление (см. рис. 9.23—9.25 и 9.28), определяют делительный диаметр солнечного колеса, как более нагруженного:

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 E_{\text{пр}} K_{H\beta} K_C}{\psi_{bd} [\sigma]_H^2 C} \frac{(u+1)}{u}}, \tag{9.93}$$

где K_d — вспомогательный коэффициент (для прямозубых колес 1,35, для косозубых колес 1,2); T_1 — вращающий момент на солнечном колесе, Н · мм; K_C — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки между сателлитами (при наличии механизма выравнивания нагрузки 1,1...1,2; при отсутствии 1,5...2,0); С — число сателлитов; u — передаточное отношение между солнечным колесом и сателлитом (отношение чисел зубьев большего колеса к числу зубьев меньшего). Остальные параметры находят по методике, изложенной в 9.4.

При проектировании планетарных передач, у которых ведущее солнечное колесо образует с сателлитом внутреннее зацепление (см. рис. 9.26—9.30), целесообразно определять делительный диаметр сателлита:

$$d_C = K_d \sqrt[3]{\frac{T_C E_{\text{пр}} K_{H\beta} K_C}{\psi_{bd} [\sigma]_H^2 C} \frac{(u-1)}{u}}, \tag{9.94}$$

где $T_C = T_1 u$ — вращающий момент на сателлите, Н · мм; $\psi_{bd} = b_C / d_C$ — коэффициент ширины зубчатого венца сателлита (b_C — ширина сателлита).

Для однопоточных планетарных передач (см. рис. 9.27, 9.29, 9.30) более удобно проектную формулу представить решенной относительно межосевого расстояния корончатого колеса и сателлита. Это межосевое расстояние является длиной водила.

Расчетная формула для определения межосевого расстояния имеет вид:

$$a_w = R_H = K_a (u-1) \sqrt[3]{\frac{T_C K_{H\beta} E_{\text{пр}}}{[\sigma]_H^2 u^2 \psi_{ba}}}, \tag{9.95}$$

где R_H — длина водила, мм; K_a — вспомогательный коэффициент (для прямозубых колес 0,85 $\text{МПа}^{\frac{1}{3}}$, для косозубых колес 0,75 $\text{МПа}^{\frac{1}{3}}$); u — передаточное отношение рассматриваемой зубчатой пары;

$$\psi_{ba} = \frac{b_C}{a_w}. \tag{9.96}$$

— коэффициент ширины зубчатого венца сателлита.

Стандартные значения ψ_{ba}: 0,1; 0,105; 0,16; 0,2; 0,25; 0,315; 0,40; 0,50; 0,63; 0,80.

Желательно принимать для материалов колес твердостью: не более 350 НВ $\psi_{ba} = 0{,}4$; не более 50 HRC $\psi_{ba} = 0{,}315$; более 50 HRC $\psi_{ba} = 0{,}25$.

Связь между ψ_{bd} и ψ_{ba} можно выразить в виде:

$$\psi_{bd} = \frac{u-1}{2}\psi_{ba}. \tag{9.97}$$

Делительный диаметр сателлита находят из условия

$$d_C = \frac{2a_w}{u-1}. \tag{9.98}$$

Модуль зубьев равен $m = d_1 / z_1$ или $m = d_C / z_C$.

При расчете полученное значение модуля зубьев округляют до стандартного (см. с. 184), уточняют значения:

делительных диаметров солнечного колеса, сателлита, корончатого колеса $d_1 = mz_1$; $d_C = mz_C$; $d_K = mz_K$;

межосевого расстояния

$$a_w = \frac{d_C(u-1)}{2} = \frac{mz_C(u-1)}{2}; \tag{9.99}$$

длины водила (см. рис. 9.27, 9.29, 9.30):

$$R_H = m\frac{z_K - z_C}{2}. \tag{9.100}$$

Для зубчатых колес, нарезанных без смещения, диаметры окружностей вершин зубьев равны:

солнечного колеса $d_{a1} = d_1 + 2m$;

сателлита $d_{aC} = d_C + 2m$;

корончатого колеса $d_{aK} = d_K - 2m$.

Диаметры окружностей впадин зубьев:

солнечного колеса $d_{f1} = d_1 - 2{,}5m$;

сателлита $d_{fC} = d_C - 2{,}5m$;

корончатого колеса $d_{fK} = d_K + 2{,}5m$.

Окружная скорость солнечного колеса, м/с, $v = w_1 d_1/2 \cdot 10^3 = \pi d_1 n_1/60 \cdot 10^3$, где w_1 — угловая скорость солнечного колеса, $с^{-1}$; n — частота вращения солнечного колеса, об/мин.

По значению окружной скорости выбирают степень точности планетарной передачи (см. табл. 9.7).

Для механизмов МУ роботов рекомендуют 6-ю или 7-ю степень точности планетарных передач.

Проверочные расчеты зубчатых колес на выносливость и при перегрузках. Проверку зубчатых колес на выносливость проводят по контактным напряжениям и напряжениям изгиба.

Условие контактной прочности зубьев зубчатых колес имеет вид:

$$\sigma_H = z_H z_M z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}}{d_1}\frac{(u \pm 1)}{u}} \le [\sigma]_H. \tag{9.101}$$

Оно отличается от условия контактной прочности зубьев реечной передачи наличием под корнем передаточного отношения. Поэтому все параметры, входящие в условие прочности зубьев зубчатых колес планетарной передачи, рассчитывают аналогично параметрам реечной передачи. Исключение составляет определение коэффициента торцового перекрытия:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1{,}88 - 3{,}2\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right)\right]\cos\beta, \qquad (9.102)$$

где z_1 и z_2 — числа зубьев соответственно меньшего и большего зубчатых колес рассматриваемой пары.

Следует отметить, что вращающий момент T, входящий в выражение удельной расчетной окружной силы W_{Ht} (9.101), приложен к ведущему зубчатому колесу рассчитываемой пары.

В приведенных формулах принимают знак плюс для внешнего зацепления колес, знак минус — для внутреннего зацепления.

Расчет зубьев зубчатых колес на выносливость по напряжениям изгиба аналогичен подобному расчету элементов реечной передачи. Отличие заключается в обязательном нахождении эквивалентного числа зубьев z_v и коэффициента формы зуба Y_F для обоих зубчатых колес рассматриваемой пары. Для колес с внешними зубьями Y_F находят по табл. 9.13.

Значения коэффициента формы зуба Y_F для колес с внутренними зубьями при коэффициенте смещения $x = 0$:

z	40	45	50	56	63	71
Y_F	4,02	3,95	3,88	3,84	3,80	3,75

Изгибные напряжения σ_F определяют для того колеса рассматриваемой пары, чье отношение $[\sigma]_F/Y_F$ меньше.

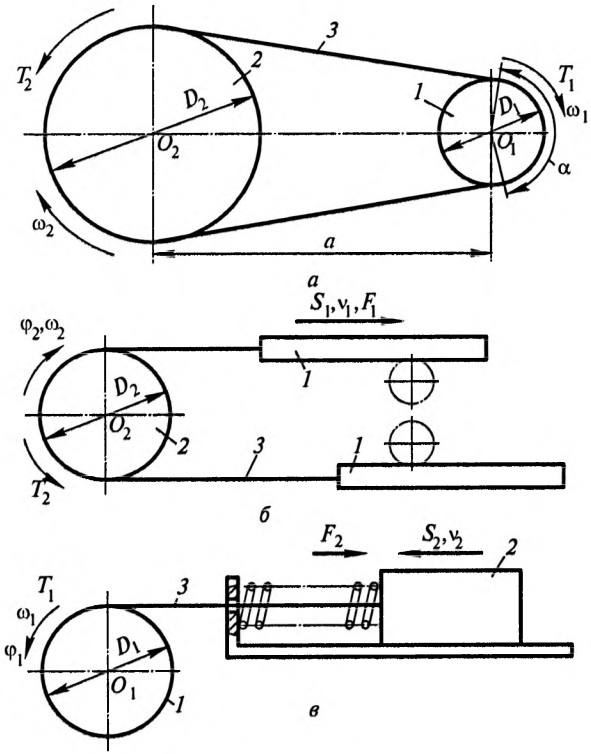
Проверочный расчет зубьев зубчатых колес планетарных передач при перегрузках аналогичен такому же расчету реечной передачи.

9.7. Передачи с гибкой связью

Передачи с гибкой связью предназначены для передачи вращательного движения и преобразования поступательного движения во вращательное и, наоборот, вращательного движения в поступательное.

К передачам с гибкой связью относят *ременную, цепную, тросовую передачи* и *передачу стальной лентой.*

В этих передачах передачу вращательного движения от ведущего звена *1* к ведомому звену *2* (рис. 9.36, *а*) или преобразование поступательного (вращательного) движения ведущего звена *1* во вращательное (поступательное) движение ведомого звена *2* (рис. 9.36, *б*, *в*) осуществляют гибкой связью (ремнем, цепью, тросом, стальной лентой) *3*.



Р и с. 9.36

Для передач с гибкой связью также вводят понятие передаточного отношения. При передаче вращательного движения (см. рис. 9.36, *а*) передаточное отношение определяют в виде

$$u_{\text{В.В}} = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{D_2}{D_1}, \tag{9.103}$$

где w_1 и w_2 — угловые скорости ведущего и ведомого звеньев соответственно, $с^{-1}$; D_1 и D_2 — диаметры ведущего и ведомого звеньев соответственно, мм.

При преобразовании поступательного движения во вращательное (рис. 9.36, *б*) передаточное отношение равно, м:

$$u_{\text{П.В}} = \frac{v_1}{w_2} = \frac{w_2 D_2}{2 \cdot 10^3 w_2} = \frac{D_2}{2 \cdot 10^3}, \tag{9.104}$$

где $v_1 = w_2 D_2 / 2 \cdot 10^3$ — линейная скорость звена *1*, м/с.

При преобразовании вращательного движения в поступательное (рис. 9.36, *в*) передаточное отношение находят по формуле, $м^{-1}$:

$$u_{\text{В.П}} = \frac{w_1}{v_2} = \frac{v_2 \cdot 2 \cdot 10^3}{D_1 v_2} = \frac{2 \cdot 10^3}{D_1}, \qquad (9.105)$$

где $w_1 = 2 \cdot 10^3 v_2 / D_1$ — угловая скорость звена *1*, $с^{-1}$:

Рассмотрим проектирование передачи с гибкой связью на примере тросовой передачи.

Тросовая передача. Передачу вращательного движения между звеньями (ведущим *1* и ведомым *2* шкивами), а также преобразование поступательного движения во вращательное, и наоборот, осуществляют при помощи троса *3* (см. рис. 9.36). Тросы изготовляют плетением из оцинкованной стальной проволоки марок стали 50, 60, 65.

Из условия ограничения напряжения изгиба в тросе минимальный диаметр шкива, измеренный по дну канавки для троса, находят из условия:

$$D_{\min} = \beta d_{\text{т}}, \qquad (9.106)$$

где $d_{\text{т}}$ — диаметр троса (выбирают из соответствующих стандартов), мм; β — коэффициент, зависящий от режима работы передачи (при спокойной нагрузке 15...16; при умеренной динамической нагрузке 17...18; при резко динамической нагрузке 19...20).

Диаметр меньшего шкива следует назначать минимально допустимым, т.е. $D \geq D_{\min}$.

Перемещения ведущих звеньев для трех рассмотренных случаев соответственно равны: $\varphi_1 = \varphi_2 u_{\text{В.В}}$; $S_1 = \varphi_2 D_2 / 2$; $\varphi_1 = 2S_2 / D_1$.

Рассмотрим случай передачи вращательного движения (см. рис. 9.36, *а*). Угол обхвата тросом малого шкива, град:

$$\alpha = 180^{\circ} - \frac{57{,}3^{\circ}(D_2 - D_1)}{a}, \qquad (9.107)$$

где a — межосевое расстояние, мм. Его рекомендуют принимать равным:

$$a = (0{,}5...2{,}0)(D_1 + D_2). \qquad (9.108)$$

Длина троса

$$\ell = 2a + \frac{\pi}{2}(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4a}. \qquad (9.109)$$

Натяжение ведущей ветви троса, Н:

$$F_1 = \frac{2T_2}{D_2}\left(\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}\right). \qquad (9.110)$$

Натяжение ведомой ветви троса, Н:

$$F_2 = \frac{2T_2}{D_2}\left(\frac{1}{e^{f\alpha} - 1}\right). \qquad (9.111)$$

Предварительное натяжение ветвей троса, Н:

$$F_0 = \frac{KT_2}{D_2}\left(\frac{e^{f\alpha}+1}{e^{f\alpha}-1}\right), \tag{9.112}$$

где T_2 — крутящий момент на ведомом шкиве, Н · мм; e = 2,72 — основание натурального логарифма; f = 0,1...0,2 — коэффициент трения скольжения между тросом и шкивом; K = 1,05...1,2 — коэффициент запаса предварительного натяжения F_0, гарантирующего работу передачи без проскальзывания и мертвого хода, возникающего из-за неплотного прилегания троса к шкивам.

В процессе работы тросовой передачи отдельные проволоки троса подвергаются растяжению, изгибу, кручению, смятию. При этом возникают нормальные и касательные напряжения, на которые оказывают влияние конструкция и диаметр троса, размеры и конструкция шкивов, натяжение троса.

Ввиду сложности нахождения эквивалентного напряжения расчет тросовых передач проводят по максимальному натяжению ведущей ветви троса. Условия прочности:

при передаче вращательного движения

$$F_т = \frac{2T_2}{D_2}\left(\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}-1}\right) \le [F] = \frac{F_{разр}}{[n]}; \tag{9.113}$$

при преобразовании поступательного движения во вращательное

$$F_т = \frac{2T_2}{D_2} \le [F] = \frac{F_{разр}}{[n]}; \tag{9.114}$$

при преобразовании вращательного движения в поступательное

$$F_т = F_2 + F_{пр} + F_{тр} \le [F] = \frac{F_{разр}}{[n]}, \tag{9.115}$$

где $[F]$ — допускаемое натяжение троса, Н; $F_{разр}$ — разрывное усилие троса, Н (определяют по ГОСТ 3062—80); $[n]$ = 2...4 — коэффициент запаса прочности троса на разрыв; F_2 — сила сопротивления на ведомом звене, Н; $F_{пр}$ — усилие пружины, Н; $F_{тр}$ — сила трения между перемещающейся массой и опорой, Н.

Наилучшие условия работы троса обеспечивает полукруглая форма канавки шкива. При этом должно соблюдаться условие: $R_к = (0{,}53...0{,}56)d_т$, где $R_к$ — радиус канавки шкива, мм.

С увеличением отношения $R_к/d_т$ долговечность троса снижается.

ГЛАВА 10

МЕХАНИЗМЫ ВЫБОРКИ МЕРТВОГО ХОДА

При конструировании механизмов роботов к ним предъявляют повышенные требования в отношении точности их работы, что зависит от принятых и выполненных допусков на размеры сопрягаемых деталей, а также от мертвого хода. Он приводит к ошибкам перемещения, поэтому мертвый ход стремятся уменьшить или устранить. Этого можно достичь с помощью специальных регулировочных устройств-механизмов выборки мертвого хода (*люфтовыбирающих механизмов*).

10.1. Выборка мертвого хода в винтовых механизмах

Различают два способа выборки бокового зазора в винтовых механизмах — *радиальное* и *осевое смещения* гайки относительно винта. При радиальном способе осуществляют сжатие гайки в радиальном направлении, а при осевом способе — смещение гайки относительно винта в осевом направлении. Рассмотрим целесообразность использования этих способов.

При одинаковом значении нормальной составляющей ΔS_n бокового зазора (рис. 10.1) радиальные составляющие бокового зазора равны:

для метрической резьбы с углом профиля $\alpha_м = 60^o$

$$\Delta S_p^м = \frac{\Delta S_n}{\sin(\alpha_м / 2)} = \frac{\Delta S_n}{\sin 30} = 2\Delta S_n;$$

для трапецеидальной резьбы с углом профиля $\alpha_т = 30^o$

$$\Delta S_p^т = \frac{\Delta S_n}{\sin(\alpha_т / 2)} = \frac{\Delta S_n}{\sin 15} = 3{,}86\Delta S_n.$$

Осевые составляющие бокового зазора:

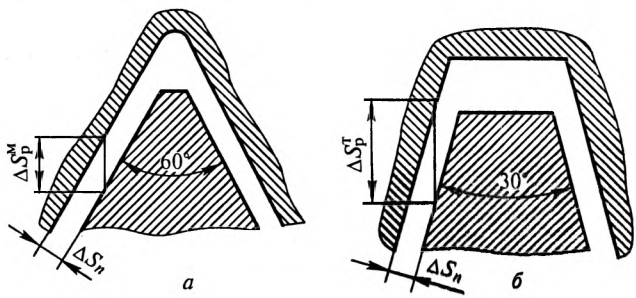
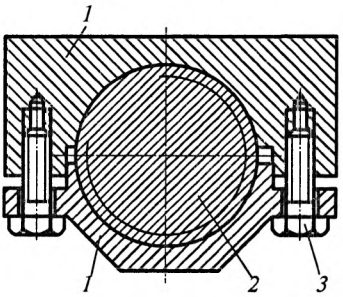


Рис. 10.1



Р и с. 10.2

для метрической резьбы

$$\Delta S_{\text{ос}}^{\text{м}} = \frac{\Delta S_n}{\cos(\alpha_{\text{м}} / 2)} = \frac{\Delta S_n}{\cos 30} = 1{,}15\Delta S_n;$$

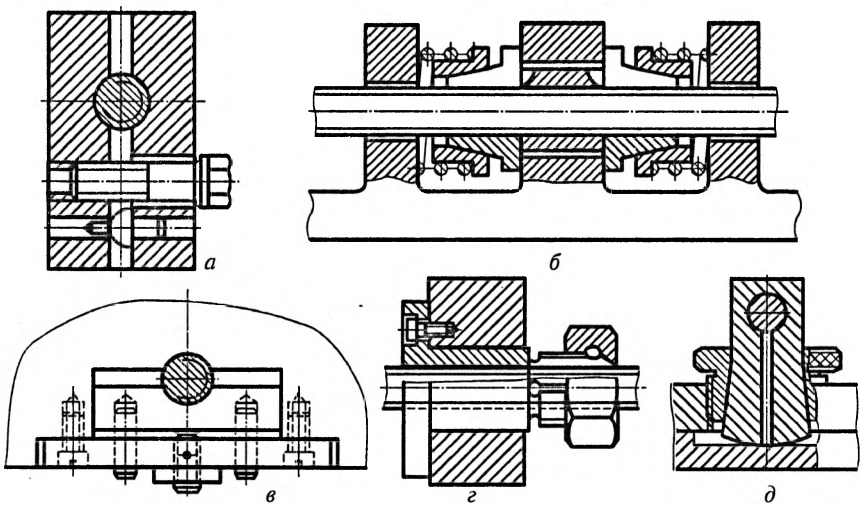
для трапецеидальной резьбы

$$\Delta S_{\text{ос}}^{\text{т}} = \frac{\Delta S_n}{\cos(\alpha_{\text{т}} / 2)} = \frac{\Delta S_n}{\cos 15} = 1{,}04\Delta S_n.$$

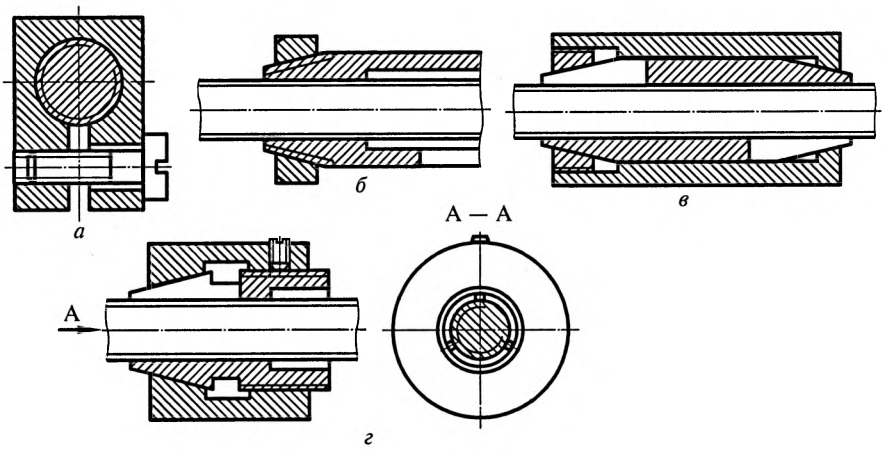
Следовательно, радиальный способ устранения мертвого хода целесообразно применять для метрических резьб (рис. 10.1, *а*), т.е. для резьб с большим углом α профиля, а осевой способ — для трапецеидальных резьб (рис. 10.1, *б*) и резьб с малым углом профиля, а также для нестандартных резьб с прямоугольным или квадратным профилем витка, так как зазор, влияющий на значение мертвого хода в винтовой передаче, имеет в них только осевую составляющую.

Устройства, обеспечивающие выборку радиальной составляющей бокового зазора, представляют собой разрезные гайки. *Конструкция люфтовыбирающего механизма с разрезной гайкой* показана на рис. 10.2. Две половинки гайки *1* стягиваются винтами *3* и обжимают винт *2*. При этом создается неравномерное обжатие винта, что вызывает неравномерный износ резьбы гайки.

На рис. 10.3 и 10.4 приведены механизмы выборки радиальной составляющей бокового зазора, в которых необходимо периодически осуществлять подрегулирование, а в устройстве (рис. 10.3, *б*) подрегулирование происходит автоматически за счет пружины.



Р и с. 10.3



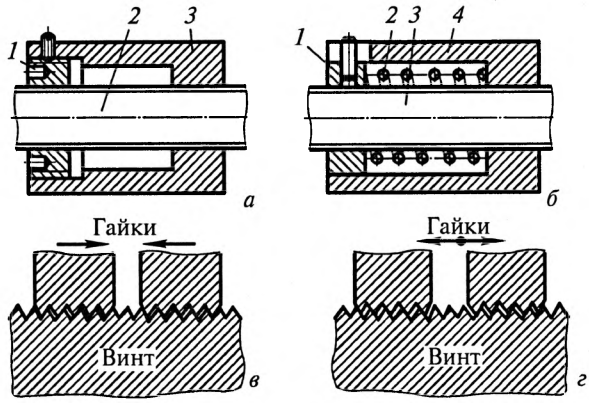
Р и с. 10.4

Устройства с разрезной гайкой и цанговым зажимом (рис. 10.3, *г* и 10.4 *б* — *г*) обеспечивают более равномерное обжатие винта, что способствует равномерному его износу.

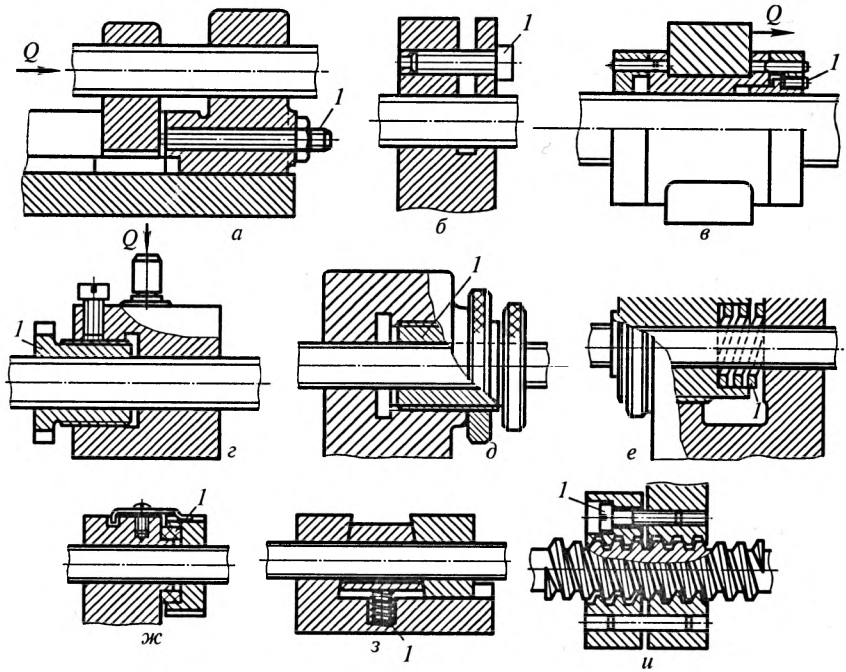
Выборку осевой составляющей бокового зазора осуществляют с помощью относительного осевого смещения части составной гайки.

На рис. 10.5, *а* показана *конструктивная схема люфтовыбирающего механизма на основе гайки с жесткой регулировкой осевого зазора*, в котором выборку осевой составляющей бокового зазора осуществляют поворотом гайки *1*. При этом обеспечивается одновременный контакт правых профилей резьбы винта *2* и левых профилей гайки *1*, а также левых профилей резьбы винта *2* и правых профилей резьбы гайки *3* при сжатии витков винта (рис.10.5, *в*).

Люфтовыбирающий механизм на основе гайки с эластичной регулировкой осевого зазора показан на рис. 10.5, *б*. Выборку осевой составляющей боково-



Р и с. 10.5



Р и с. 10.6

го зазора осуществляет пружина *2*, отжимая гайку *1* от гайки *4*, обеспечивая двухпрофильный контакт резьбы винта *3* с резьбами гаек *1* и *4* (рис. 10.5, *г*).

Жесткость пружины и ее геометрические параметры связаны соотношением $c = F_{a\Sigma} / \lambda = Gd_{\text{п}}^4 / 8nD_{\text{п}}^3$, где $\lambda \geqslant 10$ мм — деформация пружины, необходимая для создания предварительного натяга в передаче; G — модуль упругости второго рода материала пружины (для пружинных сталей $(7{,}85...8{,}0) \cdot 10^4$ МПа); $D_{\text{п}} \approx d_{\text{п}} + (10...15)$ мм — средний диаметр пружины; $n \geqslant 4$ — число рабочих витков пружины.

Откуда диаметр проволоки пружины равен $d_{\text{п}} = \sqrt[4]{\dfrac{8F_{a\Sigma}nD_{\text{п}}^3}{G\lambda}}$.

Деформацию витков резьбы витка и гайки определяют по формуле, мм, $\Delta = \dfrac{F_{a\Sigma}K_{\text{р}}}{A}$, где $K_{\text{р}}$ — коэффициент, учитывающий материалы резьбового соединения (для сочетания материалов сталь — сталь $(0{,}5...1{,}0) \cdot 10^{-3}$ мм^3/Н, сталь — бронза коэффициент приблизительно в (1,5...2,0) раза больше); A — площадь витка резьбы гайки, мм^2.

Механизмы выборки мертвого хода на основе гаек с жесткой и эластичной регулировкой осевой составляющей бокового зазора обеспечивают высокую точность относительного перемещения винта и гайки при их движении как в прямом, так и в обратном направлениях.

Конструктивные схемы механизмов для выборки осевой составляющей бокового зазора с периодическим подрегулированием с помощью затяжки дополнительных винтов *1* приведены на рис. 10.6, *а*, *б*, *в*, *и*, перемещения дополнительных гаек *1* по дополнительным резьбам — на рис. 10.6, *г*, *д* и с автоматическим подрегулированием за счет упругих элементов *1* — пружин, резиновых шайб — на рис. 10.6, *е*, *ж*, *з*.

10.2. Выборка мертвого хода в зубчатых механизмах

В роботах используют механизмы выборки бокового зазора между зубьями колес зубчатых передач двух типов: *автономные* и с *дополнительной кинематической цепью* (замкнутым энергетическим потоком).

В автономных механизмах выборки мертвого хода используют *метод раздвоения ведомого колеса*, где в качестве силовых элементов используют пружины.

На рис. 10.7 приведена конструктивная схема такого механизма. Основная половина *1* раздвоенного зубчатого колеса закреплена на валу, а вторая половина *2* образует с втулкой основной половины *1* колеса подвижное соединение; подвижное колесо *2* фиксируют от осевого смещения шайбой *3*. Под влиянием пружины *4*, закрепленной одним концом на половине *1* колеса, другим — на половине *2*, половинки колес поворачиваются относительно друг друга в разные стороны и выбирают боковой зазор между зубьями ведущего и ведомого колес. Пружину *4* устанавливают во время сборки механизма с предварительным натяжением, достаточным для выборки мертвого хода в данной зубчатой паре и передачи крутящего момента другого знака, т.е. при реверсе.

Нарезание зубьев на половинках *1* и *2* раздвоенного колеса производят одновременно после их фиксации шайбой *3* и двумя цилиндрическими штифтами *5*, которые после нарезания зубьев удаляют.

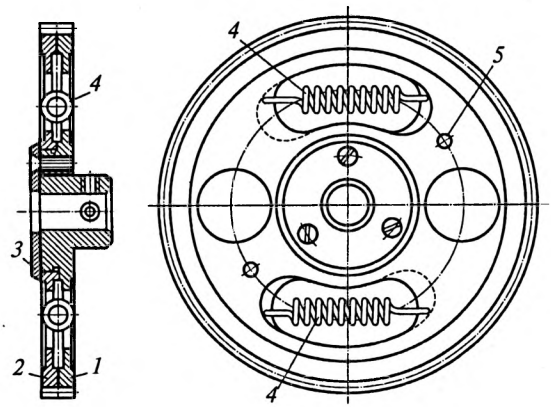
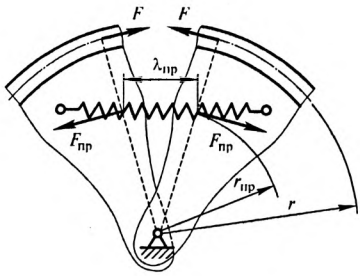
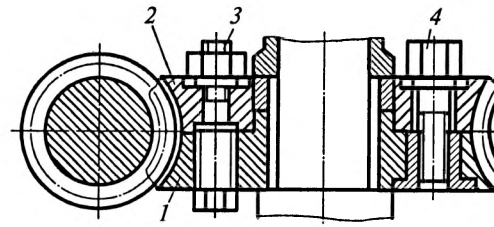


Рис. 10.7



Р и с. 10.8



Р и с. 10.9

Силу $F_{пр}$ пружины (рис. 10.8) найдем из условия $Fr = \dfrac{F_{пр} r_{пр}}{\beta} n$, где $F = T/r$ — окружная сила, действующая на зубья одной из половинок колеса; T — момент сопротивления на раздвоенном колесе; r — радиус делительной окружности раздвоенного зубчатого колеса; $r_{пр}$ — радиус окружности, на которой установлены пружины; $\beta = 1{,}25...1{,}50$ — коэффициент силы запаса пружины; n — число пружин. Откуда

$$F_{пр} = \frac{\beta Fr}{r_{пр} n} = \frac{\beta T}{r_{пр} n}. \qquad (10.1)$$

Сила пружины пропорциональна ее деформации $\lambda_{пр}$: $F_{пр} = C_{пр}\lambda_{пр}$. Тогда жесткость пружины будет равна $C_{пр} = \beta T / r_{пр}\lambda_{пр} n$.

Деформацию пружины найдем из соотношения $\lambda_{пр} / r_{пр} = \pi m z'/r$, где m — модуль зубьев; z' — число зубьев, на которое поворачиваются половинки колеса друг относительно друга. Откуда

$$\lambda_{пр} = \frac{\pi m z' r_{пр}}{r}, \qquad (10.2)$$

Следовательно, жесткость пружины будет равна

$$C_{пр} = \frac{\beta Tr}{\pi m z' r_{пр}^2 n}. \qquad (10.3)$$

Кроме выборки мертвого хода с помощью пружин используют жесткую фиксацию, заключающуюся в предварительном относительном смещении половинок раздвоенного зубчатого колеса и их жестком закреплении с помощью винтов, болтов, клеммовых соединений и т.д. На рис. 10.9 показана червячная передача с раздвоенным червячным колесом. Зубья половинок *1* и *2* червячного колеса прижимают поворотом эксцентрика *4* к разным сторонам зубьев червяка и их жестко фиксируют, затягивая болт *3*. Фиксация осуществляется за счет сил трения.

Основными недостатками выборки мертвого хода методом раздвоения колеса являются: наличие большого числа дополнительных элементов (пружин, зубчатых колес, винтов и т.д.), увеличенные потери в зацеплении, обу-

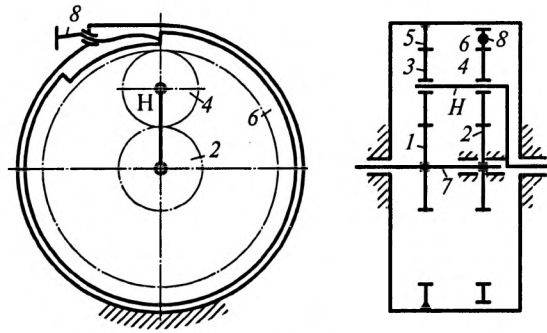


Рис. 10.10

словленные тем, что трение возникает не только на рабочей стороне зуба, но и на нерабочей. Это приводит к ускоренному износу зубьев.

Указанные недостатки частично могут быть устранены в механизмах выборки мертвого хода с дополнительной кинематической цепью (безлюфтовые механизмы с замкнутым энергетическим потоком). Они позволяют осуществить полный выбор люфтов во всех составляющих звеньях путем принудительного разворота в противоположные стороны двух соосно расположенных элементов одной из передач. Обычно для образования замкнутого контура к исходной кинематической цепи добавляют точно такую же параллельно расположенную кинематическую цепь, однако это необязательно. Иногда замыкающая кинематическая цепь может представлять собой цепь иного рода, чем исходная.

На рис. 10.10 приведена схема *безлюфтового планетарного механизма*. Исходная кинематическая цепь состоит из центрального колеса *1*, сателлита *3*, закрепленного на водиле *H*, и неподвижного центрального колеса *5*.

Для выборки люфтов устанавливают дополнительную кинематическую цепь, состоящую из центрального колеса *2*, соединенного с центральным колесом *1* с помощью упругого элемента (торсиона, пружины) *7*, сателлита *4*, подвижного центрального колеса *6* с внутренним зацеплением и винта *8*.

При завинчивании винта *8* подвижное центральное колесо *6* поворачивается и выбирает зазор в паре зубчатых колес *6—4*. Затем начинается поворот сателлита *4* и выбирается зазор в паре *4—2*. Далее через торсион *7* поворот передается центральному колесу *1* и выбирается зазор в паре *1—3*. Затем поворот сателлита *3* приводит к выборке зазора в паре *3—5*. После выборки всех зазоров во всей кинематической цепи происходит дополнительная закрутка торсиона *7*, что обеспечивает постоянный натяг в цепи и исключает появление люфта при износе элементов отдельных передач.

Диаметр торсиона определяют из условия прочности на кручение, мм:

$$d_т = \sqrt[3]{\frac{T}{0{,}2[\tau]}}, \qquad (10.4)$$

где T — вращающий момент на торсионе, Н · мм; $[\tau]$ — допускаемое касательное напряжение материала торсиона при кручении, МПа.

Формула для расчета имеет вид $[\tau] = \tau_T/[n]_T$, где τ_T — предел текучести материала торсиона при кручении, МПа; $[n]_т$ — допустимый (требуемый) коэффициент запаса прочности (принимают 1,5...2,5).

В проектных расчетах при отсутствии значений предела текучести τ_T материала торсиона можно принимать $[\tau]_T = 450...500$ МПа.

Длину торсионного вала, мм, находят из условия:

$$\ell = \frac{\varphi G J_p}{T}, \qquad (10.5)$$

где φ — угол закручивания торсионного вала, рад. Обычно принимают $\varphi = 0{,}09...0{,}18$ рад; G — модуль упругости второго рода материала торсиона, МПа; J_p — полярный момент инерции поперечного сечения торсионного вала, мм^4.

Торсионы изготовляют из хромованадиевых сталей марок 60С2ХФА, 50ГФА и углеродистых сталей марок 60, 65, 70, 85.

ГЛАВА 11

ТОРМОЗНЫЕ УСТРОЙСТВА

Тормозными называют устройства, которыми снабжают степени подвижности ИУ роботов (вращательные и поступательные) для уменьшения скорости подвижного звена, остановки и удержания (фиксации) его в неподвижном состоянии.

При торможении происходит преобразование накопленной в процессе разгона движущейся массы кинетической энергии в другие обратимые или необратимые виды энергии (потенциальную, тепловую). Используемые для этого тормозные устройства, называемые *демпферами, амортизаторами* и *тормозами*, создают дополнительную силу или момент сопротивления, направленные против движения и совершающие отрицательную работу на участке торможения. При этом накопленная энергия частично или полностью преобразуется (поглощается или рассеивается), постепенно снижается скорость движущейся массы по мере их приближения к заданной точке останова, устраняются их динамические нагрузки и удары, что способствует устранению отскоков и колебаний рабочего органа.

В зависимости от природы сил торможения тормозные устройства разделяют на механические, гидравлические, пневматические, электрические и комбинированные. *Механические тормозные устройства* подразделяют на пружинные, резиновые, эластомерные, инерционные и фрикционные; *гидравлические* представляют собой устройства дроссельного регулирования; *пневматические* могут быть напорными и вакуумными (применяются редко); к *электрическим* относят электромагнитные, индукционные и гистерезисные, а также порошковые тормозные устройства с сухим и жидким наполнителем фрикционного и дроссельного типов; *комбинированные* включают в себя два или более типов перечисленных устройств (пневмогидравлические, пружинно-пневматические и др.).

Ко всем типам тормозных устройств предъявляют следующие основные требования: обеспечение заданного закона торможения; безударный останов и фиксация подвижных элементов в точках позиционирования; высокая надежность и долговечность конструкции; высокое быстродействие; простота и компактность конструкции; стабильность характеристик при изменении условий работы; малая чувствительность к изменению температуры, влажности, тормозимой массы, скорости; возможность настройки и доступность регулирования; удобство осмотра и обслуживания; низкая стоимость, минимальные габаритные размеры и малая масса.

11.1. Механические тормозные устройства

В механических тормозных устройствах силу сопротивления движению подвижного звена создают деформацией рабочих элементов (упругие) или трением (фрикционные). В качестве *упругих элементов* наиболее часто применяют цилиндрические пружины сжатия, реже — растяжения. Распростра-

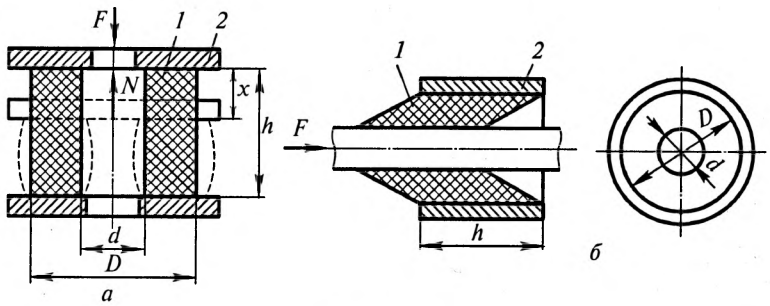


Рис. 11.1

нение получили резиновые и резино-металлические упругие элементы различной конфигурации, а также пенополиуретановые упругие элементы.

Основными рабочими элементами *фрикционных тормозных устройств* являются пары трения вращательного или поступательного типов.

Простейшими тормозными устройствами могут служить одна или несколько цилиндрических пружин, которые устанавливают непосредственно между функциональным звеном и упорами параллельно оси его движения либо оформляют в виде отдельного конструктивного узла.

Силу сопротивления пружины вычисляют по формуле

$$F_{\text{пр}} = cx = c(x_0 + x_{\text{д}}) = F_0 + F_{\text{д}},$$

где x — полная деформация пружины; x_0 — начальная деформация (поджатие) пружины; $x_{\text{д}}$ — дополнительная деформация пружины; F_0 — начальная сила сопротивления пружины; $F_{\text{д}}$ — дополнительная сила сопротивления пружины; c — коэффициент продольной жесткости цилиндрической витой пружины из проволоки круглого поперечного сечения.

Этот коэффициент вычисляют по формуле $c = F_{\text{пр}} / x = Gd^4 / 8nD^3$, где G — модуль упругости 2-го рода материала пружины (для пружинных сталей $(7{,}85...8) \cdot 10^4$ МПа); d — диаметр проволоки пружины, мм; D — средний диаметр витка пружины, мм; n — число рабочих витков пружины.

Останов подвижного звена произойдет при равенстве кинетической энергии подвижного звена и потенциальной энергии упругой деформации пружины $mv^2 / 2 = cx^2 / 2$.

Цилиндрические пружины допускают большие деформации без значительных напряжений в их материале, сохраняют свои характеристики под воздействием продолжительной статической нагрузки, выдерживают значительные температурные воздействия. В то же время они обладают малым демпфированием, возникают трудности при регулировании (настройке) силовой характеристики, начальное поджатие приводит к возникновению скачка нагрузки на тормозимые массы.

Резиновые тормозные устройства (рис. 11.1) состоят из последовательно установленных резиновых втулок *1*, разделенных металлическими шайбами *2*. В зависимости от конструкции тормозных устройств резиновые втулки могут работать на сжатие (рис. 11.1, *а*) или сдвиг (рис. 11.1, *б*). Втулки, работаю-

щие на сжатие, обладают небольшой податливостью, но значительной нагрузочной способностью, втулки сдвига — наоборот, большой податливостью и сравнительно небольшой нагрузочной способностью.

Резина легко меняет форму при незначительном изменении усилия. В замкнутом объеме она ведет себя как несжимаемая жидкость. Поэтому для резиновых элементов, работающих на сжатие, должна быть предусмотрена возможность их деформации перпендикулярно к оси сжатия.

При одноосном сжатии резинового элемента с постоянным поперечным сечением (см. рис. 11.1, *а*, *б*) упругая сила сопротивления равна $N = F = chx/(h - x)$, где c — продольная жесткость резины; h — высота недеформированного элемента; x — величина деформации упругого элемента.

Формула для расчета продольной жесткости резины имеет вид $c = BEA/h$, где $E = (0{,}6...1{,}0) \cdot 10^{-8}$ МПа — динамический модуль упругости резины; A — площадь поперечного сечения резинового элемента; $B = 1 - fK_ф$ — коэффициент ужесточения. Здесь f — коэффициент трения между резиной и материалом опоры (0,12...0,15 для несмазанных поверхностей при трении резины о сталь); $K_ф$ — коэффициент формы. Для сплошных цилиндрических резиновых элементов с диаметром D и высотой h коэффициент $K_ф = D/4h$; для резиновых втулок с наружным диаметром D и внутренним диаметром d коэффициент $K_ф = (D - d)/4h$.

Условие прочности резиновой втулки при сжатии

$$\sigma_{сж} = \frac{F}{A} \le [\sigma]_{сж},$$

где $[\sigma]_{сж}$ — допускаемое напряжение сжатия резины. Для резины средней твердости $[\sigma]_{сж} = (2{,}5...5{,}0)$ МПа.

Для резинового элемента, работающего на сдвиг (см. рис. 11.1, *б*), упругую силу сопротивления определяют по формуле $N = F = cx$, где $c = 2\pi Gh/\ln(d/D)$ — коэффициент жесткости резины на сдвиг.

Условие прочности резиновой втулки, работающей на сдвиг, имеет вид:

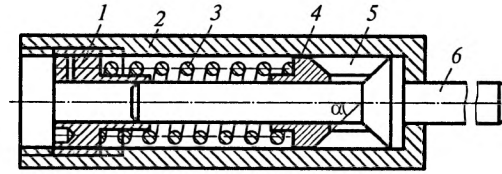
$$\tau_{max} = \frac{F}{\pi dh} \le [\tau],$$

где $[\tau]$ — допускаемое напряжение сдвига для резины при ударной кратковременной нагрузке. Для резины средней твердости $[\tau] = (1...2)$ МПа. Максимальное напряжение сдвига имеют место на внутренней поверхности резиновой втулки.

Резино-металлические тормозные устройства обладают высокой надежностью, простотой конструкции и технологии ее изготовления, удобством обслуживания, большой энергоемкостью. К недостаткам следует отнести чувствительность к изменению температуры и влажности, наличие большой силы отдачи.

Фрикционные тормозные устройства используют как для торможения и позиционирования в промежуточных точках, так и для удержания (фиксации) функциональных звеньев.

Главной особенностью фрикционных устройств является то, что они преобразуют значительную часть кинетической энергии в тепловую, которая



Р и с. 11.2

рассеивается в окружающее пространство. Следовательно, фрикционные устройства накапливают небольшое количество потенциальной энергии, которая обусловливает силу отдачи, а фрикционные устройства без упругих элементов полностью поглощают подведенную кинетическую энергию.

Конструкции фрикционных тормозных устройств весьма разнообразны. Они могут быть как автономными поступательного и вращательного движения, так и встроенными в пневмо- или гидродвигатель, управляемыми и неуправляемыми, нормально замкнутыми и разомкнутыми, одно- и двустороннего действия. Однако независимо от типа и конструкции они содержат одну или несколько фрикционных пар, при относительном движении элементов которых возникает сила трения, направленная в сторону, противоположную смещению. Обычно одно из звеньев фрикционной пары удерживают или укрепляют неподвижно относительно корпуса или другого узла, по отношению к которому осуществляется торможение.

Упруго-фрикционное тормозное устройство с цилиндрической пружиной и разрезной конической втулкой изображено на рис. 11.2. При перемещении штока *6* с коническим буртиком сегменты *5* скользят по внутренней цилиндрической поверхности корпуса *2*, прижимаясь к ней с возрастающей силой вследствие сжатия пружины, расположенной между конической втулкой *4* и винтовой регулировочной втулкой *1*.

Сила сопротивления перемещению штока равна $F_{тр} = F_{пр} + F_{с.тр}$, где $F_{пр} = c(x_0 + x_д)$ — сила упругости пружины; $F_{с.тр}$ — сила сухого трения между сегментами и корпусом: $F_{с.тр} = F_N f = \dfrac{2F_{пр} f(1 - f_1 \operatorname{tg}\alpha)}{f_1 + \operatorname{tg}\alpha}$, где F_N — сила нормального давления между сегментами и корпусом; f — коэффициент трения скольжения между цилиндрическими поверхностями сегментов и корпуса (табл. 11.1); f_1 — коэффициент трения скольжения между коническими поверхностями штока *6*, втулки *4* и сегментов *5* (табл. 11.1); α — угол между образующей корпуса и осью штока.

Т а б л и ц а 11.1. **Допускаемое давление и коэффициент трения**

Материалы фрикционных пар	Конусный тормоз		Дисковый тормоз	
	$[q]$, МПа	f	$[q]$, МПа	f
Закаленная сталь	—	—	2...4	0,1
Сталь—чугун	3...4	0,15	2...3	0,15
Сталь—бронза	5...6	0,05	4...5	0,05
Сталь—ферродо	1...2	0,3	2,0...2,5	0,3
Сталь—текстолит	4...5	0,2	5...6	0,2

После снятия нагрузки обратный ход штока происходит под действием силы упругости пружины.

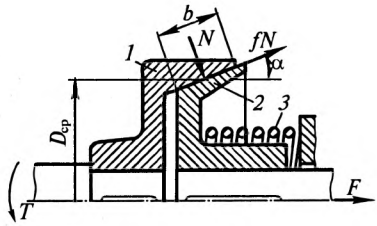


Рис. 11.3

Фрикционный конусный тормоз (рис. 11.3) состоит из вращающегося конуса *1* с рабочим звеном, поступательно движущегося конуса *2* и пружины *3*. Усилие пружины, необходимое для останова подвижного звена, находят по формуле $F_{пр} = cx = 2KT\sin\alpha / D_{ср}f$, где $K = 1{,}25...$ ...1,5 — коэффициент, учитывающий эксплуатационные условия; T — вращающий момент на конусе *1*; $D_{ср}$ — средний диаметр поверхности трения; f — коэффициент трения скольжения материалов конусов (см. табл. 11.1); α — угол наклона образующей конуса. Во избежание заклинивания конусов принимают $\alpha > \rho = \operatorname{arctg} f$, где ρ — приведенный угол трения. Обычно $\alpha > 12...15^{o}$.

Из условия износостойкости $q = \dfrac{2KT}{\pi D_{ср}^3 f\psi} \le [q]$ находят средний диаметр поверхности трения:

$$D_{ср} \ge \sqrt[3]{\frac{2KT}{\pi[q]f\psi}},$$

где q — давление между конусами; $[q]$ — допускаемое давление между конусами (см. табл. 11.1); $\psi = b / D_{ср} = 0{,}15...0{,}25$ — коэффициент рабочей ширины дисков.

Ширину поверхности трения находят по формуле $b = 2KT / \pi D_{ср}^2 f[q]$.

С другой стороны, $D_{ср} = (D_1 + D_2)/2$, где $D_1 = D_{ср} - b\sin\alpha$ и $D_2 = D_{ср} + b\sin\alpha$ — наименьший и наибольший диаметры поверхности трения соответственно.

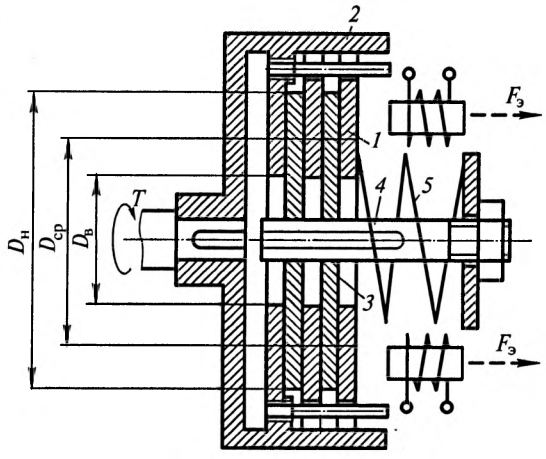
Для растормаживания необходимо приложить усилие $F > F_{пр}$.

В дисковом фрикционном тормозе (рис. 11.4) диски *1* соединены с помощью шлицевого соединения с полумуфтой *2*, а тормозные диски *3* — с полумуфтой *4*. Зазор между дисками *1* и *3* рекомендуют принимать $\delta = 0{,}3...0{,}5$ мм. Диски имеют осевую подвижность. Под действием пружины *5* они смещаются и приходят в соприкосновение друг с другом, образуя фрикционные пары.

Число фрикционных пар, необходимое для затормаживания подвижного звена, нагруженного вращающим моментом T, находят из условия износостойкости $q = \dfrac{2KT}{\pi D_{ср}^3 f\psi Z} \le [q]$ по формуле

$$Z \ge \frac{2KT}{\pi D_{ср}^3 f\psi[q]},$$

где q — давление на трущихся поверхностях; $K = 1{,}25...1{,}5$ — коэффициент, учитывающий эксплуатационные условия; $D_{ср}$ — средний диаметр кольца



Р и с. 11.4

контакта дисков; ψ — коэффициент рабочей ширины дисков; $[q]$ — допускаемое давление на трущихся поверхностях (см. табл. 11.1); f — коэффициент трения скольжения материалов дисков (см. табл. 11.1).

Для расчета среднего диаметра кольца контакта диска используют формулу $D_{ср} = (D_н + D_в)/2 = D_в/(1-\psi)$.

Наружный диаметр кольца контакта дисков определяют по формуле $D_н = D_{ср}(1+\psi) = (3...5)d$, где d — диаметр вала подвижного звена. Внутренний диаметр кольца контакта дисков равен $D_в = (0{,}5...0{,}6)D_н$.

Коэффициент рабочей ширины дисков находят по формуле $\psi = (D_{ср} - D_в)/D_{ср} = b/D_{ср}$, где $b = (D_н - D_в)/2 = \psi D_{ср}$ — рабочая ширина дисков.

Принимают $\psi = 0{,}33...0{,}11$, что соответствует $D_в/D_н = (0{,}5...0{,}8)$. Чаще всего $\psi = 0{,}25$.

Полученное число Z округляют до целого числа. Число дисков:

в ведущей части тормоза $Z_{вщ} = Z/2$;

в ведомой части $Z_{вм} = Z/2+1$.

Необходимая сила пружины при числе Z пар тормозных поверхностей равна $F_{пр} = cx = \dfrac{3KT}{Zf}\dfrac{D_н^2 - D_в^2}{D_н^3 - D_в^3}$, где c — жесткость пружины; x — деформация пружины.

Растормаживание осуществляют с помощью электромагнитов, суммарное усилие которых должно быть больше силы пружины: $nF_э > F_{пр}$, где $F_э$ — усилие одного электромагнита; n — число электромагнитов.

Во фрикционных тормозных устройствах нестабильность силы трения и ее зависимость от качества и состояния поверхностей скольжения (шероховатости, наличия масла) и скорости перемещения подвижных элементов, а также всякое изменение условий работы по сравнению с номинальными (из-

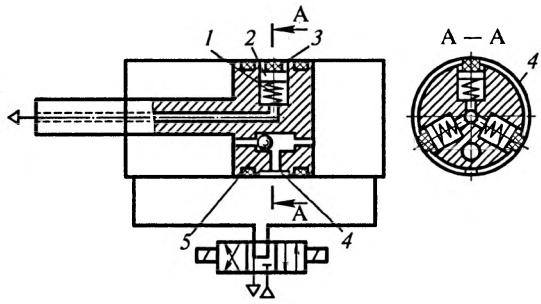


Рис. 11.5

менение скорости движения и движущей массы) приводят к отклонению реального закона торможения от заданного, на который рассчитывалось тормозное устройство. Расхождение может оказаться значительным, если условия и режим работы меняются непрерывно. Поэтому устройства этого типа целесообразно использовать для торможения механизмов с достаточно стабильными режимами работы.

В тормозных устройствах с программируемыми точками останова и регулирования скорости движения выходного звена (поршня или цилиндра) (позиционеров) используют встроенные в двигатель фрикционные устройства. Они могут быть встроены в поршень или цилиндр и взаимодействовать с цилиндром, штоком или другими движущимися вместе с ними деталями.

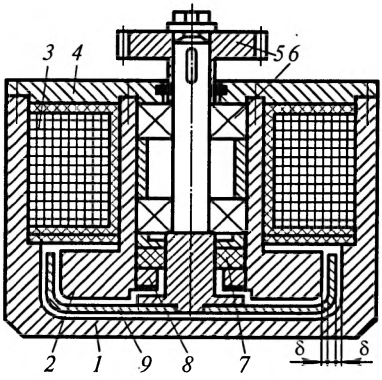
Для осуществления программного останова выходного звена позиционера применяют управляемые фрикционные устройства, снабженные собственным приводом, который по команде системы управления замыкает или размыкает тормоз.

В пневмопозиционере (рис. 11.5) фрикционный тормоз является нормально замкнутым. В процессе позиционирования обе полости пневмоцилиндра соединены с атмосферой и пружины *1* прижимают плунжеры *2* с фрикционными накладками *3* к внутренней поверхности цилиндра. При подаче сжатого воздуха, например, в правую полость цилиндра шариковый клапан *5*, предотвращая перетечку воздуха в левую полость, открывает ему доступ в кольцевой канал *4*, соединяющий полости плунжеров *2*, которые сжимают пружины и растормаживают поршень.

Под действием давления воздуха в правой полости поршень перемещается влево. Для его остановки обе полости пневмоцилиндра соединяют с атмосферой. При этом давление в полости плунжеров и в обеих полостях пневмоцилиндра падает, фрикционные накладки прижимаются к поверхности цилиндра пружинами, тормозят и останавливают поршень.

11.2. Электромагнитные тормозные устройства

Для торможения подвижных звеньев используют управляемые электромагнитные тормозные устройства, в которых источником создания тормозящего момента или усилия является электромагнитное поле, воздействующее прямо на движущиеся элементы (*электромагнитные, индукционные и гистере-*



Р и с. 11.6

зисные тормоза) или косвенно через порошкообразный сухой или жидкий наполнитель (*электромагнитные порошковые тормоза и тормоза с ферромагнитными жидкостями*).

По принципу действия и конструктивному исполнению электромагнитные тормозные устройства индукционного и гистерезисного типов аналогичны электрическим двигателям, в которых ротор или статор неподвижен. Взаимодействие между подвижной и неподвижной частями тормоза осуществляется через электромагнитное поле, создаваемое катушкой управления (возбуждения).

По принципу действия электромагнитные тормозные устройства с порошковым и жидким наполнителями аналогичны соответственно фрикционным тормозам и гидравлическим тормозным устройствам дроссельного регулирования. Действие электромагнитного порошкового тормоза фрикционного типа основано на свойстве сухого или взвешенного в масле ферромагнитного порошка увеличивать в магнитном поле свою вязкость и прочно прилипать к поверхности магнитной системы.

При относительном сдвиге рабочих поверхностей тормоза возникает сопротивление сдвигу от трения намагниченных частиц порошка между собой. Наибольший сдвиг испытывают частицы, находящиеся в середине слоя. Сдвиг частиц относительно поверхностей, к которым они прилипают, отсутствует и, следовательно, рабочие поверхности не изнашиваются. При отсутствии магнитного поля сопротивление сдвига порошка и взвеси падает и практически элементы тормоза не связаны друг с другом.

Взвесь ферромагнитного порошка в кремнийорганическом или минеральном масле меняет свою вязкость в магнитном поле, благодаря чему при ее дросселировании достигается эффект переменного гидравлического сопротивления. Регулированием сопротивления дросселя с помощью электромагнитного поля обеспечивают требуемый закон изменения силы торможения.

Устройство и принцип действия электромагнитного порошкового тормоза (рис. 11.6). Он состоит из корпуса *1*, сердечника *2* и крышки *4*, выполненных из стали. Тонкостенный малоинерционный стальной цилиндрический ротор *9* укреплен на выходном валу, установленном в подшипниках *6*.

На сердечнике намотана обмотка возбуждения *3*. Полость, образованная корпусом и сердечником, в которой расположен ротор, заполнена ферромагнитным порошком. Уплотнение подшипников от проникновения порошка состоит из пропитанного кремнийорганическим маслом фетрового кольца *7* и постоянного кольцевого магнита *8*. Связь тормоза с подвижными элементами ИУ робота осуществляют с помощью шестерни *5*.

Под действием электромагнитного поля, создаваемого катушкой управления, расположенный в зазорах порошок группируется и уплотняется. При сдвиге поверхностей ротора относительно стенок корпуса возникает сопро-

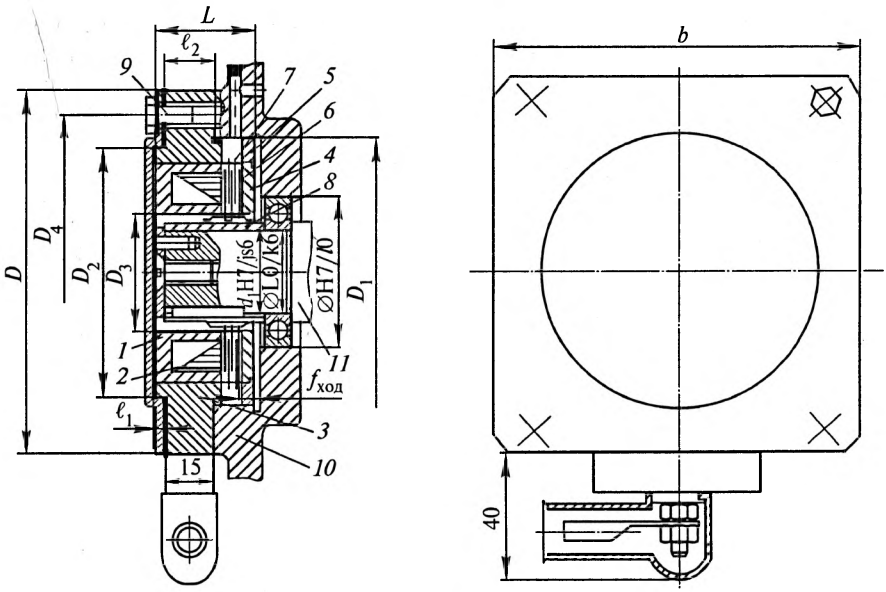


Рис. 11.7

тивление, обусловленное трением намагниченных частиц порошка. Удельное усилие сдвига, определяющее тормозной момент, зависит от магнитной индукции в рабочем зазоре, состава порошка и ряда конструктивных параметров тормоза. Развиваемый тормозной момент практически прямо пропорционален току управления и почти не зависит от скорости скольжения. Тормоз с наружным диаметром 100 мм способен развить тормозной момент до 20 Н · м при предельных окружных скоростях порядка 10...15 м/с. Остаточный момент при отсутствии тока управления составляет не более 0,5% от номинального момента.

Конструкция многодисковой электромагнитной тормозной муфты ЭТМ6 показана на рис. 11.7. Ее изготовляют десяти типов (ЭТМ056, ЭТМ066 — ЭТМ146). Муфта состоит из электромагнита, включающего в себя корпус *1* и катушку *2*, фланцевого поводка *3*, якоря *4*, свободно перемещающегося в кольце *5*, которое закреплено в поводке *3*, внутренних *6* и наружных *7* фрикционных дисков и шлицевой втулки *8*. Наружные фрикционные диски *7* подвижно установлены на стержне *11* фланцевого поводка *3*, а внутренние диски *6* подвижно закреплены на шлицевой втулке *8*. Винтами *9* поводок *3* муфты прикрепляют к преобразователю движения *10*.

При отсутствии тока в катушке *2* шлицевая втулка *8* вместе с валом *11* преобразователя движения свободно вращается. При подаче тока в катушку фрикционные диски *6* и *7* смещаются, прижимаются друг к другу и притягиваются к электромагниту. Возникает момент трения между ними, который и приводит к торможению вала *11* и его остановке.

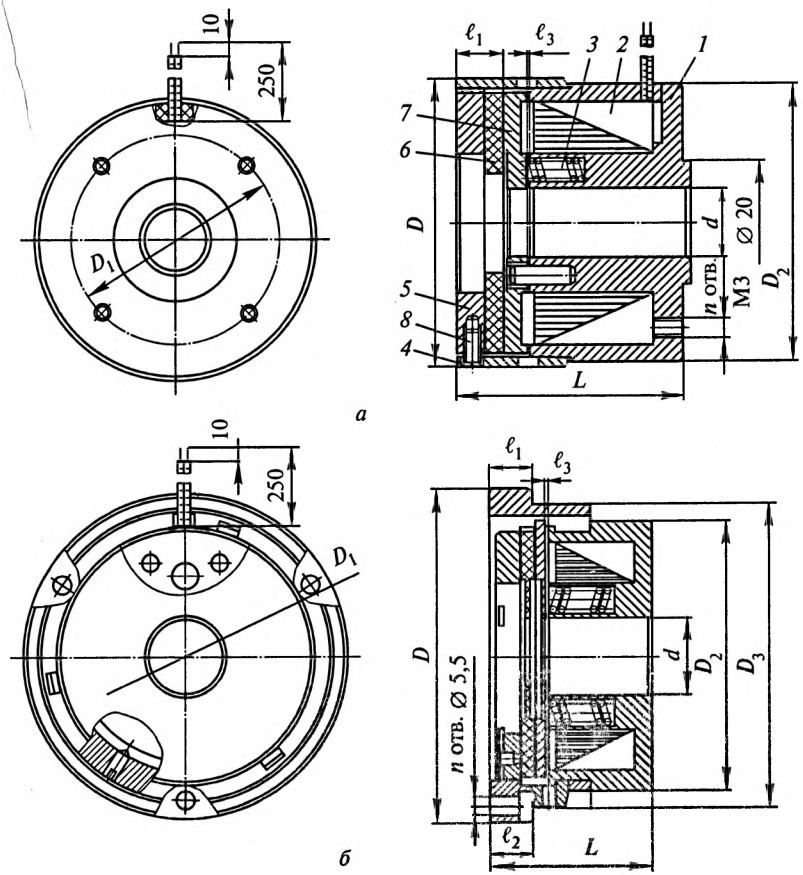
Основные параметры многодисковых электромагнитных тормозных муфт ЭТМ6 приведены в табл. 11.2.

Таблица 11.2. **Основные параметры тормозных муфт ЭТМ6**

Параметр, мм		Тип муфты									
		05	06	07	08	09	10	11	12	13	14
$T_н$, Н · м		25	25	40	60	100	155	245	390	980	1570
D		115	125	140	150	170	185	215	235	235	290
D_1		85	95	105	115	130	145	165	185	205	225
D_2		80	90	100	110	120	135	150	170	190	210
D_3		37	37	44	52	57	63	75	83	103	114
D_4		100	110	123	133	150	165	190	210	230	256
L		32	35	38	41	45	52	60	680	78	90
b		90	100	110	120	135	150	170	190	210	230
ℓ_1		3	3	3	4	4	4	5	5	5	5
ℓ_2		16	16	16	16	16	20	20	20	25	25
d_1		22	22	25	30	35	40	50	60	80	90
d_9		M8	M8	M10	M10	M12	M12	M16	M16	M16	M18
$f_{ход}$		1,6	1,4	1,8	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,0	4,0
Шлицы	$D_ш$	25	25	30	34	40	46	54	65	82	92
	$d_ш$	21	21	26	28	36	42	46	56	72	82
	$b_ш$	5	5	6	7	7	8	9	10	12	12

Фрикционные электромагнитные нормально замкнутые тормоза НТЗ-02 (рис. 11.8, *а*), а также НТЗ-04 и НТЗ-30 (рис. 11.8, *б*) предназначены для фиксации РО роботов и мехатронных устройств в требуемом положении. Они состоят из электромагнита, включающего в себя корпус *1*, установленный во фланце *4*, и катушку *2*, регулировочной гайки *5*, служащей упором для фрикционного диска *6* с внутренним квадратным отверстием, изготовленного из композиционного фрикционного материала, и прижимаемого к гайке *5* якорем *7* под действием пружин *3*. Фиксацию гайки *5* осуществляют винтами *8*, а якоря *7* — выступами, входящими в пазы фланца *4*. Тормоз НТЗ-02 устанавливают в механизм по посадочной цилиндрической поверхности диаметра *D*, а тормоза НЗТ-04 и НЗТ-30 — с использованием крепежных отверстий ∅ 5,5 мм во фланце *4*. На затормаживаемый вал, имеющий участок квадратного поперечного сечения, тормоз устанавливают так, чтобы квадратные поперечные сечения вала и диска *6* совпали.

В нормальном состоянии вал заторможен. При подаче тока в катушку якорь *7* притягивается к электромагниту, освобождая фрикционный диск *6*, и вал может свободно вращаться.



Р и с. 11.8

Основные параметры фрикционных электромагнитных нормально замкнутых тормозов приведены в табл. 11.3.

Т а б л и ц а 11.3. **Основные параметры нормально замкнутых тормозов**

Тип тормоза	$T_н$, Н · м	D, мм	D_1, мм	D_2, мм	D_3, мм	d, мм	$n_{отв}$, шт.	L, мм	ℓ_1, мм	ℓ_2, мм	ℓ_3, мм	Масса, кг
НЗТ-02	0,2	46	34	45	—	11	4	37,5	8,6	—	0,1	0,35
НЗТ-04	4	97	86	78	88	23	3	46,7	13,5	12	0,2	1,1
НЗТ-30	30	143	125	—	128	40	4	75	28,5	16	0,5	3,2

Рассмотренное устройство может быть использовано и в качестве двустороннего, если снабдить поршень вторым штоком и убрать возвратную пружину.

11.3. Устройства фиксации

Устройства фиксации применяют тогда, когда необходимо подвижное звено удерживать в заданном положении при отключенном источнике питания или при аварийном останове.

На рис. 11.9 показана схема фиксатора встроенного в поршень гидроцилиндра. При подаче рабочей жидкости в канал *2* эластичные оболочки *4* прижимаются наружной поверхностью к цилиндру *1*, фиксируя поршень *3* и соответственно связанное с ним подвижное звено.

На рис. 11.10 изображена схема фиксатора *2*, встроенного в штоковую крышку пневмоцилиндра *1*. Сжатый воздух, поступая в камеру *3*, воздействует на эластичную оболочку *5* и прижимает ее к штоку *4*, препятствуя его перемещению, что вызывает фиксацию соединенного с ним подвижного звена.

Встроенные конструкции фиксаторов компактны, однако для их надежной работы необходимо, чтобы поверхности цилиндра и штока в зоне их контакта с эластичной оболочкой были сухими и чистыми (без смазочного материала). В реальных условиях работы гидро- и пневмоцилиндров это довольно сложно обеспечить, поэтому для надежного фиксирования подвижного звена фиксаторы размещают отдельно от двигателя, выходное звено которого соединяют со специальными штангами, с которыми и взаимодействуют фиксирующие устройства.

На рис. 11.11 показана схема фиксатора, расположенного отдельно от двигателя. Штангу *4*, связанную с выходным звеном *5* привода, удерживают в

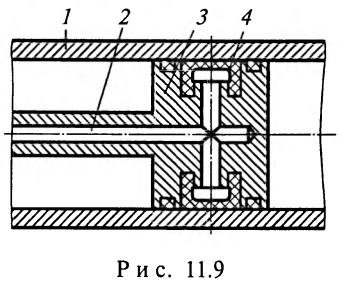


Рис. 11.9

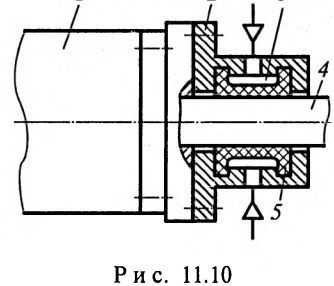


Рис. 11.10

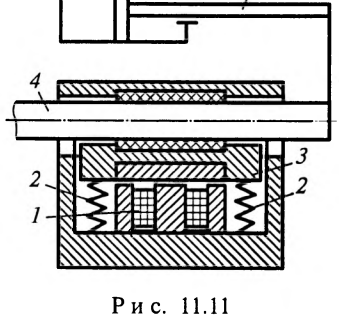


Рис. 11.11

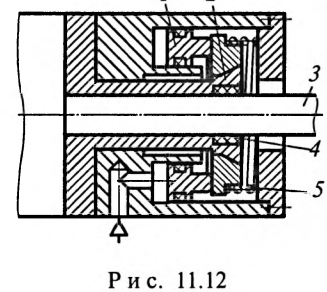


Рис. 11.12

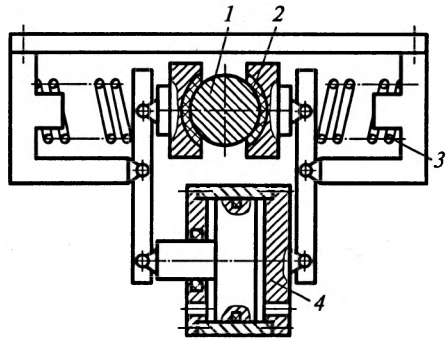


Рис. 11.13

неподвижном состоянии при помощи пружин *2*, прижимающих колодку *3* к ее поверхности.

Освобождение выходного звена осуществляют включением электромагнита *1*.

Фиксирующее устройство с цанговым зажимом изображено на рис. 11.12. При подаче сжатого воздуха в рабочую полость пневмоцилиндра *1* выходное звено двигателя или штангу *3* зажимают цангой *2*, оснащенной фрикционными пластинами *4*. Расфиксацию осуществляет пружина *5* при соединении рабочей полости пневмоцилиндра с атмосферой.

В качестве фиксаторов используют дисковые тормозные устройства (рис. 11.13).

С помощью пружин *3* фрикционные диски *2* прижимаются к штанге *1*, связанной с выходным звеном привода, и фиксируют ее. Для расфиксации штанги *1* служит пневмоцилиндр *4*.

ГЛАВА 12

УРАВНОВЕШИВАЮЩИЕ МЕХАНИЗМЫ

Основной эффект, достигаемый введением в состав ИУ робота уравновешивающих механизмов, — улучшение его энергетических характеристик.

Основными энергопотребителями в роботе являются приводы ИУ и система управления ими. Все энергоснабжение такой системы должно обеспечиваться источником питания.

Исполнительное устройство робота в общем случае представляет собой рычажный механизм с многозвенной кинематической цепью. При работе ИУ в гравитационном поле приводы его отдельных степеней подвижности воспринимают статические нагрузки. Эти нагрузки складываются из двух составляющих: постоянные статические нагрузки, обусловленные массой подвижных звеньев ИУ; переменные статические нагрузки, обусловленные массой объекта, которая в процессе работы ИУ робота может изменяться.

Основное влияние статические нагрузки оказывают на приводы переносных движений ИУ робота. Особенно это характерно для ИУ с электроприводами при их установке на подвижных звеньях.

На приводы ориентирующих движений статические нагрузки оказывают значительно меньшее влияние, так как они обусловливаются массой подвижного звена с РО (захватным устройством), размеры, а следовательно, и масса которого невелики.

Действие статических нагрузок на приводы переносных движений приводит к увеличению их мощности, а следовательно, мощности системы управления, что приводит к росту мощности источника питания и увеличению массы и размеров ИУ робота.

Таким образом, статические нагрузки переносных движений оказывают отрицательное влияние на энергетические возможности роботов. Основным средством преодоления этого является введение в состав ИУ систем уравновешивания.

12.1. Виды систем уравновешивания

Известно два вида систем уравновешивания, применяемых в робототехнике: сигнальная и силовая. *Сигнальная система уравновешивания* применяется в копирующих манипуляторах с отражением усилий для устранения восприятия оператором статических нагрузок от массы подвижных звеньев задающего и исполнительного устройств. Для формирования сигналов, пропорциональных статическим нагрузкам и компенсирующих сигналы тракта отражения усилий, используют функциональные вычислители, акселерометры, синусно-косинусные датчики положения.

Сигнальная система позволяет разгрузить от воздействия статических нагрузок только приводы задающего устройства. Приводы же ИУ остаются неразгруженными.

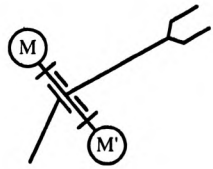


Рис. 12.1

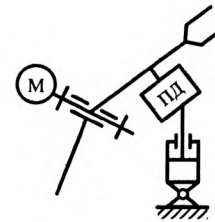


Рис. 12.2

Силовая система уравновешивания позволяет компенсировать статические нагрузки на приводах ИУ роботов. Смысл работы этой системы уравновешивания заключается в том, что параллельно с основными работают дополнительные приводы системы уравновешивания, которые развивают усилия, равные по значению, но противоположные по направлению статическим нагрузкам, действующим на основные приводы робота.

В зависимости от вида источника энергии силовые системы уравновешивания бывают двух типов, которые условно можно разделить на активные и пассивные.

Активными системами уравновешивания считают системы, приводы которых используют тот же вид энергии, что и основные приводы, или комбинацию гидро-, пневмо-, электроприводов. В таких системах могут быть использованы любые типы приводов: электромеханические (рис. 12.1), гидравлические и пневматические (рис. 12.2).

Примером построения подобной системы может служить промышленный робот серии 5000 (Япония), у которого в системе уравновешивания статических нагрузок привода качания предплечья ИУ используется электрогидравлический привод.

Введение активных систем уравновешивания в состав робота позволяет существенно уменьшить мощность основных приводов (см. рис. 12.1 и 12.2), но при этом мощность источника питания практически остается неизменной.

Пассивными системами уравновешивания называют системы, приводы которых используют природные источники энергии: энергию гравитационного (рис. 12.3) и магнитного (рис. 12.4) полей, сил поддержания (Архимеда) (рис. 12.5), упругой деформации пружины (рис. 12.6) и сжатого газа (рис. 12.7). Такие системы уравновешивания позволяют уменьшить мощность не только основных приводов робота, но и его источника питания.

Однако введение пассивной системы уравновешивания в состав робота имеет свои отрицательные стороны — увеличиваются инерционные нагрузки и нагрузки от сил трения, что приводит к увеличению мощности основных приводов.



Рис. 12.3



Рис. 12.4

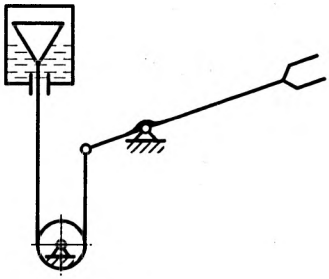


Рис. 12.5

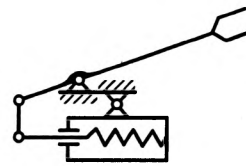


Рис. 12.6

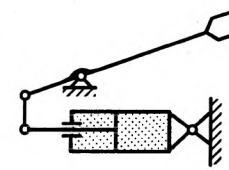


Рис. 12.7

Таким образом, использование пассивных систем уравновешивания может не только улучшить энергетические характеристики робота, но и ухудшить их. Поэтому возникает необходимость в оценке эффективности применения пассивных систем уравновешивания с использованием различных источников энергии.

12.2. Эффективность системы уравновешивания

Мощность источника питания робота без системы уравновешивания равна, Вт:

$$P = P_{\text{с}} + P_{\text{и}} + P_{\text{тр}}, \tag{12.1}$$

где $P_{\text{с}}$ — мощность, необходимая для преодоления статических нагрузок от масс звеньев ИУ и объекта; $P_{\text{и}}$ — мощность, необходимая для преодоления инерционных нагрузок от масс звеньев и объекта; $P_{\text{тр}}$ — мощность, необходимая для преодоления сил трения.

Применение пассивной системы уравновешивания приводит к уменьшению мощности, необходимой для преодоления статической нагрузки от массы звеньев и объекта на $\Delta P_{\text{с}}$. При этом мощности, необходимые для преодоления инерционных нагрузок и сил трения, увеличиваются соответственно на $\Delta P_{\text{и}}$ и $\Delta P_{\text{тр}}$. Таким образом, мощность источника питания робота с использованием пассивной системы уравновешивания равна

$$P' = P - \Delta P = P_{\text{с}} - \Delta P_{\text{с}} + P_{\text{и}} + \Delta P_{\text{и}} + P_{\text{тр}} + \Delta P_{\text{тр}}. \tag{12.2}$$

Вычитая из выражения (12.2) зависимость (12.1), получим изменение мощности робота при использовании пассивной системы уравновешивания:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{с}} - \Delta P_{\text{и}} - \Delta P_{\text{тр}} = \Delta P_{\text{с}}(1 - K_{\text{и}} - K_{\text{тр}}), \tag{12.3}$$

где $K_{\text{и}}$ — коэффициент инерционных потерь системы уравновешивания:

$$K_{\text{и}} = \Delta P_{\text{и}} / \Delta P_{\text{с}};$$

$K_{\text{тр}}$ — коэффициент потерь системы уравновешивания за счет трения:

$$K_{\text{тр}} = \Delta P_{\text{т}} / \Delta P_{\text{с}}.$$

Выражение в скобках в уравнении (12.3) определяет изменение мощности робота при введении системы уравновешивания за счет инерционных потерь и трения и представляет собой коэффициент эффективности системы уравновешивания $K_э = 1 - K_и - K_{тр}$. Таким образом, изменение мощности робота может быть выбрано в качестве критерия эффективности применения пассивных систем уравновешивания.

Коэффициент эффективности системы уравновешивания находится в пределах $0 \le K_э \le 1$. Чем он больше, тем больше эффективность системы уравновешивания. Для идеальной системы уравновешивания ($K_и = 0$; $K_{тр} = 0$) этот коэффициент равен 1. При $K_э = 0$ получаем уравнение границы области использования системы уравновешивания, при $K_э < 0$ введение системы уравновешивания в состав робота приводит к ухудшению его энергетических характеристик ($\Delta P < 0$), т.е. возрастает мощность, необходимая для преодоления статических нагрузок.

По $K_э$ можно провести оценку пассивных систем уравновешивания с различными источниками энергии. Гравитационная система уравновешивания статических нагрузок эффективна только в малодинамичных ИУ роботов, так как ее инерционные нагрузки в этом случае невелики. С увеличением скорости и ускорения движения звеньев ИУ инерционные нагрузки системы уравновешивания возрастают и соответственно коэффициенты инерционных потерь $K_и$ и трения $K_{тр}$ увеличиваются, что приводит к уменьшению эффективности системы уравновешивания. Эффективность применения пружинной и пневматической систем уравновешивания не имеет ограничений, так как их инерционные нагрузки малы. При этом пружинные энергоносители по размерам такие же, как и пневматические, кроме того, они менее чувствительны к колебаниям температуры окружающей среды и более технологичны.

Следовательно, пружинные системы уравновешивания являются наиболее эффективными, особенно для роботов малой и средней грузоподъемности.

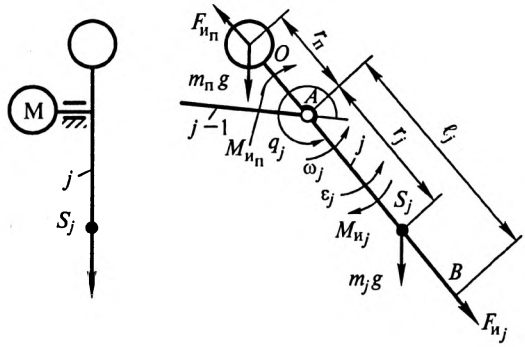
12.3. Грузовое уравновешивание статических нагрузок вращающегося звена

Грузовое уравновешивание статических нагрузок вращающегося звена ИУ робота основано на энергии гравитационного поля и осуществляется с помощью системы противовесов, которая создает статические нагрузки, противодействующие статическим нагрузкам звена.

Рассмотрим грузовое уравновешивание статических нагрузок вращающегося звена AB ИУ робота (рис. 12.8).

Подвижное звено j длиной ℓ_j и массой m_j, сосредоточенной в центре S_j массы звена, совершает вращательное движение с угловой скоростью $\omega_j = \text{const}$.

Для уравновешивания статических нагрузок звена j на его продолжении AO устанавливаем противовес массой $m_п$ на расстоянии $r_п$ от оси вращения зве-



Р и с. 12.8

на. При этом должно выполняться условие $M_j = M_п$, где $M_j = m_j g r_j \cos \sum_{i=1}^{j} q_1$ — момент от массы звена j; $M_п = m_п g r_п \cos \sum_{i=1}^{j} q_i$ — момент от противовеса. Здесь q_i — обобщенная координата i-го звена, j — число функциональных звеньев ИУ до рассматриваемого звена включительно.

После подстановки в уравнение равновесия звена полученных формул имеем

$$m_j r_j = m_п r_п.$$

Откуда можно получить массу противовеса, задавая расстояние $r_п$,

$$m_п = m_j r_j / r_п. \qquad (12.4)$$

При вращении звена с постоянной угловой скоростью возникают инерционные нагрузки, которые также необходимо уравновесить.

При установке противовеса должно выполняться условие $\mathbf{F}_{и_j} = \mathbf{F}_{и_п}$, где $\mathbf{F}_{и_j} = -m_j \mathbf{a}_j^n = -m_j \omega_j^2 \mathbf{r}_j$ — сила инерции звена j, Н; $\mathbf{F}_{и_п} = -m_п \mathbf{a}_{jп}^n = -m_п \omega_j^2 \mathbf{r}_п$ — сила инерции противовеса, Н.

После подстановки получим $m_п = m_j r_j / r_п$.

Уравновешивание статических нагрузок приводит к уравновешиванию и сил инерции.

Для нахождения $r_п$ рассмотрим движение звена в пределах его разгона с угловым ускорением ε_j. Выразим момент от противовеса через момент инерции $J_п$ противовеса относительно оси A вращения звена и угловое ускорение ε_j этого звена: $M_{пj} = -J_п \varepsilon_j$. При постоянном угловом ускорении звена момент от противовеса будет наименьшим при минимальном значении момента инерции противовеса.

Запишем момент инерции противовеса относительно оси A вращения звена в виде $J_п = J_o + m_п r_п^2$, где J_o — момент инерции противовеса относи-

тельно своей центральной оси, кг · м^2. Он выражается через массу $m_п$ противовеса. Например, для шара $J_о = 0{,}4m_п R^2$, где R — радиус шаровой поверхности.

Используя формулу (12.4), получим

$$J_п = J_о + m_j r_j r_п. \tag{12.5}$$

Продифференцируем выражение (12.5) по $r_п$ дважды. Если окажется, что $\partial^2 J_п / \partial r_п^2 > 0$, то получим минимум функции $J_{п\,min}$. Тогда, приравняв первую производную нулю $\partial J_п / \partial r_п = 0$, можно найти оптимальное расстояние $r_{п.опт}$ от оси вращения звена до точки установки противовеса.

Подставив значение $r_{п.опт}$ в выражение (12.5), определим минимальное значение момента инерции противовеса: $J_{п\,min} = J_о + m_j r_j r_{п.\,опт}$.

Если окажется, что $\partial^2 J_п / \partial r_п^2 < 0$, получим максимум функции $J_{п\,max}$.

Приравняв первую производную нулю $\partial J_п / \partial r_п = 0$, найдем оптимальное расстояние $r_{п.опт}$ до центра противовеса и максимальное значение момента инерции $J_{п\,max}$ противовеса.

Момент сил инерции звена уравновесить нельзя, так как инерционный момент противовеса направлен в ту же сторону, что и инерционный момент звена.

12.4. Эффективность грузовой системы уравновешивания вращающегося звена

Эффективность грузовой системы уравновешивания оценивают коэффициентом эффективности $K_э$.

В грузовой системе уравновешивания значение коэффициента потерь $K_{тр}$ за счет трения мало по сравнению с коэффициентом инерционных потерь $K_и$, поэтому им можно пренебречь. Таким образом, для определения коэффициента эффективности запишем выражения мощностей, необходимых для преодоления статических и инерционных нагрузок от массы звена и противовеса (см. рис. 12.8):

$$\Delta P_с = M_j \omega_j = m_j g r_j \cos\left(\sum_{i=1}^{j} q_i\right)_{max} \omega_j;$$

$$\Delta P_и = M_{п_j} \omega_j = J_п \varepsilon_j \omega_j,$$

где ω_j — угловая скорость звена j, с$^{-1}$; $\left(\sum_{i=1}^{j} q_i\right)_{max}$ — сумма обобщенных координат, при которой функция $\cos\sum_{i=1}^{j} q_i$ достигает максимума.

Подставляя эти значения в формулу для коэффициента эффективности, получим

$$K_э = 1 - K_и = 1 - J_п \varepsilon_j \Big/ m_j g r_j \cos\left(\sum_{i=1}^{j} q_i\right)_{max}.$$

Из формулы видно, что основными факторами, влияющими на эффективность грузовой системы уравновешивания, являются угловое ускорение звена и момент инерции противовеса. При постоянном угловом ускорении чем меньше момент инерции противовеса, тем выше эффективность системы уравновешивания.

Например, для противовеса, выполненного в виде шара, момент инерции относительно оси A вращения противовеса равен $J_п = J_o + m_п r_п^2$. Находим значения моментов инерции противовеса относительно своих центральных осей: $J_o = 0{,}4 m_п R^2$, где $m_п$ — масса противовеса; R — радиус шаровой поверхности.

После подстановки получим $J_п = 0{,}4 \dfrac{m_j r_j}{r_п} R^2 + m_j r_j r_п$.

Продифференцируем это уравнение по $r_п$ и приравняем нулю:

$$J'_п = -0{,}4 m_j r_j R^2 \frac{1}{r_п^2} + m_j r_j = m_j r_j \left(1 - 0{,}4 \frac{R^2}{r_п^2}\right) = 0,$$

откуда $1 - 0{,}4(R^2 / r_п^2) = 0$.

После преобразований оптимальное расстояние от оси A вращения звена до точки O установки противовеса будет равно $r_{п.опт} = 0{,}63R$.

При этом масса противовеса

$$m_п = \frac{m_j r_j}{0{,}63R}. \qquad (12.6)$$

Так как вторая производная $J''_п = 0{,}8 m_j r_j R^2 \dfrac{1}{r_п^3} > 0$, то минимальный момент инерции противовеса

$$J_{п\,min} = 0{,}4 \frac{m_j r_j}{0{,}63R} R^2 + m_j r_j \cdot 0{,}63R = 1{,}27 m_j r_j R.$$

Для нахождения радиуса R шара выразим массу противовеса через объем шара и плотность его материала ρ, кг/м^3:

$$m_п = V\rho = \frac{4\pi R^3}{3}\rho, \qquad (12.7)$$

где $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$ — объем шара, м^3.

Решая совместно (12.6) и (12.7), найдем радиус шара

$$R = \sqrt[4]{\frac{1{,}27 m_j r_j}{\pi\rho}} = 0{,}786 \sqrt[4]{\frac{m_j r_j}{\rho}}.$$

Максимальный коэффициент эффективности системы можно определить по формуле

$$K_{э\,max} = 1 - K_и = 1 - \frac{J_{п\,min}\varepsilon_j}{m_j g r_j \cos\left(\sum_{i=1}^{j} q_i\right)_{max}} \approx 1 - \frac{0{,}1\varepsilon_j}{\cos\left(\sum_{i=1}^{j} q_i\right)_{max}} \sqrt[4]{\frac{m_j r_j}{\rho}}.$$

12.5. Грузовое уравновешивание статических нагрузок исполнительного устройства

Рассмотрим грузовое уравновешивание статических нагрузок звеньев и всего ИУ робота (рис. 12.9).

Уравновешивать начинаем звено *3* в соответствии с методикой, изложенной в 12.3.

Составим уравнение моментов относительно оси *C* вращения звена:

$$m_3 g r_3 \cos\sum_{i=1}^{3} q_i = m_{п3} g r_{п3} \cos\sum_{i=1}^{3} q_i.$$

Откуда находим массу противовеса звена *3*: $m_{п3} = m_3 r_3 / r_{п3}$.

Расстояние $r_{п3}$ от оси *C* вращения звена *3* до точки установки противовеса находим по указанной методике.

Общая масса M_3 звена *3* и его противовеса равна $M_3 = m_3 + m_{п3}$.

Эту массу условно сосредоточиваем в точке *C*. Уравновешиваем звенья *3* и *2*:

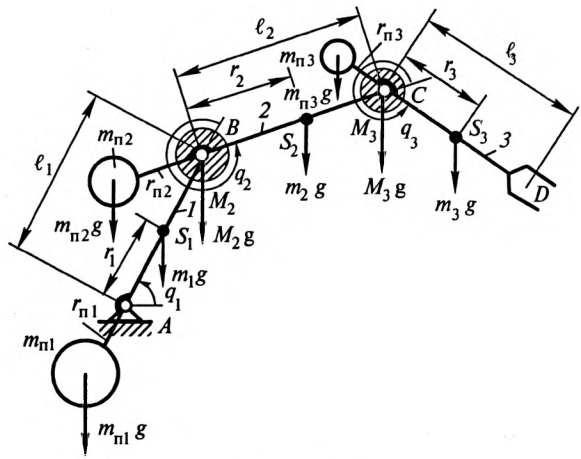


Рис. 12.9

$$M_3 g\ell_2 \cos\sum_{i=1}^{2} q_i + m_2 g r_2 \cos\sum_{i=1}^{2} q_i = m_{п2} g r_{п2} \cos\sum_{i=1}^{2} q_i.$$

Откуда масса противовеса звена *2* равна

$$m_{п2} = \frac{M_3\ell_2 + m_2 r_2}{r_{п2}} = \frac{(m_3 + m_{п3})\ell_2 + m_2 r_2}{r_{п2}}.$$

Расчет расстояния $r_{п2}$ от оси *B* вращения звена *2* до точки установки противовеса аналогичен предыдущему расчету.

Определим общую массу M_2 звеньев *3* и *2* и их противовесов:

$$M_2 = M_3 + m_2 + m_{п2} = m_3 + m_{п3} + m_2 + m_{п2}.$$

Эту массу условно сосредоточиваем в точке *B*. Уравновешиваем все ИУ:

$$M_2 g\ell_1 \cos q_1 + m_1 g r_1 \cos q_1 = m_{п1} g r_{п1} \cos q_1.$$

Откуда масса противовеса звена *1* равна

$$m_{п1} = \frac{M_2\ell_1 + m_1 r_1}{r_{п1}} = \frac{(m_3 + m_{п3} + m_2 + m_{п2})\ell_1 + m_1 r_1}{r_{п1}}.$$

Расстояние $r_{п1}$ от оси *A* вращения звена *1* до точки установки противовеса вычисляем так же, как и для звеньев *3* и *2*.

Таким образом, проведено уравновешивание статических нагрузок как отдельных звеньев относительно своих осей вращения, так и всего ИУ в целом.

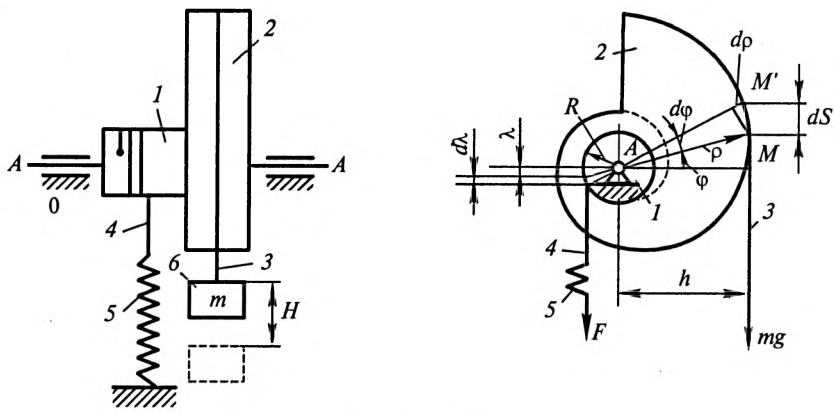
12.6. Пружинный механизм с постоянной нагрузочной характеристикой уравновешивания статических нагрузок

Пружинный механизм с постоянной нагрузочной характеристикой представляет собой механизм с упругим элементом, который обеспечивает на выходном звене постоянство силы *G* в определенном диапазоне перемещения *H* этого звена, т.е. $G(H) = \text{const}$.

При разработке системы уравновешивания необходимо синтезировать уравновешивающий механизм, который реализовал бы это условие. Схема такого механизма представлена на рис. 12.10.

Уравновешивающий механизм состоит из стойки 0, на которой закреплен блок *1* постоянного радиуса *R* и жестко соединенный с ним кулачок *2* переменного радиуса ρ, гибкого элемента *3*, соединенного с уравновешиваемым звеном *6* массой *m*, гибкого элемента *4* и пружины *5*.

Принцип действия этого механизма основан на том, что при перемещении массы *m* все время должно соблюдаться равенство моментов относительно оси *A* вращения механизма от постоянной силы $G = mg$ массы груза на переменном плече *h* и переменной силы $F = c\lambda$ упругой деформации пружины на постоянном плече *R*, т.е. $mgh/\eta = c\lambda R$, где *g* — ускорение свободного падения, м/с^2; *c* — жесткость пружины, Н/мм; λ — деформация пружины, мм;



Р и с. 12.10

$\eta = \eta_1\eta_2\eta_0$ — КПД уравновешивающего механизма. Здесь $\eta_1 = 0{,}96$ — КПД взаимодействия троса с блоком *1*; $\eta_2 = 0{,}96$ — КПД взаимодействия троса с кулачком *2*; $\eta_0 = 0{,}98...0{,}99$ — КПД опор для шарикоподшипников.

Для механизма с пружиной постоянной жесткости c необходимо так спрофилировать блок-кулачок, чтобы плечо h приложения силы G массы груза изменялось пропорционально его углу поворота.

Этому условию удовлетворяет спираль Архимеда: $\rho = a\varphi$, где ρ — радиус спирали Архимеда, мм; a — параметр спирали, мм; φ — текущий угол спирали, рад.

При начальном угле спирали Архимеда $\varphi_0 \geqslant 2\pi$ с неточностью менее 2 % можно считать $h = \rho$. Тогда $mga\varphi/\eta = c\lambda R$.

Найдем зависимость, связывающую параметры механизма a и R и жесткость c пружины. Для этого воспользуемся методом сечений и рассмотрим равновесие механизма (см. рис. 12.10). Проведем из центра A вращения блок-кулачка радиус-вектор $\boldsymbol{\rho}$ в точку M схода троса с кулачка. Угол между горизонталью и радиусом-вектором $\boldsymbol{\rho}$ представляет собой текущий угол φ спирали Архимеда. При этом продолжение радиуса-вектора $\boldsymbol{\rho}$ выделит на блоке *1* отрезок λ, соответствующий деформации пружины, $\lambda = R\varphi$.

После подстановки найдем жесткость пружины $c = mga/R^2\eta$. Это выражение является *основным уравнением статики пружинной системы с постоянной нагрузочной характеристикой.*

Минимальный радиус блока *1* выбирают с учетом типа гибкого элемента. Для троса по правилам Госгортехнадзора из условий ограничения напряжений изгиба рекомендуют $R \geqslant 0{,}5d_{т4}\beta$, где $d_{т4}$ — диаметр троса *4*, выбираемый в зависимости от разрывного усилия, мм; β — коэффициент режима работы тросового механизма (при спокойной нагрузке 15...16; при умеренной динамической нагрузке 17...18; при резко динамической нагрузке 19...20).

Для определения параметра a спирали Архимеда возьмем малое приращение $d\varphi$ текущего угла φ, соответствующее малому перемещению dS точки M. При этом радиус-вектор точки M' станет равным $\boldsymbol{\rho} + \mathbf{d\rho}$. Опустив из точки

M на радиус-вектор $\boldsymbol{\rho} + d\boldsymbol{\rho}$ перпендикуляр, получим прямоугольный треугольник с катетами $\rho d\varphi$ и $d\rho$. Найдем малое перемещение точки M:

$$dS = \sqrt{(\rho d\varphi)^2 + (d\rho)^2} = \sqrt{a^2\varphi^2 d\varphi^2 + a^2 d\varphi^2} = a\sqrt{\varphi^2 + 1}\, d\varphi. \qquad (12.8)$$

Проинтегрируем полученное выражение по углу φ поворота блок-кулачка в пределах его изменения от начального φ_0 до конечного значения $\varphi_к$:

$$S = \int_{\varphi_0}^{\varphi_к} a\sqrt{\varphi^2 + 1}\, d\varphi.$$

После интегрирования и преобразований получим длину дуги рабочего участка кулачка

$$S = \frac{a}{2}\left(\varphi_к\sqrt{\varphi_к^2 + 1} - \varphi_0\sqrt{\varphi_0^2 + 1} + \ln\frac{\varphi_к + \sqrt{\varphi_к^2 + 1}}{\varphi_0 + \sqrt{\varphi_0^2 + 1}}\right).$$

Эта длина дуги равна перемещению H выходного звена, т.е. $S = H$. Следовательно, параметр спирали Архимеда

$$a = \frac{2H}{\left(\varphi_к\sqrt{\varphi_к^2 + 1} - \varphi_0\sqrt{\varphi_0^2 + 1} + \ln\dfrac{\varphi_к + \sqrt{\varphi_к^2 + 1}}{\varphi_0 + \sqrt{\varphi_0^2 + 1}}\right)}. \qquad (12.9)$$

Таким образом, задавая значения углов φ_0 и $\varphi_к$, можно определить параметр спирали Архимеда, вычислить значения переменного радиуса-вектора $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{a}\varphi$ блок-кулачка в зависимости от значений угла φ и спроектировать его профиль.

Так как принято $\varphi \geqslant 2\pi$, то выражение для параметра спирали Архимеда можно получить в более простом виде. Для этого проинтегрируем выражение (12.8), пренебрегая в подкоренном выражении единицей ввиду ее малости по сравнению с 2π:

$$S = \int_{\varphi_0}^{\varphi_к} a\varphi d\varphi = \frac{a}{2}(\varphi_к^2 - \varphi_0^2).$$

Отсюда с учетом того, что $S = H$, получим приближенное значение параметра спирали Архимеда

$$a \approx \frac{2H}{\varphi_к^2 - \varphi_0^2}. \qquad (12.10)$$

Начальный радиус спирали Архимеда, мм, $\rho_0 \geq 0{,}5 d_{т3}\beta$, где $d_{т3}$ — диаметр троса *3*, мм.

Усилие пружины, Н: $F = c\lambda = mga\varphi / R\eta$.

Потенциальная энергия пружины: $\Pi = c\lambda^2 / 2 = mga\varphi^2 / 2$.

Полная потенциальная энергия пружины:

$$\Pi_{пл} = \frac{mga\varphi_к^2}{2}. \qquad (12.11)$$

Подставив в полученное выражение значение параметра a спирали Архимеда из зависимости (12.10) (можно подставить значение a и из (12.9)), получим

$$\Pi_{пл} = \frac{mgH\varphi_к^2}{\varphi_к^2 - \varphi_0^2}. \qquad (12.12)$$

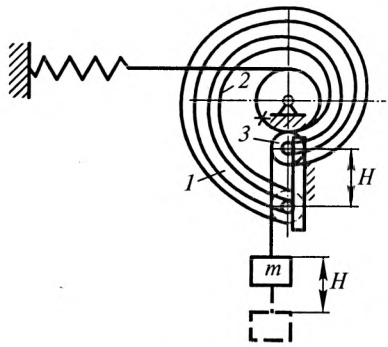


Рис. 12.11

Из этого выражения видно, что чем меньше φ_0, тем меньше полная потенциальная энергия пружины, но в то же время тем меньше точность воспроизведения нагрузочной характеристики. Поэтому начальный угол φ_0 спирали Архимеда следует принимать минимальным согласно условию $\varphi_0 \geqslant 2\pi$.

Определим пределы изменения полной потенциальной энергии пружины при $\varphi_к \to \varphi_0$ и $\varphi_к \to \infty$ по формуле (12.12):

$$\Pi_{пред} = \lim_{\varphi_к \to \varphi_0} \Pi_{пл} = \infty; \quad \Pi_{пред} = \lim_{\varphi_к \to \infty} \Pi_{пл} = mgH.$$

Отсюда видно, что чем больше $\varphi_к$, тем меньше потенциальная энергия пружины.

В рассматриваемой пружинной системе уравновешивания статических нагрузок движение выходного гибкого элемента совпадает с траекторией его намотки на кулачок. Для устранения этого недостатка в систему уравновешивания необходимо ввести корректирующие средства.

На рис. 12.11 изображена схема пружинного уравновешивающего механизма с корректирующей связью в виде ролика *3*, ось которого перемещается по профилированному в виде спирали Архимеда пазу кулачка *1*.

При перемещении груза массой m на H ролик *3* перемещается в ту же сторону на $\Delta H = a(\varphi_к - \varphi_0)$.

В этом случае длина рабочего участка спирали Архимеда равна

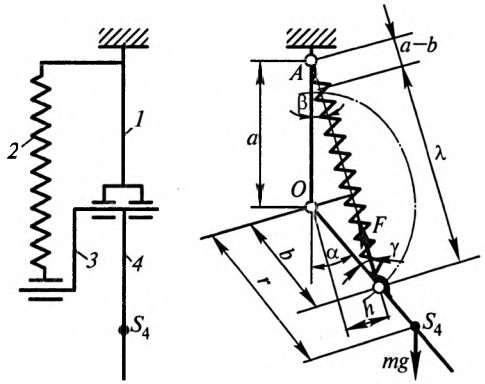
$$S = H - \Delta H = H - a(\varphi_к - \varphi_0).$$

Диаметр ролика *3*, мм: $d_р = 2\rho_0$.

Все остальные параметры определяют по приведенной методике.

12.7. Пружинный механизм с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой

Пружинный механизм с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой представляет собой уравновешивающий механизм с упругим элементом, который создает на уравновешиваемом звене момент M, изменяющийся в зависимости от угла α поворота этого звена по синусно-косинусному зако-



Р и с. 12.12

ну, т.е. $M(\alpha) = M_{max} \sin\alpha(\cos\alpha)$, где M_{max} — максимальный момент на уравновешиваемом звене, Н · мм; α — угол поворота уравновешиваемого звена, град.

В основе расчетов уравновешивающих механизмов с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой лежит следующая расчетная схема (рис. 12.12).

Уравновешивающий механизм состоит из стойки *1*, пружины *2* и кривошипа *3*, жестко соединенного с уравновешиваемым звеном *4* массой *m*.

Для статического уравновешивания звена необходимо выполнение условия: $M_Н = M_У$ или $mqr \sin\alpha = Fh$, где $M_Н$ — момент от силы массы звена *m*, Н · мм; $M_У$ — уравновешивающий момент от силы упругой деформации пружины, Н · мм; *r* — расстояние от оси вращения звена до его центра масс, мм; α — угол поворота уравновешиваемого звена, град; *F* — сила упругой деформации пружины, Н.

Для определения силы упругой деформации используют формулу $F = c\lambda$, где *c* — жесткость пружины, Н/мм; λ — деформация пружины, мм.

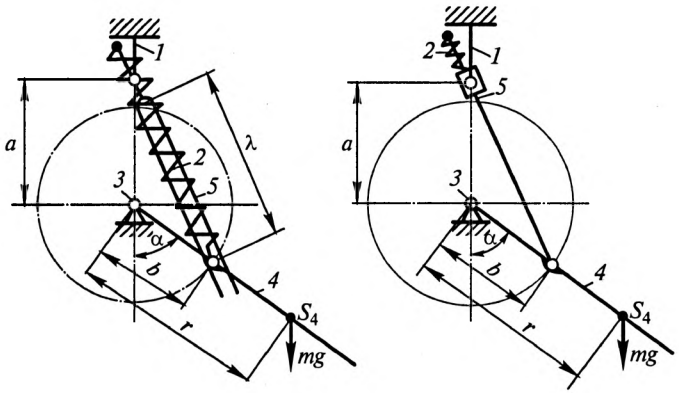
В свою очередь $\lambda = b\cos\gamma + a\cos\beta - (a-b)\cos\beta$, где *b* — плечо кривошипа, мм; *a* — расстояние между точкой *A* крепления пружины и осью *O* поворота кривошипа, мм; γ — угол между уравновешиваемым звеном и осью пружины, град; β — угол между стойкой *1* и осью пружины, град; $h = b\sin\gamma = a\sin\beta$ — плечо действия силы *F*, мм.

После подстановки полученных формул в условие статического уравновешивания звена получили *основное уравнение статики уравновешивающего механизма* с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой:

$$c = \frac{mgr\sin\alpha}{a\left(b\sin\alpha - \frac{a-b}{2}\sin 2\beta\right)} \approx \frac{mgr}{ab}.$$

В предварительных расчетах можно принять: $a = \left(\frac{1}{6}\ldots\frac{1}{15}\right)r$; $b = \left(\frac{2}{3}\ldots\frac{1}{3}\right)a$.

При $b = a$ жесткость пружины будет минимальной: $c = mqr/a^2$.



Р и с. 12.13

Задавая параметры a и b, можно вычислить жесткость пружины и все ее параметры.

Максимальная деформация пружины: $\lambda_{max} = a + b$.

Максимальная сила упругой деформации пружины: $F_{max} = mqr(a + b)/ab$.

Потенциальная энергия пружины: $\Pi = c\lambda^2/2 = mqr\lambda^2/2ab$.

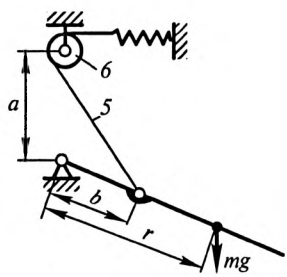
Полная потенциальная энергия пружины: $\Pi_{пл} = mqr(a + b)^2/2ab$.

Рассмотрим основные схемы реальных уравновешивающих механизмов с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой.

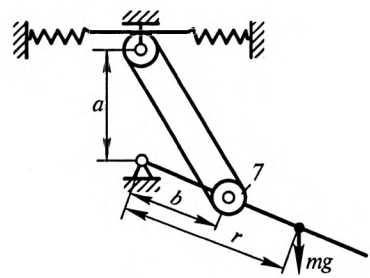
На рис. 12.13 показаны *кулисные уравновешивающие механизмы.*

Они состоят из стойки *1*, пружины *2*, кривошипа *3*, жестко соединенного с уравновешиваемым звеном *4*, и кулисы *5*. Эти механизмы обеспечивают теоретически точное воспроизведение нагрузочной характеристики, так как при повороте звена на любой угол α сохраняется постоянство параметров a и b уравновешивающего механизма. Однако для работы кулисных механизмов требуется большое свободное пространство. Это обусловлено тем, что при повороте кулис вместе с ними должны поворачиваться и пружины, которые определяют основные габаритные размеры системы.

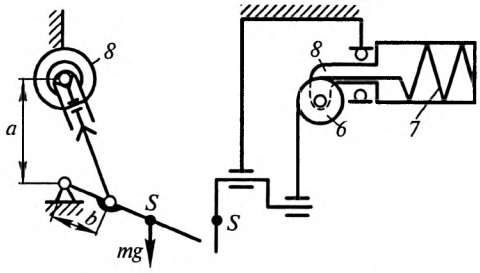
Указанный недостаток может быть устранен применением гибких элементов в сочетании с опорными роликами (рис. 12.14). Такими уравновеши-



Р и с. 12.14



Р и с. 12.15



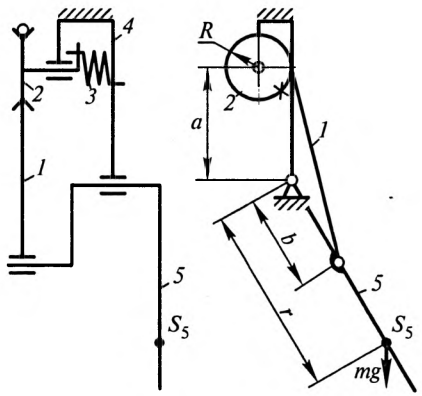
Р и с. 12.16

вающими механизмами являются механизмы, которые в отличие от расчетной схемы содержат дополнительно гибкий элемент *5* и опорный ролик *6*. Однако при работе таких механизмов точка схода гибкого элемента с ролика перемещается, вызывая изменение угла обхвата ролика гибким элементом, что приводит к неточности воспроизведения нагрузочной характеристики (неточности уравновешивания).

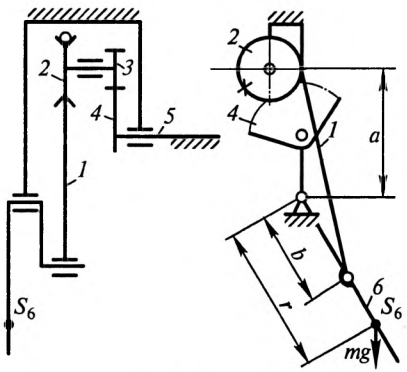
Для устранения этого недостатка можно использовать гибкий элемент с двумя ветвями и опорный ролик *7*, расположенный на оси кривошипа (рис. 12.15), или установить опорный ролик и пружину на подвижную опору *8* (рис. 12.16).

В уравновешивающих механизмах также могут быть использованы пружины кручения и торсионы. На рис. 12.17 изображен уравновешивающий механизм, состоящий из гибкого элемента *1*, закрепленного на блоке *2*, и пружины кручения *3*, жестко соединенной с блоком *2* и стойкой *4*. При изменении положения уравновешиваемого звена *5* происходит закручивание пружины. При этом крутящий момент пружины равен, Н · мм, $T = \dfrac{mgr(a+b)}{ab}R$, где R — радиус блока, мм.

Угол закручивания пружины, рад: $\gamma = (a + b)/R$.



Р и с. 12.17



Р и с. 12.18

В уравновешивающем механизме с торсионом *5* (рис. 12.18) между блоком *2* и торсионом *5* установлена повышающая зубчатая передача, целесообразность применения которой обусловлена ограничениями на угол закручивания торсиона.

Крутящий момент торсиона, Н · мм: $T_т = \dfrac{mgr(a+b)}{ab} Ru.$

Угол закручивания торсиона, рад: $\gamma_т = (a+b) / Ru$, где u — передаточное отношение зубчатой передачи.

12.8. Системы уравновешивания силовых статических нагрузок

Силовые статические нагрузки возникают только в поступательных степенях подвижности ИУ робота. Они постоянны и не зависят от перемещений в других степенях подвижности. Для уравновешивания силовых статических нагрузок может быть использован пружинный механизм как с постоянной, так и с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой.

При использовании механизмов уравновешивания с постоянной нагрузочной характеристикой необходимо учитывать, что их массогабаритные характеристики определяются в основном параметрами блок-кулачка и пружины.

На рис. 12.19 приведена система уравновешивания вертикального перемещения звена *1* массой *m* ИУ робота. Она состоит из двух одинаковых уравновешивающих механизмов с постоянной нагрузочной характеристикой.

Каждый такой механизм включает в себя трос *2*, одним концом закрепленный на перемещающемся звене *1*, а вторым — на кулачке переменного радиуса *5*, трос *4*, закрепленный одним концом на блоке *3* постоянного радиуса, а вторым концом через пружину *6* — на корпусе ИУ робота.

При опускании звена *1* трос *2* поворачивает блок-кулачок. При этом трос *4* растягивает пружину *6*, что приводит к увеличению ее силы F упругой деформации, которая и создает уравновешивающий момент, равный моменту от массы *m* подвижного звена *1*.

Для сокращения габаритных размеров уравновешивающего механизма целесообразно пружину размещать параллельно оси поступательной степени подвижности, а блок-кулачок — перпендикулярно к оси.

На рис. 12.20 показана схема устройства поступательной степени подвижности ИУ робота. Она включает в себя: механизм вертикального перемещения уравновешиваемого звена *9*, перемещающегося в направляющих *1*; пружинную систему уравновешивания с постоянной нагрузочной характеристикой, имеющую блок-кулачок *6*, который установлен на опорах качения соосно приводному элементу (винту) *8*, связан с одной стороны с помощью гибкого элемента *4* и ролика *5* с пружиной *3*, а с другой стороны с помощью гибкого элемента *7* и роликов *2, 10 — 12* с гайкой *13*.

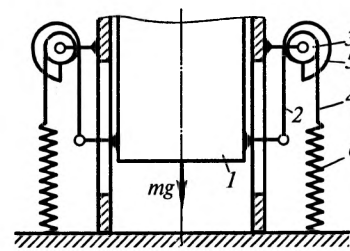
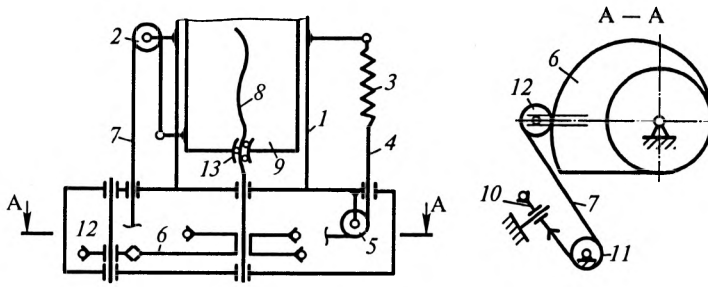


Рис. 12.19

Вращение винта *8* вызывает поступательное перемещение гайки *13* и уравнове-



Р и с. 12.20

шиваемого звена *9*, что приводит к повороту блок-кулачка *6* и изменению деформации пружины *3*.

Рассмотрим механизм подъема звена *2* массой *m*, выполненный на основе шарнирного параллелограмма (рис. 12.21).

Используя принцип возможных перемещений, можно записать

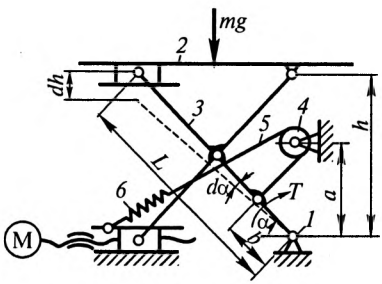
$$mqdh = Td\alpha, \tag{12.13}$$

где T — вращающий момент на валу *1*, Н · мм; h — перемещение звена *2*, мм.

Для определения перемещения звена используют формулу $h = L \sin \alpha$, где L — длина рычага *3* параллелограмма, мм; α — угол наклона звена *3* параллелограмма к горизонтали, град; $dh = L \cos \alpha d\alpha$ ($d\alpha$ — элементарное угловое перемещение звена *3* параллелограмма, град) — элементарное линейное перемещение звена *2*, мм.

После подстановки в (12.13) получим, что момент на валу *1* звена *3* параллелограмма изменяется по косинусоидальному закону: $T = mqL \cos \alpha$. Поэтому для уравновешивания звена *2* можно применить пружинную систему с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой, состоящую из блока *4* и троса *5*, закрепленного одним концом на звене *3*, а другим — через пружину *6* на стойке. В этом случае параметры пружины можно связать с параметрами механизма подъема.

Жесткость пружины: Н/мм, $c = mgL/ab$, где a — расстояние между валом *1* и осью блока *4*, мм; b — расстояние между валом *1* и точкой крепления троса *5* к звену *3* параллелограмма, мм.



Р и с. 12.21

Максимальная (минимальная) деформация пружины, мм:

$$\lambda_{\max(\min)} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\frac{h_{\min(\max)}}{L}},$$

где $h_{\min(\max)}$ — минимальное (максимальное) перемещение звена *2*, мм.

Если параллелограмм состоит из n секций, то в приведенной формуле нужно заменить L на nL.

12.9. Системы уравновешивания моментных статических нагрузок

Моментные статические нагрузки возникают только во вращательных степенях подвижности ИУ робота.

Рассмотрим ИУ робота, работающее в ангулярной (угловой) системе координат (рис. 12.22). Составим уравнение моментов относительно точки O:

$$M_O = m_1 g r_1 \cos\varphi_1 + m_2 g(\ell_1 \cos\varphi_1 + r_2 \cos\varphi_2) + m_P g(\ell_1 \cos\varphi_1 + \ell_2 \cos\varphi_2) =$$

$$= [m_1 g r_1 + (m_2 + m_P) g \ell_1] \cos\varphi_1 + (m_2 g r_2 + m_P g \ell_2) \cos\varphi_2 = T_{1\max} \cos\varphi_1 + T_{2\max} \cos\varphi_2,$$

где $T_{1\max}$ — максимальный момент на выходном валу привода звена *1* от всех внешних нагрузок, Н · мм; $T_{2\max}$ — максимальный момент на выходном валу привода звена *2* от внешних нагрузок, приложенных к этому звену, Н · мм; r_1 — расстояние от первой степени подвижности до центра S_1 массы звена *1*, мм; r_2 — расстояние от второй степени подвижности до центра S_2 массы звена *2*, мм; m_1, m_2 и m_P — масса звеньев *1*, *2* и рабочего органа соответственно, кг; φ_1 и φ_2 — углы поворота звеньев *1* и *2* относительно горизонтали соответственно, град.

Так как моменты на валах изменяются по косинусоидальному закону, то для уравновешивания моментных статических нагрузок можно применить пружинную систему уравновешивания с синусно-косинусной нагрузочной характеристикой (рис. 12.23), состоящую из двух уравновешивающих механизмов.

Первый уравновешивающий механизм предназначен для компенсации момента T_1 и состоит из троса *3*, прикрепленного к звену *1*, блока *4* и пружины *5*.

Жесткость пружины *5* равна $c_5 = T_{1\max}/a_1 b_1$.

Второй уравновешивающий механизм предназначен для компенсации момента T_2 и состоит из троса *6*, закрепленного на блоке *7*, который жестко соединен с валом *8* звена *2*, блоков *9* и *10* и пружины *11*.

Жесткость пружины *11* равна $c_{11} = T_{2\max}/a_2 b_2$.

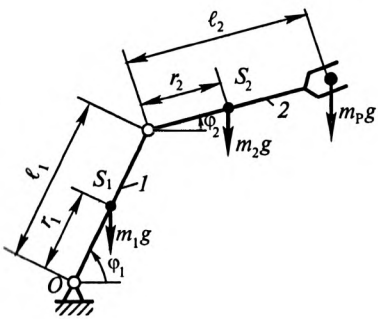


Рис. 12.22

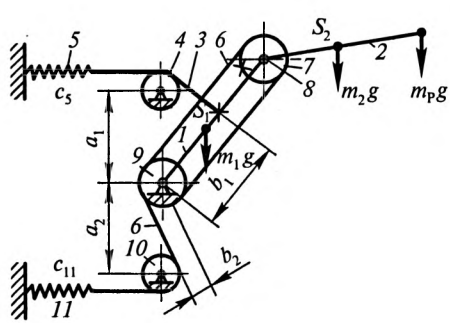


Рис. 12.23

12.10. Системы уравновешивания комбинированных статических нагрузок

Комбинированные статические нагрузки возникают при одновременном поступательном и вращательном движениях звена ИУ робота.

На рис. 12.24 изображено ИУ робота, включающее в себя: колонну *1*, уравновешенное звено *2* массой m_2, совершающее вращательное движение относительно точки *O*, уравновешиваемое звено *3* массой m_3, сосредоточенной в центре C_0 масс, вращающееся вместе со звеном *2* и совершающее поступательное движение.

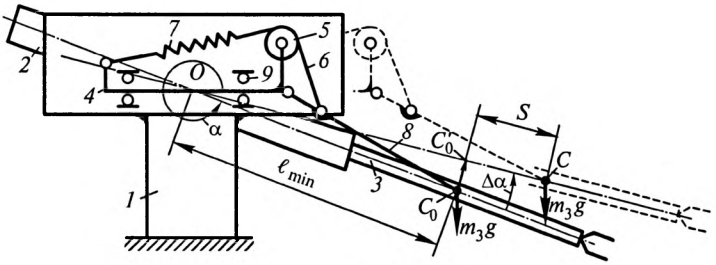


Рис. 12.24

Составим уравнение моментов относительно точки *O*: $T = m_3g(\ell_{min} + S)\cos(\alpha + \Delta\alpha)$, где ℓ_{min} — расстояние от центра *O* вращательной кинематической пары до центра C_0 массы звена *3* при его крайнем левом (втянутом) положении, мм; *S* — линейное перемещение звена *3*, мм; α — угол между продольной осью звена *3* и горизонталью, град; $\Delta\alpha$ — угол поворота звена *3*.

Так как момент изменяется по закону косинуса, то для уравновешивания подвижного звена *3* может быть использована пружинная система уравновешивания, включающая в себя: рамку *4*, на которой установлен ролик *5* для поддержания гибкого элемента *6*, соединенного одним концом с пружиной *7*, а вторым — с рычагом *8* длиной *r*, соединяющим рамку *4* и центр C_0 массы подвижного звена *3*. Рамка *4* может свободно перемещаться в направляющих роликах *9*.

Введение звена *8* позволяет в силовом отношении как бы исключить звено *3*. В этом случае уравновешивается звено *8*, нагруженное силой $G = m_3q$ (см. 12.7).

Эта система уравновешивания позволяет уравновесить звено *3* как при его повороте относительно оси *O* на угол $\Delta\alpha$, так и при линейном перемещении на *S*.

Жесткость пружины уравновешивающего механизма равна $c = m_3gr/ab$.

12.11. Системы уравновешивания переменных статических нагрузок

Системы уравновешивания переменных статических нагрузок — это системы уравновешивания статических нагрузок от постоянной массы звеньев ИУ робота и переменной массы объекта.

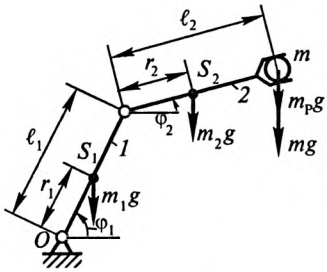


Рис. 12.25

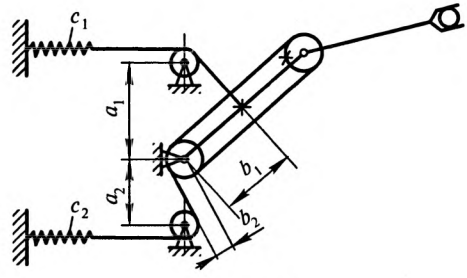


Рис. 12.26

Рассмотрим ИУ робота с объектом, масса m которого в процессе технологического цикла может изменяться (рис. 12.25).

Составим уравнение моментов относительно точки O при наличии массы объекта

$$M_O^* = m_1 g r_1 \cos\varphi_1 + m_2 g(\ell_1 \cos\varphi_1 + r_2 \cos\varphi_2) + (m_P + m) g(\ell_1 \cos\varphi_1 + \ell_2 \cos\varphi_2) =$$

$$= [m_1 g r_1 + (m_2 + m_P + m) g \ell_1] \cos\varphi_1 + [m_2 g r_2 + (m_P + m) g \ell_2] \cos\varphi_2 =$$

$$= T_{1\max}^* \cos\varphi_1 + T_{2\max}^* \cos\varphi_2.$$

Момент изменяется по косинусоидальному закону. Поэтому для уравновешивания ИУ робота с объектом может быть использована пружинная система уравновешивания (рис. 12.26).

Если масса объекта равна нулю, то уравнение моментов относительно точки O можно записать в виде (см. рис. 12.23) $M_O = T_{1\max} \cos\varphi_1 + T_{2\max} \cos\varphi_2$.

Обозначим $K_1 = T_{1\max}^* / T_{1\max}$ и $K_2 = T_{2\max}^* / T_{2\max}$. Здесь K_1 и K_2 — переменные величины, зависящие от массы объекта. Отсюда $T_{1\max}^* = K_1 T_{1\max}$ и $T_{2\max}^* = K_2 T_{2\max}$.

Для уравновешивания ИУ с объектом необходимо выбрать уравновешивающие моменты $T_{1У}$ и $T_{2У}$:

$$T_{1У}^* = T_{1\max}^* = K_1 T_{1\max};\ T_{2У}^* = T_{2\max}^* = K_2 T_{2\max},\ \text{где}\ T_{1\max} = c_1 a_1 b_1,$$

$$T_{2\max} = c_2 a_2 b_2,$$

где c_1 и c_2 — жесткости пружин первого и второго уравновешивающих устройств; a_1, a_2, b_1, b_2 — геометрические параметры первого и второго уравновешивающих механизмов.

Тогда уравновешивающие моменты будут равны:

$$T_{1У}^* = K_1 c_1 a_1 b_1;\ T_{2У}^* = K_2 c_2 a_2 b_2.$$

Эти выражения можно представить в виде:

$$T_{1У}^* = c_1 a_1 b_1^*;\quad T_{2У}^* = c_2 a_2 b_2^*,$$

где $b_1^* = K_1 b_1$; $b_2^* = K_2 b_2$.

В этом случае для уравновешивания ИУ робота с переменной массой объекта m необходимо изменять параметры b_1 и b_2 в зависимости от изменения массы m.

Если обозначить $a_1^* = K_1 a_1$ и $a_2^* = K_2 a_2$, то уравновешивающие моменты получим в виде $T_{1У}^* = c_1 a_1^* b_1$; $T_{2У}^* = c_2 a_2^* b_2$. И уравновешивание осуществляется изменением параметров a_1 и a_2 в зависимости от изменения массы объекта m.

Можно обозначить $c_1^* = K_1 c_1$; $c_2^* = K_2 c_2$. Тогда $T_{1У}^* = c_1^* a_1 b_1$; $T_{2У}^* = c_2^* a_2 b_2$.

Для уравновешивания необходимо выбрать пружины, жесткости c_1 и c_2 которых изменяются в зависимости от изменения массы объекта.

Следовательно, для компенсации переменных статических нагрузок от массы объекта необходимо создавать самонастраивающиеся системы уравновешивания. Но они являются дорогостоящими и сложными. Поэтому использование таких систем не всегда экономически целесообразно.

Можно частично компенсировать переменные статические нагрузки от массы объекта без использования самонастраивающихся систем. Для этого обычную систему уравновешивания статических нагрузок ИУ робота настраивают с учетом постоянной оптимальной массы объекта $m_{опт}$, т.е. вместо переменной массы объекта m в расчет вводят оптимальную массу $m_{опт}$.

Значение оптимальной массы объекта находят из условия $m_{опт} = K_{опт} m_{max}$, где m_{max} — максимальная масса объекта; $K_{опт} = 0{,}5...1{,}0$ — оптимальный коэффициент перекомпенсации.

Введение в пружинную систему уравновешивания перекомпенсации приводит к снижению мощности двигателя, необходимой для преодоления максимальной нагрузки от массы объекта, примерно в 2 раза.

ГЛАВА 13

НАПРАВЛЯЮЩИЕ

Направляющими называют устройства, обеспечивающие заданное относительное движение элементов механизма. В роботах в основном применяют направляющие для поступательного движения.

Направляющие для поступательного движения используют тогда, когда необходимо осуществить перемещение одной детали относительно другой с заданной точностью. К направляющим предъявляют следующие требования: обеспечение плавности перемещения, незначительность силы трения, большой ресурс работы, износостойкость, способность к перемещению при резких перепадах температуры.

В зависимости от вида трения различают *направляющие с трением скольжения и качения.* Выбор типа направляющих и конструктивных схем зависит от их назначения, а также от требований к точности направления перемещения, допускаемой нагрузки, значений сил трения, стоимости изготовления.

Направляющие с трением скольжения и качения по характеру (виду) воспринимаемой нагрузки подразделяют на *открытые* и *закрытые.* К открытым относят направляющие, у которых для замыкания силовой цепи используют дополнительные прижимные усилия (масса подвижной детали, усилие плоской или спиральной пружины, мембраны). Закрытыми являются направляющие, у которых замыкание силовой цепи происходит с использованием конструктивных факторов.

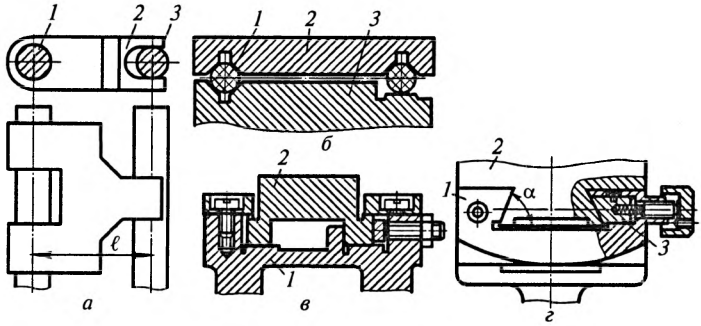
Направляющие в зависимости от формы исполнения рабочих поверхностей делят на *цилиндрические, призматические,* Н-, П-, Т-*образные,* в том числе призматические направляющие типа *«ласточкин хвост»*.

13.1. Направляющие с трением скольжения

По конструктивному исполнению направляющие с трением скольжения проще направляющих с трением качения и меньше их по габаритным размерам. При соответствующем выборе материалов они испытывают незначительное влияние температурных перепадов. Основной их недостаток — относительно большие потери на трение.

Направляющие с трением скольжения изготовляют из стали 40, 50, У8А, чугуна СЧ12-28, СЧ15-32, бронзы БрОС10-2, БрОФ10-1, БрОЦС, латуни. Предпочтительны следующие сочетания материалов: сталь—бронза, сталь — латунь, сталь—чугун. Если робот работает при резких перепадах температуры, то для сопряжения деталей направляющих рекомендуют выбирать материалы с близкими значениями коэффициента линейного расширения.

Конструктивная схема призматической открытой направляющей с трением скольжения приведена на рис. 13.1, *б*, где по цилиндрическим направляющим *1*, закрепленным на неподвижном основании *3*, перемещается каретка *2* с призматическими рабочими поверхностями.



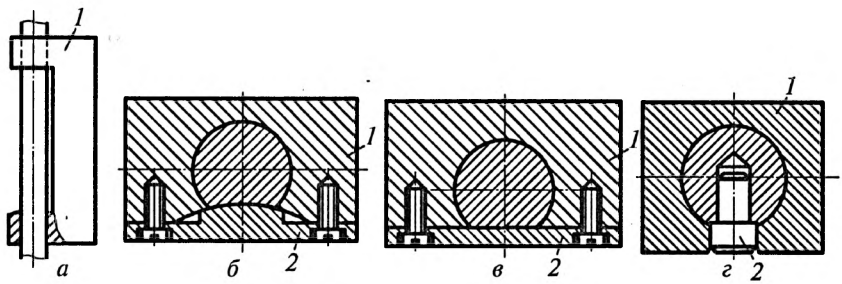
Р и с. 13.1

Схемы тех же направляющих закрытого типа приведены на рис. 13.1, *а*, *в*, *г* и рис. 13.2, *а*—*г*. На схеме (рис. 13.1, *а*) по цилиндрическим направляющим *1* и *3* перемещается ползун *2* с цилиндрической и плоской рабочими поверхностями; по прямоугольным призматическим направляющим *1* (рис. 13.1, *в*) перемещается П-образная призма *2*; по призматическим направляющим *1* типа «ласточкин хвост» с углом профиля α (обычно $\alpha = 30^{\circ}$) перемещается призма *2*. Для призматических направляющих типа «ласточкин хвост» требуется тщательная сборка и регулировка, так как при незначительном перекосе деталей возможно заедание направляющих.

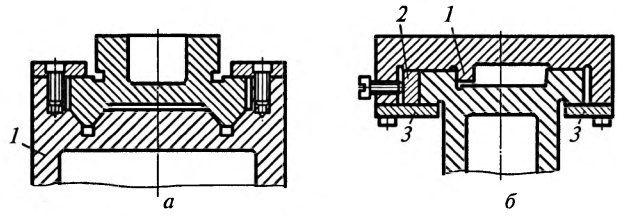
Цилиндрические направляющие *1* изготавливают без устройства от осевого проворачивания (рис. 13.2, *а*) и с устройством в виде планки *2* (рис. 13.2, *б*, *в*) или штифта *2* с головкой, входящей в паз корпуса (рис. 13.2, *г*).

В призматических направляющих применяют призмы *1* с трапециевидным (см. рис. 13.3, *а*), прямоугольным или треугольным сечением. Регулировку зазоров в направляющих проводят с помощью планок или «сухариков». На схеме (рис. 13.3, *б*) сдвиг направляющих в боковом направлении устраняют с помощью выступа *1* и планки *2*, а вертикальное перемещение — с помощью двух планок *3*. В направляющих, изображенных на рис. 13.1, *г*, регулировку зазора проводят с помощью «сухариков» *3*.

Для проверки правильности выбора посадки и класса точности сопрягаемых деталей направляющих проводят проверочный расчет по формуле



Р и с. 13.2



Р и с. 13.3

$$\Delta = D_1[1 \pm \alpha_1(t - t_0)] - D_2[1 \pm \alpha_2(t - t_0)], \qquad (13.1)$$

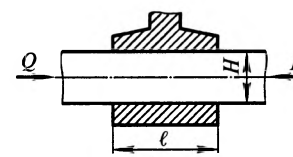
где Δ — минимальный зазор при данной температуре, мм; D_1 — наименьший при данном допуске диаметр (или линейный размер) охватывающей детали, мм; D_2 — наибольший при данном допуске диаметр (или линейный размер) охватываемой детали, мм; t_0 и t — соответственно начальная и конечная температура направляющих, град; α_1 и α_2 — коэффициенты линейного расширения материалов сопрягаемых деталей.

Коэффициенты линейного расширения $\alpha \cdot 10^6$:

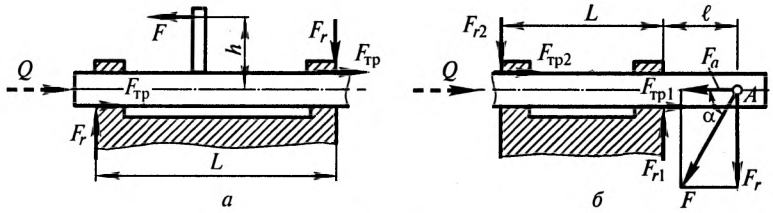
Сталь:	
незакаленная	11,5...12,0
закаленная	11,5...12,0
легированная	20,0
Хром	9,0
Чугун	10,4
Бронза	17,0...18,0
Латунь	18,5...19,8
Медь	17,0
Серебро	19,0...19,7
Оргстекло	13,0

Знак плюс в формуле (13.1) берут в том случае, когда $t > t_0$, а знак минус — при $t < t_0$. Посадка считается допустимой, если $\Delta \geqslant 0$. В случае заклинивания ($\Delta t < 0$)) следует назначить более свободную посадку или применять материалы, имеющие одинаковые или мало различающиеся между собой коэффициенты линейного расширения. В отдельных случаях можно уменьшить ширину или диаметр направляющих, но при этом должны соблюдаться требования жесткости и износостойкости конструкции.

Для предупреждения возможности заклинивания и уменьшения потерь на трение в направляющей необходимо, чтобы равнодействующая всех сил сопротивления (кроме сил трения) Q и движущая сила F (рис. 13.4) действова-



Р и с. 13.4



Р и с. 13.5

ли по линии направления перемещения в плоскости направляющих и длина ℓ направляющей превышала ширину H ползуна, т.е. $\ell = (2...3)H$.

При конструировании направляющих возможно появление перекоса, который зависит от длины L между направляющими и плеча h приложения движущей силы F и ее направления, что приводит к заклиниванию (рис. 13.5, *а*). Если F приложена к ползуну на плече h параллельно направлению перемещения, то она создает момент $M = Fh$, уравновешиваемый моментом пары сил, образованных реакциями F_r в опорах.

Уравнение равновесия ползуна имеет вид $Fh = F_r L$.

Откуда реакции в опорах равны $F_r = Fh/L$.

Полная сила трения $F_{тр}^{п} = 2F_{тр} = 2F_r f = 2Fhf / L$, где $F_{тр}$ — сила трения в одной направляющей; f — коэффициент трения скольжения.

Заклинивания не будет при условии $F_{тр}^{п} \leqslant F$, т.е.

$$\frac{hf}{L} \leq \frac{1}{2}. \qquad (13.2)$$

Для обеспечения плавности хода, малого износа рабочих поверхностей и отсутствия заклинивания необходимо выполнять следующие рекомендации:

для плоских направляющих прямоугольной формы $\frac{hf}{L} < 0{,}25$;

для направляющих типа «ласточкин хвост» при угле α профиля $\frac{hf}{L\sin\alpha} < 0{,}25$;

для направляющих цилиндрической формы $\frac{hf}{L} < 0{,}20$.

Движущую силу находим из условия $F \geq Q + F_{тр}^{п} = Q + 2Fhf / L$. Откуда $F \geq \frac{Q}{1 - 2hf / L}$, где Q — сила полезного сопротивления.

При приложении силы F под углом α к направлению перемещения (рис. 13.5, *б*) реактивные силы найдем из уравнений статики:

$$F_{r1} = F(L + \ell)\sin\alpha / L; \quad F_{r2} = F\ell\sin\alpha / L.$$

Полная сила трения $F_{тр}^{п} = F_{тр1} + F_{тр2} = (F_{r1} + F_{r2})f$.

Заклинивание будет отсутствовать при условии $F_{тр}^{п} \le F\cos\alpha$, т.е. $\frac{F\sin\alpha}{L} f(L+2\ell) \le F\cos\alpha$.

Откуда

$$\operatorname{tg}\alpha \le \frac{L}{(L+2\ell)f}. \tag{13.3}$$

Окончательно условие отсутствия силового заклинивания направляющих получим в виде

$$\frac{\ell}{L} \le \frac{1-f\operatorname{tg}\alpha}{2f\operatorname{tg}\alpha}. \tag{13.4}$$

Из условий отсутствия заклинивания следует, что для уменьшения длины направляющей L необходимо коэффициент трения скольжения f уменьшить. Этого можно достичь подбором материалов пары и соответствующей обработкой трущихся поверхностей.

Движущую силу находим из условия отсутствия заклинивания

$$F \ge \frac{Q}{\cos\alpha - \dfrac{(L+2\ell)f\sin\alpha}{L}}. \tag{13.5}$$

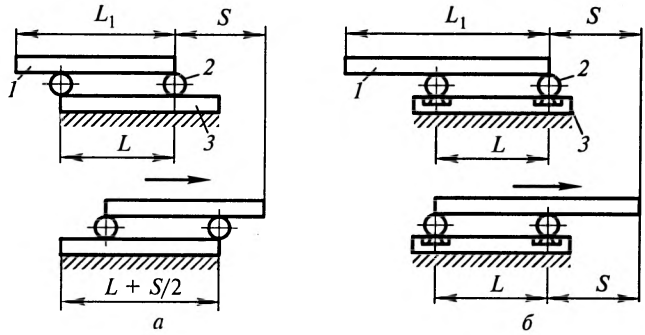
Рабочие поверхности направляющих проверяют на ограничение давления: $p = \frac{F_r}{A} \le [p]$, где F_r — нормальная сила в точке соприкосновения трущихся поверхностей, Н; A — площадь соприкосновения, мм^2; $[p]$ — допускаемое давление (при скоростях относительного перемещения до 1 м/с $[p]$ = 3...4 МПа).

13.2. Направляющие с трением качения

Направляющие с трением качения применяют в тех случаях, когда требуется обеспечить легкость и плавность движения. По сравнению с направляющими трения скольжения эти направляющие имеют меньшие потери на трение, долговечны, малочувствительны к перепадам температуры.

Направляющие с трением качения изготовляют из закаленных сталей ШХ15, 40Х, У8А, У10А, ХВГ, 38ХМЮА.

Направляющие с трением качения по форме тел качения делят на *шариковые* и *роликовые*. В качестве промежуточных элементов качения в шариковых направляющих используют шарики, в роликовых — цилиндрические и конические ролики, которые помещают между подвижной и неподвижной деталями направляющих. Для удержания шариков или роликов на определенном расстоянии друг от друга применяют сепараторы, изготовленные из латуни или текстолита. Иногда применяют стандартные шариковые или ро-



Р и с. 13.6

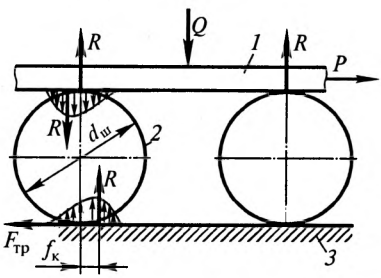
ликовые подшипники. В зависимости от способа установки шариков или роликов различают направляющие с перекатывающимися и вращающимися вокруг своих осей шариками. В направляющих с перекатывающимися шариками (рис. 13.6, *а*) при перемещении каретки *1* шарики *2* перекатываются по основанию *3* и оси тел качения перемещаются как относительно каретки, так и относительно основания. В направляющих с вращающимися шариками тела качения *2* закреплены на осях и при перемещении каретки *1* вращаются в своих гнездах, а оси тел остаются неподвижными относительно каретки и основания *3* (рис. 13.6, *б*).

Анализ направляющих с перекатывающимися и вращающимися шариками показывает, что теоретическая длина каретки L_1 в случае применения:

перекатывающихся шариков $L_1 = L + S/2$, где L — расстояние между центрами шариков; S — ход каретки;

вращающихся шариков $L_1 = L + S$.

Следовательно, при проектировании роботов с большими перемещениями подвижных звеньев более целесообразна конструкция, в которой тела качения перемещаются вместе с подвижной кареткой, что позволяет уменьшить ее длину. В то же время при установке шариков во вращающихся гнездах исключается влияние погрешности формы поверхности основания. Поэтому такие направляющие при прочих равных условиях обеспечивают более высокую точность перемещения каретки.



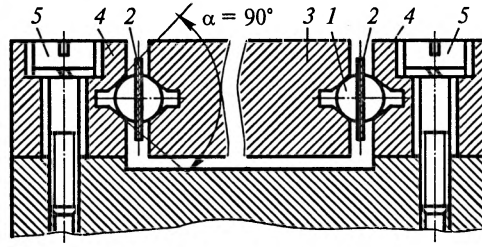
Р и с. 13.7

Для определения сопротивления движению каретки *1* выясним, каким коэффициентом трения покоя должны обладать шарик *2* и направляющая *3* для того, чтобы между ними не было проскальзывания.

Условие равновесия шарика (рис. 13.7):

$$F_{тр} d_ш = R \cdot 2 f_к.$$

Так как сила трения $F_{тр} = f_0 R$ и отсутствие скольжения должно быть гаранти-



Р и с. 13.8

ровано, то наибольший коэффициент трения покоя в момент перехода к скольжению равен:

$$f_0 > \frac{2f_к}{d_ш}, \tag{13.6}$$

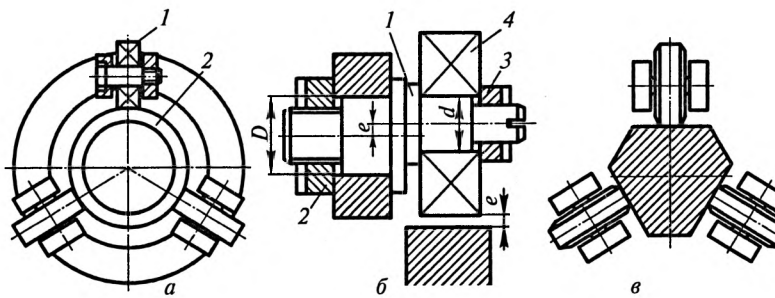
где $f_к$ — коэффициент трения качения.

Для направляющих с трением качения отсутствие заклинивания определяют по тем же формулам, что и для направляющих с трением скольжения, только вместо коэффициента трения скольжения f в формулы подставляют коэффициент трения качения $f_к$.

Существенными факторами, оказывающими отрицательное влияние на работу направляющих с трением качения, являются зазоры между сопряженными через тела качения поверхностями каретки и основания. В открытых направляющих зазоры выбираются автоматически, а в закрытых требуется их регулировка.

На рис. 13.8 приведена конструктивная схема закрытой шариковой направляющей с сепараторами *2*, в которой регулировку зазора между шариками *1* и кареткой *3* проводят при помощи перемещения одной или двух планок *4* с последующим их закреплением винтами *5*.

В роликовых направляющих основной деталью является ролик, который может перекатываться по цилиндрической или плоской поверхности. В качестве роликов иногда используют стандартные радиальные подшипники. В роликовых направляющих (рис. 13.9, *а*) ролики *1* перекатываются по цилиндрической поверхности *2*.



Р и с. 13.9

Для обеспечения контакта всех роликов с направляющими должна быть предусмотрена специальная регулировка, один из вариантов которой показан на рис. 13.9, *б*. Ролик *4* укрепляют на оси *1* с эксцентриситетом $e = 0{,}2...0{,}5$ мм. Окончательно гайки *2* и *3* закрепляют после регулирования положения ролика.

Для направляющих (рис. 13.9, *в*) ролики с эксцентричными осями необязательны, так как каждый ролик удерживается в отдельной державке. Регулирование осуществляют за счет перемещения державок в пределах зазоров в проходных отверстиях под крепежные винты.

В последнее время применяют более экономичные шариковые направляющие линейного перемещения, которые уменьшают габаритные размеры конструкции, массу и общую стоимость робота.

13.3. Шариковые LM-направляющие

На рис. 13.10 представлены шариковые LM-направляющие фирмы «THK» (Япония), предназначенные для обеспечения прямолинейного перемещения.

LM-направляющая типа HSR (рис. 13.11) представляет собой систему, состоящую из LM-рельса *1* и LM-блока *2*, между которыми расположены шарики *3*, находящиеся в сепараторе *4*, концевой плиты *5*, концевого уплотнения *6*, ниппеля *7*для подачи консистентной смазки и бокового уплотнителя *8*. Четыре ряда шариков, расположенные под углом 45° к поверхностям качения LM-рельса и LM-блока, могут воспринимать нагрузку сверху, снизу, справа, слева. Радиусы кривизны поверхностей качения $r_к$ составляют 52...53 % от диаметра шарика $d_ш$, т.е. $r_к = (0{,}52...0{,}53)d_ш$.

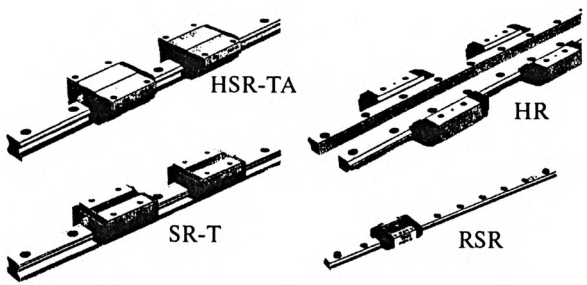


Рис. 13.10

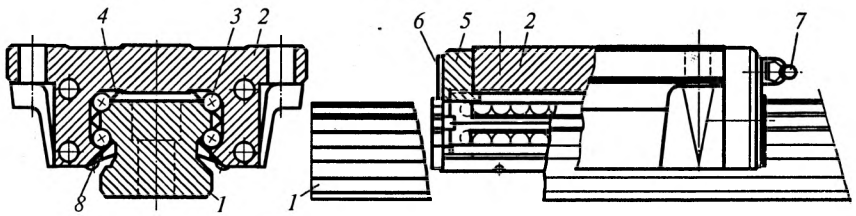
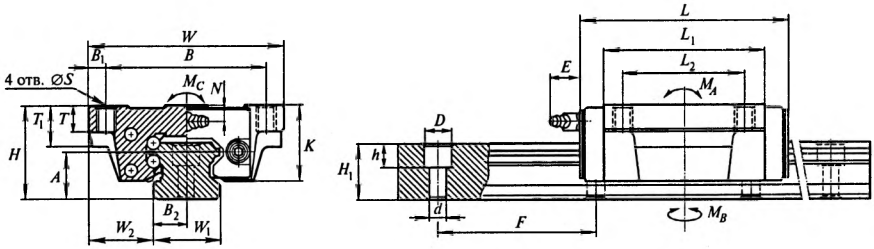


Рис. 13.11

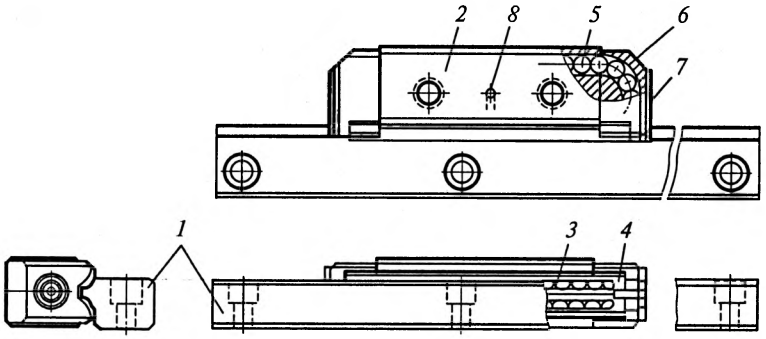
Геометрические параметры LM-направляющих типа HSR приведены в табл. 13.1.

Таблица 13.1. **Геометрические параметры LM-направляющих типа HSR, мм**



Тип	LM-блок														
	W	B	B_1	L	L_2	H	S	A	T	T_1	K	L_1	N	E	Масса m, кг
HSR 15TA	47	38	4,5	53,5	30	24	M5	12,2	7	11	19,4	40,5	4,5	5,5	0,2
HSR 20TA	63	53	5	70	40	30	M6	14,5	10	10	25	50	5	12	0,35
HSR 25TA	70	57	6,5	79	45	36	M8	18	10	16	29,5	59	6	12	0,59
HSR 30TA	90	72	9	94	52	42	M10	21	10	18	35	72	7	12	1,1
HSR 35TA	100	82	9	105	62	48	M10	24	13	21	40	81,3	8	12	1,6
HSR 45TAX	120	100	10	139	80	60	M12	30	14	25	50	98	10	16	2,8
HSR 55TAX	140	116	12	163	95	70	M14	36	15	29	57	118	11	16	4,5
HSR 65TAX	170	142	14	186	110	90	M16	43	23	37	76	147	19	16	8,5
HSR 85TA	215	185	15	247	140	110	M20	51	30	55	94	179	23	16	17

Тип	LM-рельс													
	W_1	W_2	B_2	H_1	d	D	h	F	Основная нагрузка, Н		Допустимый статический момент, Н · м			Масса 1 погонного метра m, кг/м
									динамическая C	статическая C_0	M_A	M_B	M_C	
HSR 15TA	15	16	7,5	15	4,5	7,5	5,3	60	7600	11 500	60	60	84	1,5
HSR 20TA	20	21,5	10	18	6	9,5	8,5	60	12 300	17 900	117	117	174	2,3
HSR 25TA	23	23,5	11,5	22	7	11	9	60	17 700	25 800	202	202	294	3,3
HSR 30TA	28	31	14	26	9	14	12	80	25 000	35 100	322	322	484	4,8
HSR 35TA	34	33	17	29	9	14	12	80	33 200	45 800	481	481	770	6,6
HSR 45TAX	45	37,5	22,5	38	14	20	17	105	53 500	71 700	938	938	1568	11,0
HSR 55TAX	53	43,5	26,5	44	16	23	20	120	78 900	103 000	1622	1622	2723	15,1
HSR 65TAX	63	53,5	31,5	53	18	26	22	150	126 000	161 000	3167	3167	4976	22,5
HSR 85TA	85	65	42,5	65	24	35	28	180	187 000	232 000	7621	7621	9428	35,2

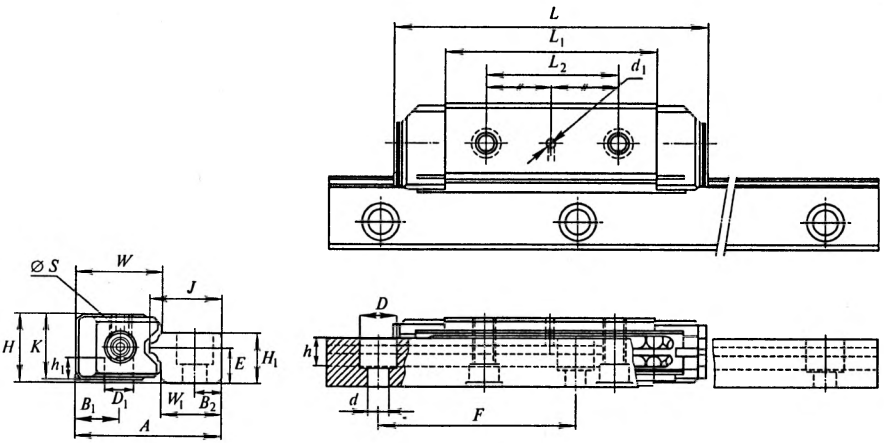


Р и с. 13.12

LM-направляющая типа HR (рис. 13.12) состоит из LM-рельса *1*, LM-блока *2*, между которыми расположены два ряда осуществляющих циркулирующее перемещение шариков *3*, находящихся в сепараторе *4*, вступающих в контакт с поверхностями качения под углом 45° и воспринимающих нагрузку сверху, снизу, справа и слева, возвратного канала *5*, концевой плиты *6*, уплотнения *7* и отверстия *8* для смазки.

Геометрические параметры LM-направляющих типа HR приведены в табл. 13.2.

Т а б л и ц а 13.2. **Геометрические параметры LM-направляющих типа HR, мм**



Тип	LM-блок												
	H	*A*	*L*	L_1	L_2	B_1	*K*	*W*	D_1	h_1	*S*	d_1	Масса *m*, кг
HR 918	8,5	18	45	25	15	5,5	8	11	—	—	M3	1,5	0,01
HR 1123	11	23	52	30	15	7	10	13,2	5	3	M3	2	0,03
HR 1530	15	30	69	40	20	10	14	18,7	6,5	3,5	M4	2	0,08
HR 2042	20	42	92	56,6	35	13	19	25,5	10	5,5	M6	3	0,13
HR 2555	25	55	121,5	80	45	16	24	32	11	7	M8	3	0,43

Тип	LM-блок												
	H	A	L	L_1	L_2	B_1	K	W	D_1	h_1	S	d_1	Масса m, кг
HR 3065	30	65	145	90	50	19	29	39	14	9	M10	4	0,7
HR 3575	35	75	155	103,8	60	21,5	34	43,5	18	12	M12	4	1,05
HR 4085	40	85	178	120,8	70	24	38	49	20	13	M14	4	1,53
HR 50105	50	105	227	150	85	30	48	62	23	15,5	M16	5	3,06
HR 60125	60	125	329	236	160	35	58	72	26	18	M20	5	7,50

Тип	LM-рельс											
	W_1	H_1	B_2	E	d	D	h	J	F	Основная нагрузка, Н		Масса 1 погонного метра m, кг/м
										динамическая C	статическая C_0	
HR 918	6,7	6,5	3,5	4,5	3	5,5	3	8,7	25	1400	2300	0,3
HR 1123	9,5	8	5	6	3,5	6	4,5	11,6	40	2100	3200	0,5
HR 1530	10,7	11	6	8	3,5	6	4,5	13,5	60	3800	5800	1,0
HR 2042	15,6	14,5	8	10,5	6	9,5	8,5	19,5	60	8900	12 900	1,8
HR 2555	22	18	10	13	9	14	12	27	80	16 600	22 900	3,2
HR 3065	25	22,5	12	15,5	9	14	12	31,5	80	21 600	29 000	4,6
HR 3575	30,5	26	14,5	18	11	17,5	14	37	105	26 700	35 800	6,4
HR 4085	35	29	16	21	14	20	17	42,5	120	39 500	51 600	8,0
HR 50105	42	37	20	26	18	26	22	51,5	150	63 000	80 500	12,1
HR 60125	51	45	25	31	22	32	25	65	180	126 000	155 000	19,3

LM-направляющая типа SR (рис. 13.13) состоит из LM-рельса *1*, LM-блока *2*, между которыми размещены четыре ряда осуществляющих циркулирующее перемещение шариков *3*, расположенных в сепараторе *4*, вступающих в контакт с поверхностями качения LM-рельса под углом 30° и LM-блока под углом 90° и воспринимающих нагрузку сверху, снизу, справа, слева, концевой плиты *5*, концевого уплотнения *6*, бокового уплотнителя *7* и ниппеля *8* для запрессовки консистентной смазки.

Геометрические параметры LM-направляющих типа SR приведены в табл. 13.3.

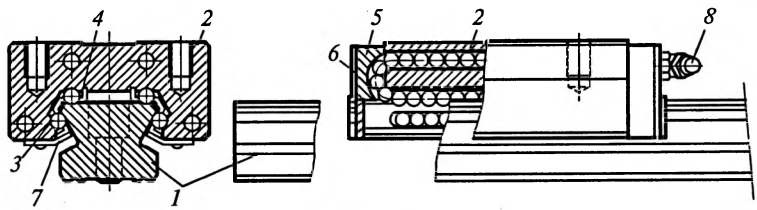
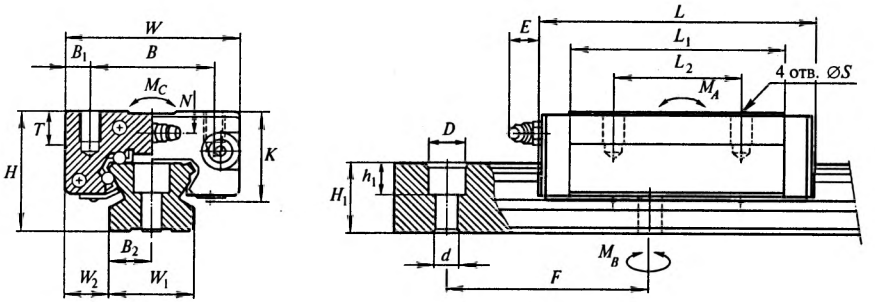


Рис. 13.13

Таблица 13.3. **Геометрические параметры LM-направляющих типа SR, мм**



Тип	LM-блок												
	W	B	B_1	L	L_1	L_2	H	S	T	K	N	E	Масса m, кг
SR 15T	34	26	4	55	42,3	26	24	M4	6	19	6	5,5	0,18
SR 20T	42	32	5	64	48,5	32	28	M5	7,5	22,5	6	12	0,3
SR 25T	48	35	6,5	80	60,4	35	33	M6	8	25	7	12	0,4
SR 30T	60	40	10	95	72,7	40	42	M8	9	31,4	8	12	0,8
SR 35T	70	50	10	109	84,8	50	48	M8	13	36	8,5	12	1,2
SR 45T	86	60	13	125	96,5	60	60	M10	15	46,7	11,5	16	2,2
SR 55T	100	75	12,5	155	120,7	75	68	M12	17	53,7	12	16	3,6
SR 70T	126	90	18	195	147,6	90	85	M16	25	70	12	16	7,0

Тип	LM-рельс													
	W_1	W_2	B_2	H_1	d	D	h	F	Основная нагрузка, Н		Допустимый статический момент, Н · м			Масса 1 погонного метра m, кг/м
									динамическая C	статическая C_0	M_A	M_B	M_C	
SR 15T	15	9,5	7,5	12,5	3,5	6	4,5	60	8500	14 500	38	32	50	1,2
SR 20T	20	11	10	15,5	6	9,5	8,5	60	11 200	18 900	64	55	72	2,1
SR 25T	23	12,5	11,5	18	6	9,5	8,5	60	18 100	29 600	109	95	159	2,7
SR 30T	28	16	14	23	7	11	9	80	26 700	42 600	189	163	272	4,3
SR 35T	34	18	17	27,5	9	14	12	80	37 100	57 900	300	260	447	6,4
SR 45T	45	20,5	22,5	35,5	11	17,5	14	105	49 300	75 600	447	387	785	11,3
SR 55T	48	26	24	38	14	20	17	120	79 400	118 000	874	757	1278	12,8
SR 70T	70	28	35	47	18	26	22	150	139 000	199 000	1950	1689	3109	22,8

LM-направляющая типа RSR (рис. 13.14) представляет собой систему, состоящую из LM-рельса *1* и LM-блока *2*, между которыми расположены два ряда осуществляющих циркулирующее перемещение шариков *3*, концевого уплотнения *4*, резинового уплотнителя *5* и стопора *6*, препятствующего снятию LM-блока.

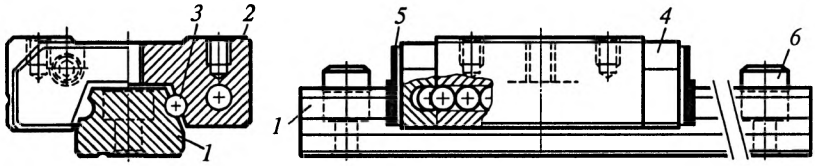
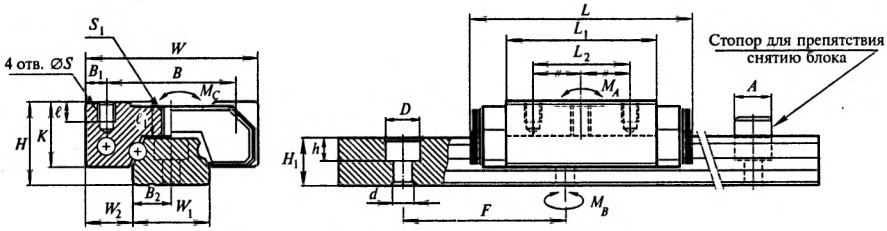


Рис. 13.14

Геометрические параметры LM-направляющих типа RSR приведены в табл. 13.4.

Таблица 13.4. **Геометрические параметры LM-направляющих типа RSR, мм**



Тип	LM-блок												
	W	B	B_1	L	L_1	L_2	H	S	ℓ	K	S_1	ℓ_1	Масса m, кг
RSR 7	17	12	2,5	23,5	13,4	8	8	M2	2,5	6,5	—	—	0,010
RSR 9	20	15	2,5	30	18	13	10	M2	2,5	7,8	M3	4,2	0,018
RSR 12	27	20	3,5	34	23	15	13	M2,6	3	10	M3	5,2	0,037
RSR 15	32	25	3,5	42	29	20	16	M3	4	12	M4	6,2	0,069
RSR 20	46	38	4	62	46	38	25	M4	6	17,5	M6	9,2	0,245

Тип	LM-рельс													
	W_1	W_2	B_2	H_1	d	D	h	F	A	Основная нагрузка, Н		Допустимый статический момент, Н · м			Масса 1 погонного метра m, кг/м
										динамическая C	статическая C_0	M_A	M_B	M_C	
RSR 7	7	5	3,5	4,7	2,4	4,2	2,3	15	4,2	500	600	1,1	1,1	1,8	0,23
RSR 9	9	5,5	4,5	5,5	2,6	4,5	3	20	4,5	800	1000	1,6	1,7	2,8	0,32
RSR 12	12	7,5	6	7,5	3	5,5	3,5	25	5,5	1900	2500	5	5,4	9,0	0,58
RSR 15	15	8,5	7,5	9,5	3,5	6	4,5	40	6	2900	4100	10,4	11,2	18,9	0,92
RSR 20	20	13	10	15	6	9,5	8,5	60	9,5	6200	10 000	38	41,4	59,2	1,95

13.4. Шарикосплайновые направляющие

Шарикосплайновые направляющие (рис. 13.15) фирмы «THK» (Япония) предназначены для обеспечения прямолинейного перемещения. Они состоят из шлицевого вала (сплайнвала) и шариковой гайки (сплайнгайки). Рассмотрим устройство некоторых шарикосплайновых направляющих.

Конструкция шарикосплайновой направляющей типа LBS представлена на рис. 13.16. Шарикосплайновая направляющая типа LBF в отличие от LBS имеет корпус с фланцем. Они состоят из сплайнвала *1* и сплайнгайки *2* с шпоночной канавкой *3* в направляющей типа LBS и фланцем в направляющей типа LBF, между которыми в сепараторе *4* расположены шесть рядов воспринимающих нагрузку шариков *5* и шесть рядов шариков возврата *6*, находящихся в сплайнгайке, резинового уплотнителя *7* и отверстия *8* для смазки.

Геометрические параметры шарикосплайновых направляющих типа LBS и LBF и приведены в табл. 13.5 и 13.6.

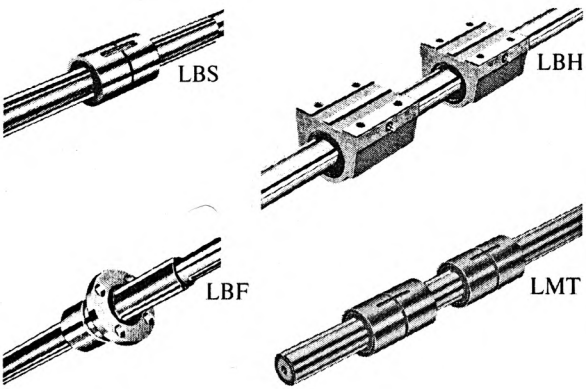


Рис. 13.15

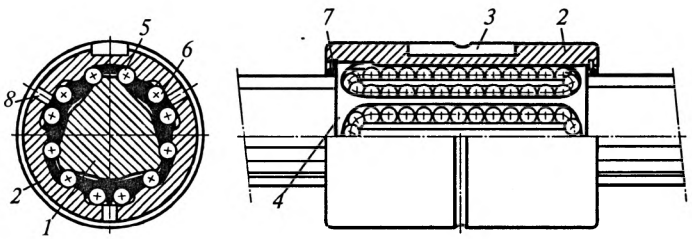
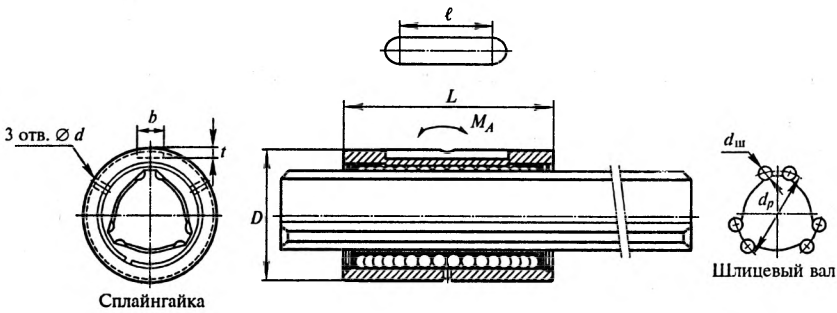


Рис. 13.16

Таблица 13.5. **Геометрические параметры шарикосплайновых направляющих типа LBS, мм**



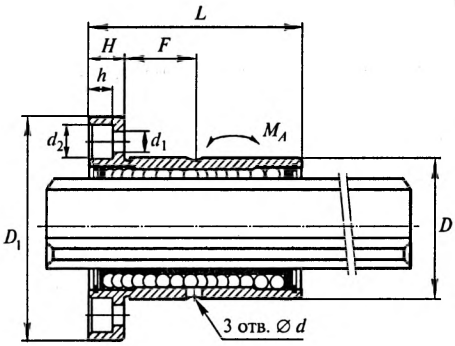
Тип	Параметры							
	d_p	$d_ш$	D	L	b	t	ℓ	d
LBS15	15	2,381	23	40	3,5	2	16,5	2
LBS20	20	3,175	30	50	4	2,5	22	3
LBS25	25	3,969	37	60	5	3	28	3
LBS30	30	4,763	45	70	7	4	34	3
LBS40	40	6,350	60	90	10	4,5	45	4
LBS50	50	7,938	75	100	15	5	45	4
LBS70	70	11,112	100	110	18	6	50	4
LBS85	85	11,906	120	140	20	7	60	5
LBS100	100	14,288	140	160	28	9	65	5

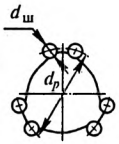
Основной крутящий момент, Н · м		Основная радиальная нагрузка, Н		Статический допустимый момент, Н · м	Масса	
					сплайнгайки, кг	сплайнвала 1 м, кг/м
динамический $C_т$	статический $C_{0т}$	динамическая C	статическая C_0	M_A	m_1	m_2
27	45	3900	5100	224	0,06	1,0
66	96	7000	9000	266	0,14	1,8
137	188	11 600	14 400	474	0,25	2,7
243	324	17 200	20 400	780	0,44	3,8
534	684	28 400	32 200	1775	1,0	6,8
976	1170	41 500	44 000	2261	1,7	10,6
1944	2293	59 100	61 600	4467	3,1	21,3
3223	3834	80 600	85 000	7678	5,5	32,0
5268	7600	112 000	143 000	10 345	9,5	45,0

Таблица 13.6. **Геометрические параметры шарикосплайновых направляющих типа LBF, мм**



Сплайнгайка





Шлицевый вал

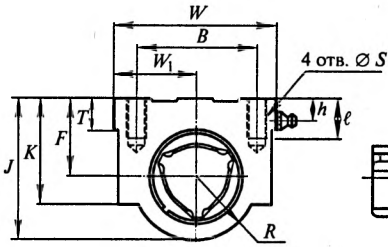
Тип	Параметры											
	d_p	$d_ш$	D	L	D_1	H	F	d	D_2	d_1	d_2	h
LBF 15	15	2,381	23	40	43	7	13	2	32	4,5	8	4,4
LBF 20	20	3,175	30	50	49	7	18	3	38	4,5	8	4,4
LBF 25	25	3,969	37	60	60	9	21	3	47	5,5	9,5	5,4
LBF 30	30	4,763	45	70	70	10	25	3	54	6,6	11	6,5
LBF 40	40	6,350	57	90	90	14	31	4	70	9	14	8,6
LBF 50	50	7,938	70	100	108	16	34	4	86	11	17,5	11
LBF 60	60	9,525	85	127	124	18	45,5	4	102	11	17,5	11
LBF 70	70	11,112	95	110	142	20	35	4	117	14	20	13
LBF 85	85	11,906	115	140	168	22	48	5	138	16	23	15,2
LBF 100	100	14,288	135	160	195	25	55	5	162	18	26	17,5

Основной крутящий момент, Н · м		Основная радиальная нагрузка, Н		Статический допустимый момент, Н · м	Масса	
					сплайнгайки, кг	1 м сплайн-вала, кг/м
динамический $C_т$	статический $C_{0т}$	динамическая C	статическая C_0	M_A	m_1	m_2
27	45	3900	5100	224	0,11	1,0
66	96	7000	9000	266	0,20	1,8
137	188	11 600	14 400	474	0,36	2,7
243	324	17 200	20 400	780	0,60	3,8
534	684	28 400	32 200	1775	1,2	6,8
976	1170	41 500	44 000	2261	1,9	10,6
1665	2309	59 300	72 600	5340	3,5	15,6
1944	2293	59 100	61 600	4467	3,6	21,3
3223	3834	80 600	85 000	7678	6,2	32,0
5268	7600	112 000	143 000	10 345	11,0	45,0

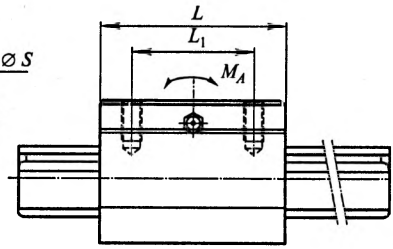
Шарикосплайновая направляющая типа LBH отличается от направляющих типа LBS и типа LBF формой гайки и устройством мест крепления.

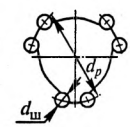
Геометрические параметры направляющих типа LBH приведены в табл. 13.7.

Таблица 13.7. **Геометрические параметры шарикосплайновых направляющих типа LBH, мм**



Сплайнгайка



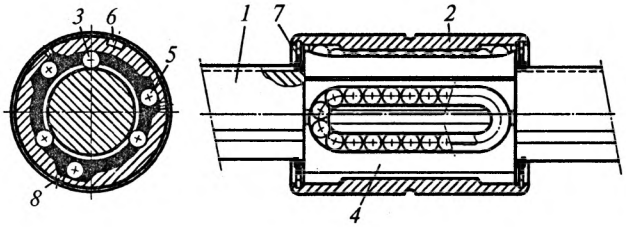


Шлицевый вал

Тип	Параметры														
	d_p	$d_ш$	W	W_1	B	L	L_1	S	ℓ	F	K	J	T	h	R
LBH 15	15	2,381	34	17	26	43	26	M4	10	15	20	29	6	5	14
LBH 20	20	3,175	48	24	35	62	35	M6	12	20	26	38	7	7	18
LBH 25	25	3,969	60	30	40	73	40	M8	16	25	33	48	8	6	22
LBH 30	30	4,763	70	35	50	83	50	M8	16	30	39	57	10	8	26
LBH 40	40	6,350	86	43	60	102	60	M10	20	38	50	70	15	10	32
LBH 50	50	7,938	100	50	75	115	75	M12	25	48	63	88	18	14	40

Основной крутящий момент, Н · м		Основная радиальная нагрузка, Н		Статический допустимый момент, Н · м	Масса	
					сплайнгайки, кг	1 м сплайнвала, кг/м
динамический $C_т$	статический $C_{0т}$	динамическая C	статическая C_0	M_A	m_1	m_2
27	45	3900	5100	13	0,23	1,0
80	128	8400	12 100	68	0,58	1,8
156	230	13 300	17 300	113	1,10	2,7
278	396	20 000	24 900	195	1,73	3,8
620	855	33 000	40 300	386	3,18	6,8
1154	1504	49 100	56 700	620	5,10	10,6

Шарикосплайновая направляющая типа LMT показана на рис. 13.17. Она состоит из сплайнвала *1*, сплайнгайки *2*, трех рядов воспринимающих нагрузку шариков *3*, расположенных в сепараторе *4*, трех каналов шариков возврата *5*, шпоночной канавки *6*, резинового уплотнения *7* и отверстия *8* для

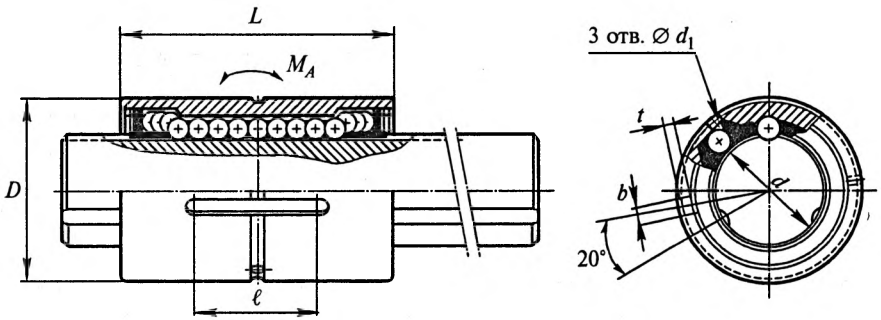


Р и с. 13.17

смазки. В сплайнвале и сплайнгайке имеются три ряда канавок полукруглого профиля для качения воспринимающих нагрузку шариков и три ряда шариков возврата, расположенных в сплайнгайке.

Геометрические параметры шарикосплайновых направляющих типа LMT приведены в табл. 13.8.

Т а б л и ц а 13.8. **Геометрические параметры шарикосплайновых направляющих типа LMT, мм**



Тип	Параметры								
	d	*n*	*D*	*L*	*b*	*t*	*ℓ*	*r*	d_1
LMT 6	6	3	14	25	2,5	1,2	8	0,5	1,5
LMT 8	8	3	16	25	2,5	1,2	8	0,5	1,5
LMT 10	10	3	21	33	3	1,5	10	0,5	1,5
LMT 13	13	3	24	36	3	1,5	12	0,5	1,5
LMT 16	16	3	31	50	3,5	2	14	0,5	2
LMT 20	20	3	35	63	4	2,5	25	0,5	2
LMT 25	25	3	42	71	4	2,5	32	0,5	3
LMT 30	30	3	47	80	4	2,5	38	0,5	3
LMT 40	40	3	64	100	6	3,5	46	0,5	4
LMT 50	50	3	80	125	8	4	50	1	4
LMT 60	60	3	90	140	12	5	55	1	5
LMT 80	80	3	120	160	16	6	60	2	5
LMT 100	100	3	150	185	20	7	90	2,5	5

Основная радиальная нагрузка, Н		Статический крутящий момент, Н · м	Статический допустимый момент, Н · м	Масса	
				сплайнгайки, кг	1 м сплайн-вала, кг/м
динамическая C	статическая C_0	C_{0T}	M_A	m_1	m_2
800	1200	2,2	23	0,015	0,23
950	1400	3,4	28	0,016	0,40
1500	2200	6,6	55	0,046	0,62
1800	2700	10,5	76	0,054	1,1
3200	4700	23	186	0,128	1,6
5400	7900	47	382	0,180	2,5
7300	10 800	81	582	0,290	3,9
8300	12 300	110	741	0,380	5,6
14 900	22 000	264	1670	0,910	9,9
21 600	31 900	479	3120	1,650	15,5
25 200	37 300	671	4000	2,200	22,3
36 900	54 600	1310	6800	4,100	39,6
51 000	75 600	2268	7400	8,700	61,8

13.5. Расчет LM-направляющих на долговечность

Расчет LM-направляющих на долговечность при действии внешних нагрузок проводят по формуле

$$L = \left(\frac{f_H f_T f_C}{f_F} \cdot \frac{C}{P_C} \right)^3 \cdot 50, \qquad (13.7)$$

где L — долговечность работы направляющей, км; C — основная номинальная динамическая нагрузка, Н; P_C — расчетная нагрузка, Н; f_H — коэффициент твердости (рис. 13.18); f_T — температурный коэффициент (при температуре системы $t = 100\ ^\circ C$ $f_T = 1$, при $100\ ^\circ C < t \leqslant 200\ ^\circ C$ $1 \geqslant f_T \geqslant 0{,}73$); f_C — коэффициент контакта, зависит от числа n подшипниковых блоков на одной направляющей (при $n = 1$ $f_C = 1$; $n = 2$ $f_C = 0{,}81$; $n = 3$ $f_C = 0{,}72$; $n = 4$ $f_C = 0{,}66$); f_F — коэффициент нагрузки (при спокойной внешней нагрузке и скорости перемещения $\upsilon \leqslant 0{,}25$ м/с $f_F = 1{,}15$; при небольших динамических внешних воздействиях и $0{,}25 < \upsilon \leqslant 1$ м/с $f_F = 1{,}5...2{,}0$; при ударном действии внешней нагрузки и $\upsilon > 1$ м/с $f_F = 2{,}0...3{,}5$). Когда LM-блок воспринимает одновременно нагрузки всех направлений (рис. 13.19), то определяют результирующую (эквивалентную) нагрузку P_E и подставляют ее в формулу (13.7) вместо P_C:

для LM-направляющих типа HSR $P_E = |P_R - P_L| + P_G$, где P_R — радиальная нагрузка, Н; P_L — противорадиальная нагрузка, Н; P_G — горизонтальная нагрузка (не осевая), Н;

для LM-направляющих типа SR $P_E = XP_L + YP_G$, где X и Y — коэффициенты эквивалентности (при $P_L / P_G \geqslant 1$ $X = 1$ и $Y = 1{,}15$ и P_E становится ре-

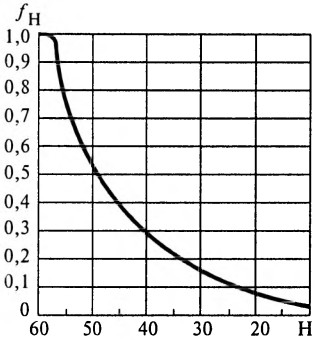


Рис. 13.18

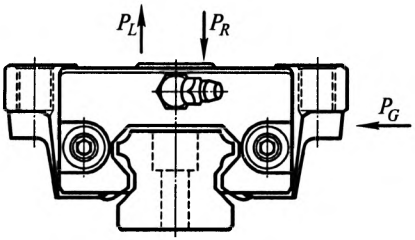


Рис. 13.19

зультирующей противорадиальной нагрузкой, при $P_L/P_G < 1$ $X = 0{,}866$ и $Y = 1$ и P_E является результирующей нагрузкой в горизонтальном направлении);

для LM-направляющих типа RSR результирующую нагрузку P_E определяют аналогично LM-направляющим типа HSR.

Долговечность LM-направляющих можно определить в часах:

$$L_h = \frac{10^3 L}{2\ell_S n_1 \cdot 60}, \tag{13.8}$$

где ℓ_S — длина хода, м; n_1 — частота возвратно-поступательных перемещений (циклов) цикл/мин.

13.6. Расчет шарикосплайновых направляющих на долговечность

Расчет шарикосплайновых направляющих на долговечность при действии только крутящего момента проводят по формуле

$$L = \left(\frac{f_H f_T f_C}{f_F} \cdot \frac{C_T}{T_C}\right)^3 \cdot 50, \tag{13.9}$$

где L — долговечность работы направляющей, км; C_T — основной номинальный динамический момент, Н · м; T_C — расчетный нагрузочный крутящий момент, Н · м.

При действии радиальной нагрузки:

$$L = \left(\frac{f_H f_T f_C}{f_F} \cdot \frac{C}{P_C}\right)^3 \cdot 50, \tag{13.10}$$

где C — основная номинальная динамическая нагрузка, Н; P_C — расчетная радиальная нагрузка, Н.

При одновременном действии крутящего момента и радиальной силы определяют эквивалентную радиальную нагрузку

$$P_E = P_C + \frac{4T_C \cdot 10^3}{3d_p \cos\alpha}, \tag{13.11}$$

где d_p — диаметр окружности по центрам шариков, мм; $\alpha = 45^\circ$ — угол контакта шариков с поверхностями винта и гайки, град.

В этом случае долговечность определяют по формуле

$$L = \left(\frac{f_H f_T f_C}{f_F} \cdot \frac{C}{P_E}\right)^3 \cdot 50. \tag{13.12}$$

Долговечность работы шарикосплайновых направляющих определяют в виде, ч:

$$L_h = \frac{10^3 L}{2\ell_S n_1 \cdot 60}, \tag{13.13}$$

где ℓ_S — длина хода, м; n_1 — частота возвратно-поступательных перемещений (циклов) цикл/мин.

Расчет LM- и шарикосплайновых направляющих на статическую грузоподъемность. Расчет направляющих на статическую грузоподъемность проводят по формуле

$$\frac{C_0}{P_0} \geq f_S, \tag{13.14}$$

где C_0 — основная номинальная статическая нагрузка, Н; P_0 — расчетная статическая нагрузка, Н; f_S — статический коэффициент безопасности (при спокойной нагрузке и малом прогибе оси 1,0...1,5; при ударном воздействии и осевой силе 2...5).

ГЛАВА 14

РАБОЧИЕ ОРГАНЫ

Рабочий орган — часть ИУ, осуществляющая непосредственное взаимодействие с объектами рабочей среды.

Рабочий орган связывают с ИУ робота механическими, энергетическими, информационными связями, а также оснащают системами подачи материалов (сварочной электродной проволоки, охлаждающих веществ, воздуха и газа, смазочного материала, жидкости для окраски и распыления) к месту работы. Все это позволяет рассматривать РО как отдельную подсистему робота, от совершенства которой во многом зависит эффективность его использования.

Рабочие органы могут быть разделены на два вида: захватные устройства и оснастка, включающая в себя приспособления для закрепления в них технологического инструмента и самого технологического инструмента.

14.1. Захватные устройства

Перефразируя афоризм Джона Мильтона «Человек — не остров», можно сказать: «Робот — не остров». Робот взаимодействует с окружающей средой, совершает операции над объектами. Вся совокупность движений робота подчинена основной цели — перемещению объекта, удерживаемого захватным устройством (ЗУ).

Захватным устройством называют РО робота для захватывания и удержания предметов производства и (или) технологической оснастки, называемых *объектами*. В терминологии по теории робототехнических систем, ЗУ — это РО манипулятора, предназначенный для взятия и удержания объекта рабочей среды.

Элемент ЗУ, вступающий непосредственно в контакт с объектом, называют *рабочим элементом*.

Объект представляет собой тело, перемещаемое в пространстве роботом. К объектам относят предметы производства, инструмент, технологическую оснастку.

Объекты могут быть жидкими, сыпучими, твердыми. В большинстве случаев объекты являются твердыми. В свою очередь они могут быть хрупкими, упругими, пластичными. Форма объектов может быть самой разнообразной: плоской, объемной, изменяющейся (кабели, шланги, резиновые ленты, пленки), цилиндрической, призматической, сферической, коробчатой, а также симметричной и несимметричной. Кроме того, форма поверхностей захвата может иметь или не иметь точки, оси или плоскости симметрии, отверстия, выступающие штыри, облой. При описании объекта важно знать, неподвижен объект во время захватывания или он находится в движении. Также объект характеризуется массой, габаритными размерами, положением и ориентацией осей симметрии и поверхностей, диапазоном изменения по-

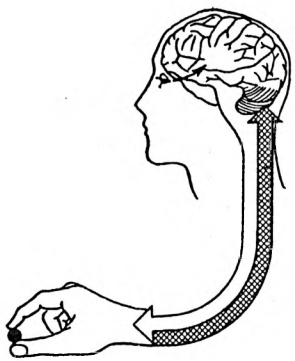
грешностей формы и положения поверхностей, диапазоном изменения погрешностей установки, качеством обработки поверхностей.

Захватное устройство связывает ИУ робота с внешним миром. Конструкция ЗУ должна это отражать. В ней должны быть учтены как возможности робота, так и специфика задания по перемещению объекта.

14.2. Биологический прототип захватного устройства

Процесс захватывания для человека состоит в выборе способа захвата объекта, перемещении и контроле за его положением. Реакция на внешние или внутренние события вырабатывается через органы зрения и мозг. Управление этим процессом осуществляют по двум контурам обратной связи: через органы зрения контролируется положение руки, а посредством осязания корректируется сила сжатия, т.е. усилия, развиваемые пальцами (рис. 14.1). На рис. 14.2 приведены основные действия, составляющие процесс захватывания, и взаимосвязи между ними.

Существует шесть основных способов захватывания предметов человеческой рукой (рис. 14.3): цилиндрический *1*, щипковый *2*, зацепляющий *3*, щепотью *4*, сферический *5*, боковой *6*. На процесс захватывания объекта существенное влияние оказывают число пальцев, суставов в каждом пальце и степеней подвижности (СП) кисти руки. Кисть человека имеет пять пальцев, каждый из которых, за исключением большого, имеет три сустава. Каждый палец имеет четыре СП. Большой палец имеет два сустава и три СП. У ладони имеется одна СП. Таким образом, общее число степеней подвижности кисти 20.

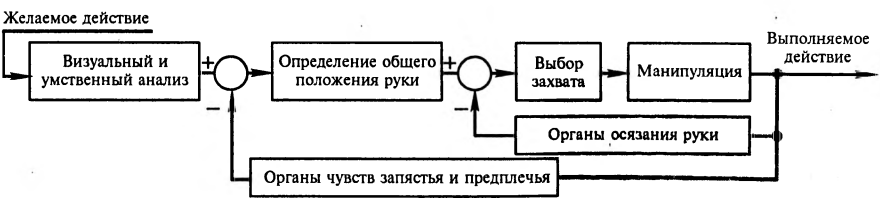


Р и с. 14.1

Чтобы смоделировать все захваты и манипуляции, выполняемые человеческой рукой, необходимо рассмотреть связь между структурой ЗУ и его функциями.

Захват для выполнения простейшей функции захватывания должен иметь два пальца, соединенных шарниром с одной СП (рис. 14.4, *а*, *б*).

Для повышения адаптивности ЗУ к форме объекта можно ввести кинематические пары в пальцы (рис. 14.4, *в*) или увеличить число пальцев (рис. 14.4, *г*). С усложнением захвата появляется



Р и с. 14.2

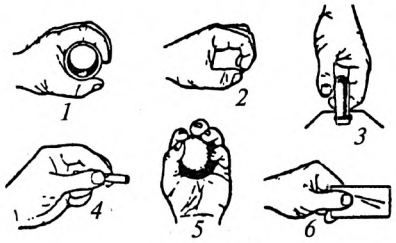


Рис. 14.3

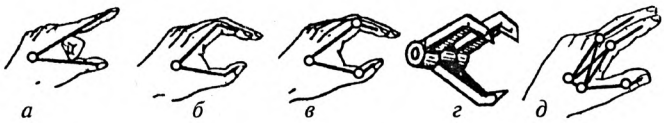


Рис. 14.4

возможность осуществлять манипуляции захваченным объектом. Чем больше пальцев, кинематических пар и СП имеет захват, тем выше его универсальность (рис. 14.4, *д*).

14.3. Факторы, влияющие на конструкцию захватных устройств

На конструктивное исполнение ЗУ влияет ряд следующих факторов.

Объект: форма, размеры, свойство симметрии; масса и инерционные свойства; материал (хрупкость, магнитные свойства); форма и величины допусков баз захватывания; качество поверхностей баз захватывания.

Исполнительное устройство: ускорение выходного звена, вид энергопитания (пневмо-, гидро-, электропитание), манипуляционные возможности (число СП).

Особенности роботизированного технологического процесса: характеристика окружающей среды (температура, влажность, агрессивные факторы, степень запыленности); особенности выполняемой операции (требуемая точность позиционирования объекта; необходимость оказания на захваченный объект физико-химических или механических воздействий — нагрев, обдув воздухом, виброколебания); наличие упругой связи между ИУ и удерживаемым объектом (например, при выполнении точной сборки вала с втулкой), необходимость дополнительных перемещений объекта, а также обеспечение измерения усилия захватывания, раскрытия рабочих элементов; обеспечение безопасности работы и надежности функционирования ЗУ; особенности технологического оборудования (размеры рабочих зон, способ базирования объектов на выдающих и принимающих позициях, производительность и способы максимальной загрузки, конструктивные особенности оборудования, обслуживаемого робота).

Особенности изготовления ЗУ: технологические возможности предприятия-изготовителя ЗУ (наличие необходимого материала, комплектующих

изделий), трудоемкость, объем выпуска (тип производства), эстетические требования, необходимость унификации и типизации конструкции (например, для гаммы ЗУ), а также уровень квалификации разработчиков ЗУ.

14.4. Классификация захватных устройств

Захватные устройства можно классифицировать: *по принципу действия* (механические, вакуумные, магнитные, вихревые, комбинированные, использующие физико-химические свойства объекта — захватывание за счет прилипания, прокалывания, притяжения); *числу выполняемых функций* (однофункциональные — захватывание и удержание объекта и многофункциональные — выполняющие наряду с основной функцией измерение захваченного объекта, контроль его физических параметров, подогрев объекта, осуществление дополнительных пространственных перемещений объекта в системе координат ЗУ и т.п.); *числу захватываемых объектов* (однообъектные, многообъектные); *характеру базирования объектов* в ЗУ (неподвижно (жестко) базирующие, подвижно (не жестко) базирующие по 1—6 координатам, способные к перебазированию); *способу удержания объекта* (удерживающие и поддерживающие); *степени специализации* (универсальные, многоцелевые, целевые, специальные); *характеру работы* (последовательного, параллельного и комбинированного действия); *виду управления* (неуправляемые, командные, жесткопрограммируемые, адаптивные); *наличию привода* (с приводом, без привода); *типу привода* (пневматический, гидравлический, электромеханический, комбинированный); *подвижности рабочих элементов* (неподвижные, подвижные); *характеру адаптации рабочих элементов* (с жесткими и адаптивными рабочими элементами); *характеру движения рабочих элементов* (вращательное, поступательное, прямолинейное); *наличию преобразователя движения* (без преобразователя, с преобразователем); *типу преобразователей движения* (нерычажные, рычажные, с гибкими элементами); *характеру крепления* к ИУ (несменные, сменные, быстросменные, пригодные для автоматической смены).

14.5. Технические характеристики захватных устройств

Основными техническими характеристиками всех типов ЗУ являются: номинальная грузоподъемность, усилие захватывания, предельно допустимые значения приложенных сил и моментов, время захватывания и время отпускания, масса, габаритные размеры, показатели надежности.

Номинальная грузоподъемность ЗУ — максимально допустимое для данного ЗУ значение массы захватываемых объектов. Значение массы объекта не должно превышать значения номинальной грузоподъемности робота.

Усилие захватывания — сила воздействия рабочих элементов на объект. В механических ЗУ усилие захватывания создается приводом, перемещающим рабочие элементы при захватывании вплоть до зажима ими объекта. В пружинных ЗУ усилие захватывания обеспечивают пружинами, удерживающими объект.

Предельно допустимым значением приложенной силы (момента) называют наибольшее значение центрально приложенной к объекту (в начале системы координат ЗУ) силы (момента), при которой объект удерживается ЗУ. Предельные значения приложенных сил и моментов зависят:

для механических ЗУ — от усилия, развиваемого двигателем, кинематической схемы и параметров преобразователя движения, геометрии рабочих элементов, формы поверхности, по которой происходит захватывание, усилий контакта, значения коэффициента трения и других факторов;

для вакуумных и магнитных ЗУ — от усилия захватывания, формы и размеров плоскости контакта, коэффициента трения и др.

Временем захватывания называют время от подачи сигнала устройством управления на захватывание до момента завершения процесса, когда объект занимает устойчивое положение равновесия в ЗУ, а усилие захватывания достигает своего установившегося значения.

Временем отпускания называют время от подачи устройством управления сигнала на отпускание до момента завершения процесса. Для схватов под завершением процесса отпускания понимают высвобождение объекта и полное раскрытие схвата.

Кроме основных технических характеристик каждый тип ЗУ имеет свои особенные технические характеристики:

для схватов — кинематическая схема, усилие (момент) на выходном звене привода, максимальное перемещение выходного звена привода, давление рабочего тела привода, напряжение питания;

для вакуумных захватных устройств (ВЗУ) — размеры контактной площади присоски, номинальное давление в полости присоски;

для магнитных захватных устройств — число ампер-витков, размеры площади контакта, напряжение питания.

При разработке конструкторской документации должны дополнительно указывать показатели стандартизации и унификации, технологические, патентно-правовые, транспортабельности, эргономические и эстетические.

14.6. Механические захватные устройства

Механическими называют ЗУ, в которых удерживание объекта осуществляется под действием усилий, возникающих в точках (зонах) контакта объекта с рабочими элементами за счет работы приводов или собственной массы объекта. Механические ЗУ можно разделить на схваты и поддерживающие ЗУ. *Схват* — механическое ЗУ, удерживающее объект посредством зажима рабочими элементами при их перемещении. *Поддерживающими* называют механические ЗУ, не имеющие подвижных звеньев и представляющие собой опоры, на которых объект удерживается под действием силы тяжести (ковши для захватывания, транспортировки и разливки жидкого металла, крюки, штыри, призматические опорные элементы, лопатки и т.д.).

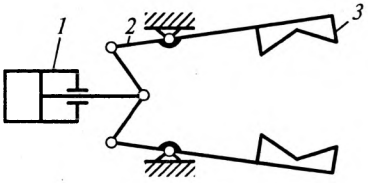


Рис. 14.5

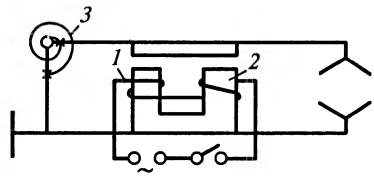
Базирование объекта в схвате обусловлено главным образом конструктивными

особенностями рабочих элементов. При этом число координат, по которым положение объекта в ЗУ строго не определено (относительно системы координат ЗУ), может колебаться от 0 до 6.

Большинство современных роботов оснащено механическими ЗУ — схватами. Основными частями схвата (рис. 14.5) являются двигатель *1*, преобразователь движения *2* и рабочие элементы *3*.

14.7. Двигатели схватов

По функциональным возможностям создания перемещений рабочих элементов двигатели схватов можно разделить на три группы: с *неограниченным перемещением выходного звена* (например, электродвигатели), с *ограниченным перемещением выходного звена* (например, пневмоцилиндры и неполноповоротные пневмодвигатели), с *малым перемещением выходного звена* (например, мембранные двигатели). Двигатели с неограниченным перемещением выходного звена целесообразно применять в схватах, предназначенных для захватывания объектов, у которых расстояние между захватываемыми поверхностями может изменяться в широких пределах. Двигатели с ограниченным перемещением выходного звена применяют, когда расстояние между захватываемыми поверхностями объекта изменяется в небольших пределах. Двигатели с малыми перемещениями применяют в узкодиапазонных схватах, предназначенных для захватывания объектов с одними и теми же размерами.



Р и с. 14.6

По типу энергоносителя в схватах применяют пневматические, гидравлические и электрические двигатели.

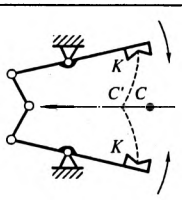
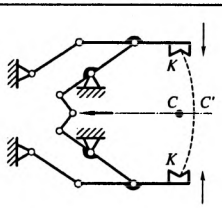
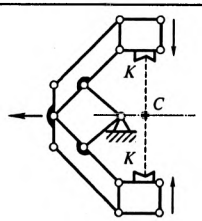
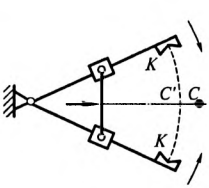
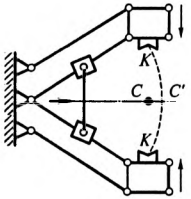
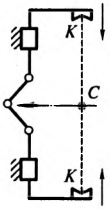
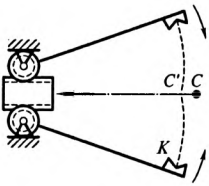
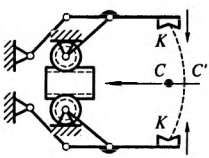
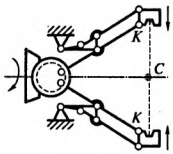
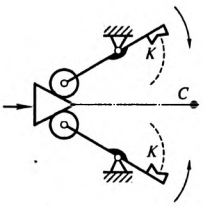
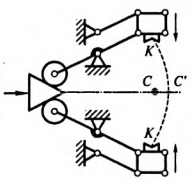
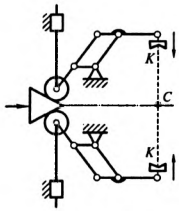
В качестве двигателей, приводящих в движение рабочие элементы и создающих усилия захватывания, могут быть использованы электромагниты (рис. 14.6). Сжатие схвата происходит при подаче напряжения на обмотку *1* электромагнита *2*, раскрытие — под действием пружины *3*.

14.8. Преобразователи движения

Преобразователи движения схватов предназначены для преобразования и передачи движения и усилия двигателя рабочим элементом. В табл. 14.1 приведены различные структурные схемы преобразователей движения схватов.

Тот или иной вид движения рабочих элементов определяется структурной схемой преобразователя движения. Вершина K рабочего элемента (табл. 14.1), представляющая собой точку пересечения касательных к поверхности объекта в местах ее контакта с рабочим элементом (если рабочий элемент касается объекта двумя плоскостями) или точку соприкосновения рабочего элемента с объектом (если он имеет только одну рабочую поверхность),

Таблица 14.1. **Преобразователи движения схватов**

Тип механизма	Движение схвата		
	вращательное	поступательное	прямолинейное
Рычажно-шарнирный			
Рычажно-ползунный			
Рычажно-зубчатый			
Рычажно-кулачковый			

может совершать вращательное, поступательное или прямолинейное движения. При этом центр *C* окружности, вписанной в многоугольник, образованный плоскостями рабочих элементов, называемый *центром схвата* (рис. 14.7), при вращательном и поступательном движениях изменяет свое положение, при прямолинейном — остается неизменным.

Преобразователи движения схватов, в которых рабочие элементы совершают вращательное движение, являются наиболее простыми в конструктивном исполнении. Преобразователи движения с поступательным движением рабочих элементов более сложные.

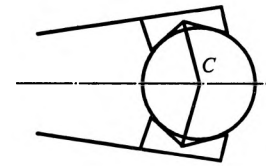


Рис. 14.7

Существенным недостатком обоих указанных типов преобразователей движения является зависимость положения центра схвата от угла поворота рабочего элемента. Схваты с такими преобразователями движения могут быть использованы только для захвата объектов, размеры которых отличаются незначительно. Для работы схватов в широком диапазоне размеров захватываемых объектов необходимо применять преобразователи движения с прямолинейным движением рабочих элементов.

Для преобразователей движения схватов вводят понятие передаточного отношения:

$$u = \frac{dL_{вх}}{dL_{вых}} = \frac{\Omega_{вх}}{\Omega_{вых}} = \frac{KM_{вых}}{M_{вх}\eta}, \qquad (14.1)$$

где $dL_{вх}$ — элементарное перемещение (линейное $d\ell$ или угловое $d\alpha$) входного звена преобразователя движения; $dL_{вых}$ — элементарное перемещение (линейное dh или угловое $d\varphi$) выходного звена; $\Omega_{вх}$ — скорость (линейная $v_{вх}$ или угловая $w_{вх}$) входного звена; $\Omega_{вых}$ — скорость (линейная $v_{вых}$ или угловая $w_{вых}$) выходного звена (рабочего элемента); K — число рабочих элементов; $M_{вых}$ — эквивалентный силовой фактор (сила N или момент T) на выходном звене; $M_{вх}$ — силовой фактор (сила $F_{пр}$ или момент $T_{пр}$) на входном звене; η — КПД преобразователя движения схвата, равный 0,85...0,95.

Наиболее часто в преобразователях движения схватов используют преобразование поступательного движения входного звена в поступательное движение рабочих элементов. В этом случае передаточное отношение определяют по формуле $u_{пп} = d\ell / dh = v_{вх} / v_{вых} = KN / F_{пр}\eta$.

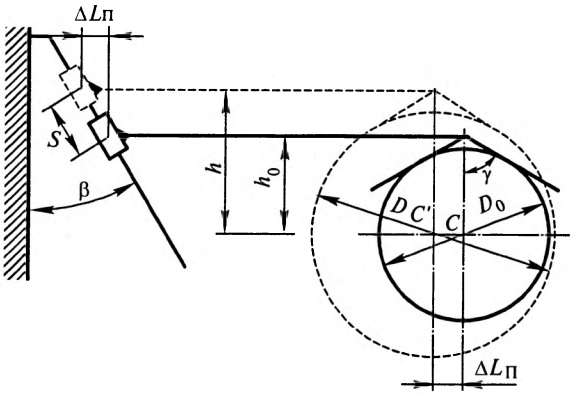
14.9. Точность захвата объекта

Точность работы схвата робота оценивают ошибкой замыкания ΔL, т.е. отклонением центра C схвата от прямой линии, перпендикулярной к условным прямолинейным поверхностям рабочих элементов, когда они параллельны между собой и удерживают объект размером D_0, при захватывании объекта размером $D = D_0 + \Delta D$. При этом центры схвата и объекта не совпадут на величину ошибки замыкания.

Определим ошибку замыкания схвата с линейным перемещением S рабочих элементов (рис. 14.8). Расстояние h_0 от центра схвата до вершины рабочего элемента при захватывании объекта диаметром D_0 равно

$$h_0 = \frac{D_0}{2\sin\gamma}, \qquad (14.2)$$

где γ — половина угла раскрытия рабочего элемента.



Р и с. 14.8

При захватывании объекта диаметром $D = D_0 + \Delta D$ расстояние h от центра схвата до вершины рабочего элемента равно

$$h = \frac{D_0 + \Delta D}{2 \sin\gamma} = \frac{D_0}{2 \sin\gamma} + \frac{\Delta L_П}{\operatorname{tg} \beta}, \tag{14.3}$$

где ΔD — приращение диаметра объекта при линейном перемещении рабочих элементов; $\Delta L_П$ — ошибка замыкания схвата; β — угол наклона направляющей к вертикали.

Из выражения (14.3) можно найти ошибку замыкания:

$$\Delta L_П = -\frac{\Delta D}{2 \sin\gamma} \operatorname{tg} \beta. \tag{14.4}$$

Знак минус указывает на то, что центр C схвата смещается внутрь схвата. Ошибку замыкания считают положительной, если смещение центра схвата направлено наружу схвата, отрицательной, если смещение схвата направлено вовнутрь.

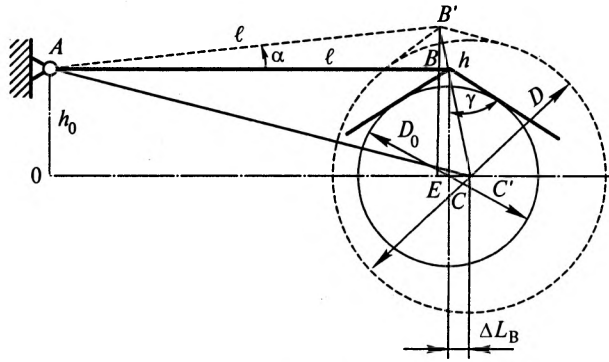
Перемещение рабочих элементов равно

$$S = \frac{\Delta L_П}{\sin \beta}. \tag{14.5}$$

Подставив в выражение (14.5) $\Delta L_П$ из формулы (14.4), окончательно получим перемещение рабочих элементов в зависимости от изменения диаметра объекта:

$$S = -\frac{\Delta D}{2 \sin\gamma \cos\beta}. \tag{14.6}$$

При угле $\beta = 0^\circ$ $\Delta L_П = 0$ и $S = -\dfrac{\Delta D}{2 \sin\gamma}$.



Р и с. 14.9

Рассмотрим схват с угловым перемещением рабочих элементов (рис. 14.9). Из $\Delta AB'C'$ определим расстояние от точки A вращения рабочего элемента до центра C' схвата:

$$AC' = \sqrt{\ell^2 + h^2} = \sqrt{\ell^2 + \frac{(D_0 + \Delta D)^2}{4\sin^2\gamma}},$$

где ΔD — приращение диаметра объекта при угловом перемещении рабочих элементов. По формуле (14.3) определяют h.

Аналогично из $\Delta AOC'$ находим расстояние OC':

$$OC' = \sqrt{(AC')^2 - h_0^2} = \sqrt{\ell^2 + \frac{(D_0 + \Delta D)^2}{4\sin^2\gamma} - \frac{D_0^2}{4\sin^2\gamma}},$$

Здесь h_0 определяют по формуле (14.2).

Так как $OC = AB = \ell$, то ошибка замыкания при угловом перемещении рабочих элементов равна

$$\Delta L_B = OC' - OC = \sqrt{\ell^2 + \frac{(D_0 + \Delta D)^2 - D_0^2}{4\sin^2\gamma}} - \ell. \qquad (14.7)$$

Для нахождения угла α поворота рабочих элементов при захватывании объекта диаметром $D = D_0 + \Delta D$, из $\Delta B'EC'$ определим $B'E = h_0 + \ell\sin\alpha = h\cos\alpha$.

С учетом зависимостей (14.2) и (14.3) получим

$$\frac{D_0}{2\sin\gamma} + \ell\sin\alpha = \frac{D_0 + \Delta D}{2\sin\gamma}\cos\alpha.$$

Решая полученное уравнение, найдем угол поворота рабочих элементов:

$$\alpha = \arccos \frac{\dfrac{D_0(D_0+\Delta D)}{4\sin^2\gamma} \pm \ell\sqrt{\dfrac{(D_0+\Delta D)^2 - D_0^2}{4\sin^2\gamma} + \ell^2}}{\ell^2 + \dfrac{(D_0+\Delta D)^2}{4\sin^2\gamma}}. \qquad (14.8)$$

Таким образом, только при линейном или только при угловом перемещении рабочих элементов изменение размера объекта приводит к появлению ошибки замыкания, что отрицательно сказывается на процессе его захватывания и удержания, т.е. на точности работы схвата робота. Для точного захватывания объектов различных размеров необходимо их устанавливать в разные места и так, чтобы центры схвата и объекта совпадали, а это сложная задача. Поэтому схваты с линейным и угловым перемещением рабочих элементов могут быть использованы только для захвата объектов, размеры которых отличаются незначительно.

Для работы схватов в широком диапазоне размеров захватываемых объектов необходимо применять схваты, ошибка замыкания которых равна нулю.

14.10. Рабочие элементы

Для захватывания и удержания объекта выходные звенья преобразователей движения схватов снабжают рабочими элементами, рабочая поверхность которых представляет собой плоскость, призму, боковую поверхность цилиндра или их комбинацию (рис. 14.10)

Рабочие элементы, в свою очередь, снабжают накладками (губками) (рис. 14.10, *д*). Их роль во взаимодействии рабочих элементов с объектом и в обеспечении высокого уровня эксплуатационных характеристик велика. Выбором материала накладок с повышенным коэффициентом трения может быть существенно повышена несущая способность схвата без всяких изменений остальных частей. Накладками из теплоизолирующих материалов может быть снижен нагрев схвата при работе с горячими заготовками. Влияние износа в зонах контакта на точность захвата объекта может быть значительно уменьшено, если накладки являются сменными.

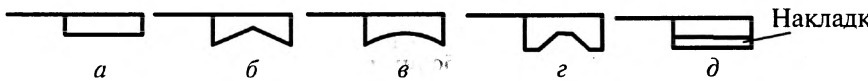


Рис. 14.10

14.11. Усилия в местах контакта объекта с рабочими элементами

Усилия, возникающие в местах контакта объекта с рабочими элементами, зависят от способа закрепления объекта в ЗУ и направления действия вектора равнодействующей силы, приложенной к объекту.

Рассмотрим общий случай закрепления объекта в захватном устройстве (рис. 14.11). Считаем, что центр массы объекта совпадает с центром схвата или имеет небольшое смещение. При движении ИУ с ускорением объект также будет двигаться ускоренно. Вектор равнодействующей силы **Q** от массы объекта и максимальной инерционной силы равен

$$\mathbf{Q} = m(\mathbf{g}+\mathbf{a}) = m\left[\mathbf{g}+\left(\sum_{i=1}^{n}|\ddot{\mathbf{q}}_i|\right)_{\max}+\mathbf{a}_K\right], \tag{14.9}$$

где m — масса объекта; $\mathbf{q}$ — вектор ускорения свободного падения; $\mathbf{a}$ — вектор максимального ускорения объекта: $\ddot{\mathbf{q}}_i$ — вектор ускорения объекта от ускорения i-го звена ИУ; $\mathbf{a}_K$ — вектор кориолисова ускорения, возникающий при линейном и угловом движении объекта; n — число подвижных звеньев ИУ.

Вектор максимального ускорения объекта можно определить по формуле

$$\mathbf{a} = \left(\sum_{i=1}^{n}|\ddot{\mathbf{q}}_i|\right)_{\max}+\mathbf{a}_K, \tag{14.10}$$

Приближенное значение вектора **Q** можно определить в виде:

$$\mathbf{Q} = m\left[\mathbf{q}+K\left(\sum_{i=1}^{n}|\ddot{\mathbf{q}}_i|\right)_{\max}\right], \tag{14.11}$$

где $K = 1{,}1...1{,}3$.

Вектор **Q** можно разложить на составляющие: по направлению оси ЗУ $Q_o = Q\cos\beta\cos\alpha$ — осевая сила, перпендикулярно оси ЗУ $Q_н = Q\cos\beta\sin\alpha$ — нормальная сила и перпендикулярно плоскости захватывания (вдоль оси объекта) $Q_б = Q\sin\beta$ — бинормальная сила. В результате получили систему трех взаимно перпендикулярных сил, действующих на объект. Таким образом, рассматриваемую схему удержания объекта можно представить в виде суммы трех элементарных схем (рис. 14.12). При этом в точках контакта объекта с рабочими элементами ЗУ возникнут элементарные

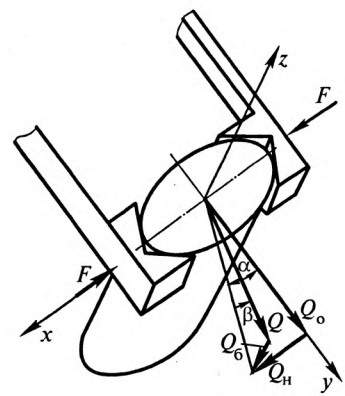
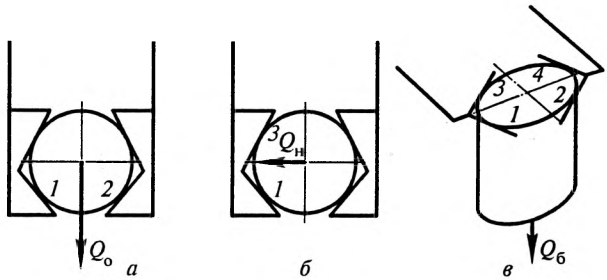


Рис. 14.11



Р и с. 14.12

нормальные N_i^j и касательные (силы трения) $F_{тр\,i}^{\,j}$ силы, где $i = 1,2,3,4$ — номер точки контакта объекта с рабочими элементами; j — номер элементарного нормального и касательного усилий, возникающих в i-й точке контакта. Для определения их значений необходимо рассмотреть равновесие объекта в каждой элементарной схеме.

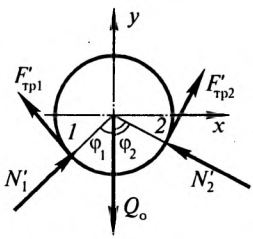
Рассмотрим элементарную схему удержания объекта (рис. 14.12, *а*). В точках *1* и *2* контакта объекта с рабочими элементами ЗУ возникают нормальные N_1', N_2' и касательные $F_{тр1}'$, $F_{тр2}'$ силы (рис. 14.13). Для их определения рассмотрим равновесие объекта. Составим уравнения проекций всех сил на оси x и y:

$$\sum x = N_1' \sin\varphi_1 - F_{тр1}' \cos\varphi_1 - N_2' \sin\varphi_2 + F_{тр2}' \cos\varphi_2 = 0;$$

$$\sum y = N_1' \cos\varphi_1 + F_{тр1}' \sin\varphi_1 + N_2' \cos\varphi_2 + F_{тр2}' \sin\varphi_2 - Q_o = 0.$$

Касательная сила (сила трения) $F_{тр} = Nf$, где f — коэффициент трения скольжения между объектом и рабочими элементами. Для незакаленных сталей без насечки (стали марок 45, 50) $f = 0{,}12...0{,}15$; для закаленных сталей с острой насечкой (стали марок 65Г, У8А, У10А) $f = 0{,}3...0{,}35$.

После подстановки выражения для силы $F_{тр}$ в систему уравнений и ее решения найдем нормальные силы и силы трения, возникающие в точках контакта объекта с рабочими элементами:



Р и с. 14.13

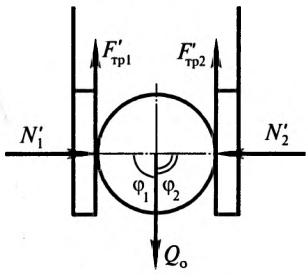
$$N_1' = Q_o \frac{\sin\varphi_2 - f\cos\varphi_2}{(1-f^2)\sin(\varphi_1+\varphi_2) - 2f\cos(\varphi_1+\varphi_2)}; \quad (14.12)$$

$$N_2' = Q_o \frac{\sin\varphi_1 - f\cos\varphi_1}{(1-f^2)\sin(\varphi_1+\varphi_2) - 2f\cos(\varphi_1+\varphi_2)}; \quad (14.13)$$

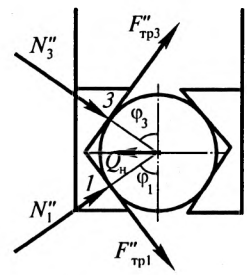
$$F_{тр1}' = N_1' f; \quad F_{тр2}' = N_2' f. \quad (14.14)$$

Если $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, то нормальные силы будут равны:

$$N_1' = N_2' = Q_o \frac{\sin\varphi - f\cos\varphi}{(1-f^2)\sin 2\varphi - 2f\cos 2\varphi}. \quad (14.15)$$



Р и с. 14.14



Р и с. 14.15

При $\varphi_1 = \varphi_2 = 90^o$ (рис. 14.14) получим

$$N'_1 = N'_2 = \frac{Q_о}{2f}. \tag{14.16}$$

Для элементарной схемы (рис. 14.12, *б*) удержания объекта в точках *1* и *3* контакта объекта с рабочими элементами возникают нормальные N''_1, N''_3 и касательные $F'_{тр1}$, $F'_{тр3}$ силы (рис. 14.15).

Рассматривая равновесие объекта, найдем нормальные силы и силы трения:

$$N''_1 = Q_н \frac{\cos\varphi_3 - f\sin\varphi_3}{(1-f^2)\sin(\varphi_1+\varphi_3)+2f\cos(\varphi_1+\varphi_3)}; \tag{14.17}$$

$$N''_3 = Q_н \frac{\cos\varphi_1 - f\sin\varphi_1}{(1-f^2)\sin(\varphi_1+\varphi_3)+2f\cos(\varphi_1+\varphi_3)}. \tag{14.18}$$

При $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^o$ $N''_1 = N''_3 = Q_н / 2$, и полная нормальная сила будет равна

$$N''_п = N''_1 + N''_3 = Q_н. \tag{14.19}$$

Для элементарной схемы (рис. 14.12, *в*) удержания объекта в точках *1—4* контакта объекта с рабочими элементами возникнут нормальные $N'''_1 - N'''_4$ и касательные $F'''_{тр1} - F'''_{тр4}$ силы. Для их определения рассмотрим равновесие половинок объекта. Для левой половинки объекта (рис. 14.16):

$$N'''_1 f + N'''_3 f = Q_б / 2;$$

$$N'''_1 \cos\varphi_1 = N'''_3 \cos\varphi_3.$$

После решения системы уравнений находим значения нормальных сил:

$$N'''_1 = \frac{Q_б}{2f(1+\cos\varphi_1 / \cos\varphi_3)}; \tag{14.20}$$

$$N'''_3 = \frac{Q_б}{2f(1+\cos\varphi_3 / \cos\varphi_1)}. \tag{14.21}$$

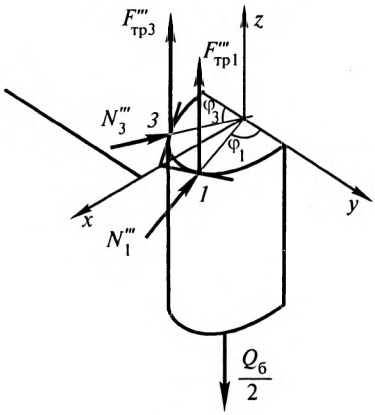


Рис. 14.16

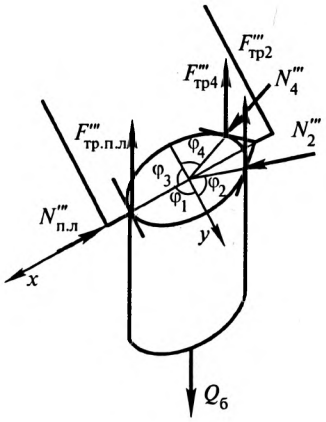


Рис. 14.17

Рассматривая равновесие правой половинки объекта, определяем нормальные силы:

$$N''' = \frac{Q_б}{2f(1+\cos\varphi_2/\cos\varphi_4)}; \tag{14.22}$$

$$N''' = \frac{Q_б}{2f(1+\cos\varphi_4/\cos\varphi_2)}. \tag{14.23}$$

При $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \varphi$ будем иметь

$$N'''_1 = N'''_2 = N'''_3 = N'''_4 = Q_б / 4f. \tag{14.24}$$

Из полученных формул при равенстве всех углов видно, что какое бы значение ни приобретали углы φ, величины нормальной силы остаются неизменными.

Если $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$, а $\varphi_2 \neq 90^\circ$ и $\varphi_4 \neq 90^\circ$ (рис. 14.17), то полная нормальная сила, действующая слева на объект, равна:

$$N'''_п = N'''_1 + N'''_3 = Q_б / 2f. \tag{14.25}$$

Если $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = 90^\circ$ (рис. 14.18), то полные нормальные силы, действующие слева и справа на объект, равны:

$$N'''_{п.л} = N'''_1 + N'''_3 = Q_б / 2f; \tag{14.26}$$

$$N'''_{п.п} = N'''_2 + N'''_4 = Q_б / 2f. \tag{14.27}$$

Значения полной нормальной силы и силы трения в каждой точке контакта объекта с рабочими элементами ЗУ находят по формулам:

$$\begin{cases} N_i = \sum_{j=1}^{n} N_i^j, \\ F_{\text{тр}i} = N_i f, \end{cases} \qquad (14.28)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$ — номер точки контакта объекта с рабочими элементами; j — номер элементарной нормальной силы и силы трения в i-й точке контакта; n — максимальное число элементарных нормальных усилий и сил трения в i-й точке контакта.

Максимальное значение нормальной силы будет в той точке, в которой действует наибольшее число элементарных нормальных сил.

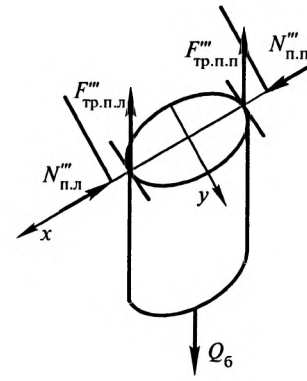


Рис. 14.18

В общем случае опасную точку контакта можно определить в зависимости от направления действия вектора внешней силы **Q**. Если вектор усилия **Q** проходит через квадрант, содержащий i-ю точку контакта, то она и будет опасной точкой. В рассматриваемом случае вектор усилия **Q** проходит через квадрант, содержащий точку контакта *1*, поэтому она и является опасной.

14.12. Усилие захватывания

На каждый рабочий элемент ЗУ в общем случае действует две полные нормальные силы и силы трения (рис. 14.19), которые направлены противоположно усилиям, действующим на объект.

Проецируя эти силы на направление, перпендикулярное к условной прямолинейной поверхности рабочего элемента (на ось x) и параллельное этой поверхности (на ось y), получим четыре силы, действующие на рабочий элемент ЗУ (рис. 14.20):

$$N_2^{\Gamma} = N_2 \sin\varphi_2 - F_{\text{тр}2}\cos\varphi_2;\ N_4^{\Gamma} = N_4 \sin\varphi_4 - F_{\text{тр}4}\cos\varphi_4;$$

$$N_2^{\text{В}} = N_2 \cos\varphi_2 + F_{\text{тр}2}\sin\varphi_2;\ N_4^{\text{В}} = -N_4 \cos\varphi_4 - F_{\text{тр}4}\sin\varphi_4,$$

где индекс Г означает горизонтальная, В — вертикальная сила.

Эти силы вызывают поворот рабочего элемента относительно точки его вращения O. Для уравновешивания рабочего элемента приложим в его середине усилие захватывания $F_{\min}$ (см. рис. 14.20) перпендикулярно условной прямолинейной поверхности на расстояние ℓ от точки вращения. Уравнение моментов относительно точки O имеет вид

$$N_2^{\Gamma}\ell_1 + N_4^{\Gamma}\ell_2 \pm N_2^{\text{В}}a_1 \mp N_4^{\text{В}}a_2 = F_{\min}\ell,$$

где $\ell_1 = \ell + \text{R}\cos\varphi_2$ и $\ell_2 = \ell - R\cos\varphi_4$ — плечо действия силы N_2^{Γ} и N_4^{Γ} (знак плюс, если момент от вертикальной силы раскрывает рабочие элементы, знак минус — если закрывает); a_1 и a_2 — плечо действия силы $N_2^{\text{В}}$ и $N_4^{\text{В}}$.

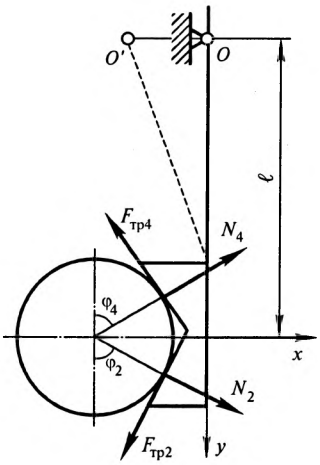


Рис. 14.19

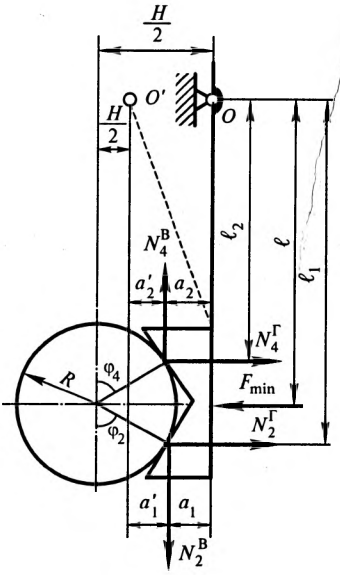


Рис. 14.20

Откуда найдем силу захватывания, которую необходимо приложить для уравновешивания рабочего элемента:

$$F_{\min} = \frac{N_2^\Gamma \ell_1 + N_4^\Gamma \ell_2 \pm N_2^B a_1 \mp N_4^B a_2}{\ell}. \qquad (14.29)$$

Формулы для вычисления плеча действия силы имеют

$$a_1 = \begin{cases} \dfrac{H}{2} - R\sin\varphi_2, \text{ если ЗУ раскрывается;} \\ R\sin\varphi_2 - H/2, \text{ если ЗУ закрывается;} \end{cases}$$

$$a_2 = \begin{cases} R\sin\varphi_4 - H/2, \text{ если ЗУ раскрывается;} \\ \dfrac{H}{2} - R\sin\varphi_4, \text{ если ЗУ закрывается;} \end{cases}$$

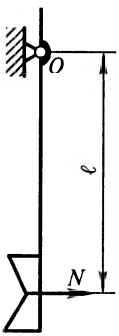


Рис. 14.21

где R — радиус объекта; H — расстояние между осями вращения рабочих элементов.

Следовательно, в общем случае при различном расположении оси вращения O или O' рабочего элемента можно записать:

$$F_{\min} = \frac{N_2^\Gamma(\ell + R\cos\varphi_2) + N_4^\Gamma(\ell - R\cos\varphi_4)}{\ell} + \frac{N_2^B(H/2 - R\sin\varphi_2) + N_4^B(R\sin\varphi_4 - H/2)}{\ell}. \qquad (14.30)$$

Сила F_{min} является минимально необходимой, которая требуется для удержания объекта. Для надежного закрепления объекта в рабочих элементах необходимо приложить усилие захватывания больше минимального, т.е. $F = nF_{min}$, где $n = 1{,}5...2{,}0$ — коэффициент запаса.

Действие нормальных сил N_i и сил трения $F_{тр i}$ на рабочий элемент можно условно заменить одной эквивалентной силой N_{min}, приложенной в его центре перпендикулярно условной поверхности и создающей тот же момент относительно точки O вращения, что и приложенные силы, и равной $N_{min} = F_{min}$ (рис. 14.21) или с учетом коэффициента запаса $N = F$.

14.13. Усилие привода

Усилие привода (сила $F_{вх}$ или момент $T_{вх}$) схвата определяют из условия равенства элементарных работ, совершаемых приводом (входным звеном преобразователя движения схвата) и рабочими элементами, т.е. $A_д = A_c/\eta$, где $A_д$ — работа, совершаемая приводом (работа движущих сил); A_c — работа, совершаемая рабочими элементами (работа сил сопротивления). Откуда усилие привода равно

$$M_{вх} = \frac{KM_{вых}dL_{вых}}{dL_{вх}\eta} = \frac{KM_{вых}\Omega_{вых}}{\Omega_{вх}\eta} = \frac{KM_{вых}}{u\eta}. \qquad (14.31)$$

Здесь параметры соответствуют параметрам формулы (14.1).

При преобразовании поступательного движения привода в поступательное движение рабочих элементов усилие привода определяют по формуле

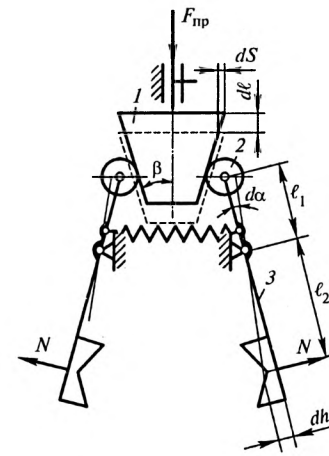
$$F_{пр} = KN\frac{dh}{d\ell\eta} = KN\frac{v_{вых}}{v_{вх}\eta} = KN/u\eta.$$

Определим усилие привода клинового преобразователя движения схвата (рис. 14.22) при известных эквивалентных силах N, действующих на рабочие элементы.

Находим передаточное отношение преобразователя движениия. Для этого дадим клину *1* элементарное малое перемещение $d\ell$. При этом ролик *2* переместится на малую величину dS, звено *3* — на элементарный угол $d\alpha$, а рабочий элемент — на dh.

Элементарное перемещение клина запишем в виде $d\ell = dS/\text{tg}(\beta + \rho) = \ell_1 d\alpha/\text{tg}(\beta + \rho)$, где ℓ_1 — длина верхней части звена *2*; β — угол конуса клина; ρ — приведенный угол трения ($1^\circ 10'$ при осях на подшипниках качения и 3° при осях на подшипниках скольжения).

Элементарное перемещение рабочего элемента равно $dh = \ell_2 d\alpha$.



Р и с. 14.22

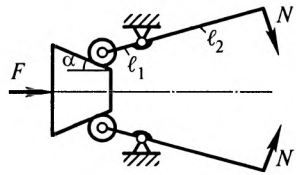
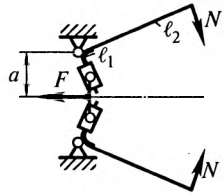
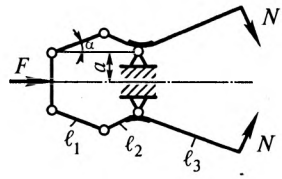
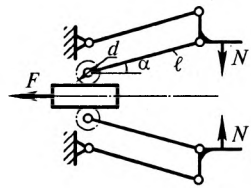
Находим передаточное отношение:

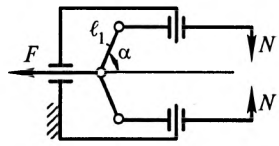
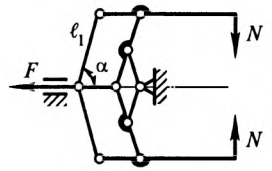
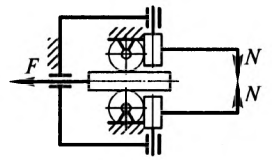
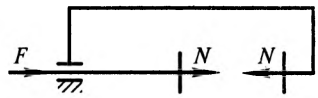
$$u = \frac{d\ell}{dh} = \frac{\ell_1}{\operatorname{tg}(\beta+\rho)\ell_2}.$$

Усилие привода определяем по формуле (14.31) $F_{\text{пр}} = \dfrac{KN}{u\eta} = \dfrac{2N\ell_2 \operatorname{tg}(\beta+\rho)}{\ell_1\eta}$, где $\eta = 0{,}9...0{,}95$ — КПД преобразователя движения.

В табл. 14.2 представлены схемы преобразователей движения схватов и приведены расчетные формулы для определения передаточных отношений и усилий приводов.

Таблица 14.2. **Силовые соотношения преобразователей движения схватов**

Номер	Кинематическая схема	Передаточное отношение u	Усилие привода F
1		$u=\dfrac{\ell_1}{\ell_2\operatorname{tg}(\alpha+\rho)}$	$F=\dfrac{2N}{u\eta}$
2		$u=\dfrac{\ell_1}{\ell_2}$	
3		$u=\dfrac{a}{\ell_2\ell_3}\operatorname{tg}\alpha$	
4		$u=\dfrac{d}{2\ell\cos\alpha}$	

Номер	Кинематическая схема	Передаточное отношение u	Усилие привода F
5		$u = \operatorname{tg}\alpha$	$F = \dfrac{2N}{u\eta}$
6		$u = \operatorname{tg}\alpha$	
7		$u = 1$	
8		$u = 1$	$F = N$

Часто возникает необходимость при известном усилии привода определить усилие захватывания. Оно может быть определено по формуле (14.31) как обратное действие нахождению силы привода. По табл. 14.2 для приведенных схем преобразователей движения при известном усилие привода $F_{пр}$ можно найти усилие захватывания N.

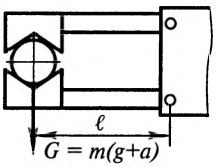
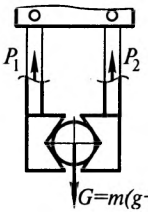
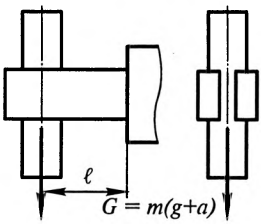
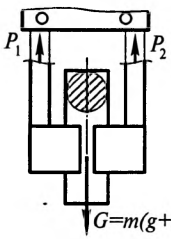
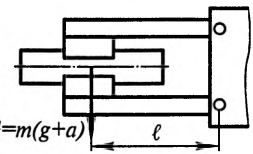
14.14. Усилия в выходных звеньях преобразователей движения

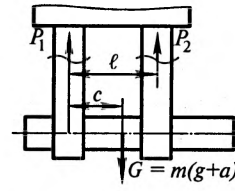
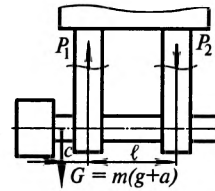
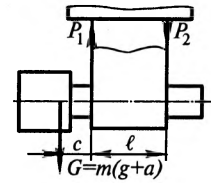
Из всего многообразия положений объекта в ЗУ можно выделить несколько основных схем (табл. 14.3): объект непосредственно поддерживается рабочими элементами, силы трения практически не участвуют в поддержании; объект удерживается за счет запирающего действия рабочих элементов при ограниченном действии сил трения; объект удерживается только силами трения.

Для протяженных объектов используют схваты с двумя парами рабочих элементов или с одной широкой парой. Выходные звенья рассматриваемых преобразователей движения ЗУ подвергаются растяжению или изгибу. Зна-

чения растягивающих усилий P и изгибающих моментов M рассматриваемых схем преобразователей движения приведены в табл. 14.3.

Таблица 14.3. **Основные схемы захватывания объекта**

Номер	Способ удержания объекта	Расчетная схема	Силовые факторы в выходных звеньях
1	Поддержание одним рабочим элементом		$M_{max} = G\ell$
2	Удержание двумя рабочими элементами		$P_1 = P_2 = \frac{G}{2}$
3	Удержание за счет сил трения		$M_{1\,max} = M_{2\,max} = \frac{G\ell}{2}$
4			$P_1 = P_2 = \frac{G}{2}$
5	Поддержание одним рабочим элементом		$M_{max} = G\ell$

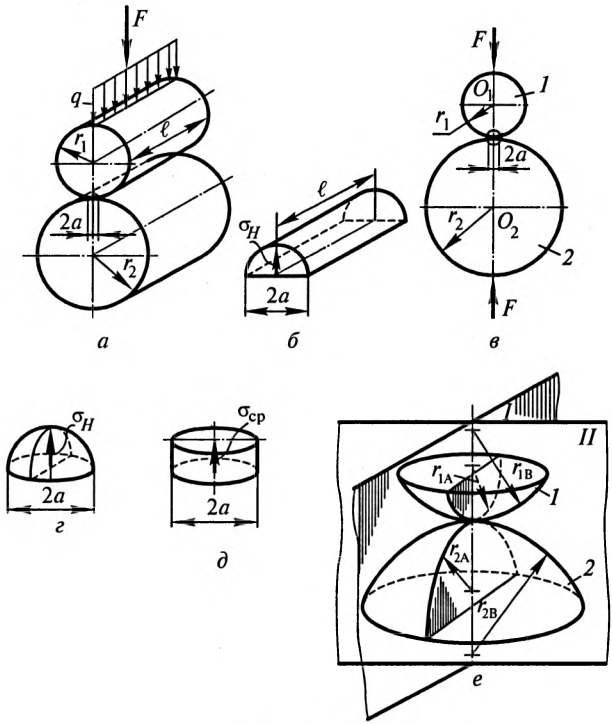
Номер	Способ удержания объекта	Расчетная схема	Силовые факторы в выходных звеньях
6	Удержание двумя парами рабочих элементов		$P_1 = G\frac{\ell - C}{\ell}$; $P_2 = G\frac{C}{\ell}$; $P_1' = P_1'' = \frac{P_1}{2}$; $P_2' = P_2'' = \frac{P_2}{2}$
7			$P_1 = G\frac{C + \ell}{\ell}$; $P_2 = G\frac{C}{\ell}$; $P_1' = P_1'' = \frac{P_1}{2}$; $P_2' = P_2'' = \frac{P_2}{2}$
8	Удержание одной широкой парой рабочих элементов		$P_1 = G\frac{C + \ell}{\ell}$; $P_2 = G\frac{C}{\ell}$

14.15. Контактные напряжения

Определение контактных напряжений в местах соприкосновения объекта с рабочими элементами необходимо как для выявления возможности повреждения объекта при его захватывании и удержании, так и при расчете на прочность рабочих элементов.

Максимальные контактные напряжения σ_H определяют по формулам Герца. При сжатии цилиндрических и плоских объектов цилиндрическими рабочими элементами вдоль образующих, а также цилиндрических объектов плоскими рабочими элементами (начальное касание по линии) (рис. 14.23, *а*) площадка контакта имеет вид полоски (рис. 14.23, *б*), полуширина которой равна $a \approx 1{,}522\sqrt{N\rho_{\text{пр}} / \ell E_{\text{пр}}}$.

Контактные напряжения распределяются по ее ширине по эллипсу, имеют максимальное значение на средней линии полосы контакта, и при коэффициенте Пуассона объекта и рабочих элементов $\mu \approx 0{,}3$ (что соответствует большинству металлов и сплавов) равны



Р и с. 14.23

$$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{NE_{\text{пр}}}{\ell\rho_{\text{пр}}}}, \tag{14.32}$$

где N — нормальная сила в месте соприкосновения объекта с рабочими элементами; ℓ — длина контактной линии; $E_{\text{пр}} = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$ — приведенный модуль упругости материалов объекта и рабочих элементов (E_1 и E_2 — модули упругости первого рода материалов соприкасающихся тел); $\rho_{\text{пр}}$ — приведенный радиус кривизны соприкасающихся тел.

Для приведенного радиуса кривизны соприкасающихся тел справедливо уравнение

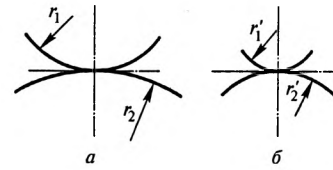
$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}, \tag{14.33}$$

где ρ_1 и ρ_2 — радиусы кривизны соприкасающихся тел. Знак плюс для внешнего контакта тел, минус — для внутреннего контакта.

При начальном касании в точке (сжатие шаров, шара с плоскостью, а также шара с цилиндром, цилиндров и конусов с перекрещивающими осями) (рис. 14.23, *в*) площадка контакта имеет форму круга (рис. 14.23, *г*) или эллип-

са, эпюра контактных напряжений — соответственно полусфера или полуэллипсоид.

Наибольшие контактные напряжения в центре площадки, их определяют по формуле



Р и с. 14.24

$$\sigma_H = m\sqrt[3]{\frac{NE_{\text{пр}}^2}{\rho_{\text{пр}}^2}}, \qquad (14.34)$$

где m — коэффициент, зависящий от отношения главных кривизны ρ_Γ и ρ_Γ'.

Главную кривизну в плоскости наиболее плотного касания (рис. 14.23, *е* и 14.24, *а*) определяют из формулы

$$\rho_\Gamma = \frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}. \qquad (14.35)$$

Приведенная кривизна в плоскости наименее плотного касания (рис. 14.24, *б*) равна

$$\rho_\Gamma' = \frac{1}{\rho_{\text{пр}}'} = \frac{1}{r_1'} \pm \frac{1}{r_2'}. \qquad (14.36)$$

Зависимость коэффициента m от главных кривизн:

ρ_Γ/ρ_Γ' . .	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,1	0,05
m. . . .	0,388	0,4	0,42	0,44	0,47	0,49	0,536	0,6	0,72	0,8	0,97	1,28

При сжатии двух сфер или сферы с плоскостью $m = 0{,}388$.

При захватывании объекта рабочими элементами происходит деформация и объекта и рабочих элементов. В табл. 14.4 для различных случаев контакта объекта и рабочего элемента приведены формулы, по которым можно рассчитать контактные напряжения и значения их совместной деформации Δ. Входящий в эти формулы коэффициент n_Δ:

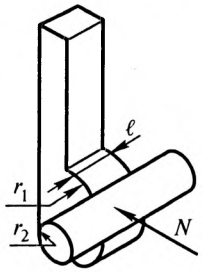
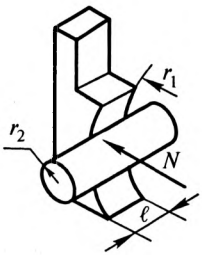
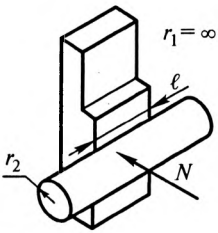
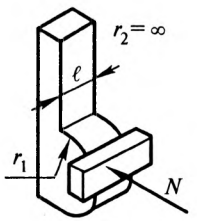
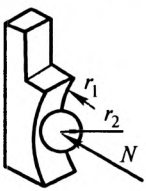
ρ_Γ/ρ'_Γ ...	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,10	0,05
n_Δ.....	1,0000	0,9994	0,9972	0,993	0,9855	0,974	0,956	0,926	0,876	0,836	0,7775	0,67

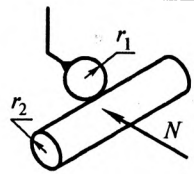
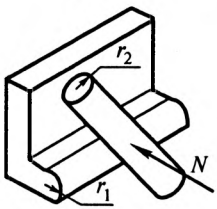
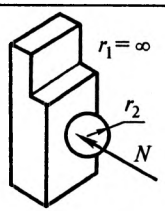
Наибольшее касательное напряжение возникает внутри тела (объекта или рабочих элементов) при линейном контакте на глубине $0{,}78a$, а при точечном контакте на глубине a равно

$$\tau_{\max} = 0{,}288\sigma_H \qquad (14.37)$$

Усталостные трещины, как правило, возникают на поверхности, поэтому важно знать наибольшие касательные напряжения на площадке контакта. При площадке контакта в форме полоски (линейное касание) $\tau_{\max} = 0{,}2\sigma_H$ и действует посередине ширины полоски, а на круговой площадке $\tau_{\max} = 0{,}145\sigma_H$ и действует по контуру.

Таблица 14.4. **Взаимодействие рабочих элементов и объекта**

Контакт	Схема касания	Расчетные формулы
Линейный		$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{NE_{\text{пр}}}{\ell}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)}$; $\Delta = 0{,}5796\frac{N}{\ell E_{\text{пр}}}\left(\ln\frac{4r_1r_2}{a^2}+0{,}814\right)$; $a = 1{,}522\sqrt{\frac{N}{\ell E_{\text{пр}}}\cdot\frac{r_1r_2}{(r_1+r_2)}}$
		$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{NE_{\text{пр}}}{\ell}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)}$; $\Delta = 1{,}82\frac{N}{\ell E_{\text{пр}}}(1-\ln a)$; $a = 1{,}522\sqrt{\frac{N}{\ell E_{\text{пр}}}\cdot\frac{r_1r_2}{(r_1-r_2)}}$
		$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{NE_{\text{пр}}}{\ell r_2}}$; $\Delta = 0{,}159\frac{N}{\ell E_{\text{пр}}}\left(0{,}41+\ln\frac{4r_2}{a^2}\right)$; $a = 1{,}526\sqrt{\frac{Nr_2}{\ell E_{\text{пр}}}}$
		$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{NE_{\text{пр}}}{\ell r_1}}$; $\Delta = 0{,}159\frac{N}{\ell E_{\text{пр}}}\left(0{,}41+\ln\frac{4r_1}{a^2}\right)$; $a = 1{,}526\sqrt{\frac{Nr_1}{\ell E_{\text{пр}}}}$
Точечный		$\sigma_H = m\sqrt[3]{\frac{NE_{\text{пр}}^2}{\rho_{\text{пр}}^2}}$; $\Delta = 0{,}977n_\Delta\sqrt[3]{\left(\frac{N}{E_{\text{пр}}}\right)^2\frac{2r_1-r_2}{r_1r_2}}$

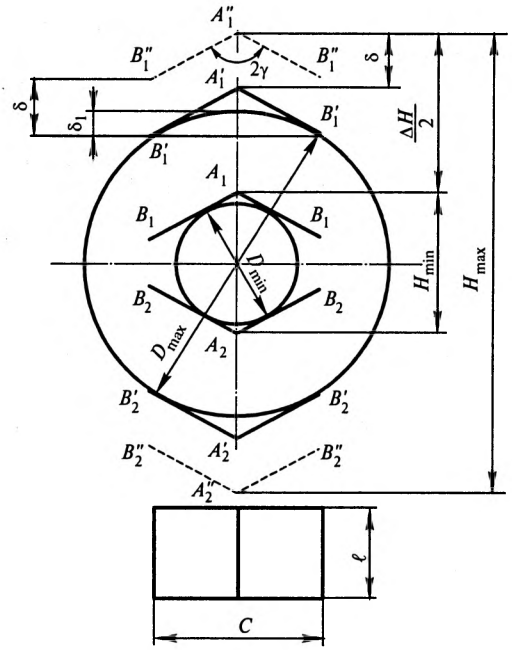
Контакт	Схема касания	Расчетные формулы
Точечный		$\sigma_H = m\sqrt[3]{\frac{NE_{пр}^2}{\rho_{пр}^2}}$; $\Delta = 0{,}977 n_\Delta \sqrt[3]{\left(\frac{N}{E_{пр}}\right)^2 \frac{2r_2 + r_1}{r_1 r_2}}$
		$\sigma_H = m\sqrt[3]{\frac{NE_{пр}^2}{\rho_{пр}^2}}$; $\Delta = 0{,}977 n_\Delta \sqrt[3]{\left(\frac{N}{E_{пр}}\right)^2 \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}}$
		$\sigma_H = m\sqrt[3]{\frac{NE_{пр}^2}{\rho_{пр}^2}}$; $\Delta = 1{,}23 n_\Delta \sqrt[3]{\left(\frac{N}{E_{пр}}\right)^2 \frac{1}{r_2}}$

Условия применимости формул Герца: незначительные размеры площадки контакта по сравнению с радиусами кривизны поверхностей в зоне контакта; контактирующие поверхности идеальные, абсолютно гладкие и сухие, силы трения отсутствуют; материалы тел анизотропны; деформации только упругие.

Расчет на прочность объекта или рабочих элементов проводят по зависимости $\sigma_H \leqslant [\sigma]_H$, где $[\sigma]_H$ — допускаемое контактное напряжение материала объекта или рабочих элементов. При линейном контакте и расчете на статическую прочность для пластичных материалов при полном отсутствии течения материала принимают $[\sigma]_H \approx \sigma_T$ (σ_T — предел текучести материала). При точечном контакте — $[\sigma]_H = (2...3)\sigma_T$. При расчете на усталостную прочность $[\sigma]_H$ определяют по методике, изложенную в 9.4. Для хрупких материалов $[\sigma]_H \approx \sigma_B$ (предел прочности — временное сопротивление материала).

14.16. Геометрические параметры рабочих элементов

Основными параметрами рабочих элементов являются: угол 2γ раскрытия рабочего элемента, длина C и ширина ℓ (рис. 14.25). Угол γ выбирают из диапазона допустимых значений. Наибольшее значение угла ($\gamma_{max} = 80^o$) принимают из условия отсутствия заклинивания объекта при захватывании. Наименьшее значение угла определяют из условия нормального захватыва-



Р и с. 14.25

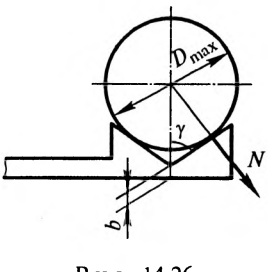
ния объектов с заданным отношением минимального R_{min} и максимального R_{max} радиусов:

$$\gamma_{min} = \arccos\sqrt{\frac{R_{min}}{R_{max}}}. \qquad (14.38)$$

В большинстве случаев $\gamma = 60^\circ$, реже $\gamma = 45^\circ$.

Длину C рабочего элемента выбирают с учетом следующих требований: при захватывании объекта минимального размера R_{min} крайние точки B_1 и B_2 рабочих элементов не должны соприкасаться друг с другом и при захватывании объекта максимального размера R_{max} крайние точки B_1 и B_2 рабочих элементов не должны вступать в контакт с объектом. Следовательно, размер C выбирают из условия

$$2R_{max}\cos\gamma \le C \le \frac{2R_{min}}{\cos\gamma}. \qquad (14.39)$$



Р и с. 14.26

С целью уменьшения габаритных размеров рабочего элемента C рекомендуют выбирать близкой к минимальному значению.

Ширину ℓ рабочих элементов находят из условия контактной прочности $\sigma_H \le [\sigma]_H$ (14.32).

Толщину b рабочего элемента (рис. 14.26) находят из условия изгибной прочности $\sigma_{max} = \frac{NR_{max}}{W_и \operatorname{tg}\gamma} \le [\sigma]_и$, где N — наибольшее нормальное усилие в точке контакта объекта с рабочим элементом; $W_и$ — осевой момент сопротивления изгибу поперечного сечения полки рабочего элемента. Для плоского сечения размером $\ell \times b$ имеем $W_и = \ell b^2/6$. Тогда толщина полки будет равна

$$b \ge \sqrt{\frac{6NR_{max}}{\ell[\sigma]_и \operatorname{tg}\gamma}}. \tag{14.40}$$

14.17. Диапазон раскрытия рабочих элементов схвата

Диапазон раскрытия схвата представляет собой перемещение рабочих элементов при захватывании объекта минимального и максимального размеров (см. рис. 14.25): $\Delta H = H_{max} - H_{min}$.

Положение каждого рабочего элемента схвата при захватывании объекта радиусом R_{max} равно

$$\frac{H_{max}}{2} = \frac{R_{max}}{\sin\gamma} + \delta, \tag{14.41}$$

где $\delta = \sum_{i=1}^{4} \delta_i$ — ход рабочего элемента. Здесь δ_1 — перемещение рабочего элемента, обеспечивающее нулевой зазор между ним и объектом:

$$\delta_1 = R_{max} - R_{max}\sin\gamma = R_{max}(1 - \sin\gamma), \tag{14.42}$$

δ_2 — половина погрешности изготовления объекта; δ_3 — погрешность базирования объекта на позиции, с которой происходит его захватывание; δ_4 — погрешность позиционирования робота.

Положение рабочего элемента при захватывании объекта радиусом R_{min}:

$$\frac{H_{min}}{2} = \frac{R_{min}}{\sin\gamma}. \tag{14.43}$$

Вычитая из выражения (14.41) зависимость (14.43), находим диапазон раскрытия одного рабочего элемента:

$$\frac{\Delta H}{2} = \frac{R_{max} - R_{min}}{\sin\gamma} + \delta = \frac{\Delta R}{\sin\gamma} + \delta, \tag{14.44}$$

где $\Delta R = R_{max} - R_{min}$ — изменение радиуса объекта.

Диапазон раскрытия схвата равен

$$\Delta H = \frac{\Delta D}{\sin\gamma} + 2\delta, \tag{14.45}$$

где $\Delta D = D_{max} - D_{min}$ — изменение диаметра объекта.

14.18. Многообъектные схваты

Многообъектные (многопредметные, многопозиционные) схваты предназначены для захватывания и одновременного удержания нескольких объектов (рис. 14.27). В большинстве случаев многообъектные схваты являются узкоспециализированными, т.е. приспособленными для захватывания вполне определенных одинаковых объектов, ориентированных определенным образом. Установка на роботы многообъектных схватов преследует цель повышения производительности участков или уменьшения простоев оборудования.

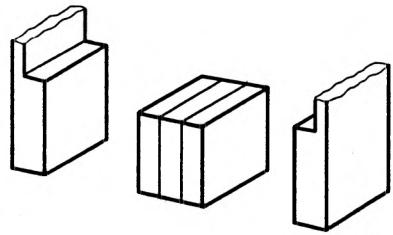


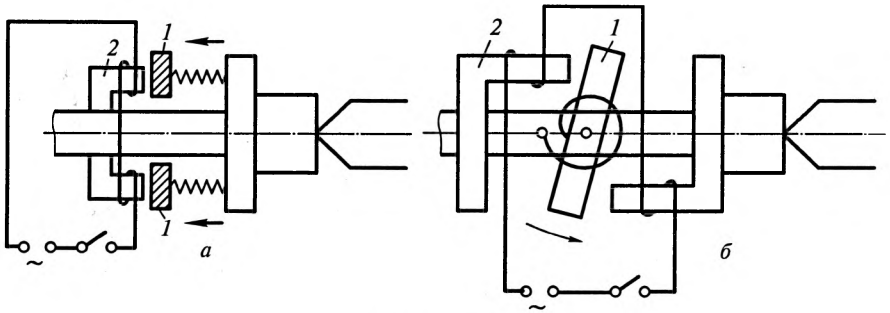
Рис. 14.27

К многообъектным схватам предъявляют те же требования, что и к обычным, а также специфические, определяемые характером поступления объектов на позиции захватывания и их относительным размещением. *Размещение объектов* характеризуется плотностью прилегания (разреженностью) и конфигурацией пачки. При плотном размещении объекты прилегают друг к другу и их совокупность образует компактную пачку, которую можно рассматривать как самостоятельный целый объект, допускающий относительное смещение своих частей. При разреженной расстановке объектов их следует рассматривать отдельно. *Конфигурации совокупностей объектов* обычно выбирают одинаковыми. Имеется два основных типа размещения объектов: *линейный* и *плоскостной*. При линейном типе объекты размещают по одной линии (чаще всего по прямой или по окружности), при плоскостном — в узлах регулярной сетки (прямоугольной или треугольной). Схемное и конструктивное выполнение многообъектных схватов определяется в основном плотностью размещения объектов.

14.19. Многофункциональные схваты

Многофункциональные схваты предназначены не только для захватывания и удержания объекта, но и для выполнения дополнительных функций: подготовительных, вспомогательных, станочного приспособления, технологических, измерения и контроля и др.

Подготовительной является функция поиска объекта (не в очень больших пределах), при необходимости — его отделение от других объектов, доориентация. Эти задачи могут быть решены как активными, так и пассивными средствами. Активные средства основаны на применении датчиков очувствления, сигналы которых используют в системах управления. Пассивные



Р и с. 14.28

средства сводятся к изменениям формы рабочих элементов, добавлению отсекателей, защелок с пружинами или с самостоятельными простейшими двигателями. Возможно также применение магнитов и электромагнитов.

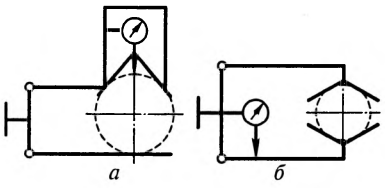
Важной *вспомогательной функцией* является функция «выдергивания» застрявшего предмета. Такая задача возникает, например, при вытаскивании инструмента с коническим хвостовиком из инструментальной головки, а также при автоматической разборке различных изделий. Часто статического усилия привода недостаточно, чтобы вывести объект из начального состояния. Для этого необходим короткий импульс, который необходимо приложить после захватывания объекта. Схемы двух вариантов устройств для создания подобных импульсов показаны на рис. 14.28. В обеих схемах импульс создается при жестком ударе подвижной массы *1*, притягиваемой электромагнитом *2*. В схеме (рис. 14.28, *а*) масса *1* перемещается поступательно, в схеме (рис. 14.28, *б*) масса *1* вращается. Может быть предусмотрено многократное повторение импульсов. Чтобы импульсы не передавались на ИУ, целесообразно предусмотреть упругое соединение схвата с последним звеном ИУ.

Функцию станочного приспособления многофункциональный схват выполняет при обработке заготовки, зажатой в нем. При этом он должен обеспечить достаточно точное базирование заготовки, должны оставаться свободными поверхности, предназначенные для обработки, необходимо точное базирование самого схвата, а также должно быть значительно увеличено усилие захватывания, так как технологические усилия обычно значительно превышают силы инерции при переносе.

Многофункциональные схваты при оснащении специальными устройствами могут выполнять *технологические функции*: обжатие заготовок, индукционный нагрев, точечная сварка, нанесение маркировки, сборка.

Функции измерения и контроля могут также выполнять многофункциональные схваты. После захватывания они могут измерять или контролировать параметры формы и положения поверхностей объекта непосредственно в схвате. При этом элементы схвата играют роль базирующих приспособлений и, возможно, звеньев измерительных устройств.

При выборе схемы схвата можно пойти по двум путям: или отделять средства измерения и контроля от конструкции схвата, или объединять их. В первом случае (рис. 14.29, *а*) один из рабочих элементов используют и для бази-



Р и с. 14.29

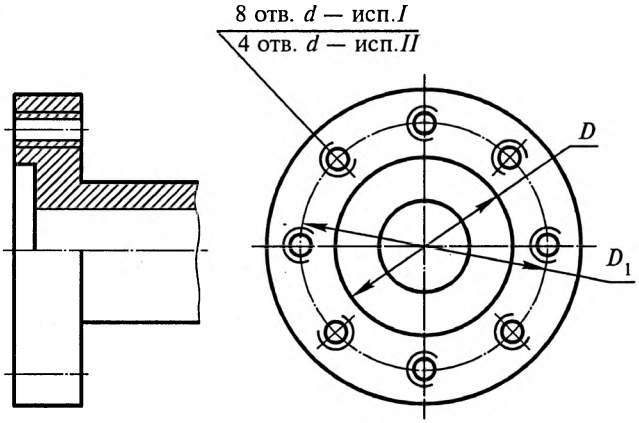
рования объекта, и как носителя совершенно автономного измерительного преобразователя. Базирование цилиндрического объекта осуществляют по двум плоскостям, по линейному перемещению штока датчика определяют диаметр. Второй рабочий элемент в измерении не участвует.

Во втором случае звенья механизма схвата одновременно являются звеньями устройства измерения (рис. 14.29, *б*). Диаметр объекта определяют по расхождению выходных звеньев преобразователя движения схвата. При такой схеме достигается большая простота конструкции, однако, как правило, измерения оказываются менее точными, чем в первом случае, так как измерительный инструмент является одновременно и силовым.

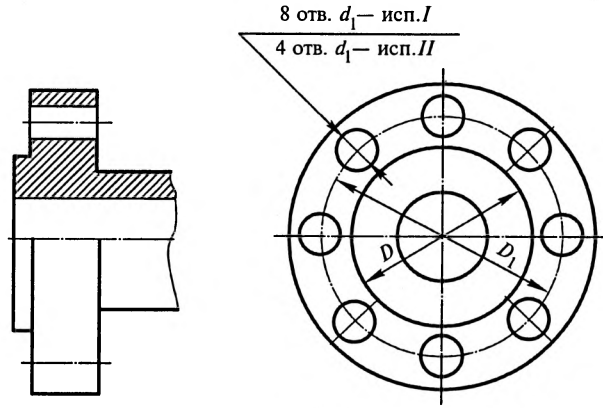
14.20. Крепление рабочего органа к исполнительному устройству

Крепление РО к последнему звену ИУ робота может быть жестким, не допускающим перемещений схвата относительно звена крепления, или упругим (подвижным), допускающим малые относительные перемещения. Крепление можно осуществлять вручную или автоматически. Для этого необходимо обеспечить стандартизацию и унификацию мест крепления и присоединительных размеров как РО, так и ИУ.

Жесткое крепление сменных ЗУ можно осуществить, например, при помощи фланцевого соединения. На ИУ фланец выполняют с центрирующим отверстием диаметром D и с резьбовыми отверстиями диаметром d, расположенными равномерно по окружности диаметра D_1 для крепления РО (рис. 14.30). Фланцы бывают двух исполнений. При исполнении *I* фланец имеет *8* резьбовых отверстий диаметром d, при исполнении *II* — *4* резьбовых отверстия диаметром d. На РО фланец выполняют с центрирующим высту-



Р и с. 14.30



Р и с. 14.31

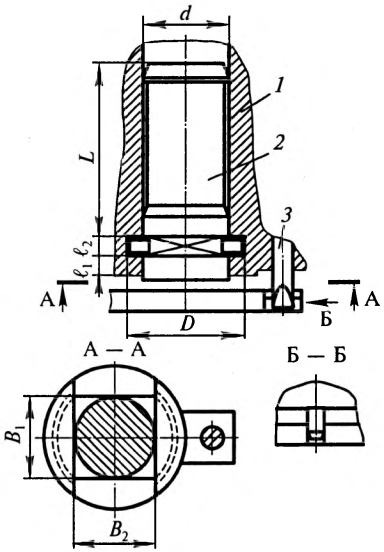
пом диаметром D и отверстиями диаметром d, расположенными равномерно по окружности диаметром D_1, для его крепления к фланцу ИУ (рис. 14.31). Фланцы РО также бывают двух исполнений: при исполнении *I* он имеет *8* отверстий диаметром d, при исполнении *II* — *4*.

Присоединительные размеры фланцев ИУ и РО приведены в табл. 14.5.

Смена РО вручную является трудоемкой и длительной, а при многократной смене приводит к снижению надежности соединений.

Т а б л и ц а 14.5. **Присоединительные размеры фланцев, мм**

D	D_1	d	d_1	Исполнение
32	45	M6	6,6	2
		M6	6,6	2
45	60			1
		M8	9,0	2
63	80	M6	6,6	1
		M8	9,0	2
80	100	M8	9,0	2
				1
		M10	11,0	2
100	120	M8	9,0	1
	125	M10	11,0	2
	145	M10	11,0	2
125	145	M8	9,0	1
		M10	11,0	2
				1
	185	M12	14,0	2
160	185	M10	11,0	1
		M12	14,0	2
				1



Р и с. 14.32

В настоящее время разработаны конструкции быстросменных РО, которые позволяют их соединять с ИУ без применения специального инструмента простыми движениями руки человека быстро и надежно.

Крепления быстросменных и сменяемых автоматически РО можно осуществлять при помощи защелок, винтов, магнитов, байонетных соединений.

На рис. 14.32 изображено байонетное крепление РО. Механизм крепления включает гнездо *1*, выполненное на исполнительном устройстве, хвостовик *2* РО и приспособление *3* для его фиксации от углового поворота.

При установке РО его хвостовик *2* вводят в гнездо *1* с одновременным отжимом упора *3*, затем РО поворачивают на 90°, упор *3* заскакивает в отверстие, выполненное во фланце РО. Для смены РО необходимо отжать упор *3*, повернуть РО на 90° и вынуть из гнезда. Основные размеры механизма крепления приведены в табл. 14.6.

На рис. 14.33 показан механизм крепления сменного ЗУ манипулятора МЭМ-10. Он оснащен двумя поворотными подпружиненными рычагами *1*, защелками *2*, стремящимися войти в щелевидные прорези втулки *3* корпуса ЗУ. Механизм крепления манипулятора выполнен в виде цилиндрического шпинделя *4* с двумя штырями *6* и двумя полукруглыми пазами *5*. Внутри шпинделя расположен валик с квадратным наконечником *7*, служащий для передачи крутящего момента электропривода на механизм перемещения рабочих элементов схвата.

Т а б л и ц а 14.6. **Основные размеры байонетного механизма крепления рабочего органа, мм**

d	D	L	ℓ_1	ℓ_2	B_1	B_2
20	32	40	7	6	20	21
30	44	60	9	8	30	31
40	56	85	9	8	40	41
50	68	100	9	8	50	51
60	80	120	11	10	60	61

Стыковку ЗУ к манипулятору осуществляют следующим образом. Шпиндель *4* вводят во втулку *3* так, что штыри *6* попадают в байонетные прорези *8*. Одновременно с этим защелки *2* частично выжимаются шпинделем из щелевидных прорезей корпуса. Затем шпиндель поворачивают вокруг своей

продольной оси, в результате чего штыри *6* перемещаются вдоль горизонтальных участков прорезей *8*, а защелки *2* западают в пазы *5*, обеспечивая фиксацию схвата на шпинделе по углу поворота.

Для освобождения ЗУ из шпинделя манипулятор вводит его в гнездо магазина и опускает до упора рычагов *1* в элементы гнезда. Под действием осевого усилия руки рычаги поворачиваются и раскрывают защелки *2*. Затем дают команду на поворот шпинделя и его подъем с целью выведения штырей *6* из байонетных прорезей *8*.

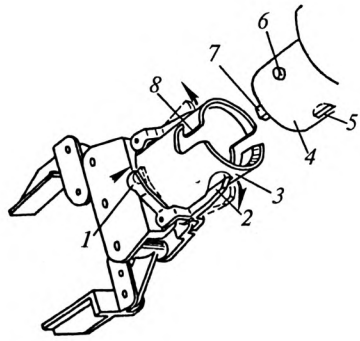


Рис. 14.33

При работе в гибких производственных системах замена РО должна осуществляться автоматически. Устройство автоматической смены РО грузоподъемностью 60 кг и массой 4,4 кг показано на рис. 14.34. При подаче давления пневмопитания в полость *1* поршень *2* поднимается и вдавливает три шарика *3* диаметром 10 мм в соответствующие пазы на коническом хвостовике *7* сменного РО, обеспечивая его закрепление в стыковочном устройстве. Шарики *4* ∅5 мм подпружинены и вдавлены в соответствующие пазы хвостовика и не позволяют РО выпасть из стыковочного устройства в случае аварийного падения давления в полости *1*. Поршень *5* служит для выталкивания хвостовика РО при его установке в магазин. Механизм крепления снабжен двумя пневморазъемами *6* и одним электроразъемом, рассчитанным на ток до 4А, для подачи энергии РО.

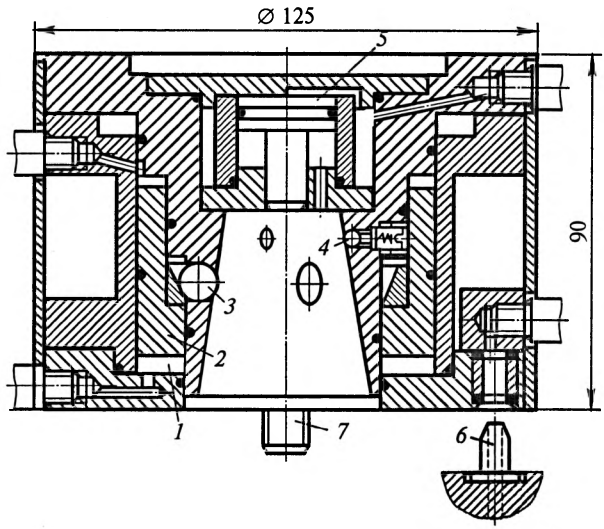


Рис. 14.34

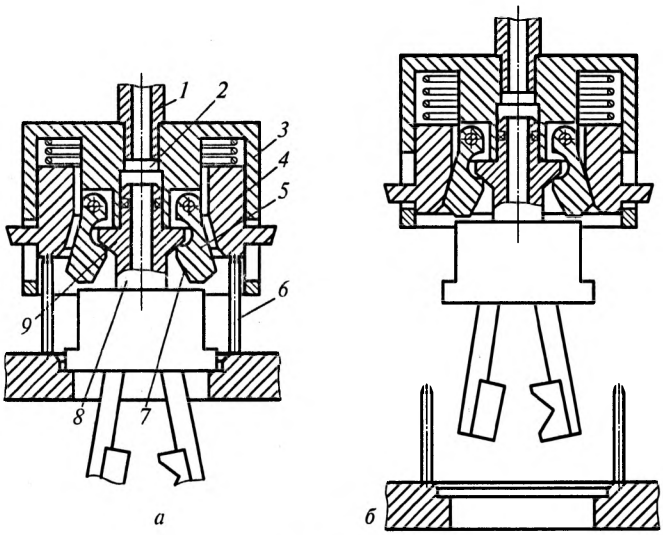


Рис. 14.35

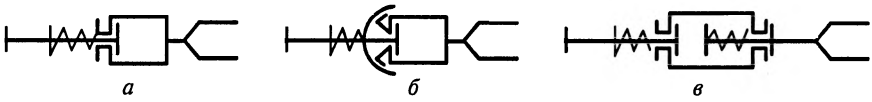
Механизм крепления РО к ИУ робота «Skilam SR-3» приведен на рис. 14.35. На конце вертикально перемещаемой направляющей *1* закреплен стакан *3*, внутри которого расположена подпружиненная втулка *4* с конической внутренней поверхностью, и установлены две цанговые губки *5*, слегка поджатые пружинами кручения, установленными на оси поворота губок (не показаны), в сторону вертикальной оси устройства. На губках *5* выполнены клиновые скосы *7*. Стыковочный узел механизма крепления сменного РО представляет собой хвостовик *8* с двумя клиновыми выступами *9*. Внутри хвостовика имеется канал для подвода воздуха в пневмоцилиндр РО.

Для закрепления РО на ИУ стакан *3* выводится на одну ось с хвостовиком *8* и опускается. Втулка *4* вступает в контакт со штырями *6*, установленными вокруг гнезда магазина, перемещается вверх, сжимая пружину, и освобождает губки *5*. При этом выступы *9* хвостовика воздействуют на скосы *7*, в результате чего губки сначала расходятся, а затем, под действием пружин, охватывают хвостовик *8* за клиновые выступы *9* (рис. 14.35, *а*). Затем дают команду на подъем направляющей *1*. При этом втулка *4* своей конической поверхностью запирает губки *5* и становится невозможным их раскрытие (рис. 14.35, *б*).

Для вывода РО из стыковочного устройства его размещают в гнезде магазина. Затем воздух под давлением подают в полость *2* при одновременном поднятии направляющей *1*. В результате губки расходятся, хвостовик РО выходит из стыковочного устройства и остается в гнезде магазина.

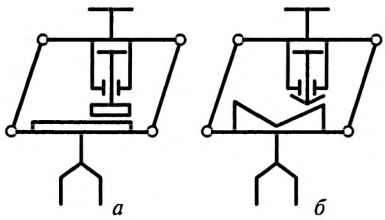
Питание пневмодвигателя рабочего устройства осуществляют через каналы, просверленные внутри направляющей *1* и в хвостовике РО.

Упругое крепление РО выполняют в тех случаях, когда требуется уменьшение сил и моментов взаимодействия объекта с внешними приспособлениями и устройствами, исключение застревания и заклинивания при сборке,



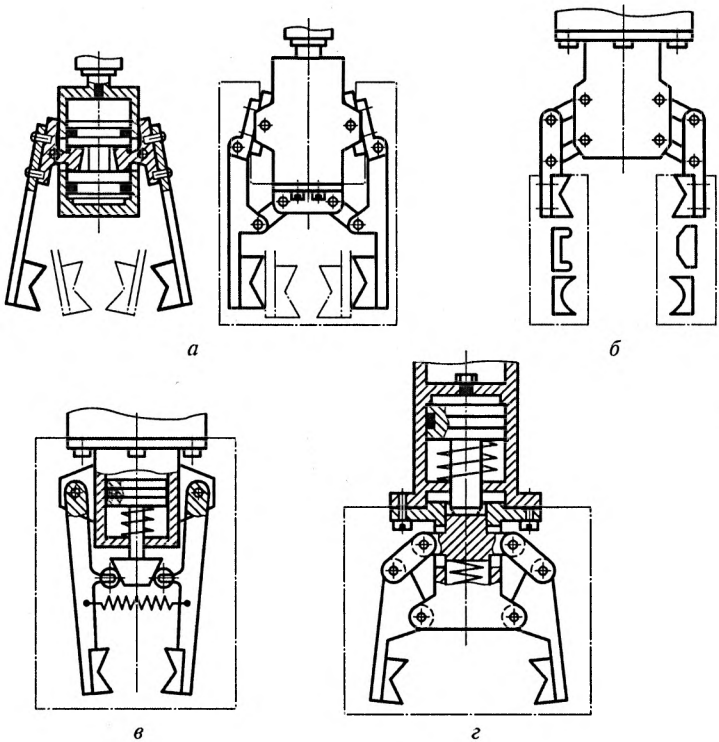
Р и с. 14.36

приспособление к изменению положения и формы поверхностей объекта, уменьшение вероятности разрушения ИУ в аварийных ситуациях.



Р и с. 14.37

Упругое соединение можно осуществить пассивными и активными средствами. При пассивном соединении используют упругие элементы-пружины. На рис. 14.36 показаны схемы крепления РО при помощи пружин с первоначальным натягом. До тех пор, пока сила первоначального натяга не преодолена, упругий элемент работает как жесткий, при преодолении первоначального натяга — как упругий.



Р и с. 14.38

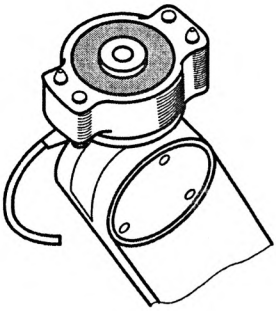


Рис. 14.39

При активном соединении используют дополнительные приводы. Выходные звенья приводов активных устройств могут выполнять функции закрепления (фиксации) схвата в любом положении (рис. 14.37, *а*) или приведения в определенное положение с последующим закреплением (рис. 14.37, *б*).

В механических ЗУ сменными могут быть выходные звенья преобразователя движения (рис. 14.38, *а*), а также рабочие элементы (рис. 14.38, *б*). При этом может быть изменен характер движения рабочих элементов, а также обеспечена приспосабливаемость рабочих элементов к форме поверхности объекта, за которую производится захватывание.

Кроме того, сами ЗУ могут быть сменными. На рис. 14.38, *в* показан сменный модуль ЗУ с двигателем, а на рис. 14.38, *г* — сменный преобразователь движения с рабочими элементами.

Кроме механических устройств крепления рабочих элементов могут быть использованы и магнитные. По своим массогабаритным и силовым параметрам электромагнитные устройства конкурентоспособны с механическими, но менее надежны, так как их удерживающая способность обусловлена наличием и стабильностью питающего напряжения. Кроме того, должно быть исключено попадание на магниты металлической стружки и опилок, а также максимально снижена запыленность окружающей среды, так как пыль, оседая на рабочую поверхность магнита, значительно уменьшает его удерживающую способность.

Электромагнитное устройство смены РО, разработанное шведской фирмой «RS-Automation», приведено на рис. 14.39. Она выпускает такие устройства четырех типоразмеров с диаметром фланцев 63...145 мм, усилием закрепления 1114...6800 Н и массой 1,3...4,4 кг. Напряжение питания 24 В.

14.21. Вакуумные захватные устройства

Для захватывания роботами плоских и объемных объектов с гладкой поверхностью и небольшой массой (не более 20 кг) используют вакуумные захватные устройства (ВЗУ). Они обладают рядом достоинств: равномерностью распределения нагрузки, возможностью захвата объекта за одну поверхность, простотой конструкции, небольшой массой РО, возможностью самоцентрирования. Особо следует отметить возможность захватывания и перемещения хрупких объектов из стекла, пластмасс, керамики, а также объектов, имеющих небольшую жесткость (резина, картон и т.п.).

К недостаткам ВЗУ можно отнести: пригодность для захватывания объектов только с гладкими, преимущественно плоскими поверхностями, ограниченность силы притяжения для данной площади контакта с объектом, пониженная точность базирования, вызванная эластичностью присосок, нежелательность наличия частиц материалов между плоскостями ВЗУ и объекта, шум при работе, невозможность захвата объектов с отверстиями, низкое быстродействие.

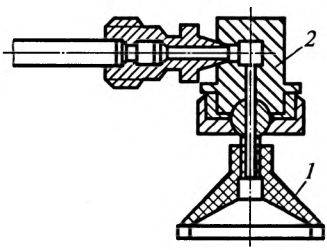


Рис. 14.40

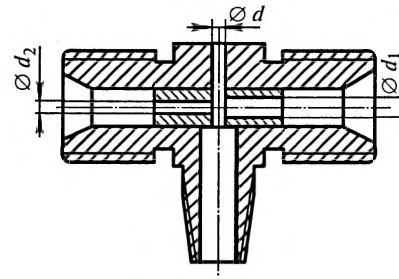


Рис. 14.41

Вакуумные захватные устройства бывают *контактного* и *бесконтактного* типов.

Основными элементами ВЗУ контактного типа (рис. 14.40) являются присоска *1* и устройство для создания вакуума *2*. Присоски изготовляют из резины, неопрена, полиуретана.

Принцип действия ВЗУ контактного типа основан на непосредственном присасывании присоски *1* к объекту при создании вакуума внутри нее. Вакуум может быть создан отсасыванием воздуха из внутренней полости присоски (см. рис. 14.40) при помощи специального отсасывающего устройства *2* или в результате использования эжектора (рис. 14.41). Сцепление присоски с объектом происходит за счет разности между атмосферным давлением и остаточным давлением во внутренней ее полости.

Для повышения надежности удержания объекта при транспортировании применяют ВЗУ, состоящие из нескольких присосок.

В ВЗУ часто применяют микрприсоски с ∅ 2...8 мм, расположенные в шахматном или сотовом порядке в целях более полного использования площади захвата.

Вакуумные захватные устройства, имеющие микрприсоски, более универсальны, поскольку наличие целого «поля» присосок обеспечивает захватывание объекта типа «гребенок».

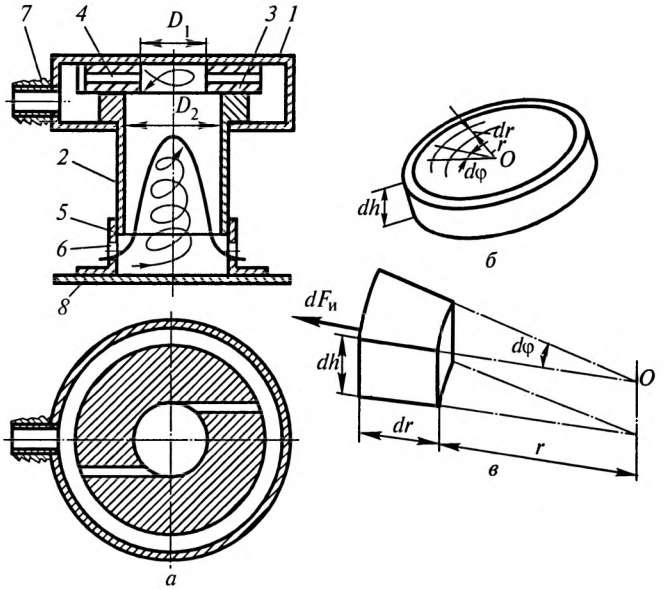
Время закрепления объекта ВЗУ зависит от степени разрежения в камере и сечения дросселирующего отверстия. Для микрприсосок ∅ 3...6 мм время закрепления находится в пределах 0,08...0,15 с.

К ЗУ контактного типа могут быть отнесены и вихревые ЗУ.

Действие вихревых ЗУ основано на свойстве изолированного вихря создавать вдоль своей продольной оси область пониженного давления. В результате из-за разности атмосферного давления и давления внутри вихря возникает подъемная сила.

Вихревое ЗУ (рис. 14.42, *а*) состоит из корпуса *1* с цилиндрической камерой, завихрителя *3* с соплами *4*, расположенными по касательным к внутренней окружности завихрителя, втулки *2*, насадки *5* с отверстиями *6*.

При работе ЗУ сжатый воздух из магистрали через штуцер *7* поступает в камеру *1*, где устанавливается давление, превышающее атмосферное, и далее через сопла *4* во втулку *2*.



Р и с. 14.42

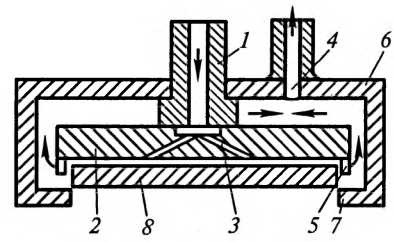
Благодаря высокой скорости истечения воздуха через сопла формируется сильно закрученный поток воздуха, движущийся вдоль стенок втулки *2* в направлении уменьшения давления сверху вниз. Вдоль оси этого потока устанавливается разрежение, что способствует засасыванию атмосферного воздуха через отверстия *6* внутрь втулки *2*. В результате в нижней части ЗУ образуется вихревая воронка, в которой частицы воздуха движутся по восходящей спирали, и в ней возникает область пониженного давления. Прикрепление объекта *8* к насадке *5* осуществляется за счет разности атмосферного и внутривихревого давлений.

Вблизи завихрителя формируется верхний вихрь, в котором воздух движется по нисходящей спирали, оттесняясь вихревой воронкой к стенкам втулки *2* и устремляясь в атмосферу через боковые отверстия *6*.

Для манипулирования плоскими объектами, особо чувствительными к механическим воздействиям (хрупкие объекты, объекты с тщательно отполированными поверхностями и т.п.), применяют бесконтактные струйные ЗУ. Они полностью исключают повреждение объекта, так как не соприкасаются с ним.

В струйных ЗУ используют свойство потока воздуха уменьшать давление в направлении нормали к его скорости. В таких ЗУ не требуется высокая герметичность и их можно применять для объектов, имеющих отверстия. На рис. 14.43 приведено струйное ЗУ. Оно состоит из штуцера *1*, по которому подают под давлением воздух в ЗУ, плиты *2* с направляющими каналами *3* подачи воздуха, выхлопного канала *4*, базирующих кромок *5*, корпуса *6* с бортиком *7* и объекта *8*. В результате большой скорости потока воздуха между пли-

той *2* и объектом *8* давление в зазоре уменьшается и за счет разности атмосферного давления и давления в зазоре происходит подъем и удержание объекта на некотором расстоянии от плиты.



Р и с. 14.43

При определенной конструкции струйное ЗУ позволяет осуществлять одновременно угловую ориентацию объекта *5* (например, прямоугольной пластины) и его базирование (рис. 14.44). В этом случае канал *2*, по которому подводят сжатый воздух, заканчивают наклонным соплом *3*, формирующим плоский поток воздуха в зазоре между торцом захвата и объектом в направлении окна, образованного двумя ограничительными стенками *4*. Из-за большой скорости потока воздуха давление в зазоре уменьшается, происходит подъем и удержание объекта на некотором расстоянии от торца ЗУ, причем величина зазора устанавливается автоматически из условия равновесия объекта. При этом объект *5* (прямоугольник, изображенный на рис. 14.44 штриховой линией) будет поворачиваться вокруг вертикальной оси захватного устройства и одновременно перемещаться в диагональном направлении к окну, пока не окажется прижатым к боковым стенкам *4*.

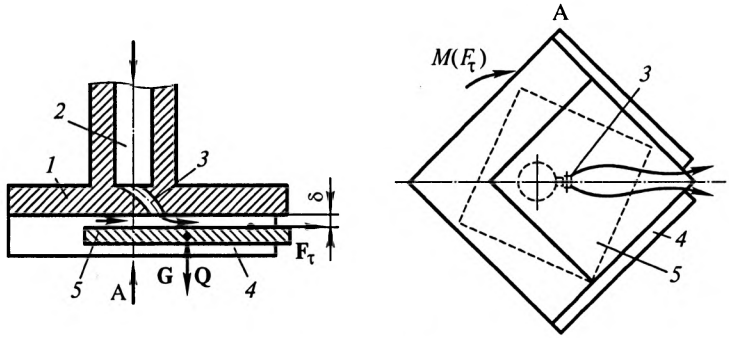
Грузоподъемность ВЗУ. Силу притяжения (удерживающую силу) ВЗУ контактного типа рассчитывают по формуле (см. рис. 14.40):

$$F = K_P(P_a - P_в)A, \qquad (14.46)$$

где $K_P = 0{,}8...0{,}85$ — коэффициент, учитывающий возможное изменение атмосферного давления и свойств уплотнения; $P_a = 0{,}1$ МПа — атмосферное давление; $P_в$ — остаточное давление в камере присоски, МПа; A — площадь присоски, ограниченная ее внутренним контуром, мм^2.

В предварительных расчетах можно принимать $P_a - P_в = 0{,}03... ...0{,}035$ МПа.

Грузоподъемность ВЗУ с эжектором (см. рис. 14.41) может быть определена из уравнения:



Р и с. 14.44

$$\rho\frac{v_1^2}{2}+P_1=\rho\frac{v_2^2}{2}+P_2=\text{const}, \tag{14.47}$$

где v_1 — скорость потока воздуха во входном отверстии эжектора диаметром d_1, мм/с; v_2 — скорость потока воздуха в отверстии d_2 эжектора, мм/с, причем $d_2 < d_1$; P_1 и P_2 — давление воздуха в первом и во втором отверстиях соответственно, МПа; ρ — плотность воздуха. Считаем, что плотность воздуха в первом и втором отверстиях одинакова и равна $\rho = 1{,}29 \cdot 10^{-9}$ кг $\cdot$ мм$^{-3}$. Откуда можно определить давление воздуха в отверстии d_2 и соответственно в присоске

$$P_2 = P_1+\frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2). \tag{14.48}$$

Из уравнения неразрывности для установившегося течения газа можно найти скорость потока воздуха в отверстии d_2:

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} = \frac{v_1 d_1^2}{d_2^2}, \tag{14.49}$$

где S_1 и S_2 — площадь поперечного сечения первого и второго отверстий.

Тогда грузоподъемность ВЗУ с эжектором равна

$$F = K_P(P_a - P_2)A. \tag{14.50}$$

В процессе перемещения объекта грузоподъемность ВЗУ не остается постоянной и зависит от соотношения сил, удерживающих объект и стремящихся оторвать и сдвинуть его. В общем случае удержания объекта массой m необходимо выполнение следующих условий (рис. 14.45):

$$\begin{aligned} f\left(\frac{F}{mnk} - g\cos\theta_0 + a\cos\theta\right) &\geq g\sin\varphi_0\sin\theta_0 + a\sin\varphi\sin\theta; \\ f\left(\frac{F}{mnk} - g\cos\theta_0 + a\cos\theta\right) &\geq g\cos\varphi_0\sin\theta_0 + a\cos\varphi\sin\theta, \end{aligned} \tag{14.51}$$

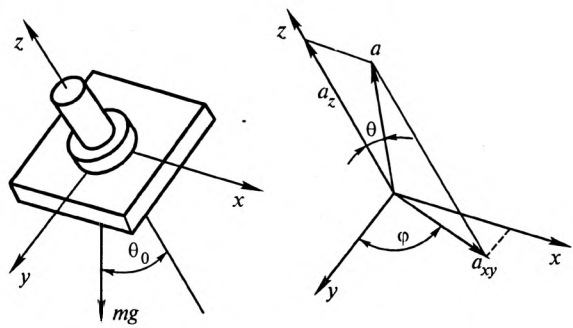


Рис. 14.45

где $f = 0{,}3$ — коэффициент трения между объектом и присоской; $n = 2$ — коэффициент запаса; k — коэффициент, учитывающий смещение центра массы объекта относительно точки приложения подъемной силы; θ_0 — угол между осью захватного устройства (ось z) и вектором силы тяжести объекта; θ — угол между вектором ускорения ЗУ и осью z; a — ускорение ЗУ; φ — угол между проекцией a_{xy} ускорения a на плоскость, перпендикулярную оси z, и осью y; $\varphi_0 = 90^0$ — угол между осями x и y; g — ускорение свободного падения.

В табл. 14.7 приведены схемы удержания ВЗУ объекта и формулы для определения удерживающей силы F.

Очень приближенно подъемную силу вихревого ЗУ (см. рис. 14.42, *а*) можно определить следующим образом. Двумя параллельными плоскостями, отстоящими друг от друга на расстоянии dh, вырежем из насадки *5* элементарный цилиндр (см. рис. 14.42, *б*). На расстоянии r от центра O элементарного цилиндра вырежем элементарный объем воздуха размером $r \times d\varphi \times dr \times dh$ (см. рис. 14.42, *в*). При вихревом движении этого объема воздуха с угловой скоростью w возникает элементарная центробежная сила (сила инерции) $dF_и = dmw^2r = r\,d\varphi\,dh\,dr\,\rho w^2 r$, где dm — масса элементарного объема воздуха; ρ — плотность воздуха.

Элементарное приращение давления в сечении, отстоящем от центра цилиндра на расстоянии r, можно определить в виде

$$d\Delta P = \frac{dF_и}{dS}, \tag{14.52}$$

где $dS = r\,d\varphi\,dh$ — площадь элементарного объема воздуха вдоль образующей цилиндра.

Подставляя значения $dF_и$ и dS в выражение (14.52), можно найти элементарное приращение давления

$$d\Delta P = \frac{r\,d\varphi\,dh\,dr\,\rho w^2 r}{r\,d\varphi\,dh} = w^2 \rho r\,dr. \tag{14.53}$$

Интегрируя полученное выражение в пределах от 0 до R (где R — радиус насадки), получим приращение давления на стенки насадки

$$\Delta P = \int_0^R w^2 \rho r dr = \frac{w^2 R^2 \rho}{2} = \frac{v^2 \rho}{2}, \tag{14.54}$$

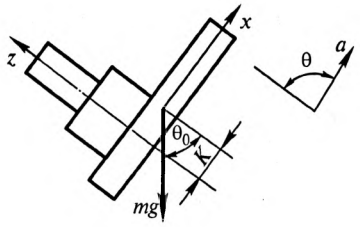
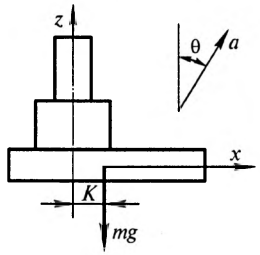
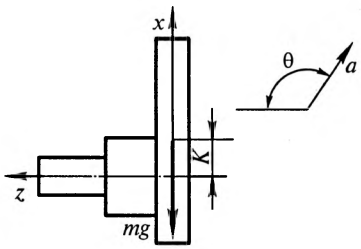
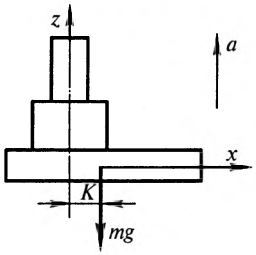
где v — скорость подачи воздуха в вихревую камеру, мм/с.

Так как в стенках насадки имеются отверстия, то воздух через них выходит наружу и давление на стенки насадки практически не изменяется.

Тогда давление внутри вихря будет равно

$$P_в = P_а - \Delta P. \tag{14.55}$$

Таблица 14.7. **Удержание объекта ВЗУ**

Номер	Схема	Расчетные формулы
1		$\varphi = \varphi_0 = 90^\circ;$ $f\left(\frac{F}{mnk} - g\cos\theta_0 + a\cos\theta\right) \geq \geq \lvert g\sin\theta_0 + a\sin\theta\rvert$
2		$\varphi = \varphi_0 = 90^\circ;\ \theta_0 = 0^\circ;$ $f\left(\frac{F}{mnk} - g + a\cos\theta\right) \geq a\sin\theta$
3		$\varphi = \varphi_0 = 90^\circ;\ \theta_0 = 90^\circ;$ $f\left(\frac{F}{mnk} - a\cos\theta\right) \geq g + a\sin\theta$
4		$\varphi = \varphi_0 = 90^\circ;\ \theta_0 = \theta = 90^\circ;$ $\frac{F}{mnk} \geq g + a$

Подъемная сила вихревого ЗУ:

$$F = K_{\text{в}}(P_{\text{а}} - P_{\text{в}})A = K_{\text{в}}\Delta PA, \qquad (14.56)$$

где $K_{\text{в}} = (0{,}3...0{,}5)$ — коэффициент запаса.

Подъемную силу, действующую на пластинку в бесконтактном струйном ЗУ (см. рис. 14.44), определяют по формуле

$$F = \frac{\pi P_a R_{max}^2}{3}\left[\frac{(1-2S_0)\eta}{(1-S_0^2)(1-6m\eta)} - (1-2S_0)\eta\right], \qquad (14.57)$$

где $S_0 = r / R_{max}$; r — внутренний радиус подводящего канала; $\eta = 1 - \frac{P_п}{P_a}$ ($P_п$ — давление сжатого воздуха в подводящем канале); $m = 2/7$.

Условие равновесия пластинки в струйном ЗУ:

при установившемся адиабатическом движении воздуха в зазоре δ

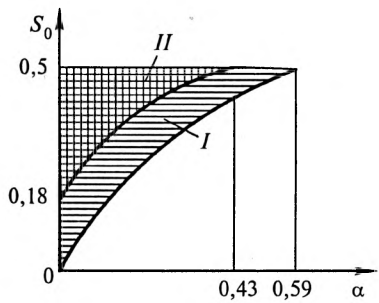
$$0{,}65\sqrt{\alpha} < S_0 < 0{,}5; \qquad (14.58)$$

при изотермическом движении воздуха

$$0{,}18(1+2{,}7\sqrt{\alpha}) < S_0 < 0{,}5, \qquad (14.59)$$

где $\alpha = 3G / \pi P_a R_{max}^2$ (R — сила тяжести пластинки).

В приведенных неравенствах верхние границы для адиабатического (область *I*) и изотермического (область *II*) движений воздуха одинаковые, а нижние — разные (рис. 14.46), хотя они достаточно близки. Области изменения параметров S_0 и α, соответствующие устойчивому равновесию объекта, заштрихованы.

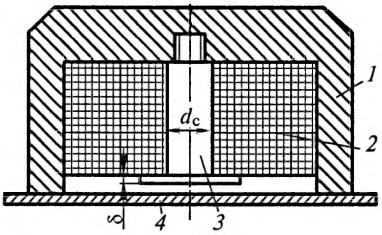


Р и с. 14.46

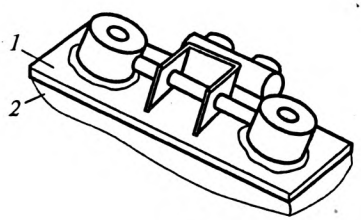
Необходимым условием перемещения пластины в плоскости захвата и ее базирования является смещение центра массы пластины относительно оси сопла. Даже при малом значении этого смещения пластина под действием сил вязкого трения $\mathbf{F}_\tau$ будет удаляться от оси захвата со скоростью, возрастающей во времени по закону гиперболического синуса. Поворот пластины будет происходить, если центр сопла не лежит на одной из главных осей инерции пластины или оси ее симметрии. В этом случае сумма проекций сил трения на прямую, соединяющую центр масс пластины и центр сопла, не равна нулю.

14.22. Магнитные захватные устройства

Магнитные ЗУ предназначены для захватывания и переноса объектов, выполненных из ферромагнитных металлов. Их выполняют на основе электромагнитов или с постоянными магнитами.



Р и с. 14.47



Р и с. 14.48

Электромагнитное ЗУ (рис. 14.47) состоит из корпуса *1*, обмотки *2* электромагнита и сердечника *3*.

Для фиксации объекта *4* в ЗУ без проскальзывания необходимо обеспечить хороший контакт между поверхностями магнита и объекта. Для плоских объектов такую фиксацию обеспечить легко, так как торец электромагнита также плоский. Для неровных поверхностей к нижней стороне магнита *1* крепят эластичный баллон *2* (рис. 14.48) и заполняют его металлическими опилками. При опускании ЗУ на объект частицы металла в баллоне перераспределяются, повторяя рельеф поверхности объекта, чем и обеспечивают хороший контакт. При подаче напряжения на обмотку электромагнита металлические частицы образуют твердую массу и обеспечивают жесткую фиксацию объекта.

Силу притяжения электромагнита приближенно определяют по формуле

$$F_э = \frac{B^2 A_в}{2\mu_0} \approx \frac{(Iw)^2 A_в \mu_0}{2\delta^2}, \qquad (14.60)$$

где $A_в$ — площадь поперечного сечения воздушного зазора между магнитопроводом и объектом, м^2; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м$^{-1}$ — магнитная постоянная; B — индукция магнитная, Тл.

В предварительных расчетах можно принять $1 \leqslant B \leqslant 1{,}4$ Тл. Формула для расчета магнитной индукции имеет вид

$$B \approx \frac{Iw\mu_0}{\delta}, \qquad (14.61)$$

где δ — воздушный зазор между магнитопроводом и объектом, м; I — сила тока в обмотке электромагнита, А; w — число витков обмотки электромагнита

$$I = jS = j\frac{\pi d^2}{4}, \qquad (14.62)$$

где j — плотность тока в поперечном сечении проводника обмотки, А/м^2 (в приближенных расчетов $(2...3) \cdot 10^6$ А/м^2); S — площадь поперечного сечения провода, м^2; d — диаметр провода, м.

Формула для определения w имеет вид:

$$w = \frac{S_o}{S} f_o = \frac{4S_o}{\pi d^2} f_o, \qquad (14.63)$$

где S_o — площадь окна обмотки, м^2; f_o — коэффициент заполнения окна обмотки.

Формула для расчета площади окна обмотки имеет вид

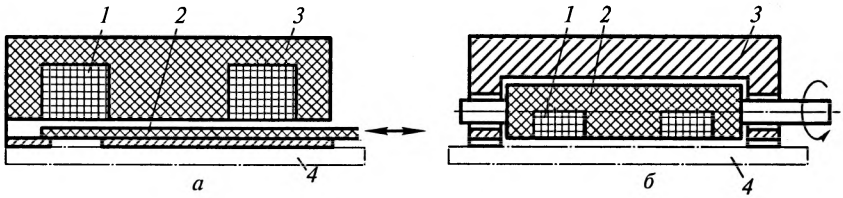
$$S_o = \frac{D - d_в}{2} h, \qquad (14.64)$$

где D — наружный диаметр обмотки электромагнита, м; $d_в$ — внутренний диаметр обмотки электромагнита, м (в проектировочных расчетах его можно принимать равным диаметру d_c сердечника, т.е. $d_в \approx d_c$); h — высота обмотки электромагнита, м. Для различных марок обмоточного провода и различных его диаметров без изоляции (d = 0,05...1,00 мм) коэффициент заполнения равен 0,3...0,6 (табл. 14.8).

Таблица 14.8. **Коэффициент f_o заполнения окна обмотки**

Диаметр провода без изоляции d, мм	Марка обмоточного провода								
	ПЭЛ	ПЭВ-1; ПЭВЛ-1; ПЭВТЛ-1	ПЭТВ-1; ПЭС-1	ПЭВ-2; ПЭВТЛ-2; ПЭС-2	ПЭВ-155; ПЭТ-155	ПЭТ	ПЭЛШО	ПЭЛО	ПЭБО
0,05	0,3	—	—	—	0,35	0,26	0,1	—	—
0,08	0,39	0,35	0,34	0,33	0,35	0,31	0,29	—	—
0,10	0,42	0,39	0,37	0,36	0,38	0,34	0,32	—	—
0,12	0,44	0,41	0,40	0,39	0,40	0,37	0,35	—	—
0,15	0,47	0,44	0,43	0,42	0,42	0,39	0,37	—	—
0,20	0,50	0,48	0,47	0,46	0,46	0,46	0,44	0,43	0,30
0,25	0,52	0,51	0,50	0,48	0,48	0,48	0,46	0,45	0,33
0,31	0,54	0,53	0,52	0,51	0,50	0,50	0,48	0,48	0,36
0,35	0,55	0,54	0,53	0,52	0,52	0,52	0,50	0,50	0,38
0,41	0,56	0,55	0,54	0,53	0,53	0,53	0,51	0,51	0,40
0,47	0,57	0,56	0,55	0,54	0,54	0,54	0,53	0,53	0,42
0,53	0,57	0,57	0,56	0,55	0,55	0,55	0,54	0,54	0,44
0,57	0,58	0,58	0,57	0,56	0,56	0,56	0,55	0,55	0,45
0,64	0,58	0,58	0,57	0,56	0,57	0,57	0,56	0,56	0,48
0,72	0,59	0,59	0,58	0,57	0,58	0,58	0,57	0,57	0,49
0,80	0,59	0,59	0,59	0,58	0,59	0,59	0,58	0,58	0,50
0,90	0,60	0,60	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,51
0,96	0,60	0,60	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,51
0,98	0,60	0,60	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,51

Наличие примесей (марганца, серы, фосфора, никеля и т.п.) в объекте снижает подъемную силу электромагнитного ЗУ. Поэтому масса объекта, которую может удержать ЗУ, находят по формуле



Р и с. 14.49

$$G = \frac{F_э}{n}, \tag{14.65}$$

где $n \leqslant 8...10$ — коэффициент запаса, принимаемый в зависимости от условий работы робота и обеспечения безопасности человека.

Формулы для проверки возможности удержания объекта электромагнитным ЗУ аналогичны формулам ВЗУ (см. табл. 14.7).

Захватные устройства с постоянными магнитами устроены аналогично электромагнитным ЗУ. Отличие заключается в способе отпускания объекта.

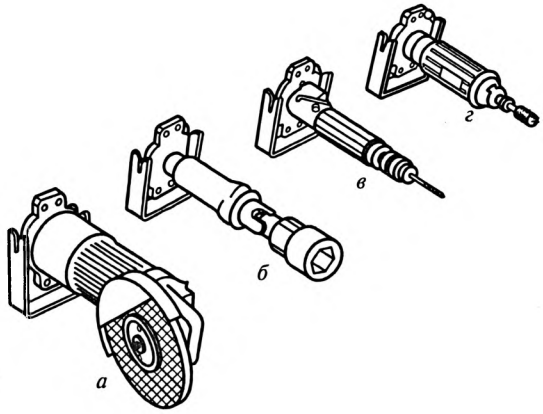
Захватные устройства с постоянными магнитами *1* выполняют таким образом, что отпускание объекта *4* осуществляют специальными устройствами *2*, перекрывающими магнитные потоки (рис. 14.49). На рис. 14.49, *а* показано ЗУ с постоянными магнитами, прерывание магнитного потока которого осуществляют перемещением специальной задвижки *2*, выполненной из немагнитного материала, на рис. 14.49, *б* — поворотным устройство *2*.

Постоянные магниты по сравнению с электромагнитами имеют значительно меньшие габаритные размеры и массу. Существуют постоянные магниты на основе кобальтовых сплавов, изготавливаемые спеканием порошкового материала, которые развивают усилие притяжения, в 500 раз превосходящее собственную массу. Срок сохранения намагничивающей силы в таких магнитах достигает 12 лет.

При использовании магнитных ЗУ в металлообработке необходимо учитывать, что к магниту могут прилипать стружки, которые необходимо периодически очищать, может происходить намагничивание объекта в процессе его захватывания и транспортировки. Если намагничивание объекта нежелательно, то его необходимо размагничивать. Для электромагнитных ЗУ отказ в цепи питания приводит к выпадению объекта из ЗУ. Поэтому хотя электромагнитные ЗУ проще в управлении, быстрее захватывают и отпускают объект, в опасных условиях следует применять ЗУ с постоянными магнитами.

14.23. Оснастка

Оснастка представляет собой приспособление для закрепления в нем и приведения в движение технологического инструмента. При этом к инструменту необходимо обеспечить подвод энергии и какого-либо рабочего тела: для окрасочного робота — краски и воздуха к пульверизатору, для сварочного робота — сварочного тока к сварочным клещам при точечной сварке или



Р и с. 14.50

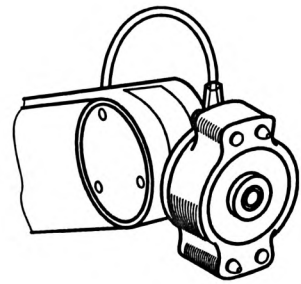
проволочного электрода, газа и охлаждающей воды при дуговой сварке и т. д. Оснастку робота можно разделить на несколько групп.

Оснастка для механической обработки. На рис. 14.50 показана оснастка для фрезерования (рис. 14.50, *а*), закручивания гаек (рис. 14.50, *б*), сверления (рис. 14.50, *в*) и шлифования (рис. 14.50, *г*). Оснастку стыковочным элементом крепят к стыковочному элементу ИУ робота (рис. 14.51). Отличительной особенностью этой оснастки является наличие самостоятельного привода главного движения инструмента: вращения сверла, фрезы, гайковерта, шлифовального круга и т.п. Движение подачи осуществляет ИУ робота. Иногда оснастка имеет самостоятельный, обычно линейный привод подачи. В простейших случаях осуществляют только включение и выключение двигателя привода. В более сложных случаях предусматривают изменение частоты вращения инструмента.

В ответственных случаях возникает необходимость фиксировать момент касания инструментом изделия, контролировать усилия взаимодействия инструмента с изделием. Для этого в оснастке устанавливают датчики силомоментного очувствления. Для предотвращения поломки инструмента в месте соединения оснастки с последним звеном ИУ робота целесообразно предусмотреть установку упругих элементов с первоначальным натягом.

Оснастка для сборки. Специфика условий выполнения с помощью робота операций соединения разнообразных по конструкции деталей диктует создание специализированной оснастки достаточно широкой номенклатуры:

для перемещения и установки деталей без точного ориентирования, с большими зазорами (установка базовых деталей в приспособление, укладка прокладок, удаление собранных изделий);



Р и с. 14.51

для захватывания, перемещения и присоединения деталей с малыми зазорами или небольшими натягами;

для захватывания, перемещения и установки нежестких и упругих деталей (резиновых манжет, пружинных колец и т.п.);

для выполнения резьбовых соединений (в том числе с контролем крутящего момента);

для установки деталей на вал, включая встроенный механизм дополнительной ориентации присоединяемой детали по базовой;

для сборки с пластическими деформациями детали (клепка, раскатка и т.п.).

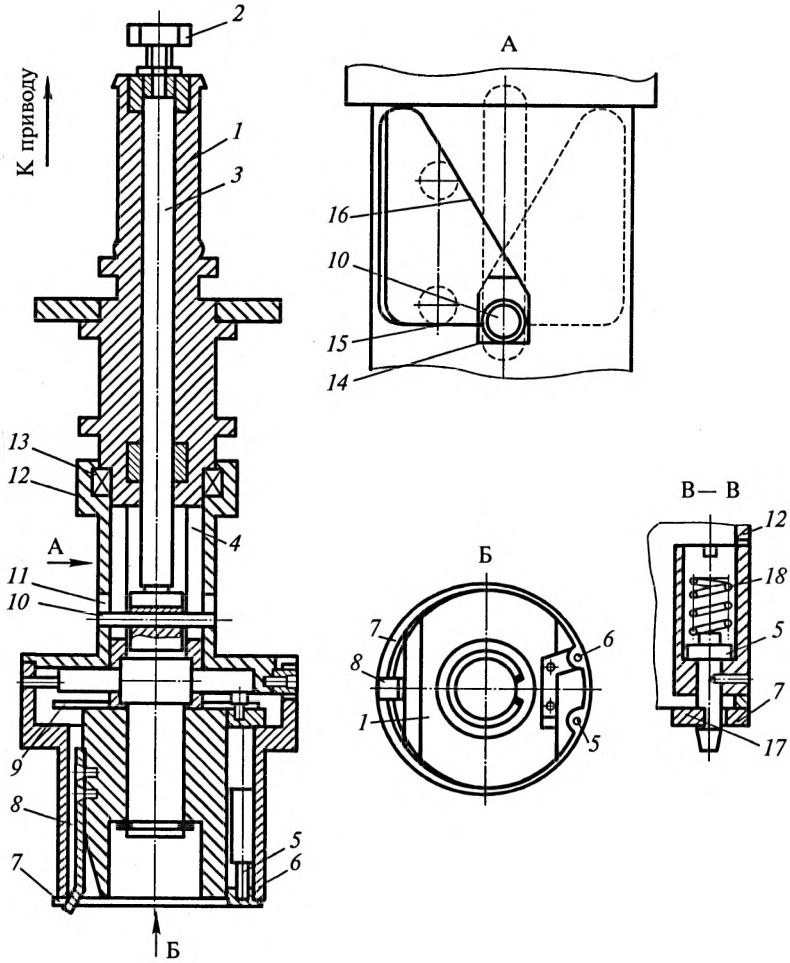
Для соединения деталей с наибольшей производительностью оснастка должна отвечать следующим основным требованиям: унификация по элементам базирования деталей и месту присоединения к роботу; допустимая по условиям сборки погрешность захватывания деталей; надежность захватывания и транспортировки детали на сборочную позицию; обеспечение компенсации погрешности взаимного расположения сопрягаемых поверхностей перед соединением; легкость регулировки и переналадки для присоединения однотипных деталей в установленном диапазоне размеров; возможность встраивания элементов контрольных устройств и средств адаптации.

На рис. 14.52 приведена оснастка для захватывания из накопителя, переноса на позицию сборки и установки в выточку отверстия базовой детали внутренних плоских пружинных колец.

Для выполнения этих действий в конструкции оснастки предусмотрены элементы базирования кольца и механизм его сжатия. После установки и закрепления в руке робота хвостовика корпуса *1* оснастку перемещают на позицию захватывания кольца *7* и опускают до тех пор, пока торец втулки *12* не коснется торцовой поверхности кольца и установочные штыри *5* и *6* не войдут в отверстия в проушинах кольца. При движении тяги *3* вверх под действием привода, находящегося в руке робота и сцепляемого с головкой винта *2*, штифт *10*, взаимодействуя с продольными пазами *4* в корпусе *1* и наклонной частью *16* фигурных окон *11* втулки *12*, упирающейся в подшипник *13*, поворачивает ее относительно корпуса, сжимая посредством штырей кольцо *7* и пружину *9*. Сжимаемое кольцо фиксируется в углублениях *17* установочных штырей и притягивается нижней внутренней кромкой к пружинному упору *8*, предотвращающему провисание и срыв кольца со штырей.

Затем оснастку перемещают к детали, закрепленной на позиции сборки. Нижнюю часть оснастки с закрепленным в сжатом состоянии кольцом *7* опускают в отверстие детали, не доходя до выточки на расстояние, равное высоте установочного штыря *6*, несколько превышающее толщину кольца *7*.

При движении тяги *3* вниз штифт *10*, перемещаясь в продольных пазах корпуса, отрывается от наклонной части *16* окон *11*, давая возможность втулке *12* повернуться. Тогда штыри *5* и *6* расходятся, и кольцо *7* разжимается до касания со стенками отверстия детали. При дальнейшем движении тяги вниз штифт *10* своими концевыми частями доходит до горизонтальных участков *15* фигурных окон, служащих упором, и перемещает вниз втулку *12*, которая сталкивает кольцо *7* в выточку отверстия детали, освобождая установочный



Р и с. 14.52

штырь *6*. Установочный штырь *5* упирается в деталь, ранее установленную в отверстие, и утапливается, сжимая пружину *18*. Далее оснастку поднимают, установочный штырь *5* выходит из кольца, и втулка *12* под действием пружины *9* поворачивается и смещается в осевом направлении вверх относительно корпуса, возвращаясь в исходное положение, при котором штифт *10* размещается в выемке *14* фигурных окон.

Оснастка для точечной электрической сварки. Электрическое сваривание листовых деталей внахлест производят путем их сжатия с последующим пропусканием импульса тока. При этом происходит расплавление металла в зоне контакта и детали свариваются. Сжатие деталей осуществляют двумя электродами, расположенными в специальной оснастке — сварочных клещах

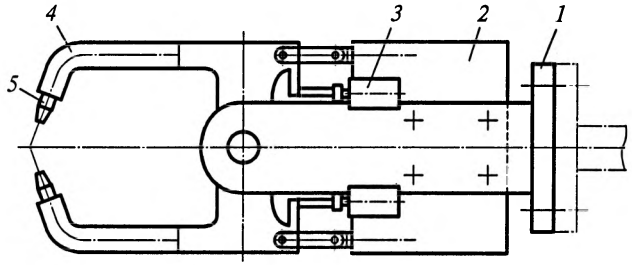


Рис. 14.53

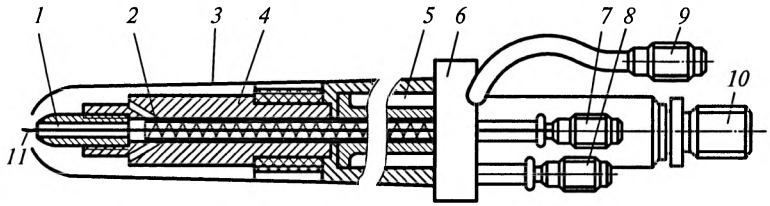


Рис. 14.54

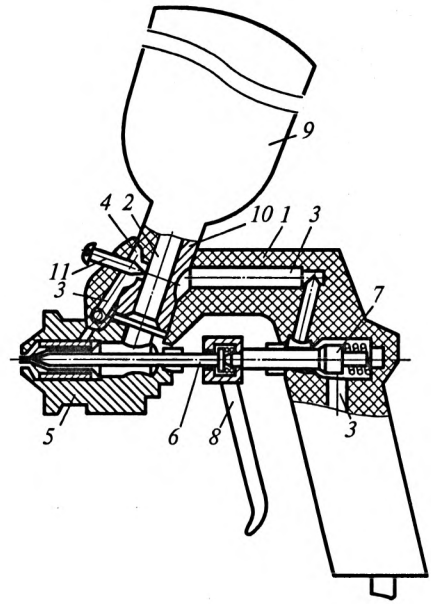
(рис. 14.53). Сварочные клещи состоят из фланца *1*, сварочного трансформатора *2*, гидроцилиндров *3*, наконечников *4* и электродов *5*. Их масса для сварки листов толщиной 1 мм приблизительно равна 10...30 кг.

Оснастка для дуговой сварки включает в себя горелку со средствами подвода тока и, если необходимо, защитного газа, устройство для автоматической подачи проволоки, измерительное устройство для определения положения горелки относительно шва. На рис. 14.54 показана газовая горелка для дуговой сварки. Она состоит из сопла *1*, пружины *2*, кожуха *3*, газового сопла *4*, рубашки охлаждения *5*, корпуса горелки *6*, штуцера *7* подвода воды, штуцера *8* отвода воды, штуцера *9* подвода газа, штуцера *10* подвода сварочного электрода *11*.

Оснастка для лакокрасочных покрытий. Наибольшее распространение из существующих методов нанесения лакокрасочных покрытий получили пневматическое и безвоздушное распыление. При этом окрашивание осуществляется осаждением на окрашиваемой поверхности распыляемой краски. Нанесение краски и покрытий осуществляют краскораспылителями. При пневматическом распылении выбрасывание распыленной краски из сопла краскораспылителя осуществляют за счет подачи сжатого воздуха.

На рис. 14.55 изображен пневматический распылитель для покрытия изделий методом распыления. Он состоит из корпуса *1* с каналом *2* подачи распыляемого материала, основного *3* и дополнительного *4* каналов подачи сжатого воздуха, распылительной головки *5*, запорной иглы *6*, воздушного клапана *7*, спускового курка *8*, бачка *9* со штуцером *10* и регулировочного винта *11*.

При нажатии на курок *8* вначале перемещается только воздушный клапан *7*, а запорная игла *6* остается в исходном положении за счет зазора в 3...5 мм



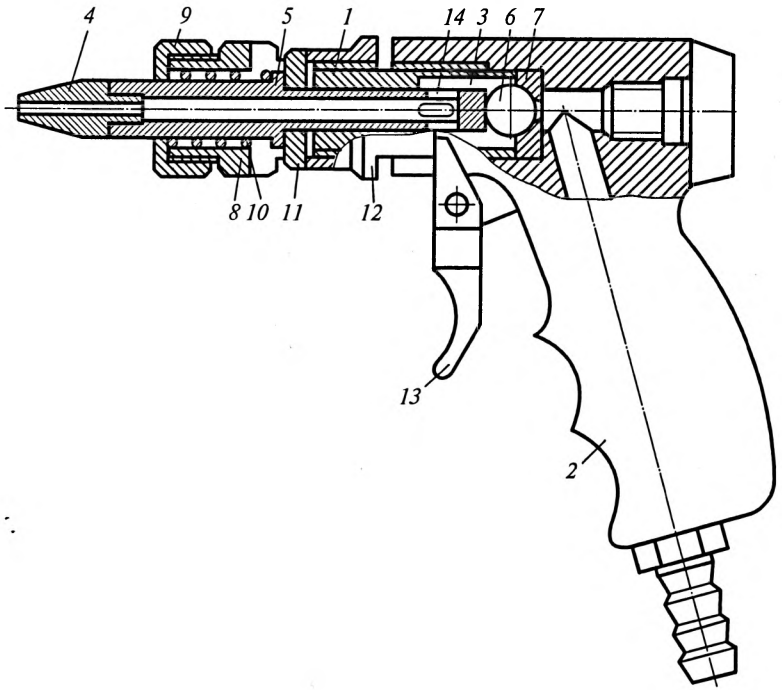
Р и с. 14.55

между торцами спускового курка *8* и запорной иглы *6*. Воздух из воздушного канала *3* по дополнительному каналу *4* и штуцеру *10* подается в бачок *9* с распыляемым материалом, что приводит к его интенсивному перемешиванию. Винт *11* служит для регулирования подачи сжатого воздуха, поступающего в бачок *9*. После перемешивания при дальнейшем нажатии спускового курка *8* перемещается запорная игла *6*, открывая отверстие сопла для осуществления напыления. Подача воздуха в бачок *9* через канал *4* происходит и в процессе распыления.

При безвоздушном распылении жидкого материала в сопле его выбрасывание происходит без сжатого воздуха, только за счет большого давления, под которым подают материал (давление 14...25 МПа).

На рис. 14.56 представлен пистолет-распылитель для нанесения лакокрасочных материалов и клеевых составов на различные поверхности. Он содержит корпус *1* с рукояткой *2* и каналом *3* подачи материала к выпускному соплу *4*, укрепленному на одном конце толкателя *5*, выполненного в виде полого стержня и установленного в канале *3* подачи материала с возможностью продольного перемещения. Другой конец толкателя взаимодействует с шариком *6*, контактирующим с седлом *7*, укрепленном на входном конце канала *3* подачи материала. На конце толкателя, выступающем за пределы корпуса, смонтированы втулки *8*, гайка *9* с пружиной *10*, мостик *11*, вилка *12*, нажимной рычаг *13*. В боковой стенке толкателя *5* выполнены отверстия *14*, сообщающие его полость с каналом *3* подачи материала.

При нажатии курка *13* вилка *12* перемещается и воздействует на мостик *11*, который перемещает толкатель *5*, сжимая пружину *10*. При этом освобож-



Р и с. 14.56

дается прижатый к седлу *7* шарик *6*, открывая путь подаваемому под давлением жидкому материалу. Струя материала проходит по каналу в седле *7*, обтекает шарик *6*, попадает в канал *3* и через отверстие *14* в боковой стенке толкателя *5* поступает в полость толкателя и затем в выпускное сопло *4*.

Оснастка для измерения и контроля. Наиболее широкое применение в машиностроении для измерения и контроля технологических параметров нашли измерительные головки. В зависимости от принципов функционирования их подразделяют на две группы:

нулевые головки, работающие в режиме триггера (головки выдают импульсный сигнал при малом отклонении измерительного наконечника относительно корпуса головки);

головки отклонения, измеряющие перемещения наконечника относительно корпуса головки. Их, в свою очередь, делят на *модульные* (сигнал, снимаемый с головки, пропорционален модулю смещения наконечника относительно фиксированной нулевой точки); *компонентные* (выходные сигналы головки пропорциональны компонентам перемещения наконечника относительно фиксированной нулевой точки в системе координат головки).

Кроме того, по виду взаимодействия с измеряемой поверхностью головки подразделяют на *контактные* (механические, электроконтактные) и *бесконтактные* (оптические, пневматические и т.д.).

Помимо этого, по числу измеряемых координат измерительные головки делят на двух- и трехкоординатные.

Нулевые головки. На рис. 14.57 приведена схема электроконтактной трехкоординатной нулевой головки фирмы «Renishaw» (Великобритания). Она состоит из трех симметрично расположенных опорно-контактных групп, каждая из которых включает в себя два шара *1* и цилиндр *2*, закрепленные соответственно на корпусе и на измерительном рычаге *3*.

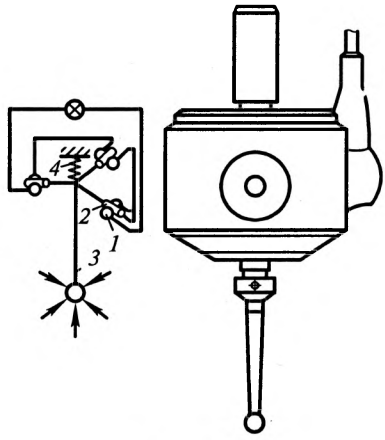


Рис. 14.57

При малом смещении наконечника размыкается хотя бы одна из шести точек контакта, включенных последовательно в общую электрическую цепь, и выдается командный сигнал. Кинематика головки, и в частности пружина *4*, обеспечивает стабильный возврат измерительного рычага с наконечником в нулевое положение при отводе головки от изделия.

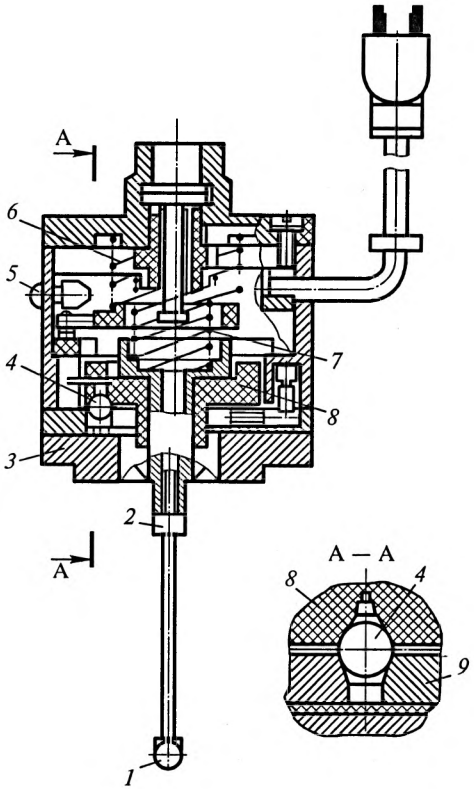
Конструктивная схема электроконтактной трехкоординатной головки БВ-6160 приведена на рис. 14.58. Измерительный рычаг *2* несет на одном конце измерительный наконечник *1*, а на другом — грибок *8*. Базирование грибка в корпусе *3* осуществляют с помощью трех опорно-контактных групп, каждая из которых состоит из пары шар *4* — призма *9*. Каждая призма выполнена из двух электрически изолированных частей. Пары закреплены на нижней плоскости грибка, а призмы размещены на фланце корпуса. Грибок прижимается к фланцу пружинами *6* и *7*. При центральном (нулевом) положении измерительного рычага шары замыкают все части призмы в одну электрическую цепь. При смещении измерительного рычага из нулевого положения нарушается контакт какого-либо шара с призмами, цепь разрывается, подается команда в измерительный робот на считывание текущих координат, зажигается лампочка *5* и звучит акустический сигнал. По возвращении наконечника в нулевое положение головка готова к следующему измерению.

Нулевые головки, как правило, очень просты по своей конструкции и легко встраиваются в измерительные роботы. Однако они позволяют измерять поверхность лишь в отдельных ее точках.

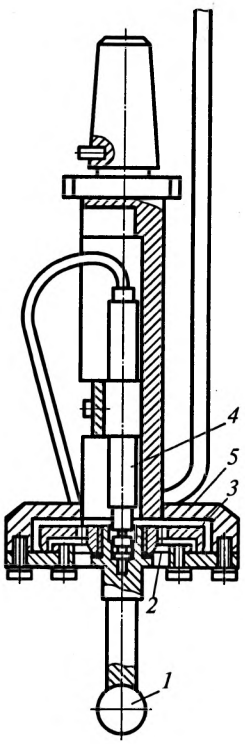
Головки отклонения применяют для измерений с непрерывным обходом контура.

В *модульных головках* отклонения имеется механизм модульного преобразования, обеспечивающий преобразование любого перемещения наконечника в пространстве (плоскости) в перемещение по какой-либо одной оси. Измерение модульной головкой всегда выполняют по нормали к фактическому профилю.

Рассмотрим конструктивную схему модульной грибковой головки отклонения БВ-2023 (рис. 14.59). Она состоит из наконечника *1*, плоской мембраны *2*, грибка *3*, индуктивного преобразователя *4* и корпуса *5*. Центрирование грибка *3* в корпусе *5* осуществляют с помощью плоской мембраны *2*, соотно-



Р и с. 14.58



Р и с. 14.59

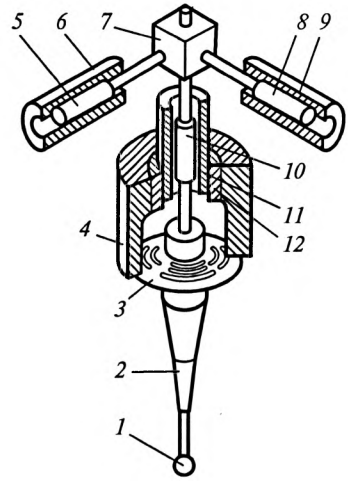
шение размеров которой и форма выполненных в ней прорезей обеспечивают постоянное измерительное усилие в плоскости радиальных перемещений наконечника *1*.

При измерении наконечник *1* отклоняется от своего нейтрального положения, вызывая поворот грибка *3*, отклонение центра которого от нейтрального положения фиксирует индуктивный преобразователь *4*.

Компонентные головки по сравнению с модульными являются наиболее точными. Встроенные в головку компонентные датчики дают информацию о компонентах вектора отклонения наконечника от нулевого положения, по которым можно определить модуль и ориентацию вектора отклонения. В компонентной головке узел создания измерительного усилия и ориентации наконечника и измерительный узел конструктивно выполнены раздельно в отличие от модульной головки, где эти узлы объединены в механизме модульного преобразования. В результате узел создания измерительного усилия не оказывает влияния на точность работы измерительного узла.

Компонентные головки, по сравнению с модульными, более сложные в конструктивном исполнении. Рассмотрим конструктивную схему трехком-

понентной самоустанавливающейся компонентной головки (рис. 14.60). Измерительный рычаг *2* несет на одном конце наконечник *1*, на другом — скрепленные с державкой *7* сердечники *5*, *8*, *10* трех ортогонально расположенных индуктивных преобразователей *6*, *9*, *11*. Измерительный рычаг *2* установлен в корпусе *4* на пружинной подвеске *3*, выполненной в виде двух параллельно расположенных кольцевых мембран с фигурными прорезями.



Р и с. 14.60

Подвеска равножесткая и выполняет функции узла создания измерительного усилия. Жесткость мембран и расстояние между ними выбраны таким образом, что измерительный наконечник устанавливается по нормали к измеряемой поверхности, а с выхода головки снимаются сигналы, пропорциональные компонентам вектора отклонения по нормали: $\delta = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]$.

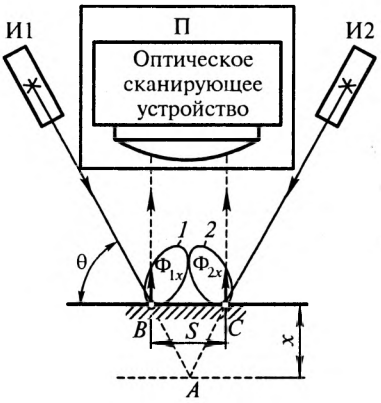
Рабочий диапазон головки составляет: $x, y = \pm 100$ мкм; $z = 100$ мкм.

Погрешность головки не превышает 0,5 мкм. Однако точностные характеристики головки существенно зависят от длины измерительного рычага и вида применяемого наконечника. Для каждого вида наконечников необходима юстировка мембранной подвески головки.

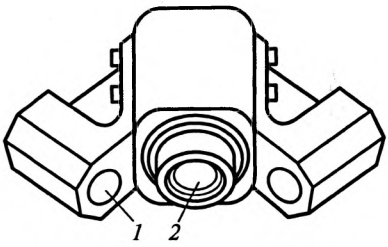
Наиболее точными, но и наиболее сложными являются *управляемые компонентные головки*, в которых измерительное усилие может меняться как по значению, так и по направлению по командам от системы управления робота. Измерительный наконечник в таких головках обычно подвешивают к корпусу с помощью последовательно установленных однокоординатных направляющих систем.

Взаимосвязь звеньев и систем измерительного робота с головкой отклонения при работе по методу противопоставления осуществляется по схеме, в соответствии с которой сравнение измеренного и номинального размеров выполняется ЭВМ. Управление движением измерительной головкой относительно детали осуществляет система управления робота. Погрешность измеряемого размера определяют по формуле $\delta = x_з + x_г - x_н$, где $x_з$ — текущая координата РО робота; $x_г$ — показания измерительной головки отклонения; $x_н$ — номинальная координата РО робота.

В бесконтактных измерительных головках могут быть использованы различные принципы измерения: акустический, оптический, электромагнитный и др. Наибольшее применение в измерительных роботах нашли оптические и оптико-электронные измерительные головки. Диапазон измерения таких головок может достигать нескольких миллиметров, а погрешность измерения не превышает нескольких микрометров.



Р и с. 14.61



Р и с. 14.62

В оптических измерительных головках применяют обычные источники света или лазеры. Принцип работы такой измерительной головки основан на отражении от поверхности объекта сфокусированного пучка света.

На рис. 14.61 изображена схема оптико-электронной измерительной головки с двумя источниками излучения И1 и И2, посылающими пучки света, которые сходятся в точке *A* при номинальном расстоянии от головки до поверхности. При смещении поверхности на расстояние *x* пучки света попадают в точки *B* и *C* поверхности, расстояние между которыми равно *S*. При отражении от поверхности свет рассеивается. В направлении приемника П от световых пятен действуют потоки Φ_{1x} и Φ_{2x}. В приемнике излучения имеется система линз и оптическое сканирующее устройство, которое обеспечивает обзор поверхности и вырабатывает два импульса, когда световые потоки Φ_{1x} и Φ_{2x} оказываются в его поле зрения.

Временной интервал между импульсами пропорционален расстоянию между световыми потоками Φ_{1x} и Φ_{2x}, т.е. $S = \dfrac{2x}{\operatorname{tg}\theta}$.

Диапазон измерения такой головки равен 5 мм и погрешность 7,5 мкм.

На рис. 14.62 показан общий вид оптической головки отражения, содержащей два источника излучения *1* и один приемник излучения *2*, которой фирма «ASEA» оснащает выпускаемые ею роботы.

ГЛАВА 15

ИНФОРМАЦИОННЫЕ УСТРОЙСТВА

15.1. Датчики информации

Датчик, первичный преобразователь, — элемент измерительного, сигнального, регулирующего или управляющего устройства системы, преобразующий контролируемую величину (давление, температуру, частоту, перемещение, скорость, напряжение, электрический ток и т.п.) в сигнал, удобный для измерения, передачи, преобразования, хранения и регистрации, а также для воздействия им на управляемые процессы.

В состав датчика входят *воспринимающий* (*чувствительный*) орган и один или несколько *промежуточных преобразователей*. Часто датчик состоит только из одного воспринимающего органа (например, термопара, тензодатчик).

Выходные сигналы датчиков различают по роду энергии — электрические, механические, пневматические, реже гидравлические; по характеру модуляции потока энергии — амплитудные, времяимпульсные, частотные, фазовые, дискретные (кодовые). Наиболее распространены датчики, действие которых основано на изменении электрического сопротивления, емкости, индуктивности или взаимной индуктивности электрической цепи (реостатный датчик, емкостной датчик, индуктивный датчик), а также на возникновении ЭДС при воздействии контролируемых механических, акустических, тепловых, электрических, магнитных, оптических или радиационных величин (тензодатчик, датчик перемещения, пьезоэлектрический датчик, датчик давления, фотоэлемент).

В соответствии с классификацией, принятой в Государственной системе приборов и средств автоматизации (ГСП), датчик относят к техническим средствам сбора и первичной обработки контрольно-измерительной информации.

Датчики являются одним из основных элементов в устройствах дистанционных измерений, телеизмерений и телесигнализации, регистрирования и управления, робототехники и мехатроники, а также в различных приборах и устройствах для измерений в физике, биологии и медицине для контроля жизнедеятельности человека, животных или растений. В связи с автоматизацией производства важнейшее значение приобрели датчики для измерения и регистрации плотности и концентрации растворов, состава и свойств веществ, динамической вязкости и текучести различных сред, влажности, прозрачности, интенсивности окраски, толщины слоя, температуры, упругости, перемещения, скорости, ускорения и других параметров, характеризующих технологические процессы. Для этого часто используют датчики, основанные на ультразвуковых, радиоволновых, оптических, радиационных и других методах измерений. Для имитации реальных условий при испытании систем автоматического регулирования и в вычислительной технике для решения задач статистическими методами применяют датчики случайных чисел.

Датчики служат для автоматического извлечения информации. Современная измерительная техника может непосредственно оценивать более 300 различных физических, химических и других величин, но этого для автоматизации ряда новых областей человеческой деятельности бывает недостаточно. Экономически целесообразное расширение номенклатуры датчиков в ГСП достигается унификацией чувствительных элементов.

Чувствительные элементы, реагирующие на давление, силу, массу, скорость, ускорение, звук, свет, тепловое и радиоактивное излучения, применяют в датчиках для контроля загрузки оборудования и рабочих режимов, качества обработки, учета выпуска изделий, контроля за их перемещениями на конвейерах, запасами и расходом материалов, заготовок, инструмента и т.д. Выходные сигналы всех этих датчиков преобразуются в стандартные электрические или пневматические сигналы.

15.2. Датчики положения и перемещения

Рассмотрим специфику наиболее часто используемых в робототехнике датчиков. Невозможно представить робот, в котором не применялись бы датчики положения и перемещения. Они являются важным связующим звеном между электронной и механической частями робота. Выбирая датчик, прежде всего необходимо правильно определить приоритеты по следующим критериям: чувствительность, разрешающая способность и точность, линейность, скорость измеряемого процесса, условия применения и класс защиты, надежность, габаритные размеры, стоимость.

Необходимо учитывать, что датчик может определять абсолютное или относительное положение контролируемого объекта. Исходя из этого, существует два основных метода определения положения и измерения перемещений. При первом методе датчик вырабатывает сигнал, являющийся функцией положения одной из его частей, связанных с подвижным объектом, а изменения этого сигнала отображают перемещение. Такие датчики положения называют *абсолютными*. К ним относят: резистивные (потенциометрические) датчики; индуктивные датчики с подвижным сердечником; емкостные датчики с подвижными обкладками; цифровые кодовые датчики абсолютных значений.

При втором методе датчик генерирует единичный импульс на каждом элементарном перемещении, а положение определяют подсчетом суммы импульсов в зависимости от направления перемещения. Такие датчики положения называют *относительными*. К ним относят фотоэлектрические (оптоэлектронные) импульсные датчики положения. Достоинством таких датчиков, по сравнению с абсолютными, являются их простота и низкая стоимость, а недостатком — необходимость периодической калибровки и дальнейшей микропроцессорной обработки.

Датчики также делят на *контактные* и *бесконтактные*. В бесконтактных датчиках связь между подвижным объектом и датчиком осуществляют посредством магнитного, электромагнитного или электростатического полей, а также оптоэлектронным способом.

Датчики должны иметь конструкцию, позволяющую размещать их в ПР в местах с ограниченным для установки оборудования объемом; обладать по-

мехоустойчивостью, т.е. возможностью эксплуатации в условиях электромагнитных помех, колебаний напряжения и частоты сети, а также устойчивостью к механическим воздействиям (ударам, вибрациям) и к изменениям параметров окружающей среды (температуры, влажности и т.п.).

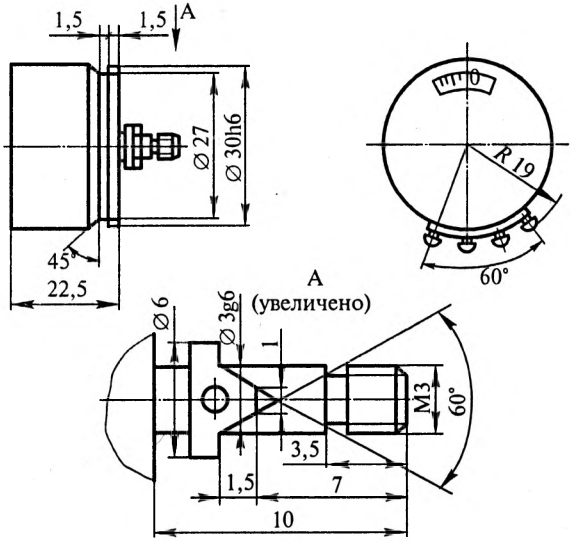
К наиболее простым датчикам положения, работающим по принципу «включено — выключено», относят предельные выключатели, микропереключатели, бесконтактные переключатели, фотореле, герконы, путевые датчики сигналов. С их помощью возможно осуществлять контроль пути, пройденного выходным звеном ПР.

По виду выходного сигнала более сложные датчики делят на *аналоговые* и *цифровые*. Развитие цифровых робототехнических систем вызвало потребность в разработке цифровых датчиков, а также устройств сопряжения аналоговых датчиков с цифровыми устройствами. Несмотря на общеизвестные достоинства цифровых датчиков (простое сопряжение с устройствами цифровой обработки сигналов, высокая точность, необходимость только одного маломощного источника питания постоянного тока), применение их ограничено. Поэтому до настоящего времени электромеханические аналоговые датчики не утратили возможности своего применения в цифровых робототехнических системах. Это связано с высокой степенью отработанности основных конструктивных элементов и узлов аналоговых датчиков и их высокими эксплуатационными достоинствами (высокая точность, надежность в работе, малая масса и небольшие габаритные размеры), а также с развитием техники аналого-цифрового и аналого-частотного преобразования, проявившимся в разработке миниатюрных и высокочастотных микроэлектронных аналогово-цифровых и аналогово-частотных преобразователей (АЦП и АЧП). К тому же высокочастотные аналоговые датчики электромашинного тока со вторичными преобразователями сопоставимы, а в ряде случаев и дешевле цифровых датчиков.

Аналоговые датчики положения нашли широкое применение в различных областях техники. В ПР могут быть использованы потенциометрические датчики.

Потенциометрические датчики по физическому принципу действия являются электромеханическими реостатными устройствами, в которых выходное напряжение изменяется пропорционально углу поворота вала. Потенциометры могут быть *проволочными* и *пленочными*. По рабочему диапазону их делят на одно- и многооборотные. Проволочные потенциометры отличаются более высокой стабильностью характеристик, но их точность и разрешающая способность ниже, чем у пленочных, из-за ступенчатой характеристики, обусловленной дискретным изменением сопротивления при перемещении щетки движка. Кроме того, пленочные потенциометры имеют меньший момент трения, поэтому у них более высокие скорости вращения и более длительный срок службы. Также следует отметить, что многооборотные потенциометры точнее однооборотных.

К достоинствам потенциометрических датчиков относят высокую линейность, простую схему включения и относительно невысокую стоимость. Основные недостатки — наличие механического контакта и сравнительно небольшой срок службы.



Р и с. 15.1

Так как потенциометрический датчик имеет ограниченный рабочий диапазон и невысокие допустимые скорости, то его, как правило, соединяют с тихоходным валом ПР: либо непосредственно с выходным валом, либо с промежуточным. При согласовании углов поворота валов потенциометра и ПР, т.е. при выборе передаточного отношения кинематического преобразователя движения, необходимо наиболее полно использовать рабочий диапазон углов поворота потенциометра, не превышая их предельных значений. Скорость вращения также должна быть меньше допустимой. Если потенциометр имеет механические упоры, ограничивающие диапазон углов поворота, то во избежание его поломки запрещают прикладывать к его валу вращающий момент, больше допустимого. Для обеспечения высокой точности измерений и надежной работы датчика соединение валов потенциометра и преобразователя движения должно быть безлюфтовым, так как люфт приводит к искажению сигнала по положению.

Внешний вид, габаритные, установочные и присоединительные размеры некоторых типов потенциометрических датчиков показаны: на рис. 15.1 — ПТП-11; рис. 15.2 — СП4-8; рис. 15.3 — СП4-10; рис. 15.4 — СПМЛ-И, а их технические характеристики приведены в табл. 15.1.

Следует отметить, что в многооборотных потенциометрических датчиках типа СПМЛ-И с большим числом витков предусмотрено несколько промежуточных выводов.

Цифровые датчики положения в настоящее время начинают более широко использовать в различных областях техники, в частности в робототехнике. Их делят на *кодовые* и *импульсные*. Кодовые датчики обеспечивают абсолютную систему отсчета, т.е. однозначно определяют положение выходного вала ПР во всем рабочем диапазоне перемещений, а импульсные датчики являются

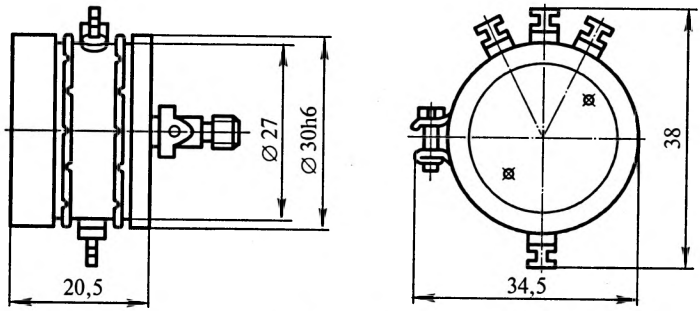


Рис. 15.2

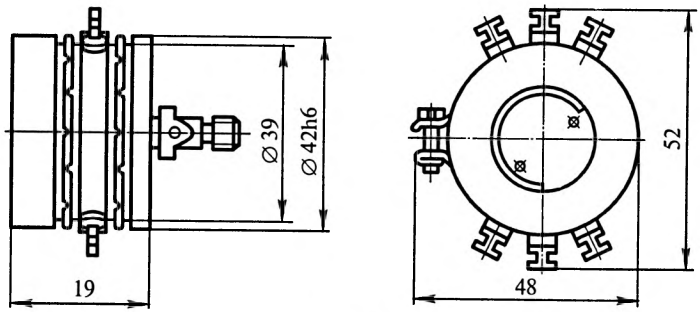


Рис. 15.3

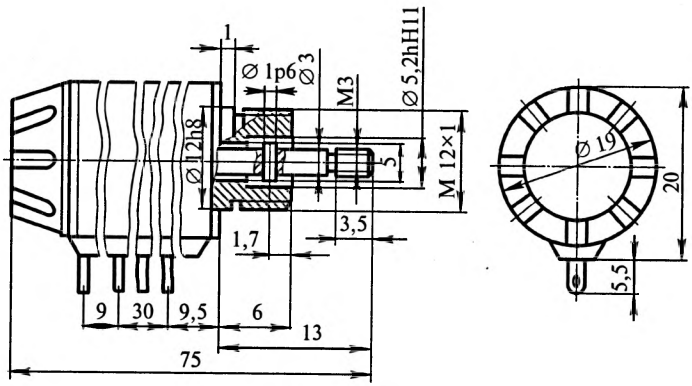


Рис. 15.4

датчиками относительного отсчета. Рассмотрим назначение, устройство, принцип действия и технические характеристики некоторых цифровых датчиков положения.

Фотоэлектрические датчики. Принцип действия основан на использовании физического эффекта периодического изменения освещенности в зависимости от перемещения объекта (угла поворота). Эти датчики бесконтактные и дискретные.

Таблица 15.1. **Технические характеристики потенциометров**

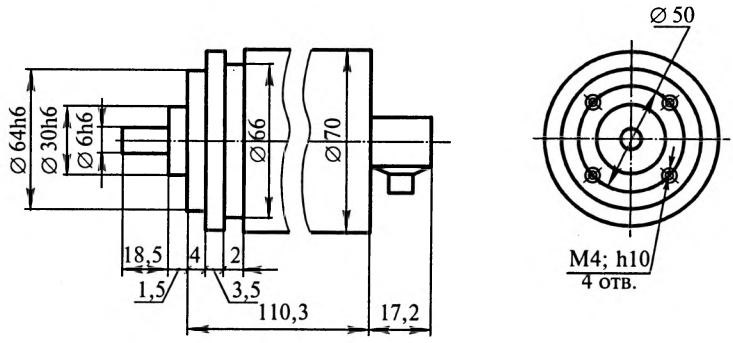
Характеристика	Проволочные		Пленочные	
	ПТП-11	многооборотные СПМЛ-И	СП4-8	СП4-10
Мощность, Вт	1	1	0,5	0,5
Отклонение от линейности, %	±0,3	±0,1	±0,5	±0,5
Рабочий диапазон, град	330	7200	340	360
Наибольшая частота вращения, об/мин	100	200	600	600
Момент трогания $M \cdot 10^4$, Н · м	24,5	19,6	—	—
Срок службы, ч	3000	3000	10 000	10 000
Износоустойчивость, цикл	$5 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^7$	$25 \cdot 10^3$
Масса, кг	0,030	0,140	0,035	0,045

В *цифровых фотоэлектрических кодовых датчиках* измеряемое непрерывное значение угла поворота вала преобразуется в цифровой двоичный (реже десятичный) код, т.е. кодовую комбинацию электрических сигналов. В таком виде они могут непосредственно поступать в ЭВМ без дополнительных преобразований.

Наибольшее распространение получили кодовые датчики, выполненные в виде кодирующего диска с фотоэлектрической (оптической) системой считывания. Диск устанавливают на вал датчика, который представляет собой стеклянное основание с кодовой маской, состоящей из кодовых дорожек, число которых равно требуемому числу разрядов выходного сигнала. На дорожке чередуются прозрачные и непрозрачные для света участки, первые имитируют 1, вторые — 0 двоичного кода. Следует отметить, что для устранения неоднозначности при считывании кодовую маску наносят в соответствии с кодом Грея (циклическим кодом), но могут быть использованы и другие коды.

Кодовые датчики, так же как и потенциометрические, по величине рабочего диапазона делят на одно- и многооборотные. Они являются датчиками абсолютного отсчета. Основное достоинство кодовых датчиков — их высокая разрешающая способность. К недостаткам следует отнести конструктивную сложность и громоздкость.

При проектировании ПР выбор кодового датчика целесообразен в том случае, если требуется высокая точность перемещения выходного звена, сис-



Р и с. 15.5

тема управления имеет цифровой вход и при этом нет существенных ограничений на массогабаритные показатели.

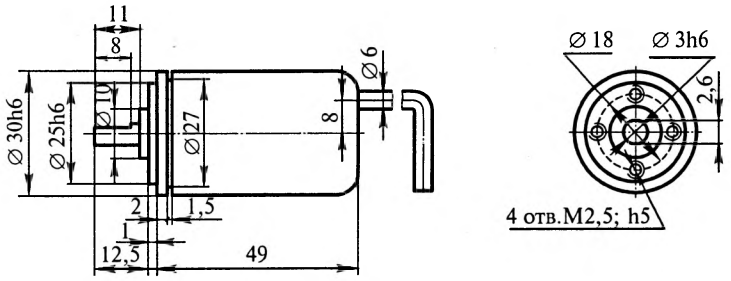
Внешний вид кодового датчика типа ФЭП-15 показан на рис. 15.5.

Технические характеристики кодового датчика типа ФЭП-15:

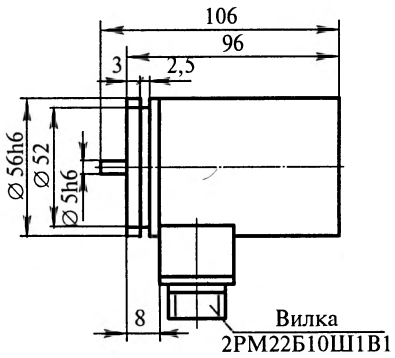
Вид выходного сигнала	Двоичный
Объем информации, единица дискретности	32 768 (2048 на 1 оборот)
Рабочий диапазон, град	0...5 760
Погрешность преобразования угла за один оборот	10′33″
Наибольшая частота вращения, об/мин	900
Масса, кг	0,8

В *цифровых фотоэлектрических импульсных* (фотоимпульсных) датчиках измеряемое непрерывное значение угла поворота вала преобразуется в определенное число электрических импульсов, которые в специальных схемах счета импульсов преобразуются в цифровой код.

Импульсный датчик имеет два канала для выработки сигналов прямоугольной формы, сдвинутых по фазе на 90°, что позволяет определить направление движения звена. Он не имеет ограничений по диапазону углов поворота и измеряет только приращения перемещений (относительное измерение). Для устранения ошибок, вызванных помехами, и организации абсолютного отсчета вводится синхронизирующий импульс (нуль-импульс), который подается в третий канал при каждом проходе через отсчетное положение датчика. Для определения начала отсчета необходимо применение специальных схемных решений и дополнительных калибровочных датчиков, например потенциометров, точных механических упоров с концевыми выключателями, рисок и т.п. Основным показателем импульсных датчиков является разрешающая способность. Импульсные датчики по сравнению с кодовыми имеют более простую конструкцию, но требуют специальных схем счета импульсов и калибровки.



Р и с. 15.6



Р и с. 15.7

При выборе импульсного датчика необходимо учитывать предельную скорость вращения его вала и требуемую точность позиционирования выходного звена ПР.

Соединение валов импульсного датчика и преобразователя движения производят с помощью специальных соединительных муфт или безлюфтового кинематического преобразователя движения.

Внешний вид импульсных датчиков типов ПУФ-МИНИ, ФЭП и ВЕ-178 показан на рис. 15.6 и 15.7, а технические характеристики приведены в табл. 15.2.

К фотоимпульсным датчикам перемещений относят *преобразователи линейных и угловых перемещений ЛИР*, выпускаемые Санкт-Петербургским специальным конструкторским бюро станочных информационно-измерительных систем (СКБ ИС). Они предназначены для различных моделей металлорежущих станков и обрабатывающих центров, поворотных систем, приборов, робототехнических комплексов, технологических установок, мехатронных систем и т.п.

Принцип действия преобразователей перемещений ЛИР основан на фотоэлектронном сканировании штриховых растров. В качестве осветителей используют инфракрасные светодиоды, а приемниками излучения служат кремниевые фотодиоды.

Таблица 15.2. **Технические характеристики фотоимпульсных датчиков**

Тип	Дискретность $d_т$, дискрет/об	Систематическая погрешность за 1 оборот вала, ...′	Напряжение питания, В	Напряжение выходных сигналов, В	Максимальная частота вращения вала, об/мин	Статический момент трения, Н · м	Средняя наработка до отказа не менее, ч	Масса, кг
ВЕ-178	600 1000 1024 1500 2000 2500	4	±15	«0»–1,5 «1»–15	6000 6000 6000 4000 3000 2400	0,04	8000	0,67
ФЭП-4	1000 1024 2048 2500	4	+5	«0»–0,4 «1»–2,4	5000 5000 3000 3000	0,05	16 000	0,65
ПДФ-7	225 250 600 625 1024 1250 1500 2000 2500	4	±15	«0»–0 «1»–15	6000 6000 6000 6000 5800 4800 4000 3000 2400	0,03	10 000	0,35
ПДФ-8	250 256 500 600 625 1024 1250 2048 2500	4	±15	«0»–1,5 «1»– 12 ± 2,4	4000 4000 4000 4000 4000 4000 4000 2400 2400	0,01	10 000	0,35
Мини-ФЭП	100 128 250 500 512 1000 1024	4	+5	«0»–0,4 «1»–2,4	6000	—	10 000	0,2

Поток излучения светодиода *1* (рис. 15.8 и 15.9) модулируется растровым сопряжением, создаваемым перемещающимися относительно друг друга растровой шкалой *2* и индикаторной пластиной *3* с растровым анализатором, и регистрируется фотодиодом *4*.

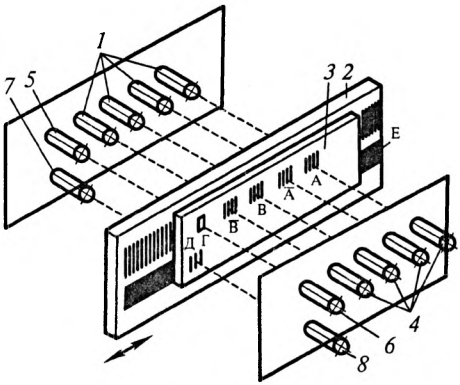


Рис. 15.8

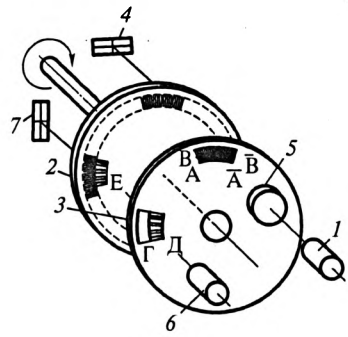


Рис. 15.9

Для обеспечении информации о перемещении растровый анализатор имеет поле считывания А, $\overline{А}$, В, $\overline{В}$ с шагом растра, соответствующим шагу растра шкалы *2*. Эти четыре поля считывания образуют две пары полей А — $\overline{А}$ и В — $\overline{В}$, в каждом из которых растры имеют пространственный сдвиг относительно друг друга в 1/2 шага растра, что позволяет скомпенсировать постоянную составляющую основного сигнала. Поля одной пары А — $\overline{А}$ имеют пространственный сдвиг растров относительно полей другой пары В — $\overline{В}$ в 1/4 шага растра.

В *преобразователях линейных перемещений* (ПЛП) (см. рис. 15.8) каждое поле считывания растрового анализатора индикаторной пластины *3* имеет собственные источник и приемник излучения, т.е. в канале считывания задействованы по четыре светодиода *1* и фотодиода *4*.

В *преобразователях угловых перемещений* (ПУП) (см. рис. 15.9) все четыре поля считывания охвачены единым параллельным световым пучком, излучаемым светодиодом *1* и сформированным конденсором *5*, а фотодиод *4* имеет четыре светочувствительные площадки, включенные определенным образом.

Независимо от формы построения канала считывания преобразователь перемещений позволяет получить два ортогонально сдвинутых токовых сигнала А и В, позволяющие определить перемещение в пределах шага растра, что дает возможность повысить разрешающую способность преобразователя и определить направление перемещения. Оптическая схема преобразователя перемещений также содержит канал формирования референтной метки.

В ПЛП растровая шкала *2* в зоне Е содержит поля референтных меток. Поле референтной метки представляет собой непериодическую (кодовую) шкалу, закон формирования которой обеспечивает получение автокорреляционной функции кода с явно выраженным максимумом. На индикаторной пластине *3* имеется поле считывания Д с кодом, инверсным по отношению к коду референтной метки шкалы, и поле диафрагмы Г, участвующей вместе со светодиодом *5* и фотодиодом *6* в выработке опорного сигнала для формируемого каналом сигнала референтной метки. При относительном перемещении растровой шкалы *2* и индикаторной пластины *3* в зоне совмещения поля референтной метки и поля считывания Д происходит модуляция светового

потока, излучаемого светодиодом *7*, и на выходе фотодиода *8* формируется токовый сигнал автокорреляционной функции кода референтной метки.

В ПУП сигнал референтной метки вырабатывается в общем случае один раз за оборот вала. В канале формирования референтной метки для выработки опорного сигнала и сигнала референтной метки задействованы общий светодиод *6* (см. рис. 15.9) и фотодиод *7*, идентичный фотодиоду *4*, но с другой схемой включения светочувствительных площадок. Опорный сигнал вырабатывается с помощью поля диафрагмы Г индикаторного лимба *3*, а специальный код поля референтной метки Е измерительного лимба *2* и инверсный код поля считывания Д, в случае их совмещения при относительном перемещении лимбов модулирует световой поток, что приводит к формированию на выходе фотодиода токового сигнала автокорреляционной функции кода референтной метки.

Максимальный диапазон преобразования линейных перемещений $L =$ $= 3220$ мм, угловых — неограничен.

Преобразователи линейных перемещений выпускают 4-го и 3-го классов точности, а преобразователи угловых перемещений, в зависимости от моделей, — 8—3 классов точности.

Каждому i-му классу точности соответствует предельная погрешность перемещения Δ_i — наибольшее отклонение от действительного значения между двумя любыми точками во всем диапазоне перемещения. Для преобразователей линейных перемещений i-го класса соответствует предельная погрешность, мкм: $\Delta_4 = 5{,}0 + 8{,}0L$; $\Delta_3 = 2{,}0 + 4{,}5L$; $\Delta_2 = 1{,}0 + 2{,}5L$; для преобразователей угловых перемещений i-го класса соответствует предельная погрешность, ...": $\Delta_8 = 300''$; $\Delta_7 = 150''$; $\Delta_6 = 60''$; $\Delta_5 = 30''$; $\Delta_4 = 7{,}5''$; $\Delta_3 = 2{,}5''$.

Преобразователи линейных перемещений имеют степень защиты 1Р64, 1Р53, 1Р50, преобразователи угловых перемещений — 1Р65, 1Р64, 1Р50 по ГОСТ 14254—80. Первая цифра шифра характеризует степень защиты от воздействия твердых тел, вторая — степень защиты от воздействия воды.

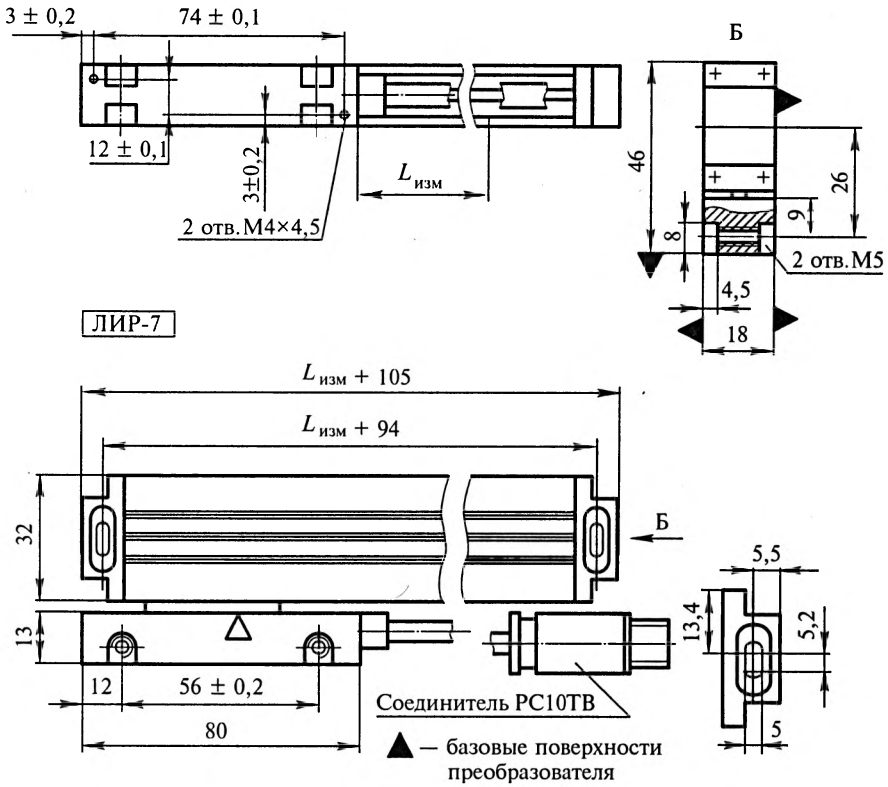
Типы выходных сигналов преобразователей перемещений: синусный токовый сигнал типа СТ, синусный сигнал напряжения типа СН, прямоугольный импульсный сигнал типа ПИ.

На рис. 15.10—15.13 приведены геометрические параметры, а в табл. 15.3 технические характеристики преобразователей линейных перемещений ЛИР-7, ЛИР-9, ЛИР-14, ЛИР-15 и ЛИР-17.

На рис. 15.14—15.25 приведены геометрические параметры, а в табл. 15.4 и 15.5 технические характеристики преобразователей угловых перемещений ЛИР.

При поступательном движении выходного звена и использовании фотоимпульсного преобразователя линейного перемещения его перемещение равно, мкм, $S = d_T n$, d_T — дискретность преобразователя, мкм (табл. 15.3); n — число дискрет, соответствующее перемещению звена.

При вращательном движении угол поворота звена равен, рад; $\varphi = 2\pi n/d_T =$ $= 2\pi n/4n_T$, где $d_T = 4n_T$ — дискретность преобразователя, дискрет/об; n — число дискрет, соответствующее углу поворота звена; n_T — число периодов выходного сигнала за один оборот преобразователя движения (см. табл. 15.5).

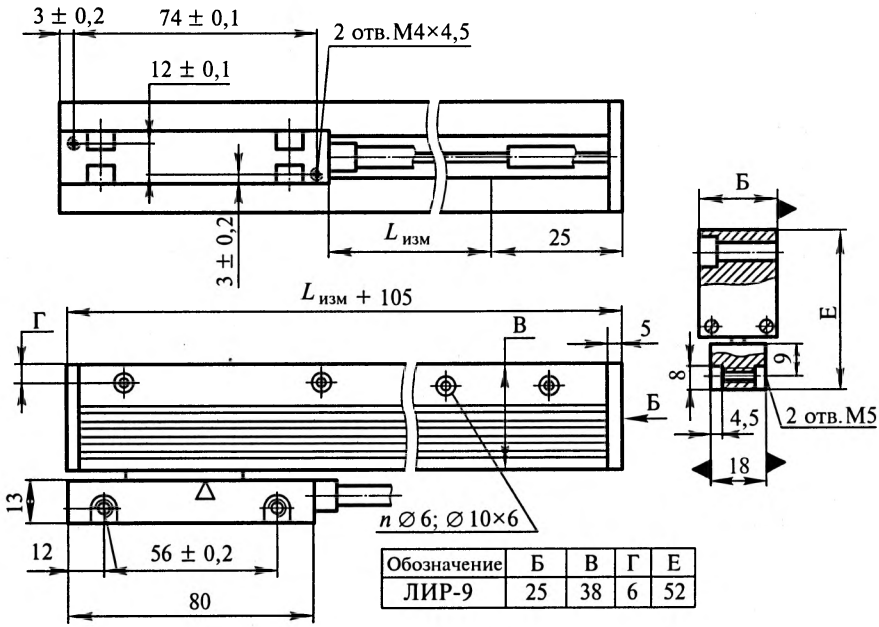


Р и с. 15.10

Для приема и обработки электрических сигналов, поступающих от оптоэлектронных преобразователей линейных и угловых перемещений, и осуществления визуализации на цифровом табло полученной информации применяют устройства цифровой индикации (УЦИ). Они могут быть использованы в качестве специализированных комплектующих изделий в составе информационно-измерительных систем различных машин и приборов при измерении и контроле механических перемещений.

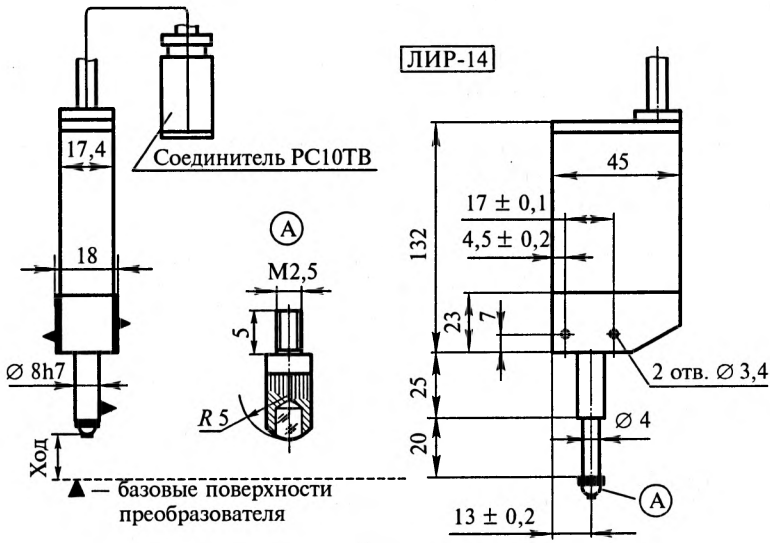
Применение цифрового отсчета вместо визуального съема показаний со шкал лимбов предотвращает субъективные ошибки считывания, значительно уменьшает утомляемость, позволяет производить контроль без остановки технологического процесса и без периодического измерения размеров обрабатываемых деталей с помощью универсальных измерительных средств.

В основе схемотехники УЦИ, выпускаемых СКБ ИС, использован широко распространенный микроконтроллер с ядром 8051, позволяющий создавать как универсальное, так и специализированное программное обеспечение. Светодиодные индикаторы фирмы «Hewlett Packard» обеспечивают хорошую яркость и разборчивость вывода информации. Возможность встраи-

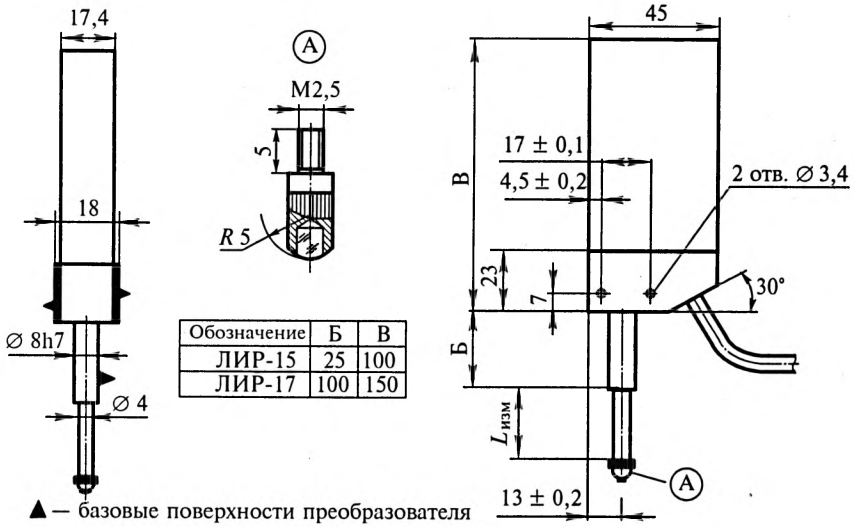


Обозначение	Б	В	Г	Е
ЛИР-9	25	38	6	52

Р и с. 15.11



Р и с. 15.12

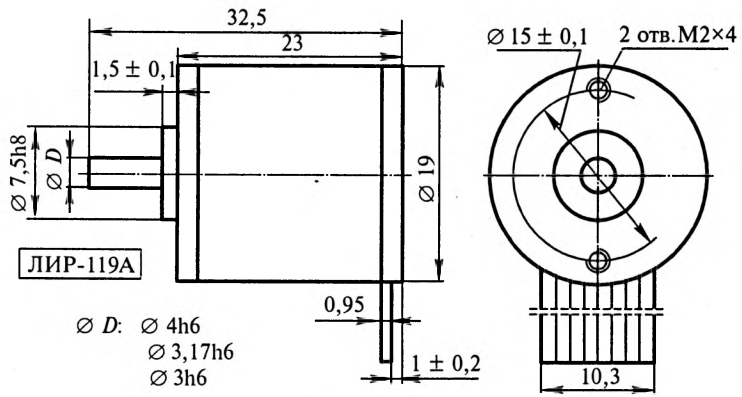


Обозначение	Б	В
ЛИР-15	25	100
ЛИР-17	100	150

Р и с. 15.13

вания в УЦИ последовательного канала RS-232 и различных элементов ввода/вывода позволяют взаимодействовать УЦИ с другими устройствами.

Устройства цифровой индикации выпускают нескольких типов, рассчитанных на работу с одним, двумя или тремя преобразователями, способных одновременно контролировать перемещение по одной, двум или трем осям соответственно. СКБ ИС выпускает простейшие по своим функциональным возможностям УЦИ серий ЛИР-510, ЛИР-520, ЛИР-530. Базовый набор функций этой серии УЦИ включает: обнуление текущего значения в любом месте контролируемого перемещения; осуществление контроля текущего положения РО относительно положения референтной метки преобразователя; работа в приращениях.



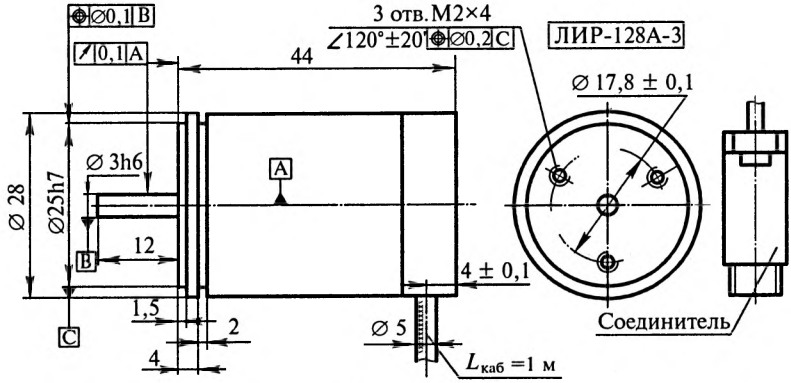
Р и с. 15.14

Таблица 15.3. **Технические характеристики преобразователей линейных перемещений**

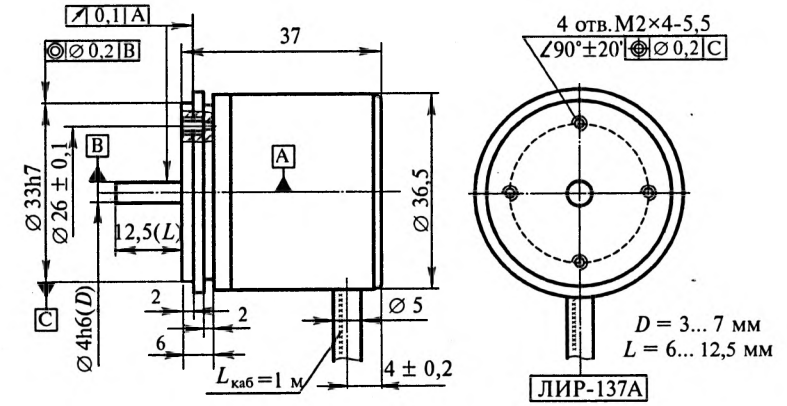
Характеристика	ЛИР-7			ЛИР-9			ЛИР -14			ЛИР-15			ЛИР-17		
Разрешающая способность γ, мкм	До 0,1						До 0,5								
Стандартный ряд длин преобразуемого перемещения L, м	0,07; 0,12; 0,17; 0,22; 0,27; 0,32; 0,37; 0,42; 0,47; 0,52; 0,57; 0,62; 0,72; 0,82; 0,92; 1,02; 1,14; 1,24						0,02; 0,008			0,02			0,04		
				1,34; 1,44; 1,54; 1,64; 1,74; 1,84; 1,94; 2,04; 2,24; 2,64; 2,84; 3,04; 3,22											
Напряжение питания U, В	+5		±12	+5		±12	+5		±12	+5		±12	+5		±12
Потребляемый ток I, мА	⩽ 100	⩽ 150	⩽ 70	⩽ 100	⩽ 150	⩽ 70	⩽ 100	⩽ 150	⩽ 70	⩽ 100	⩽ 150	⩽ 70	⩽ 100	⩽ 150	⩽ 70
Тип выходного сигнала	СТ; СН	ПИ	СН	СТ; СН	ПИ	СН	СТ; СН	ПИ	СН	СТ; СН	ПИ	СН	СТ; СН	ПИ	СН
Период выходного сигнала d, мкм	20; 40	—	20; 40	20; 40	—	20; 40	20; 40	—	20; 40	20; 40	—	20; 40	20; 40	—	20; 40

Окончание табл. 15.3

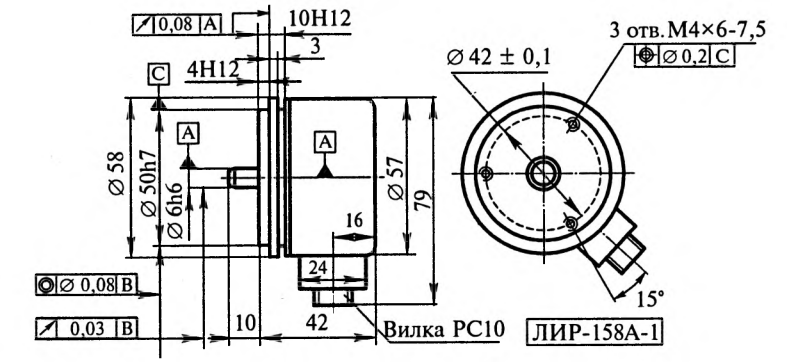
Характеристика	ЛИР-7			ЛИР-9			ЛИР -14			ЛИР-15			ЛИР-17		
Дискретность преобразователя d_T, мкм	—	0,1; 0,2; 0,5; 1;2; 2,5; 5; 10	—	—	0,1; 0,2; 0,5; 1;2; 2,5; 5; 10	—	—	0,5; 1; 2; 2,5; 5; 10	—	—	0,5; 1; 2; 2,5; 5; 10	—	—	0,5; 1; 2; 2,5; 5; 10	—
Класс точности i	4; 3			4; 3			3; 2			3; 2			4; 3		
Предельная погрешность преобразователя i-го класса точности Δ_i, мкм	$\Delta_3 = 2 + 4{,}5L$ $\Delta_4 = 5 + 8L$						$\Delta_2 = 1 + 2{,}5L$ $\Delta_3 = 2 + 4{,}5L$			$\Delta_2 = 1 + 2{,}5L$ $\Delta_3 = 2 + 4{,}5L$			$\Delta_3 = 2 + 2{,}5L$ $\Delta_4 = 5 + 8L$		
Максимальная скорость перемещения V, м/с	1			1			1			1			1		
Максимальное ускорение a, м/с^2	0,5			0,5			0,5			0,5			0,5		
Степень защиты от внешних воздействий	1P53			1P53			1P64			1P64			1P64		
Масса m, кг	$0{,}18 + 0{,}6L$			$0{,}28 + 1{,}55L$			0,20			0,18			0,25		



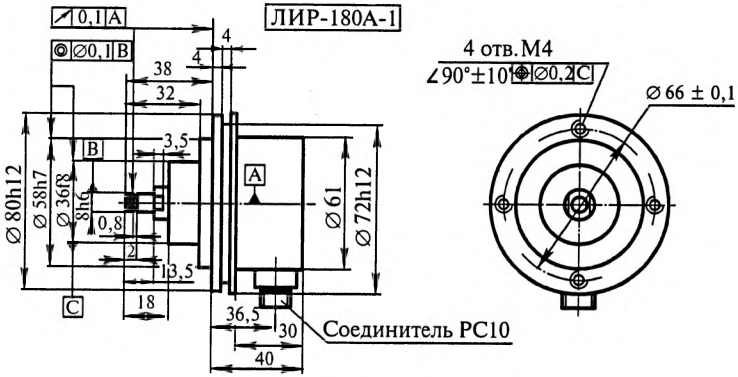
Р и с. 15.15



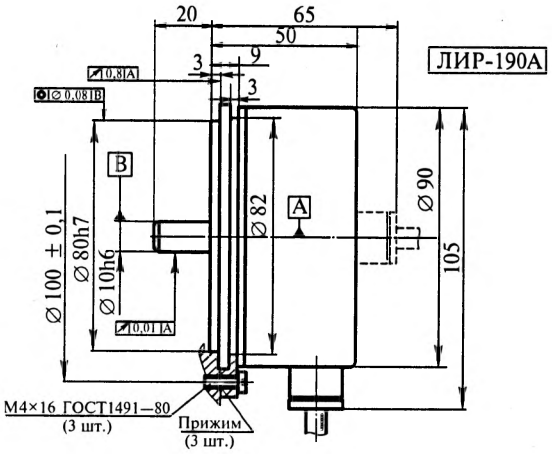
Р и с. 15.16



Р и с. 15.17



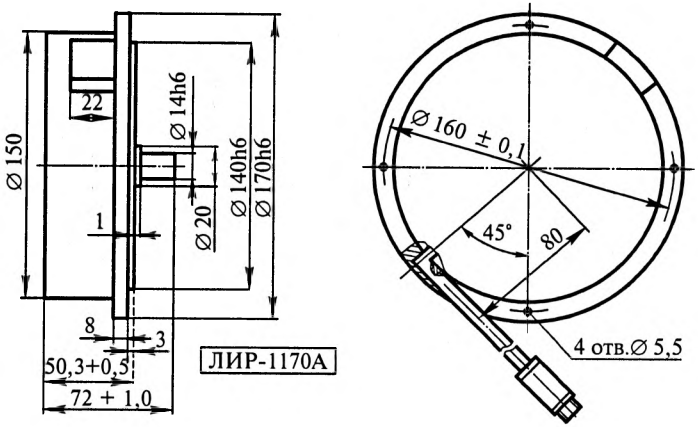
Р и с. 15.18



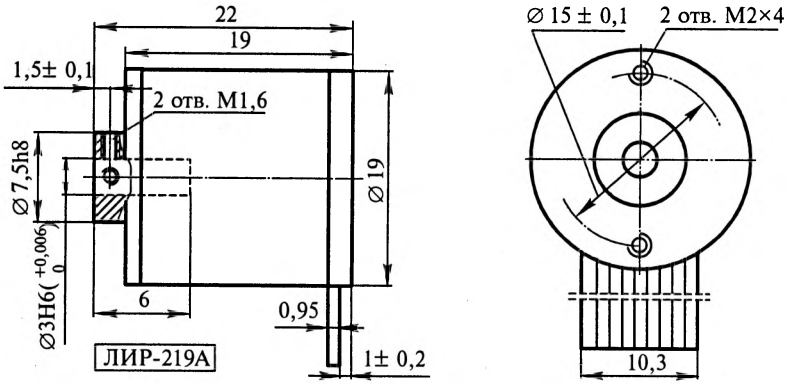
Р и с. 15.19

Дальнейшим развитием функциональных возможностей УЦИ являются серии ЛИР-511, ЛИР-521, ЛИР-531. Эти приборы имеют на передней панели цифровую клавиатуру и ряд функциональных кнопок, что позволяет наряду с универсальностью ввести в них ряд специфических функций, связанных с особенностями эксплуатации.

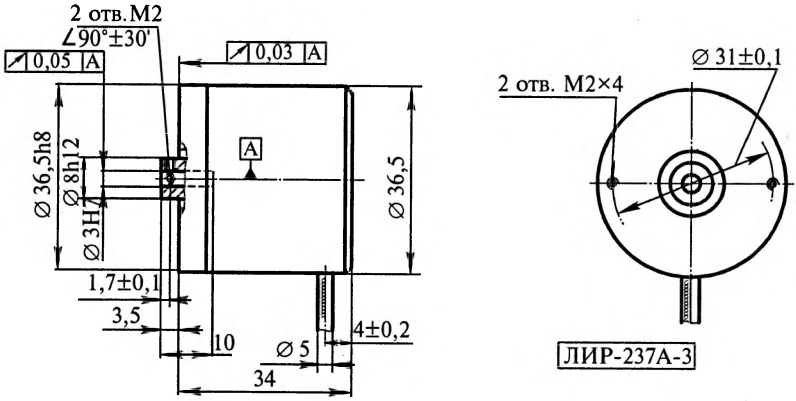
В базовый набор функций этой серии УЦИ, кроме возможностей, присущих простейшим моделям, включены: предустановка текущего значения показателей индикатора; предустановка положения референтной метки; задание и изменение направления отсчета; удвоение показателей отсчета (функция удобна при измерениях, связанных с телами вращения); компенсация люфта; компенсация систематической погрешности; компенсация размера инструмента; сохранение всех параметров в энергонезависимой памяти.



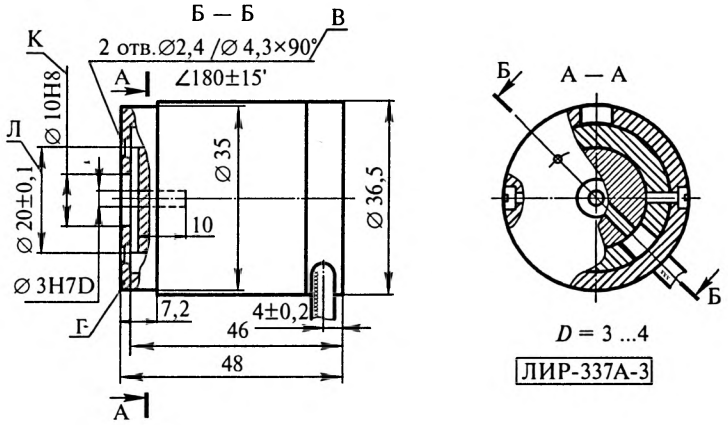
Р и с. 15.20



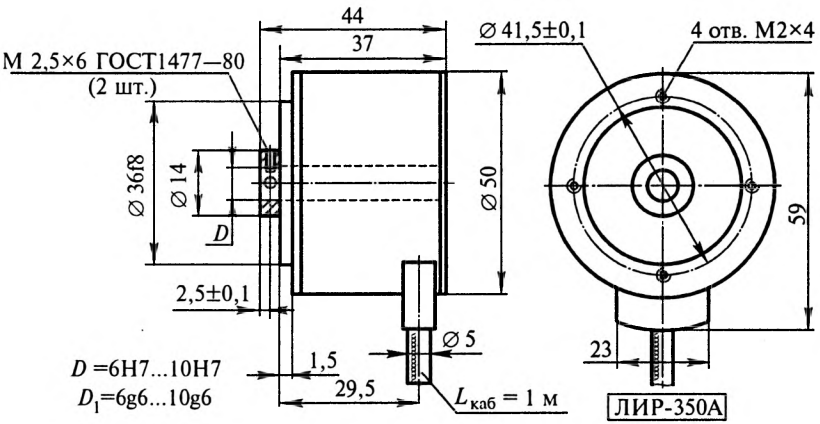
Р и с. 15.21



Р и с. 15.22



Р и с. 15.23

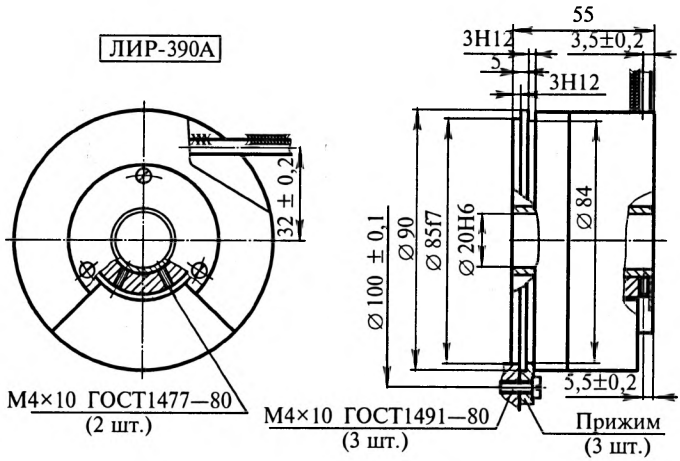


Р и с. 15.24

Кроме индикационных устройств СКБ ИС выпускают серии приборов ЛИР-512, ЛИР-522, ЛИР-532.

Включая в себя весь перечисленный набор функций, эти устройства обладают способностью вырабатывать в соответствии с заданием управляющие сигналы, выполняя тем самым не только индикационные функции, но и функции управления.

Для приема внешних сигналов от различного рода путевых выключателей или дополнительных органов управления в УЦИ предусмотрена установка 16 приемников внешнего сигнала. Отдельно выделяется ряд УЦИ, использующих в качестве датчиков квазиабсолютные и абсолютные преобразователи угла и положения. Такие приборы образуют серию УЦИ ЛИР-515, ЛИР-525, ЛИР-535. Использование подобных систем связано с требованиями некоторых технологических процессов сразу после подачи питающего напряжения



Р и с. 15.25

определить точное положение рабочих органов в пространстве без каких-либо перемещений.

Все УЦИ выпускают с фиксированной разрешающей способностью (дискретностью). Это означает, что дискретность d_T подключаемого преобразователя должна соответствовать дискретности $d_{инд}$ для входного сигнала УЦИ и не изменяться в процессе эксплуатации.

В случае использования линейного преобразователя перемещения его разрешающая способность γ определяет минимально-возможную дискретность $d_{инд}$ измеряемого значения.

При использовании углового преобразователя в качестве ПЛП минимально возможную дискретность $d_{инд}$ измеряемого значения перемещения можно рассчитать по формуле, мкм, $d_{инд} = 10^3 L/4n_T$, где L — линейное перемещение за один оборот преобразователя, мм (например, шаг резьбы винта).

Стандартный ряд дискретностей $d_{инд}$ для УЦИ при измерении линейных перемещений: 0,1; 0,5; 1; 10 мкм.

Если преобразователи углового перемещения используют в качестве датчика угла поворота, то n_T — число периодов выходного сигнала за один оборот преобразователя (паспортное значение) — определяет дискретность индицируемого угла поворота. В зависимости от модификации УЦИ могут индицировать угол в градусах и долях градуса, либо в градусах, угловых минутах и секундах. Стандартный ряд дискретностей $d_{инд}$ для измерения угла: $0{,}0001^\circ$; $0{,}0002^\circ$; $0{,}0005^\circ$; $0{,}001^\circ$; $0{,}002^\circ$; $0{,}005^\circ$; $0{,}01^\circ$.

УЦИ, рассчитанные на работу с преобразователями перемещений в типовом исполнении, имеют максимально допустимую частоту входного сигнала f_{max} = 0,6 МГц, что соответствует частоте смены фаз входного сигнала 2,4 МГц. Исходя из этого, можно рассчитать максимально допустимую ли-

Таблица 15.4. **Технические характеристики преобразователей угловых перемещений**

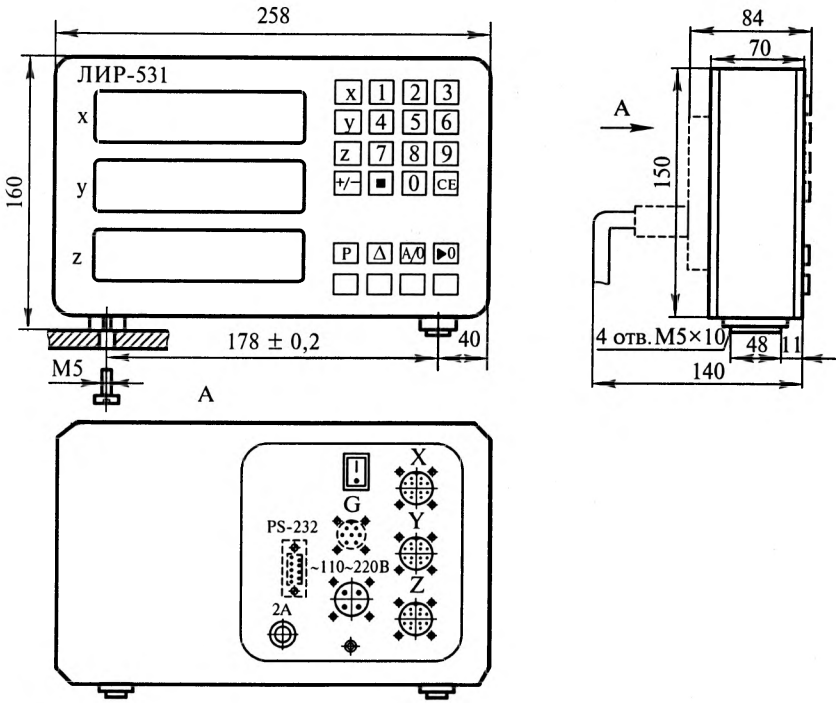
Характеристика	ЛИР-119А	ЛИР-128А-3		ЛИР-137А		ЛИР-158А-1		ЛИР-180А-1		ЛИР-190А	
Разрешающая способность γ, дискрет/об	До $4 \cdot 10^4$	До $2 \cdot 10^5$		До $5 \cdot 10^5$		До 10^6		До 10^6		До $1{,}8 \cdot 10^6$	
Напряжение питания U, В	+5	+5		+5		+5		+5		+5	
Потребляемый ток I, мА	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$
Выходной сигнал	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ
Класс точности i	8	7; 8		7; 8		5—8		6—8		3; 4	
Погрешность Δ_i, ...'	300	150; 300		150; 300		30; 60; 150; 300		60; 150; 300		2,5; 7,5	
Максимальная частота вращения вала n, об/мин	10^4	10^4		10^4		10^4		10^4		$4 \cdot 10^3$	
Масса (без кабеля) m, кг	0,02	0,06		0,09		0,23		0,33		0,7	

Продолжение табл. 15.4

Характеристика	ЛИР-1170А		ЛИР-219А	ЛИР-237А-3		ЛИР-337А-3		ЛИР-350А		ЛИР-390А	
Разрешающая способность γ, дискрет/об	До $3{,}6 \cdot 10^5$		До $4 \cdot 10^4$	До $5 \cdot 10^5$		До $5 \cdot 10^5$		До $144 \cdot 10^3$		До $1{,}8 \cdot 10^5$	
Напряжение питания U, В	+5		+5	+5		+5		+5		+5	
Потребляемый ток I, мА	< 100	$\leqslant 150$	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$	< 100	$\leqslant 150$
Выходной сигнал	СТ; СН	ПИ	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ	СТ; СН	ПИ
Класс точности i	3		8	7; 8		7; 8		7; 8		4	
Погрешность Δ_i, ...'	2,5		300	150; 300		150; 300		150; 300		7,5	
Максимальная частота вращения вала n, об/мин	10^3		10^4	10^4		10^4		10^4		$4 \cdot 10^3$	
Масса (без кабеля) m, кг	3,5		0,015	0,09		0,09		0,25		1,1	

Таблица 15.5. **Число периодов n_T выходного сигнала преобразователей угловых перемещений**

Выходной сигнал	ЛИР-119А; ЛИР-219А	ЛИР-128А-3	ЛИР-137А; ЛИР-237А-3; ЛИР-337А-3	ЛИР-158А-1; ЛИР-180А-1	ЛИР-190А ЛИР-390А	ЛИР-1170А	ЛИР-350А
Синусоидальный:							
токовый СТ	—	100; 200; 250; 500; 1000; 1024; 1250; 1500; 2000; 2500			6000; 9000	18 000	100; 250; 500; 900; 1000; 1024; 2000; 2048; 2500; 3600
напряжения СН	—		600; 900; 2048; 3600	600; 1200; 1800; 2048; 3000; 3600; 4069; 5000			
Прямоугольный импульсный ПИ	360; 500; 720; 900; 1000; 1024; 1800; 2000; 2048; 2500; 3600; 4500; 5000; 9000; 10 000	100; 200; 250; 500; 1000; 1024; 1250; 1500; 2000; 2048; 2500; 5000; 7500; 10 000; 12 500; 15 000; 25 000			6000; 9000; 12 000; 18 000; 30 000; 45 000; 60 000; 90 000; 150 000; 225 000; 300 000; 450 000	18 000; 36 000; 90 000; 180 000; 450 000; 900 000	100; 250; 500; 900; 1000; 1800; 2000; 2500; 4096; 4500; 5000; 9000; 10 000; 10 250; 18 000; 20 000; 25 000; 36 000
		3 000; 4 000; 4096; 20 000	600; 900; 2540; 3600; 6000; 6250; 10 240; 20 480; 40 960; 50 000; 62 500; 90 000; 125 000	600; 1200; 1800; 3000; 3600; 4096; 6000; 6250; 10 240; 12 000; 18 000; 20 000; 20 480; 30 000; 40 960; 45 000; 50 000; 60 000; 62 500; 75 000; 90 000; 100 000; 125 000; 150 000; 180 000; 250 000			



Р и с. 15.26

нейную скорость измерительной системы при использовании линейного преобразователя, м/с, $v_{max} = 4f_{max}d_{инд}$.

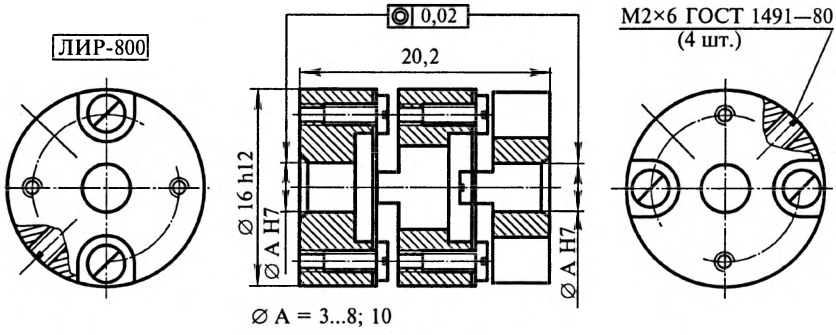
Для углового преобразователя максимально возможную угловую рабочую скорость измерительной системы рассчитывают по формуле, $с^{-1}$, $\omega_{max} = 10f_{max}/n$.

На рис. 15.26 показано устройство цифровой индикации ЛИР-531, предназначенное для использования в системах, станках, мехатронных устройствах, где имеется необходимость визуального контроля по трем направлениям с использованием трех измерительных преобразователей. УЦИ ЛИР-531 может работать с ПЛП и ПУП и индицировать значение линейного перемещения в миллиметрах и долях миллиметра или угол поворота в градусной мере, а также в различных комбинациях.

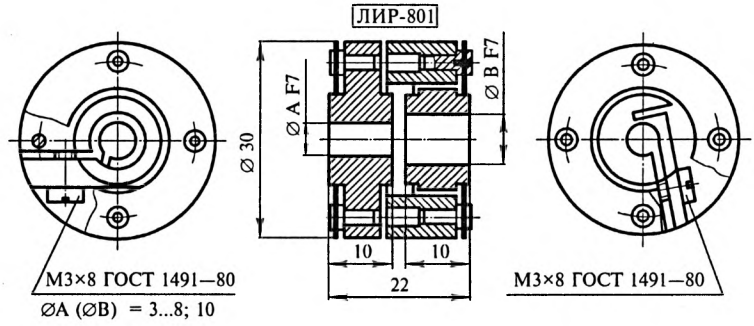
Для соединения концов валов преобразователей движения и датчиков информации, а также компенсации несоосности этих валов применяют муфты. В роботах с ПУП ЛИР используют муфты ЛИР-800; ЛИР-801; ЛИР-803; ЛИР-805; ЛИР-807.

Конструктивное исполнение и геометрические параметры этих муфт приведены на рис. 15.27—15.31, а технические характеристики — в табл. 15.6.

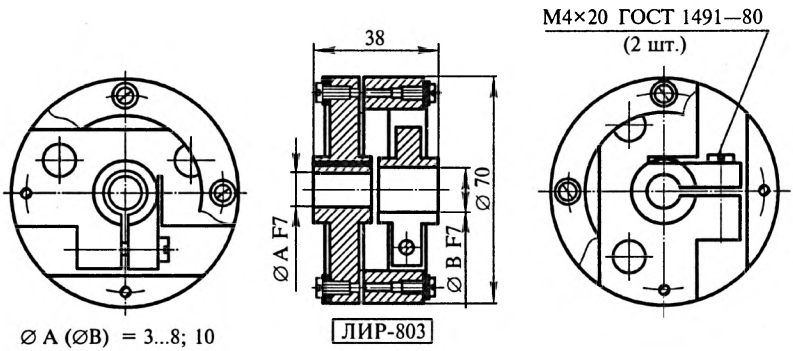
Вращающиеся трансформаторы (ВТ) представляют собой электрические индукционные машины переменного тока, выходное напряжение которых



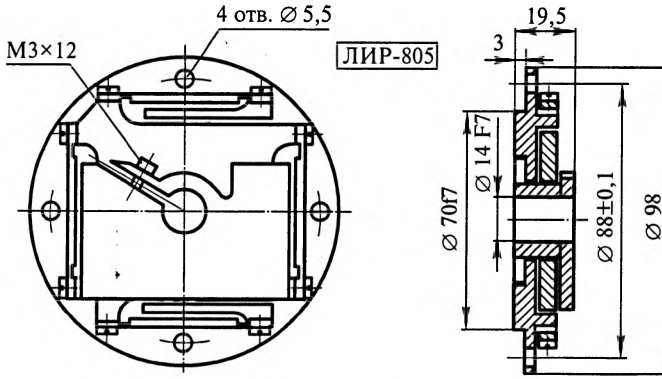
Р и с. 15.27



Р и с. 15.28



Р и с. 15.29

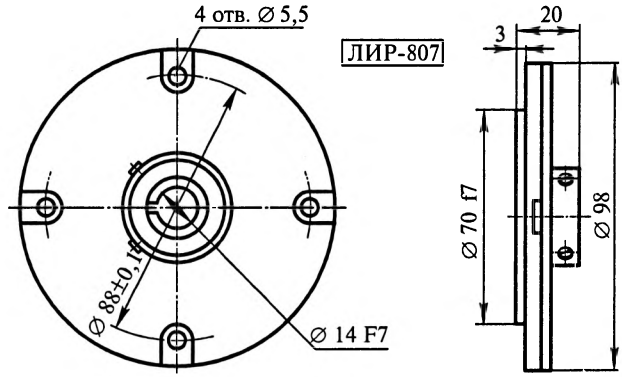


Р и с. 15.30

зависит от угла поворота ротора. Характер этой зависимости определяется конструкцией и схемой включения обмоток ВТ.

Т а б л и ц а 15.6. **Технические характеристики муфт ЛИР**

Характеристика	ЛИР-800	ЛИР-801	ЛИР-803	ЛИР-805	ЛИР-807
Ошибка передачи вращения,..."	±30	±10	±2	±0,5	±1
при радиальном смещении осей, мм	⩽ 0,1	⩽ 0,1	⩽ 0,05	⩽ 0,05	⩽ 0,05
и угловом наклоне осей, град	⩽ 0,09	⩽ 0,09	⩽ 0,09	⩽ 0,03	⩽ 0,09
Жесткость на кручение, Н · м/рад	50	150	4000	6000	4000
Допустимый момент вращения, Н · м	0,04	0,1	0,5	1,0	1,0
Допустимое радиальное смещение осей, мм	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3
Допустимый наклон осей, град	0,5	1,0	0,5	1,0	0,2
Допустимое осевое смещение, мм	0,2	0,2	0,2	0,1	0,5
Момент инерции, кг · м^2	$1{,}9 \cdot 10^{-7}$	$3{,}0 \cdot 10^{-6}$	$2{,}0 \cdot 10^{-4}$	$2{,}0 \cdot 10^{-4}$	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$
Максимальная скорость вращения, об/мин	10 000	16 000	3000	1000	1000
Масса муфты (не более), кг	0,007	0,027	0,22	0,25	0,21
Посадочные диаметры А и В, мм	3 и 4	3...10	10 и 14	—	—



Р и с. 15.31

Вращающиеся трансформаторы (рис. 15.32) имеют по две одинаковые взаимно перпендикулярные первичные обмотки (возбуждения и квадратурную) и вторичные (синусную и косинусную). Существуют синусно-косинусные вращающиеся трансформаторы (СКВТ) с компенсационными обмотками обратной связи, которые предназначены для компенсации основных и дополнительных погрешностей.

Основные погрешности возникают в нормальных условиях и обусловлены принципом работы ВТ, конструктивными и технологическими причинами. Дополнительные погрешности возникают при изменении температуры окружающей среды, амплитуды и частоты питающего напряжения.

В зависимости от расположения обмоток возбуждения ВТ могут быть с питанием со стороны статора или ротора и с напряжением возбуждения постоянной или переменной амплитуды. По характеру токосъема ВТ могут быть *контактными* и *бесконтактными*. Главным техническим показателем ВТ является точность выполнения им функциональных преобразований.

В ПР применяют двухполюсные и многополюсные ВТ, работающие в режимах: синусно-косинусном, линейном, фазовращателя, дистанционной передачи угла.

На основе СК ВТ в качестве датчиков углового положения используют фазовращатели (рис. 15.32, *е*), которые обеспечивают линейное изменение фазы выходного напряжения как функции угла поворота ротора. Как следует из принципа действия ВТ, за один оборот ротора с его выходной обмотки снимается один период напряжения. Это не всегда обеспечивает требуемую дискретность, для обеспечения которой необходима определенная редукция, что обеспечивают электрическим делением фазы на сто или двести и включением ВТ через повышающую механическую передачу (мультипликатор). Однако применение в цепи обратной связи механического преобразователя движения, имеющего собственную кинематическую погрешность, снижает ее точность и уменьшает надежность.

В этой связи интерес представляют многополюсные ВТ, которые имеют большое число пар P полюсов. В зависимости от конструктивных особенностей их подразделяют на *редуктосины* и *индуктосины*.

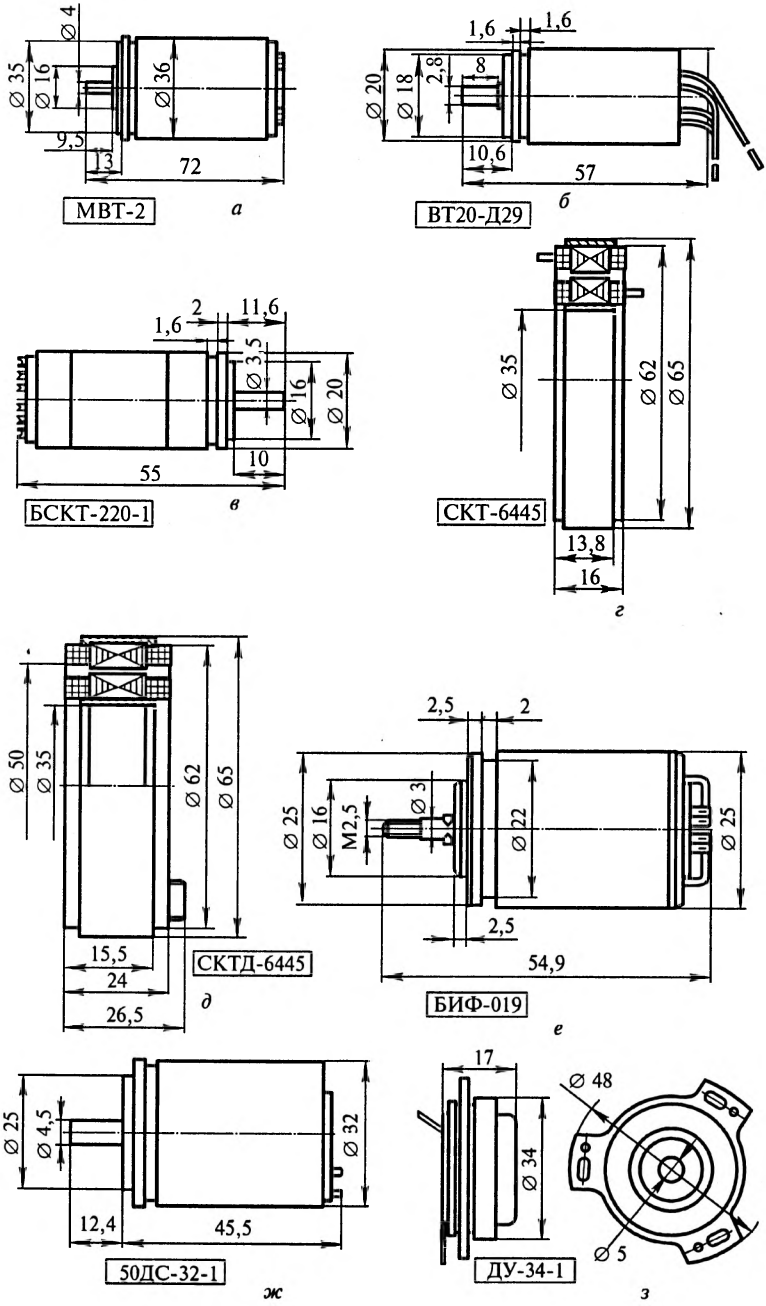
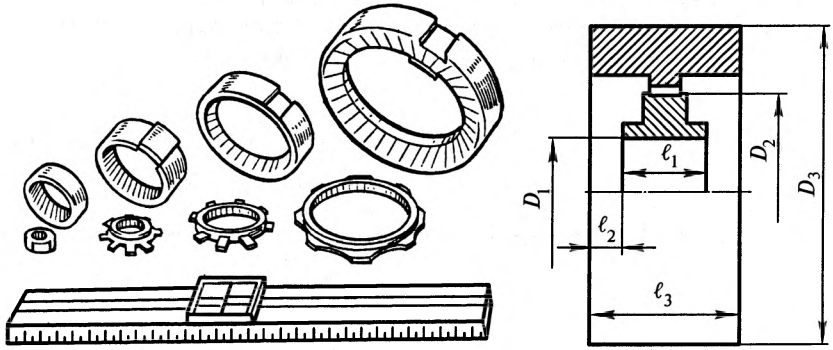

Ø 4
Ø 35
Ø 16
Ø 36
9,5
13
72
МВТ-2
а
1,6
1,6
Ø 20
Ø 18
2,8
8
10,6
57
ВТ20-Д29
б
2
11,6
1,6
Ø 3,5
Ø 16
Ø 20
55
10
БСКТ-220-1
в
Ø 35
Ø 62
Ø 65
13,8
16
СКТ-6445
г
Ø 50
Ø 35
Ø 62
Ø 65
15,5
24
26,5
СКТД-6445
д
2,5
2
Ø 25
Ø 16
M2,5
Ø 3
Ø 22
Ø 25
2,5
54,9
БИФ-019
е
Ø 25
Ø 4,5
Ø 32
12,4
45,5
50ДС-32-1
ж
17
Ø 34
Ø 48
Ø 5
ДУ-34-1
з

Рис. 15.32



а *б*

Р и с. 15.33

При работе редуктосина (рис. 15.33) в режиме фазовращателя фаза его выходного сигнала зависит от угла поворота ротора. За один период изменения напряжения питания магнитное поле повернется на угол $2\pi/P$ (а не на 2π, как у ВТ). Следовательно, при повороте ротора на угол $2\pi/P$ фаза выходного сигнала повернется на угол 2π. Использование редуктосинов с большим числом пар P полюсов позволяет во многих случаях применять их без повышающего механического преобразователя.

Редуктосин имеет встраиваемую конструкцию и обычно его устанавливают на валу, напрямую соединенного с валом двигателя.

Геометрические параметры и технические характеристики некоторых редуктосинов приведены соответственно в табл. 15.7 и 15.8.

Т а б л и ц а 15.7. **Геометрические параметры редуктосинов, мм**

Тип	D_1	D_2	D_3	ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3
ВТ 40	10	21,6	40	8,5	2,2	16
ВТ 60	20	39,4	60	9,5	0,7	20
ВТ 80	35	54,2	80	10	1,2	16
ВТ 120	66	84	120	12	0,7	22

Угловая погрешность некоторых редуктосинов, работающих в режиме фазовращателя, достигает 1′.

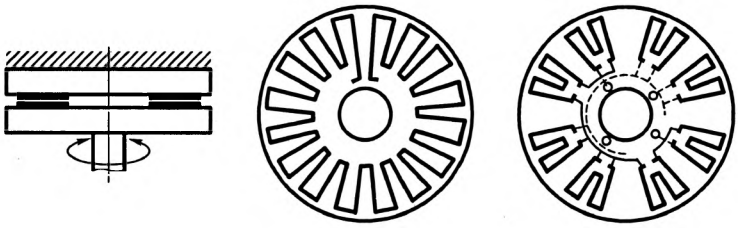
Индуктосины — многополюсные ВТ с печатными обмотками, выполненными на неферромагнитном сердечнике. Для контроля высокоточных угловых и линейных перемещений в ПР применяют круговые и линейные индуктосины.

Круговые индуктосины (рис. 15.34) представляют собой электрическую микромашину плоской конструкции с двумя изолированными дисками, на которых расположены печатные обмотки. Один из дисков соединен с валом исполнительного механизма робота (ротор), а второй — неподвижен (статор)

(рис. 15.34, *а*). Обмотки выполняют однослойными и многослойными. Чаще всего применяют индуктосины с многополюсной однофазной обмоткой на статоре (рис. 15.34, *б*) и двухфазной секционной обмоткой на роторе (рис. 15.34, *в*).

Таблица 15.8. **Технические характеристики вращающихся трансформаторов**

Тип		Характеристика						
		Номинальное напряжение U, В	Номинальная частота напряжения возбуждения f, Гц	Погрешность отображения δ, %	Частота вращения вала n, об/мин	Момент статического трения $M_{тр}$, Н · м	Гарантийная наработка t, ч	Масса m, кг
МВТ-2 (СКВТ)		30; 28	400	±0,02; ±0,04; ±0,06; ±0,1	60	0,0015	2000	0,35
ВТ20-Д29 (СКВТ)		27; 12	400	±0,05; ±0,1; ±0,2	5 120	0,001	2000	0,065
БСКТ-220-1 (СКВТ)		36	400	±0,2; ±0,35; ±0,5	125	0,0004	3000	0,07
СКТ-6465 (СКВТ)		36	400	±1′ ±2′	—	—	2200	0,18
СКТД-6465 (СКТВ)		36	400	±2′	—	—	2200	0,30
БИФ-019 (фазовращатель)		15	$150 \cdot 10^3$	±30′	150	0,0005	5000	—
50ДС-32-1 (датчик угла)		36	400	±0,05 ...±1,5	Рабочий угол поворота ротора ±50°		2200	0,17
ДУ-34-1 (датчик угла)		40	1000	15′	Рабочий угол поворота ротора 360°		2000	0,055
Редуктосины	ВТ40	⩽ 13,2	2000	10′	5000	—	2000	0,10
	ВТ60	⩽ 13,2	2000	5′; 10′	5000	—	2000	0,16
	ВТ80	⩽ 13,2	2000	3′; 5′; 10′	5000	—	2000	0,30
	ВТ120	⩽ 13,2	2000	5′; 10′	2000	—	2000	0,50



а *б* *в*

Р и с. 15.34

В режиме фазовращателя питание обмоток индуктосина осуществляют переменным напряжением с частотой 10...100 кГц сдвинутым по фазе на 90°. Погрешность преобразования кругового индуктосина не превышает 5″.

Линейный индуктосин по принципу действия аналогичен круговому. Он состоит из длинной линейки, установленной на неподвижной части ПР, и имеет однофазную многополюсную обмотку и короткую головку считывания (сканирующей головки), устанавливаемую на подвижном элементе модуля. Обмотка короткой линейки — двухфазная со сдвигом фазы на 90°. Один полюс обмотки составляет обычно 2 мм, длина головки — 100 мм, а длина линейки — 250 мм. Для перемещений более 250 мм линейки стыкуют по торцам, образуя наборную шкалу. Погрешность линейного индуктосина составляет (0,001.....0,002) мм.

Индуктосины изготовляют в открытом исполнении и встраивают прямым монтажом в конструкцию ПР.

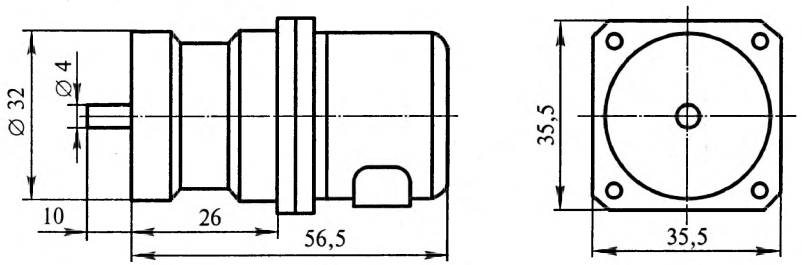
Внешние виды и геометрические параметры вращающихся трансформаторов типов МВТ-2, ВТ-20-Д29, БСКТ-220-1, СКТ-6465, СКТД-6465, фазовращателя БИФ-019, датчиков угла 50ДС-32-1 и ДУ-34-1 изображены на рис. 15.32, а в табл. 15.8 приведены их технические характеристики.

Крепление ВТ фланцевое с упорным буртиком. Режим работы продолжительный.

15.3. Датчики скорости

Датчики скорости предназначены для получения в ПР сигнала обратной связи по скорости, которая является корректирующей обратной связью, обеспечивающей устойчивость работы ПР. Поэтому к датчикам скорости не предъявляют таких жестких требований по линейности и точности, как к датчикам положения. Они должны иметь главным образом хорошую чувствительность, особенно при малых скоростях.

Для получения сигнала по скорости в ПР могут быть использованы импульсные датчики. В этом случае ПР должен дополнительно содержать преобразователь частоты импульсов в скоростной сигнал. Точность получения скоростного сигнала таким способом зависит от числа импульсов на оборот вала. Таким образом, использование в силовом модуле импульсного датчика позволяет выделить два сигнала: по положению и по скорости, что упрощает конструкцию ПР.



Р и с. 15.35

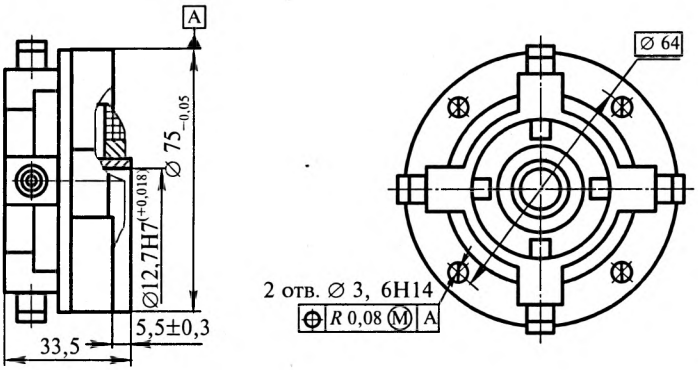
Для получения сигнала только по скорости используют специальные датчики скорости — тахогенераторы и фотоимпульсные датчики скорости.

Тахогенераторы — это электрические микромашины, выходное напряжение которых пропорционально угловой скорости вращения ротора. В зависимости от принципа действия тахогенераторы делят на три группы: *постоянного тока*, *асинхронные* и *синхронные*. Тип тахогенератора выбирают в зависимости от требований точности, линейности скоростной характеристики, диапазона изменения частоты вращения двигателя, условий эксплуатации, надежности, габаритных размеров и массы.

В ПР с коллекторными двигателями постоянного тока, как правило, применяют коллекторные тахогенераторы постоянного тока. В модулях с бесконтактными асинхронными и синхронными двигателями, применяемыми во взрыво- и пожароопасных средах, используют бесконтактные асинхронные и синхронные тахогенераторы.

В качестве тахогенераторов постоянного тока (ТГП) применяют двухполюсные микромашины постоянного тока с электромагнитным и магнитоэлектрическим (от постоянных магнитов) возбуждением.

На рис. 15.35 показаны коллекторные тахогенераторы постоянного тока ТГП-1 и ТГП-1А с зубцовым ротором, на рис. 15.36 — тахогенератор встраи-



Р и с. 15.36

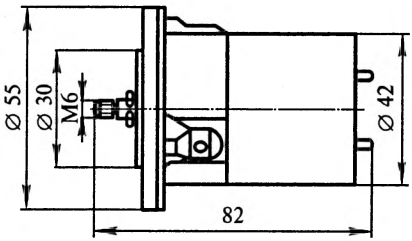


Рис. 15.37

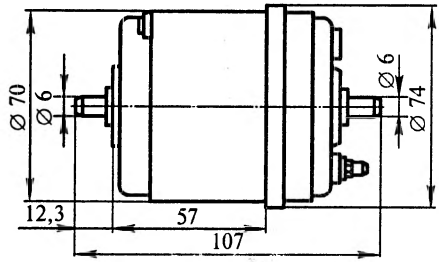


Рис. 15.38

ваемый ТП-80-20-0,2, а их технические характеристики приведены в табл. 15.9.

Асинхронные тахогенераторы (ТГА) представляют собой двухфазную электрическую микромашину с полым немагнитным ротором. На статоре расположены две обмотки: возбуждения и генераторная.

Асинхронный однофазный тахогенератор ТГ-5А с полым немагнитным ротором и термокомпенсатором температурной погрешности выходного напряжения представлен на рис. 15.37, а его технические характеристики приведены в табл. 15.9.

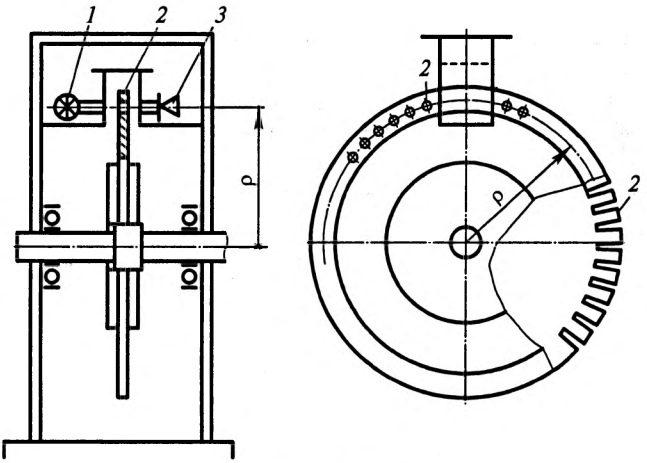
Синхронные тахогенераторы (ТГ) представляют собой информационную электрическую микромашину с возбуждением от постоянных магнитов, расположенных на роторе. Амплитуда и частота выходного сигнала является функцией частоты вращения ротора.

На рис. 15.38 показаны синхронные двухполюсные трехфазные тахогенераторы СГ-024 и СГ-025, а их технические характеристики приведены в табл. 15.9.

Таблица 15.9. **Технические характеристики тахогенераторов**

Тип	Номинальная частота вращения $n_{ном}$, об/мин	Частота выходного напряжения $f_{вых}$, Гц	Момент статического трения $M_{тр} \cdot 10^{-4}$, Н · м	Масса m, кг
ТГП-1	7000	3	20	0,5
ТГП-1А	3000	1,2	20	0,5
ТГ-5А	9000	1,2	10	0,28
СГ-024	1500	0,19	—	1,0
СГ-025	3000	0,19	—	1,0

Электрический сигнал с тахогенератора находится в прямой зависимости от частоты вращения вала. Поэтому его устанавливают на быстроходном валу ПР непосредственно на валу двигателя либо соединяют с ним при помощи кинематического преобразователя движения. При согласовании частот вращение валов тахогенератора и двигателя необходимо наиболее полно исполь-



Р и с. 15.39

зовать рабочий диапазон частот вращения тахогенератора, не превышая при этом его максимальной частоты вращения. Соединение валов двигателя и тахогенератора должно быть безлюфтовым, так как люфт приводит к искажению скоростного сигнала.

Как правило, все тахогенераторы представляют собой электрические микромашины, выполненные в виде законченных конструктивных узлов, но могут иметь и встраиваемое исполнение. Встраиваемый тахогенератор устанавливают непосредственно на валу, а корпус скрепляют с корпусом двигателя. Кроме того, двигатели некоторых серий имеют в своем составе встроенный тахогенератор, например двигатели серий ДПМ, ДП, ДПУ, ПЯ.

Фотоимпульсный датчик скорости представляет собой устройство, состоящее из источника излучения (светодиода), фотоприемника (фотодиода) и подвижного элемента — диска или линейки — с равномерно распределенными на них отверстиями или прорезями. Диск или линейку крепят на неподвижном элементе робота.

В фотоимпульсном датчике угловой скорости (рис. 15.39) световой поток от источника излучения *1*, проходя через отверстия или прорези в диске *2*, попадает на чувствительную поверхность фотоприемника *3*, генерируя в нем электрические импульсы с частотой, Гц, $f = a/t$, где a — число импульсов; t — время перемещения подвижного элемента-диска (при линейном перемещении — линейки), с.

Угловую скорость диска, а соответственно и вала, на котором он закреплен, определяют в виде, рад/с, $\omega = \alpha f = \dfrac{2\pi f}{N}$, где α — значение одного импульса, рад; N — число отверстий или прорезей вдоль окружности диска.

В фотоимпульсном датчике линейной скорости, содержащей линейку с равномерно распределенными на ней отверстиями или прорезями, частоту

генерируемых в фотоприемнике электрических импульсов определяют по приведенной формуле.

Линейную скорость линейки, а соответственно и поступательно перемещающегося элемента ПР, с которым она скреплена, определяют в виде, м/с, $v = Bf = Lf/N$, где B — значение одного импульса, м; L — длина линейки, м.

Рассмотренные фотоимпульсные датчики скорости можно использовать и для определения перемещений подвижного звена:

при вращательном движении, рад: $\varphi = 2\pi a/N$;

при поступательном движении, м: $S = La/N$.

ГЛАВА 16

КОНСТРУИРОВАНИЕ МОДУЛЕЙ СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ И РАБОЧИХ ОРГАНОВ

16.1. Уровни модулей

Модуль — конструктивно и функционально самостоятельное изделие, которое можно использовать индивидуально и в разных комбинациях с другими модулями.

В зависимости от конструкции и функциональных возможностей модули ИУ роботов делят на пять уровней.

Модуль первого уровня представляет собой моноблок одной, двух или трех степеней подвижности ИУ робота, состоящий из электромеханической и управляющей частей. Корпус электромеханической части моноблока является частью силовой конструкции ИУ и в общем случае может воспринимать шесть внешних силовых воздействий (три силы и три момента), а управляющая часть обеспечивает работу электромеханической части в соответствии с командами устройства управления робота.

Модули первого уровня имеют: с одной степенью подвижности две базовые модели — с вращательной (В) и поступательной (П) кинематическими парами; с двумя степенями подвижности три базовые модели — с вращательной и поступательной (ВП, ПВ), двумя вращательными (ВВ) и двумя поступательными (ПП) кинематическими парами; с тремя степенями подвижности четыре базовые модели — с тремя вращательными (ВВВ), двумя вращательными и одной поступательной (ВВП, ВПВ, ПВВ), двумя поступательными и одной вращательной (ППВ, ПВП, ВПП) и тремя поступательными (ППП) кинематическими парами.

Модуль второго уровня — это модуль-привод одной степени подвижности, состоит из электромеханической и управляющей частей. В отличие от электромеханической части моноблока корпус модуль-привода не является несущим. Модули второго уровня одноподвижны и имеют две базовые модели: с вращательной (В) и поступательной (П) кинематическими парами.

Модули третьего уровня — это функциональные блоки, предназначенные для компоновки модулей высших уровней. К ним относят механические, электротехнические, информационные и другие блоки (например, тормозные и демпфирующие механизмы, датчики обратной связи).

Модули четвертого уровня — это преобразователи движения, имеющие одну степень подвижности.

Модули пятого уровня — это простейшие унифицированные механические и аппаратурные единицы, используемые в модулях более высокого уровня. К ним относят люфтовыбирающие механизмы, направляющие, интерфейсные устройства и др.

Наиболее независимыми модулями, позволяющими самостоятельно компоновать ИУ роботов, являются модули первого и второго уровней.

16.2. Мехатронные модули

Перспективным направлением развития модулей СП и РО ИУ роботов являются мехатронные модули (ММ).

Мехатронный модуль — функционально и конструктивно самостоятельное изделие для реализации движений с взаимопроникновением и синергетической аппаратно-программной интеграцией составляющих его элементов, имеющих различную физическую природу.

К элементам различной физической природы относят механические (преобразователи движения, трансмиссии, звенья), электротехнические (двигатели, тормоза, муфты), электронные (электронные блоки и микропроцессоры) и информационные (датчики информации) элементы.

Встроенные интеллектуальные устройства, реализованные на новой элементной базе, позволяют получать компактные и надежные мехатронные модули и строить на их основе многокоординатные мехатронные системы с децентрализованным управлением. Но важно подчеркнуть, что применение мехатронных модулей, особенно со встроенными электронными и управляющими устройствами, должно быть технологически и экономически обосновано для каждого конкретного приложения.

Задача конструктора при синергетической интеграции состоит в том, чтобы не просто связать отдельные части в систему с помощью типовых соединений и преобразователей, а сделать конструктивные связи в мехатронном модуле неразрывными.

К главным преимуществам мехатронных модулей относят:

исключение многоступенчатого преобразования энергии и информации, упрощение кинематических цепей и высокая точность и улучшенные динамические характеристики;

конструктивную компактность модулей и улучшенные массогабаритные характеристики;

возможность объединения мехатронных модулей в сложные мехатронные системы и комплексы, допускающие быструю реконфигурацию;

относительно низкую стоимость установки, настройки и обслуживания системы благодаря модульности конструкции, унификации аппаратных и программных средств;

способность выполнять сложные движения благодаря применению методов адаптивного и интеллектуального управления.

Структурная модель мехатронного модуля должна отражать состав его элементов и связи между ними. В общем случае она включает в себя следующие основные элементы:

устройство компьютерного управления движением, функциональной задачей которого является информационное преобразование (обработка цифровых сигналов, цифровое регулирование, расчет управляющих воздействий, обмен данными с периферийными устройствами);

цифроаналоговый преобразователь (ЦАП), реализующий функцию информационно-электрического преобразования;

силовой преобразователь, обычно состоящий из усилителя мощности, широтно-импульсного модулятора (ШИМ) и трехфазного инвертора (для

асинхронных двигателей), предназначен для усиления электрического сигнала;

управляемый электродвигатель (переменного или постоянного тока) — электротехнический элемент, предназначенный для преобразования электрической энергии в механическую;

механический преобразователь, взаимодействующий с внешними объектами и реализующий заданное управляемое движение;

устройство обратной связи, используемое для контроля текущих напряжений и токов в силовом преобразователе, а также управляющих функций (например, для организации контура регулирования момента, развиваемого модулем);

датчики обратной связи по положению и скорости движения выходного звена мехатронного модуля, выполняющие функции механико-информационного преобразования;

Мехатронные модули классифицируют по определенным признакам для систематизации информации в виде упорядоченной структуры. Согласно классификации создаются образы мехатронных модулей.

На рис. 16.1 представлена классификация мехатронных модулей по конструктивным признакам.

Рассмотрим более подробно каждый тип мехатронных модулей.

Модуль движения (МД) — конструктивно и функционально самостоятельное изделие, включающее в себя механическую и электрическую (электротехническую) части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями.

Главным отличающим признаком МД от общепромышленного привода является использование вала двигателя в качестве одного из элементов механического преобразователя. Примерами модулей движения являются мотор-редуктор, мотор-колесо, мотор-барабан, электрошпиндель.

С появлением электродвигателей и началом новой эры в механизации технологических процессов встал вопрос о необходимости широкого редуцирования частот вращения электродвигателей и получения необходимых крутящих моментов. Многими фирмами были разработаны различные конструкции, начиная от ременных и цепных передач и заканчивая разнообразными зубчатыми редукторами. Недостаток большинства этих конструкций состоял в чрезвычайной их громоздкости и неудобстве монтажа.

В 1927 г. фирмой «Вауег» была разработана принципиально новая конструкция — мотор-редуктор, объединившая в один компактный конструктивный модуль электродвигатель и преобразователь движения (редуктор) и получившая в настоящее время широкое распространение.

Мотор-редуктор (рис. 16.2) состоит из двух основных элементов: электродвигателя *1* и преобразователя движения (редуктора) *2*, имеющего стыковочную поверхность *3* с отверстиями для крепления к ней электродвигателя винтами или болтами *4*. При объединении электродвигателя и редуктора в единый конструктивный модуль вал *5* электродвигателя вставляют во входной полый вал *6* редуктора и закрепляют шпонкой *7*.

На рис. 16.3 представлена схема одноступенчатого червячного мотор-редуктора. Он состоит из электродвигателя *4* и червячного преобразователя

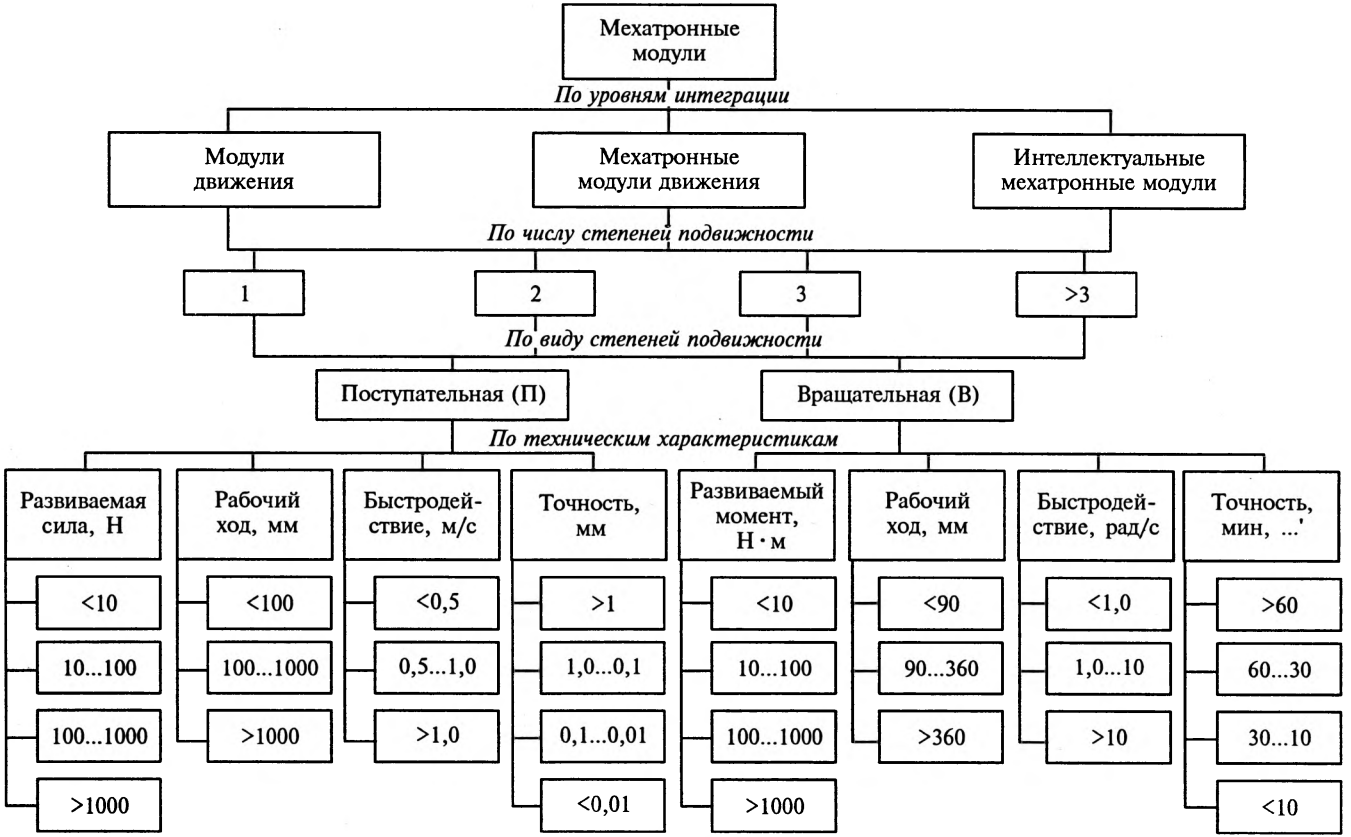

Мехатронные модули
По уровням интеграции
Модули движения
Мехатронные модули движения
Интеллектуальные мехатронные модули
По числу степеней подвижности
1
2
3
>3
По виду степеней подвижности
Поступательная (П)
Вращательная (В)
По техническим характеристикам
Развиваемая сила, Н
<10
10...100
100...1000
>1000
Рабочий ход, мм
<100
100...1000
>1000
Быстродействие, м/с
<0,5
0,5...1,0
>1,0
Точность, мм
>1
1,0...0,1
0,1...0,01
<0,01
Развиваемый момент, Н·м
<10
10...100
100...1000
>1000
Рабочий ход, мм
<90
90...360
>360
Быстродействие, рад/с
<1,0
1,0...10
>10
Точность, мин, ...'
>60
60...30
30...10
<10

Рис. 16.1

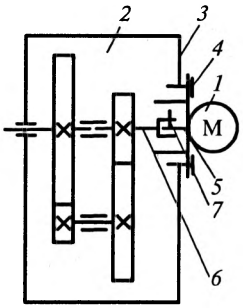


Рис. 16.2

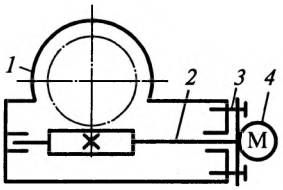


Рис. 16.3

движения *1*, соединенных в общий корпус винтами *3*. Вал *2* электродвигателя и преобразователя движения единый.

Мотор-редукторы являются, по-видимому, исторически первыми по принципу своего построения мехатронными модулями, которые стали серийно выпускать и нашли широкое применение в приводах различных машин и механизмов. В них, по сравнению с традиционным электроприводом, в котором соединение вала двигателя и вала преобразователя движения осуществляют посредством муфты, муфта отсутствует, соединение вала двигателя с полым валом преобразователя движения осуществляют с помощью шпонок, лысок и т.п. или вал двигателя является входным валом редуктора, т.е. вал единый.

Конструктивное объединение электродвигателя и преобразователя движения в единый компактный электропривод — модуль движения — имеет ряд преимуществ по сравнению с устаревшей системой соединения электродвигателя и преобразователя движения через муфту. Это и значительное сокращение габаритных размеров, существенное уменьшение числа присоединительных деталей и затрат на установку, отладку и запуск.

Мехатронный модуль движения (ММД) — конструктивно и функционально самостоятельное изделие, включающее в себя механическую, электрическую (электротехническую) и информационную части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями.

В связи с развитием новых электронных технологий, которые позволили создать миниатюрные датчики и электронные блоки для обработки сигналов, в ММД появились электронные и информационные устройства, что является их главным отличающим признаком от МД.

Структура ММД представлена на рис. 16.4.

Электродвигатель — это электротехнический преобразователь электрической энергии в механическую.

Механический преобразователь — устройство, преобразующее параметры движения двигателя в требуемые параметры движения выходного звена (может отсутствовать). В состав механического преобразователя входят:


Мехатронный модуль движения
Электродвигатель
углового движения
линейного движения
Механический преобразователь
Преобразователи движения
волновые
планетарные
реечные
червячные
винтовые
цевочные
мальтийские
Тормозные устройства
механические
электрические
гидравлические
пневматические
Люфтовыбирающие устройства
винтовых преобразователей
зубчатых преобразователей
Направляющие
скольжения
качения
Информационное устройство
перемещения
скорости

Р и с. 16.4

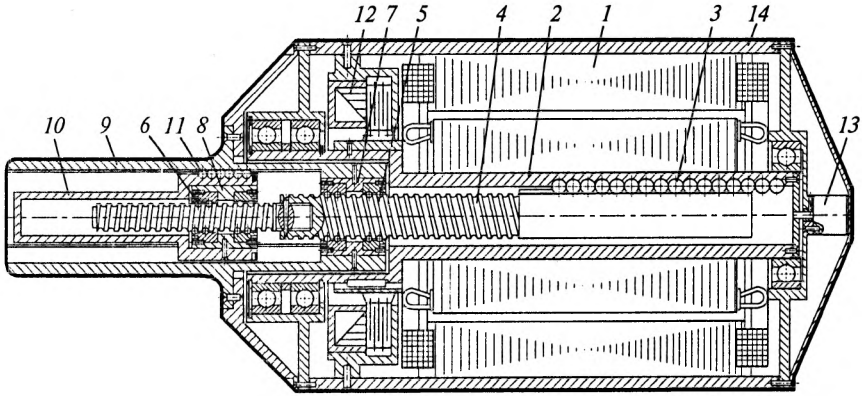


Рис. 16.5

преобразователи движения (передачи) — механизмы, предназначенные для преобразования одного вида движения в другое, согласования скоростей и вращающих моментов двигателя и выходного звена мехатронного модуля;

тормозное устройство — устройство, предназначенное для уменьшения скорости подвижного звена, останова и удержания его в неподвижном состоянии (может отсутствовать);

люфтовыбирающие механизмы — устройства, предназначенные для выборки зазоров в некоторых видах преобразователей движения (могут отсутствовать);

направляющие — устройства, обеспечивающие заданное относительное движение выходного звена мехатронного модуля (могут отсутствовать).

Информационное устройство — устройство, преобразующее контролируемую величину в сигнал, удобный для измерения, передачи, преобразования, хранения и регистрации, а также для воздействия им на управляемые процессы.

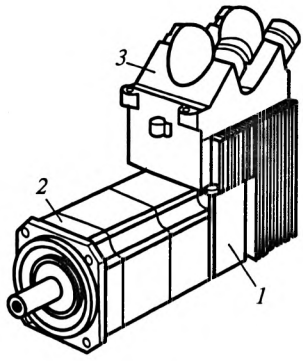
Попытка синтеза ММД из имеющихся в наличии серийно выпускаемых компонентов может привести к технически и экономически неэффективным решениям. Поэтому более рациональным является проектирование специализированного ММД, наиболее полно отвечающего его назначению.

В частности, следование принципу синергетической интеграции элементов системы приводит к обеспечению желаемого уровня качества модуля за счет конструктивного и функционального взаимопроникновения его компонентов, многие из которых являются специализированными и создаются в ходе параллельного системного проектирования с учетом их последующего эффективного объединения.

Примерами ММД являются: ММД на основе электродвигателей углового и линейного движения и различных преобразователей движения (винтовых, червячных, планетарных, волновых и т.п.), безредукторные ММД, безредукторные поворотные столы.

На рис. 16.5 показан мехатронный модуль линейного движения выходного звена. Он состоит из асинхронного электродвигателя *1* с полым валом *2*, в котором закреплены три ряда шариков *3*, шарико-винтового преобразовате-

ля движения, включающего в себя винт *4* с двумя участками резьбы разных шагов, шарики *5* и *6*, две составные гайки *7* и *8*, жестко скрепленные с направляющей *9* и выходным звеном *10* мехатронного модуля соответственно, шариков *11*, закрепленных в выходном звене *10*, электромагнитного тормоза *12*, фотоимпульсного датчика *13* и корпуса *14*.



Р и с. 16.6

При вращении ротора электродвигателя *1* вал *2* через шарики *3* вращает винт *4*, который совершает винтовое движение. При этом выходное звено *10* совершает сложное движение: переносное движение с винтом *4* и относительное движение относительно винта *4*. Для предотвращения проворачивания и уменьшения трения при перемещении выходного звена *10* в направляющей *9* сделаны три продольных паза, в которые входят шарики *11*. Перемещение выходного звена *10* фиксирует фотоимпульсный датчик *13*. Электромагнитный тормоз *12*, закрепленный в корпусе *14*, в случае отключения электроэнергии срабатывает и останавливает выходное звено *10*.

Включение в классификацию МД и ММД методически и логически обосновано, так как они построены на мехатронных принципах проектирования и являются базой для создания «истинно мехатронных» модулей — интеллектуальных мехатронных модулей, которые полностью соответствуют определению мехатроники.

Интеллектуальный мехатронный модуль (ИММ) — конструктивно и функционально самостоятельное изделие с синергетической интеграцией механической, электрической (электротехнической), информационной и компьютерной (электронной) частей, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями.

ИММ состоит из следующих основных элементов: электродвигателя (хотя возможно использование движителей и других типов, например гидравлических); механического преобразователя; датчиков обратной связи и сенсорных устройств; управляющего контроллера; силового преобразователя; устройств сопряжения и связи.

Таким образом, по сравнению с ММД, в конструкцию ИММ дополнительно встраивают микропроцессорные вычислительные устройства и силовые электронные преобразователи, что придает этим модулям интеллектуальные свойства и является их главным отличающим признаком от ММД.

На рис. 16.6 приведен ИММ, состоящий из асинхронного электродвигателя *1*, механического преобразователя *2* и силового преобразователя *3*.

Такое конструктивное исполнение ИММ позволяет выходному звену выполнять сложные движения самостоятельно, без обращения к верхнему уровню управления, упростить интерфесы между модулями и центральным устройством управления, реализовать с помощью силовых преобразователей интеллектуальные функции по управлению движением, добиться высокой точности измерения благодаря интеллектуализации сенсоров, повысить их надежность.

16.3. Расчет модулей

При расчете и конструировании модулей степеней подвижности и РО необходимо выбрать компоновочно-кинематическую схему модуля, определить взаимодействия его основных функциональных элементов и найти конструктивные параметры деталей модуля.

Исходными данными для расчета и конструирования модуля являются: структурная схема, тип привода (пневматический, гидравлический, электромеханический), момент (сила) сопротивления на выходном звене модуля, угловая (линейная) скорость выходного звена, погрешность движения выходного звена.

Расчет модуля включает в себя: выбор двигателя, определение общего передаточного отношения модуля и разбивку его по отдельным преобразователям движения, разбивку погрешности движения выходного звена модуля по погрешностям его отдельных элементов, расчет отдельных элементов, выбор тормозных устройств и датчиков обратной связи, разработку стыковочных узлов, компоновку модуля.

Выбор двигателя проводят в зависимости от типа привода по требуемой мощности (см. 8.9).

Общее передаточное отношение модуля находят как отношение скорости двигателя $\Omega_{дв}$ к скорости выходного звена модуля $\Omega_{вых}$:

$$u_0 = \prod_{j=1}^{n} u_j = \frac{\Omega_{дв}}{\Omega_{вых}}, \qquad (16.1)$$

где u_j — передаточное отношение j-го преобразователя движения; n — число преобразователей движения.

Скорость двигателя и выходного звена модуля может быть как угловой, так и линейной:

$$\Omega = \begin{cases} w - \text{при угловом движении;} \\ v - \text{при линейном движении.} \end{cases}$$

Разбивку общего передаточного отношения модуля по передаточным отношениям отдельных преобразователей движения проводят в соответствии с пределами изменения передаточных отношений отдельных передач (табл. 16.1).

Таблица 16.1. **Передаточные отношения преобразователей движения**

Номер п/п	Преобразователь движения (передача)	Передаточное отношение u_j
1	Зубчатая цилиндрическая:	
	прямозубая	До 5
	косозубая	До 6
2	Зубчатая коническая:	
	прямозубая	До 3
	косозубая	До 4
	с круговым зубом	До 4

Номер п/п	Преобразователь движения (передача)	Передаточное отношение u_j
3	Червячная с цилиндрическим архимедовым червяком при числе заходов червяка: $Z_1 = 1$ $Z_1 = 2$ $Z_1 = 4$	 До 60 До 30 До 20
4	Реечная при преобразовании: вращательного движения в поступательное поступательного движения во вращательное	 10...200 0,005...0,1
5	Волновая	60...350
6	Планетарная	См. табл. 9.17
7	Винтовая скольжения	300...2000
8	Винтовая качения (ШВП) при преобразовании: вращательного движения в поступательное поступательного движения во вращательное	 300...2000 0,0005...0,0033
9	Зубчатым ремнем	До 12
10	Цепная	До 7

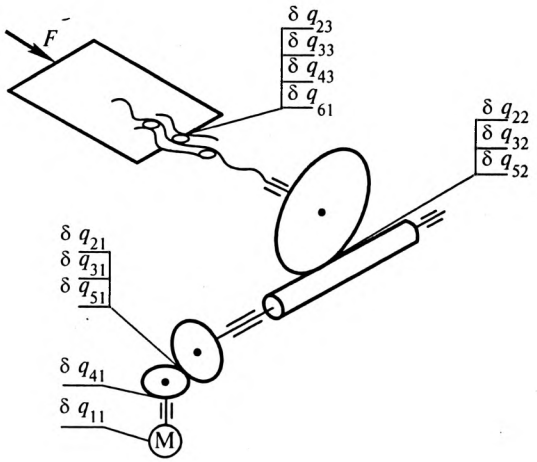
Расчет и конструирование преобразователей движения, тормозных, люфтовыбирающих, направляющих устройств модуля проводят по изложенной в гл. 9—11 и 13 учебника методике.

16.4. Разбиение погрешности модуля по его элементам

При конструировании модулей степеней подвижности и РО необходимо учитывать, что они работают с определенной погрешностью Δq, которая является следствием действия частных погрешностей: погрешности $\Delta q_1 = \Delta q''$ ввода обобщенной координаты (для механических ЗУ— погрешности системы управления двигателя), кинематических погрешностей $\Delta q_2 = \delta\varphi$, погрешностей $\Delta q_3 = J_\varphi$ мертвого хода преобразователей движения модуля, погрешностей, вызванных упругими деформациями элементов преобразователей движения (Δq_4 — валов, Δq_5 — зубьев зубчатых колес, Δq_6 — ходовых винтов, стержней) модуля (рис. 16.7).

Погрешность Δq выходного звена модуля, в дальнейшем просто погрешность модуля (погрешность обобщенной координаты робота), должна быть меньше допускаемой погрешности $[\Delta q]$, т.е. необходимо выполнять условие точности модуля:

$$\Delta q = \sum_{i=1}^{m} \Delta q_i = \Delta q_1 \sum_{i=1}^{m} \frac{\Delta q_i}{\Delta q_1} = \Delta q_1 \sum_{i=1}^{m} K_i \le [\Delta q], \qquad (16.2)$$



Р и с. 16.7

где

$$\Delta q_i = \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j \delta q_{ij} = \varepsilon_1 \delta q_{i1} + \varepsilon_2 \delta q_{i2} + ... + \varepsilon_n \delta q_{in} \qquad (16.3)$$

— i-я частная погрешность модуля; m — число частных погрешностей модуля; K_i — безразмерный коэффициент. В формуле (16.3) n — число элементов модуля (двигатели, преобразователи движения, валы, винты и т.д.), вызывающих его i-ю частную погрешность (для кинематической погрешности и мертвого хода — число преобразователей движения, для упругой деформации элементов модуля — число упругих элементов, для двигателя и функционального звена $n = 1$); δq_{ij} — i-я частная погрешность j-го элемента модуля (при расчете кинематической погрешности и мертвого хода — частная погрешность j-го преобразователя движения, при расчете упругой податливости модуля: для преобразователя движения — частная погрешность выходного звена контактирующих элементов, для вала — его выходного конца); ε_j — передаточный коэффициент между j-м и выходным элементами модуля:

$$\varepsilon_j = \prod_{t}^{\ell} \varepsilon_t = \frac{1}{u_j} = \frac{1}{\prod_{t}^{\ell} u_t}, \qquad (16.4)$$

где $t = j$ при расчете погрешностей, вызванных системой управления и двигателем, а также упругой деформацией элементов модуля и $t = j + 1$ при расчете кинематической погрешности и мертвого хода; ℓ — число преобразователей движения модуля; ε_t — передаточный коэффициент t-го преобразователя движения $\varepsilon_t = 1/u_t$; u_t — передаточное отношение t-го преобразователя движения; u_j — передаточное отношение между j-м и выходным элементами модуля.

Частная погрешность Δq_i модуля в основном определяется частной погрешностью δq_{in} последнего n-го элемента модуля. При наличии нескольких элементов модуля выражение (16.3) можно записать в виде $\varepsilon_n \delta q_{in} = \Delta q_i - \sum_{j=1}^{n-1} \varepsilon_j \delta q_{ij} \approx a_1 \Delta q_i$, где $a_1 = 0{,}99...0{,}999$ — коэффициент, учитывающий влияние i-й частной погрешности j-го элемента модуля на i-ю частную погрешность всего модуля.

Откуда i-я частная погрешность последнего элемента модуля равна

$$\delta q_{in} \approx \frac{a_1 \Delta q_i}{\varepsilon_n}, \tag{16.5}$$

где $\varepsilon_n = 1$ — передаточный коэффициент последнего n-го преобразователя движения.

Подставляя значение δq_{in} в выражение (16.3) и производя преобразования, получим

$$(1 - a_1)\Delta q_i = \sum_{j=1}^{n-1} \varepsilon_j \delta q_{ij} = \varepsilon_1 \delta q_{i1} + \varepsilon_2 \delta q_{i2} + ... + \varepsilon_{n-1} \delta q_{i(n-1)}. \tag{16.6}$$

Поступая аналогично предыдущему случаю, можно записать $\varepsilon_{n-1} \delta q_{i(n-1)} \approx a_2(1 - a_1)\Delta q_i$.

Откуда i-я частная погрешность $(n - 1)$-го элемента равна

$$\delta q_{i(n-1)} \approx \frac{a_2(1 - a_1)}{\varepsilon_{n-1}} \Delta q_i. \tag{16.7}$$

Подставляя значение $\delta q_{i(n-1)}$ в зависимость (16.6) и производя соответствующие преобразования, получим

$$(1 - a_1)(1 - a_2)\Delta q_i = \sum_{j=1}^{n-2} \varepsilon_j \delta q_{ij} = \varepsilon_1 \delta q_{i1} + ... + \varepsilon_{n-2} \delta q_{i(n-2)}.$$

Аналогично $\varepsilon_{n-2} \delta q_{i(n-2)} = a_3(1 - a_1)(1 - a_2)\Delta q_i$.

Откуда i-я частная погрешность $(n - 2)$-го элемента равна

$$\delta q_{i(n-2)} = \frac{a_3(1 - a_1)(1 - a_2)}{\varepsilon_{n-2}} \Delta q_i. \tag{16.8}$$

Производя аналогичные преобразования, можно найти приближенное значение i-й частной погрешности j-го элемента

$$\delta q_{ij} \approx \frac{a_j(1 - a_1)(1 - a_2)...(1 - a_{n-j})}{\varepsilon_j} \Delta q_i.$$

В приближенных расчетах можно принять $a_1 \approx a_2 \approx ... \approx a_{n-j} = a$. Тогда

$$\delta q_{ij} \approx \frac{a(1 - a)^{n-j}}{\varepsilon_j} \Delta q_i. \tag{16.9}$$

В выражении (16.2) K_i — это безразмерный коэффициент, определяемый как отношение i-й частной погрешности модуля к его первой частной погрешности:

$$K_i = \frac{\Delta q_i}{\Delta q_1}. \tag{16.10}$$

Откуда i-я частная погрешность модуля равна

$$\Delta q_i = K_i \Delta q_1. \tag{16.11}$$

Из условия точности (16.2) можно найти первую частную погрешность модуля

$$\Delta q_1 \le [\Delta q] \Big/ \sum_{i=1}^{m} K_i. \tag{16.12}$$

Тогда i-я частная погрешность модуля

$$\Delta q_i \le K_i [\Delta q] \Big/ \sum_{i=1}^{m} K_i. \tag{16.13}$$

Подставляя значение Δq_i в зависимость (16.9), найдем i-ю погрешность j-го элемента модуля

$$\varepsilon q_{ij} \le \frac{a}{\varepsilon_j}(1-a)^{n-j} \frac{K_i [\Delta q]}{\sum_{i=1}^{m} K_i}. \tag{16.14}$$

Для нахождения коэффициента K_i необходимо определить частные погрешности Δq_i модуля. Для этого запишем условие точности модуля (16.2) в виде

$$\Delta q = \sum_{i=1}^{m} \Delta q_i = \Delta q_1 + \Delta q_2 + \Delta q_3 + \Delta q_4 + \Delta q_5 + \Delta q_6 =$$

$$= \Delta q_1 + (1+\alpha)\Delta q_2 + \Delta q_4 + \Delta q_5 + \Delta q_6 \le [\Delta q],$$

где $\alpha = 1...3$ — коэффициент, учитывающий увеличение значения мертвого хода преобразователя движения по сравнению с его кинематической погрешностью; Δq_1 — погрешность ввода обобщенной координаты, приведенная к выходному звену мехатронного модуля; Δq_2 — кинематическая погрешность i-го преобразователя движения, приведенная к выходному звену; $\Delta q_3 = \alpha \Delta q_2$ — мертвый ход i-го преобразователя движения, приведенный к выходному звену; Δq_4— погрешность, вызванная упругими деформациями валов преобразователя движения, приведенная к выходному звену; Δq_5 — погрешность, вызванная упругими деформациями зубьев колес зубчатых преобразователей движения, приведенная к выходному звену; Δq_6 — погрешность, вызванная

продольными упругими деформациями винтов (стержней), приведенная к выходному звену.

Формулы для расчета частных погрешностей модуля:

$$\Delta q_1 = \delta q_{11}\varepsilon_j \le [\delta q_{11}]\,\varepsilon_j, \tag{16.15}$$

где δq_{11} — погрешность ввода обобщенной координаты (системы управления и двигателя), рад; $[\delta q_{11}] \approx (15...30) \cdot 10^{-4}$ рад (или равно погрешности установленного на валу двигателя датчика обратной связи по положению) — допускаемое значение δq_{11}; ε_j — передаточный коэффициент между двигателем и выходным звеном модуля;

$$\Delta q_4 = \sum_{j=1}^{n}\delta q_{4_j}\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\varphi_{0_j}\ell_j\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\frac{T_j\ell_j}{G_j J_{\mathrm{p}_j}}\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\frac{T_n\ell_j\varepsilon_j^2}{G_j J_{\mathrm{p}_j}\eta} \le \sum_{j=1}^{n}[\varphi_{0_j}]\ell_j\varepsilon_j, \tag{16.16}$$

где δq_{4_j} — угол закручивания j-го вала, рад; ε_j — передаточный коэффициент между j-м валом и выходным звеном; φ_{0j} — относительный угол закручивания j-го вала, рад/мм, допускаемое значение $[\varphi]_{0j} = (5...15) \cdot 10^{-6}$ рад/мм; ℓ_j — длина j-го вала, мм; T_j — крутящий момент в поперечном сечении j-го вала, Н · мм; G_j — модуль упругости второго рода материала j-го вала, МПа (для сталей $8{,}1 \cdot 10^4$ МПа); J_{p_j} — полярный момент инерции поперечного сечения j-го вала, мм^4; η — КПД между j-м валом и выходным звеном;

$$\Delta q_5 = \sum_{j=1}^{n}\delta q_{5j}\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\Theta_j\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\frac{F_j\ell_j^2}{2E_j J_{\mathrm{oc}_j}}\varepsilon_j \le \sum_{j=1}^{n}[\Theta_j]\varepsilon_j, \tag{16.17}$$

где $\delta q_{5j} \approx \Theta_j$ — угол поворота вершины зуба j-й зубчатой передачи, рад; $[\Theta_j] \approx (5...10) \cdot 10^{-4}$ рад — допускаемое значение; ε_j — передаточный коэффициент между j-й зубчатой передачей и выходным звеном; F_j — сила, действующая на зуб зубчатого колеса j-й зубчатой передачи, Н; ℓ_j — высота зуба зубчатого колеса j-й зубчатой передачи, мм; E_j — модуль упругости первого рода материала зубчатого колеса j-й зубчатой передач, МПа (для сталей $(2{,}0...2{,}2) \cdot 10^5$ МПа); J_{oc_j} — осевой момент инерции поперечного сечения зуба колеса j-й зубчатой передачи, мм^4;

$$\Delta q_6 = \sum_{j=1}^{n}\delta q_{6_j}\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\Delta\ell_j\varepsilon_j = \sum_{j=1}^{n}\frac{N_j\ell_j\varepsilon_j}{E_j A_j} \le \sum_{j=1}^{n}[\Delta\ell_j]\,\varepsilon_j, \tag{16.18}$$

$\delta q_{6_j} = \Delta\ell_j$ — продольная упругая деформация j-го винта, мм; $[\Delta\ell_j] \approx \approx (1...2) \cdot 10^{-3}\ell_j$ — допускаемое значение; ℓ_j — максимальная длина деформируемой части винта, мм; N_j — осевая сила, действующая на винт, Н; A_j — площадь поперечного сечения винта, мм^2; E_j — модуль упругости первого рода материала j-го винта, МПа;

$$\Delta q_2 \le \frac{[\Delta q] - \Delta q_1 - \Delta q_4 - \Delta q_5 - \Delta q_6}{1+\alpha}; \tag{16.19}$$

$$\Delta q_3 \le \alpha\Delta q_2. \tag{16.20}$$

Определим коэффициенты K_i:

$$K_1 = \frac{\Delta q_1}{\Delta q_1} = 1; \quad K_2 = \frac{\Delta q_2}{\Delta q_1} = \frac{[\Delta q] - (\Delta q_1 + \Delta q_4 + \Delta q_5 + \Delta q_6)}{(1+\alpha)\Delta q_1};$$
$$K_3 = \frac{\Delta q_3}{\Delta q_1} = \frac{\alpha \Delta q_2}{\Delta q_1} = \alpha K_2; \quad K_4 = \frac{\Delta q_4}{\Delta q_1}; \quad K_5 = \frac{\Delta q_5}{\Delta q_1}; \quad K_6 = \frac{\Delta q_6}{\Delta q_1}. \tag{16.21}$$

При расчете мехатронного модуля значения δq_{ij} необходимо принимать меньше, чем значения, полученные по формуле (16.14).

При конструировании модулей степеней подвижности и РО необходимо стремиться к уменьшению погрешности модуля. Этого можно достичь, если располагать преобразователи движения в модуле в порядке возрастания их передаточного отношения, т.е. чтобы каждый последующий преобразователь движения, считая от двигателя, имел меньший передаточный коэффициент ε_j (большее передаточное отношение u_i), чем предыдущий.

16.5. Расчет элементов модуля

Значения частных погрешностей δq_{ij} модуля находят по формуле (16.14). Например, погрешность ввода обобщенной координаты (погрешность угла поворота вала двигателя) определяют в виде $\delta q_{11} = \frac{\Delta q_1}{\varepsilon_1} = u_1 \Delta q_1 = K_1 [\Delta q] / \varepsilon_1 \sum_{i=1}^{m} K_i$.

Значения кинематической погрешности δq_{2_j} и мертвого хода δq_{3_j}, найденные по формуле (16.14) и выраженные в угловых единицах, переводят в микрометры (мкм). Для j-й цилиндрической, конической, реечной, червячной передач кинематическая погрешность F'_{i0_j} и мертвый ход J_{t_j} в линейных единицах находят по формулам $F'_{i0_j} = \delta q_{2_j} d_2 / 6{,}88$ и $J_{t_j} = \delta q_{3_j} d_2 / 6{,}88$, где d_2 — диаметр делительной окружности ведомого зубчатого колеса, мм.

Для винтовых передач кинематическая погрешность и мертвый ход в линейных единицах равны: $F'_{i0_j} = \delta q_{2_j} P_h / 21{,}6$; $J_{t_j} = \delta q_{3_j} P_h / 21{,}6$, где P_h — ход резьбы, мм.

Далее проектируют каждую передачу так, чтобы значения кинематической погрешности и мертвого хода не превышали значений, найденных по указанным формулам, т.е. находят степень точности и вид сопряжения передачи, а также уточняют модуль зубьев, найденный из условия прочности, используя для этого расчетные формулы (см. гл. 7). Следует отметить, чем меньше модуль зубьев, тем меньше кинематическая погрешность и мертвый ход передачи.

По упругой деформации δq_{4_j} j-го элемента модуля находят его податливость e_j и уточняют размер поперечного сечения. Например для j-го сплошного вала длиной ℓ_j, находящегося под действием крутящего момента T_j, податливость равна $e_j = \delta q_{4_j} / T_j$.

Диаметр вала находят по формуле $d_j = \sqrt[4]{32 J_{\text{p}_j} / \pi}$, где $J_{\text{p}_j} = \ell_j / G e_j$ — полярный момент инерции поперечного сечения вала.

ГЛАВА 17

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Проектирование — это комплекс работ, направленный на изыскание, исследование, расчет и конструирование объекта проектирования. Цель проектирования — создание некоторого объекта. Необходимость в проектировании возникает после описания некоторой совокупности потребительских свойств, которыми должен обладать объект проектирования. Эти свойства являются входом процесса проектирования, выходом является проектная документация, по которой можно изготовить объект, удовлетворяющий этим свойствам.

Объектом проектирования в данном случае является ИУ робота. При проектировании ИУ робота необходимо решать следующие задачи: повышение быстродействия и надежности, снижение габаритных размеров и стоимости, повышение точности позиционирования и отработки заданной траектории, создание высококачественной элементной базы и оптимальной номенклатуры моделей.

17.1. Стадии проектирования

Проектирование ИУ робота, как и любого другого объекта, состоит из следующих стадий: техническое задание, техническое предложение, эскизный проект, технический проект, рабочая документация. Рассмотрим более подробно каждую стадию проектирования.

Техническое задание (ТЗ) должно содержать: цель создания объекта проектирования, функции выполняемые объектом, критерии качества процесса и объекта проектирования, технические характеристики проектируемого объекта, технико-экономические показатели.

На стадии *технического предложения* (П) разрабатывают принципиально возможные способы выполнения ТЗ и выбирают ряд проектных решений, наиболее предпочтительных с точки зрения требований, предъявляемых к объекту, и решают вопрос целесообразности дальнейшей разработки остальных вариантов.

На этой стадии следует изучить ТЗ: выяснить назначение изделия, его принципиальное устройство, назначение основных сборочных единиц и деталей, способы их соединения. Ознакомиться по имеющимся научно-техническим материалам с конструкциями, аналогичными разрабатываемой. Провести геометрический, кинематический, кинетостатический, динамический, прочностной, жесткостной расчеты, расчеты на износостойкость, надежность, долговечность и т.п. Расчеты следует сопровождать необходимыми схемами, эскизами, таблицами. При этом проводят предварительный выбор из каталогов типоразмеров стандартных изделий и ориентировочно определяют размеры различных деталей объекта.

Техническое предложение является первым этапом компоновки объекта, в результате которого выявляют относительное расположение его деталей и выявляют габаритные размеры.

Эскизный проект (Э) — комплекс проектных документов, дающих общее представление об объекте проектирования, принципе его работы, назначении, основных параметрах, габаритных размерах. Эскизный проект может содержать несколько вариантов проектируемого объекта. На стадии эскизного проекта проводят уточняющие расчеты деталей объекта. Чертеж объекта представляет собой дальнейшую разработку первого этапа компоновки и должен включать две-три проекции, а также дополнительные виды, разрезы и сечения.

При выполнении эскизного проекта решают ряд конструкторских задач: выбор и проработка конструкции основных деталей с учетом максимального обеспечения их технологичности; выбор сопряжения деталей, способов их фиксации на валах, а последних в опорах; предусматривают возможность сборки и разборки, а также регулировки объекта; выбор системы смазки и вида уплотняющих устройств.

Технический проект (Т) дает полное и окончательное представление об устройстве объекта проектирования, он содержит чертежи общего вида, ведомость технического проекта, пояснительную записку и ряд других документов.

Чертеж общего вида должен давать сведения о конструкции, взаимодействии составных частей, эксплуатационно-технических характеристиках проектируемого объекта и пояснять принцип его работы. На чертеже общего вида должны быть:

изображены виды, разрезы и сечения объекта, нанесены надписи и текстовая часть, необходимые для понимания конструктивного устройства объекта, взаимодействия его составных частей и принципа работы;

указаны наименование (если возможно, то и обозначение) составных частей объекта, для которых поясняется принцип работы, приводятся технические характеристики, указывается материал, число тех составных частей объекта, с помощью которых описывается принцип его работы, поясняются изображения общего вида и состав объекта;

приведены необходимые размеры и, если требуется, схема (например, кинематическая) объекта, техническая характеристика и технические требования.

Схема — это графический конструкторский документ, на котором показаны в виде условных изображений или обозначений составные части изделия и связи между ними.

В зависимости от видов элементов и связей, входящих в состав изделия, схемы подразделяют на следующие виды и обозначают буквами: электрические — Э; гидравлические — Г; пневматические — П; газовые (кроме пневматических) — Х; кинематические — К; вакуумные — В; оптические — Л; энергетические — Р; деления — Е; комбинированные — С.

В зависимости от основного назначения схемы подразделяют на следующие типы и обозначают цифрами: структурные — 1; функциональные — 2; принципиальные — 3; соединений — 4; подключения — 5; общие — 6; расположения — 7; объединенные — 0.

Наименование и код схемы определяются ее видом и типом, например: схема кинематическая принципиальная — К3, схема гидропневматическая функциональная — С2, схема электрическая принципиальная и соединений — Э0.

Пояснительную записку (ПЗ) составляют при разработке технического предложения, эскизного и технического проектов. В ней следует приводить характеристики выбранных технических средств и нестандартного оборудования, результаты расчетов предпочтительно представлять в табличной форме. При большом объеме текстового материала пояснительную записку целесообразно оформить в виде нескольких томов.

В общем случае пояснительная записка к техническому проекту должна состоять из следующих разделов: содержание, введение, характеристика объекта, основные решения, технико-экономическое обоснование и сметная стоимость капитальных затрат, материально-технические средства, обеспечение энергоресурсами и выполнение требований, связанных с автоматизацией и механизацией, научно-исследовательские, опытно-конструкторские и экспериментальные работы, указания по подготовке и реализации проекта, приложения.

К *рабочей документации проекта* относят графические документы (чертежи деталей и сборочные чертежи) и текстовые (спецификации на сборочные единицы). Кроме того, могут быть выполнены габаритный, монтажный и другие чертежи, ведомости спецификаций, ссылочных документов.

Сборочный чертеж (СБ) объекта должен быть выполнен с необходимым числом изображений (видов, разрезов, сечений и выносных элементов), дающих полное представление о его габаритных размерах, конструкции, назначении, связи составных частей и их взаимодействии в процессе работы; сборке, разборке и контроле сборочных единиц; методах смазки, технических данных объекта.

Сборочный чертеж объекта должен содержать: изображение сборочной единицы; размеры с указанием предельных отклонений, которые проверяют при сборке; сопряженные размеры с обозначением посадок; основные размеры, характеризующие объект и его основные составные части (например, межосевые расстояния с допускаемыми отклонениями); номера позиций составных частей, входящих в объект; основные технические характеристики объекта; габаритные, установочные и присоединительные размеры, а также необходимые справочные размеры; технические требования к готовому объекту.

Габаритный чертеж (ГЧ) следует выполнять с максимальными упрощениями, но так, чтобы были видны крайние положения перемещающихся, выдвигаемых и откладываемых частей, рычагов, кареток и т.д. Число видов должно быть минимальным, но достаточным, чтобы дать представление о внешних очертаниях объекта и его выступающих элементах. Изображения объекта следует выполнять сплошными основными линиями, а очертания частей, перемещающихся в крайние положения, — тонкими штрихпунктирными с двумя точками. Допускается изображать тонкими линиями «обстановку» — детали и сборочные единицы, не входящие в состав объекта.

На габаритном чертеже должны быть нанесены габаритные, установочные и присоединительные размеры, определяющие положение выступающих частей, без указания, что все эти размеры справочные. Установочные и присоединительные размеры, необходимые для увязки с другими объектами, должны быть с предельными отклонениями.

На *монтажном чертеже* (МЧ) объекты следует изображать упрощенно, внешними очертаниями, за исключением тех элементов конструкции, которые необходимы для правильного монтажа, и поэтому должны выполняться с

требуемыми подробностями. Устройство, к которому крепится объект, следует изображать упрощенно сплошными тонкими линиями. Его наименование и обозначение должны указываться на полке линии-выноски или непосредственно на изображении.

На монтажном чертеже следует указывать присоединительные, установочные и прочие необходимые размеры с отклонениями.

17.2. Номенклатура документов проекта

При проектировании разрабатывают графические (чертежи, схемы, графики и т.п.) и текстовые (пояснительная записка, спецификация и т.п.) конструкторские документы (КД). Они должны определять состав и устройство проектируемого объекта и содержать данные, необходимые для его разработки, изготовления, контроля, приемки, эксплуатации и ремонта.

Номенклатура КД, выпускаемых на конкретный объект, представлена в табл. 17.1, а стадии разработки конструкторской документации — в табл. 17.2.

Таблица 17.1. **Номенклатура документов для стадий проектирования (ГОСТ 2.102—68)**

Шифр	Документ	Техническое предложение	Проект		Рабочая документация на			
			эскизный	технический	детали	сборочные единицы	комплексы	комплекты
—	Чертеж детали	—	—	0[1]	+[1]	—	—	—
СБ	Сборочный чертеж	—	—	—	—	+[2]	—	—
ВО	Чертеж общего вида	0	0	+	—	—	—	—
ТЧ	Теоретический чертеж	—	0	0	0	0	0	—
ГЧ	Габаритный чертеж	0	0	0[1]	0[1]	0[2]	0	—
МЧ	Монтажный чертеж	—	—	—	—	0	0	0
УЧ	Упаковочный чертеж	—	—	—	0	0	0	0
—	Схемы	0	0	0	—	0	0	0
—	Спецификация	—	—	—	—	+	+	+
ВС	Ведомость спецификаций	—	—	—	—	0	0	0
ВД	Ведомость ссылочных документов	—	—	—	—	0	0	0
ВП	Ведомость покупных изделий	—	0	0	—	0	0	0

Окончание табл. 17.1

Шифр	Документ	Техническое предложение	Проект		Рабочая документация на			
			эскизный	технический	детали	сборочные единицы	комплексы	комплекты
ВИ	Ведомость согласования применения покупных изделий	—	0	0	—	0	0	0
ДП	Ведомость держателей подлинников	—	—	—	—	0	0	0
ПТ	Ведомость технического предложения	+	—	—	—	—	—	0
ЭП	Ведомость эскизного проекта	—	+	—	—	—	—	—
ТП	Ведомость технического проекта	—	—	+	—	—	—	—
ПЗ	Пояснительная записка	+[3]	+[3]	+[3]	—	—	—	—
ТУ	Технические условия	—	—	0	0	0	0	0
ПМ	Программа и методика испытаний	—	0	0	0	0	0	—
ТБ	Таблицы	0	0	0	0	0	0	0
РР	Расчеты	0[3]	0[3]	0[3]	0	0	0	0
Д	Документы прочие	0	0	0	0	0	0	0
ПФ	Патентный формуляр ГОСТ 2.110—68	0	0	0	0	0	0	—
—	Документы эксплуатационные	—	—	—	0	0	0	0
—	Документы ремонтные	—	—	—	0	0	0	0
КУ	Карта технического уровня и качества продукции	0	0	0	0	0	0	0
И	Инструкция	—	—	—	0	0	0	0

Примечание. Плюс — документ обязательный; 0 — документ составляют в зависимости от характера, назначения или условий производства изделия; прочерк — документ не составляют. Документы с одинаковыми индексами могут быть совмещены. Совмещенному документу присваивают шифр и наименование вышестоящего в таблице документа.

Таблица 17.2. **Стадии разработки конструкторской документации (ГОСТ 2.103—68)**

Стадия	Литера документа	Дополнительные указания
Для серийного и массового производства		
Разработка технического предложения по ГОСТ 2.118—73	П	Литера проставляется при разработке документов
Разработка эскизного проекта по ГОСТ 2.119—73	Э	
Разработка технического проекта по ГОСТ 2.120—73	Т	—
Разработка документации для изготовления опытного образца (опытной партии)	—	
Корректировка результатов по результатам изготовления и предварительных испытаний опытного образца (опытной партии)	О	Литера присваивается после окончания корректировки
Корректировка документации по результатам повторного (при необходимости) изготовления и приемочных испытаний опытного образца (опытной партии)	$О_1$	
Корректировка документации опытного образца по результатам изготовления и испытаний установочной серии (первой промышленной партии) изделий	А	Литера присваивается после окончания корректировки и отработки (оснащения) технологического процесса
Для единичного производства		
Разработка эскизного проекта по ГОСТ 2.119—73	Э	Литера присваивается при разработке документов
Разработка технического проекта по ГОСТ 2.120—73	Т	
Разработка документации для изготовления изделия	Е	
Корректировка документации по результатам изготовления и испытания изделия	$Е_1$	Литера присваивается после окончания корректировки

Примечание. Допускается не присваивать литеру КД, выполненным в виде эскизов. Литерой полного комплекта КД изделия следует считать низшую из литер, указанных в документах, входящих в комплект. Литера полного комплекта документов изделия должна быть указана в основной надписи его спецификации.

Основным КД для детали является чертеж детали, а для сборочных единиц, комплексов и других видов изделий — спецификация.

17.3. Унификация при проектировании исполнительных устройств

При проектировании ИУ роботов большое значение имеет их *унификация* — устранение неоправданного многообразия конструкций ИУ с одинаковыми параметрами и назначением.

Основными этапами унификации являются:

группирование ИУ или их элементов с одинаковыми функциями;

формирование перечня основных функциональных параметров унифицированных устройств (грузоподъемность, точность, быстродействие и т.п.);

переход от случайного набора значений параметров к некоторому упорядоченному так называемому *параметрическому ряду*;

группирование известных унифицированных устройств, параметры которых лежат в пределах одного интервала параметрического ряда;

сравнение и выбор наилучших типовых, схемных и конструкторских решений для каждого интервала параметрического ряда.

Исполнительные устройства могут быть описаны многочисленными параметрами. Если для каждого параметра ввести свой ряд, то получим достаточно большое число ИУ, отличающихся сочетаниями типовых значений различных параметров. Такая унификация не имеет смысла. Поэтому при проектировании ИУ нужно стремиться к уменьшению числа рассматриваемых параметров, частоты их параметрических рядов и разнообразия допустимых сочетаний различных параметров.

За основные параметры ИУ роботов при проектировании принимают: тип общей компоновочной схемы, диапазоны перемещений степеней подвижности, грузоподъемность.

При выборе рациональной частоты параметрических рядов следует учитывать технические требования к ИУ роботов для различных технологических процессов, а также зависимость их сложности от функциональных параметров. Рациональная частота линейных перемещений может быть ограничена рядом: 100; 160; 250; 400; 630; 1000...10 000 мм. Рациональная частота грузоподъемности: 0,08; 0,16; 0,63; 0,8; 1,0; 1,6; 2,5; 4,0; 6,3; 10...1000 кг. Диапазоны углов поворота устанавливают обычно кратными 90°.

Таблица 17.3. **Типоразмерные ряды промышленных роботов по грузоподъемности**

Нормативно-техническая документация	Сверхлегкие, до 1 кг	Легкие, свыше 1 до 10 кг	Средние, свыше 10 до 200 кг	Тяжелые, свыше 200 до 1000 кг	Сверхтяжелые, более 1000 кг
ГОСТ 25204—82	0,08; 0,16; 0,32; 0,4; 0,5; 0,63; 0,8; 1,0	1,25; 1,6; 2,0; 2,5; 3,2; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0; 10	12,5; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200	250; 320; 400; 500; 630; 800; 1000	Более 1 250 кг
Отраслевой стандарт	0,02; 0,04; 0,08; 0,16; 0,32; 0,63; 1,0	1,25; 2,5; 5,0; 10	20; 40; 80; 160	250; 1000	2500; 5000; 10 000; 40 000

Для дальнейшего сокращения многообразия ИУ можно выделить наиболее устойчивые их компоновки и сочетания параметров. Основой для построения отраслевых типоразмерных рядов ИУ роботов являются ряды по грузоподъемности. В табл.17.3 приведены типоразмерные ряды ПР по грузоподъемности по государственному и отраслевому стандартам.

17.4. Конструирование исполнительных устройств

При конструировании ИУ ПР должны быть решены задачи выбора кинематики ИУ, а также схем и конструкций приводов функциональных звеньев.

Для решения указанных задач необходимо знать эксплуатационно-технические характеристики роботов.

Компоновочно-геометрические: число, вид и взаимное расположение степеней подвижности; способ установки ИУ (напольный, подвесной, портального типа, встроенный и т.д.); форма, размеры и расположение рабочей зоны и рабочего пространства; число и диапазон регулирования точек позиционирования по каждой степени подвижности.

Точностные: статические погрешности; динамические погрешности.

Динамические: диапазоны скоростей движения РО ИУ и точность их задания; максимальные ускорения при разгоне и торможении.

Силовые: возможные технологические усилия; инерционные нагрузки.

Жесткостные: податливость ИУ; собственные частоты и коэффициенты затухания.

Характеристики надежности: показатели безотказности; показатели долговечности.

Дополнительные: взрыво- и пожаробезопасность, масса, габаритные размеры, потребляемая энергия, стоимость и др.

Конструирование начинают с общей компоновки ИУ. На основании исходных данных выбирают число и последовательность расположения степеней подвижности ИМ. Затем, исходя из точности, быстродействия, грузоподъемности и особенностей условий эксплуатации, выбирают тип привода и его размещение на ИУ. Далее проводят силовой и точностной расчеты ИУ и поочередное конструирование его модулей, начиная с РО.

17.5. Компоновка исполнительных устройств

На этапе общей компоновки ИУ робота выбирают число, вид и взаимное расположение его степеней подвижности. Чтобы РО мог выполнять требуемые перемещения, звенья ИМ должны быть соединены между собой вращательными или поступательными кинематическими парами.

Перемещение РО между двумя или более точками, лежащими на одной прямой или окружности, может быть выполнено ИУ с одной поступательной или вращательной степенью подвижности.

Перемещение объекта между двумя и более произвольно расположенными точками при отсутствии препятствий может быть осуществлено ИУ с двумя степенями подвижности.

Для осуществления движения в рабочей зоне, габаритные размеры которой в различных направлениях соизмеримы (сварка, окраска, обработка сложных поверхностей, а также загрузка оборудования разной высоты), применяют ИУ с тремя переносными степенями подвижности.

Для осуществления движения по прямолинейной траектории с высокой точностью применяют ИУ, работающие в прямоугольной системе координат. Для автоматизации различных операций применяют ИУ, работающие в полярной системе координат. Они отличаются высокой компактностью.

Еще большей компактностью при тех же размерах рабочей зоны обладают ИУ, работающие в ангулярной системе координат. Благодаря созданию высокомоментных и точных электрических приводов они получают все более широкое распространение. Однако использование в ИУ роботов только вращательных степеней подвижности приводит к однозначной взаимосвязи ориентации РО с его перемещением в рабочей зоне. Вызванные при этом нарушения ориентации могут быть скомпенсированы введением дополнительных ориентирующих СП. Поэтому ИУ роботов, работающие в ангулярной системе координат, имеют две или три ориентирующие СП.

17.6. Разбиение погрешности позиционирования робота по погрешностям степеней подвижности

При проектировании ИУ роботов необходимо заданное (допускаемое) значение погрешности позиционирования РО $[\Delta\mathbf{r}]$ разбить по погрешностям Δq_j отдельных СП (рис. 17.1).

При этом необходимо обеспечить выполнение условия точности робота (см. гл. 7):

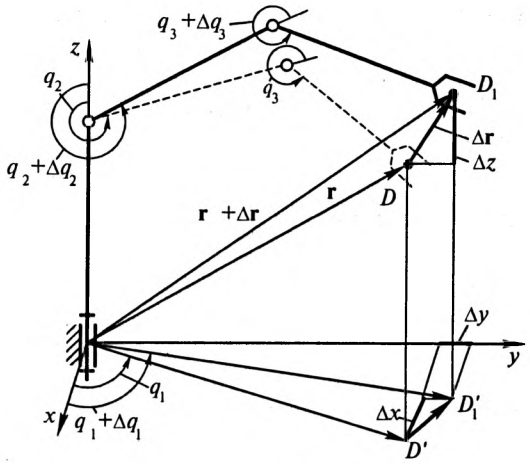
$$|\Delta\mathbf{r}| \le |[\Delta\mathbf{r}]|, \tag{17.1}$$

Погрешность радиуса-вектора

$$\Delta\mathbf{r} = \sum_{i=1}^{m}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\ell}_i}\Delta\boldsymbol{\ell}_i + \sum_{i=1}^{m}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\boldsymbol{\alpha}_i}\Delta\boldsymbol{\alpha}_i + \sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q_j}\Delta\boldsymbol{\varphi}_j + \sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q_j}\Delta q_j = \tag{17.2}$$

$$= \mathbf{J}(\boldsymbol{\ell})\Delta\boldsymbol{\ell} + \mathbf{J}(\boldsymbol{\alpha})\Delta\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{J}(\mathbf{q})\Delta\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{J}(\mathbf{q})\Delta\mathbf{q}.$$

или $\Delta\mathbf{r} = [\Delta x\ \Delta y\ \Delta z]^{\mathrm{T}}$, а $[\Delta\mathbf{r}] = [[\Delta x]\ [\Delta y]\ [\Delta z]]^{\mathrm{T}}$ — допускаемая погрешность радиуса-вектора, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор РО ИУ робота; $\boldsymbol{\ell}_i$ — длина i-го функционального звена; $\boldsymbol{\alpha}_i = [\alpha_{ix}\ \alpha_{iy}\ \alpha_{iz}]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловых параметров i-го функционального звена (см. гл. 7); q_j — j-я обобщенная координата; $\Delta\boldsymbol{\ell}_i$ — погрешность длины i-го функционального звена (табл 7.1); $\Delta\boldsymbol{\alpha}_i = [\Delta\alpha_{ix}\ \Delta\alpha_{iy}\ \Delta\alpha_{iz}]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловых погрешностей i-го звена



Р и с. 17.1

(табл. 7.2); $\Delta\varphi_j$ — погрешность j-й обобщенной координаты, вызванная упругими деформациями i-го функционального звена (см. (7.55)); $\Delta q_j = \Delta q_j'' + \delta\varphi_{\Sigma j} + J_{\varphi\Sigma j} + \Delta q_{\Sigma j}'$ — погрешность j-й обобщенной координаты; $\Delta q_j''$, $\delta\varphi_{\Sigma j}$, $J_{\varphi\Sigma j}$, $\Delta q_{\Sigma j}'$ — погрешности, вызванные ошибками работы системы управления и двигателя, кинематическими ошибками, мертвым ходом и податливостью преобразователей движения j-й СП; $\Delta\boldsymbol{\ell} = [\Delta\ell_1\ \Delta\ell_2\ \ldots\ \Delta\ell_m]^{\mathrm{T}}$ — вектор погрешностей длин функциональных звеньев; $\Delta\boldsymbol{\alpha} = [\Delta\alpha_{1x}\ \Delta\alpha_{1y}\ \Delta\alpha_{1z}\ \Delta\alpha_{2x}\ \Delta\alpha_{2y}\ \Delta\alpha_{2z}\ \ldots\ \Delta\alpha_{mx}\ \Delta\alpha_{my}\ \Delta\alpha_{mz}]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловых погрешностей функциональных звеньев; $\Delta\boldsymbol{\varphi} = [\Delta\varphi_1\ \Delta\varphi_2\ \ldots\ \Delta\varphi_n]^{\mathrm{T}}$ — вектор погрешностей обобщенных координат, вызванных упругими деформациями функциональных звеньев ИУ робота; $\Delta\mathbf{q} = [\Delta q_1\ \Delta q_2\ \ldots\ \Delta q_n]^{\mathrm{T}}$ — вектор погрешностей обобщенных координат; $\mathrm{J}(\boldsymbol{\ell})$, $\mathrm{J}(\boldsymbol{\alpha})$ и $\mathrm{J}(\mathbf{q})$ — матрицы Якоби для положений по $\boldsymbol{\ell}$, $\boldsymbol{\alpha}$ и $\mathbf{q}$ (см. гл. 7).

Матрица Якоби для положений по $\mathbf{q}$ имеет вид

$$\mathrm{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial q_1} & \dfrac{\partial x}{\partial q_2} & \ldots & \dfrac{\partial x}{\partial q_n} \\ \dfrac{\partial y}{\partial q_1} & \dfrac{\partial y}{\partial q_2} & \ldots & \dfrac{\partial y}{\partial q_n} \\ \dfrac{\partial z}{\partial q_1} & \dfrac{\partial z}{\partial q_2} & \ldots & \dfrac{\partial z}{\partial q_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \ldots & a_{3n} \end{bmatrix}, \qquad (17.3)$$

где $a_{1j} = \partial x / \partial q_j$; $a_{2j} = \partial y / \partial q_j$; $a_{3j} = \partial z / \partial q_j$.

Обратная матрица Якоби для положений по $\mathbf{q}$ для трех звеньев

$$\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}) = \frac{1}{|\mathbf{J}(\mathbf{q})|}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & \dots & c_{3n} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \frac{1}{|\mathbf{J}(\mathbf{q})|}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ \vdots & & \\ c_{1n} & c_{2n} & c_{3n} \end{bmatrix}, \qquad (17.4)$$

c_{ij} — алгебраические дополнения a_{ij} соответствующих элементов матрицы (17.3).

В случае $n \neq 3$ обратная матрица Якоби не определена, поэтому следует применять методы линейной алгебры.

Из выражение (17.2) определяют вектор погрешностей обобщенных координат ИУ робота:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{q} &= \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})[[\Delta\mathbf{r}] - \mathbf{J}(\boldsymbol{\ell})\Delta\boldsymbol{\ell} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\alpha})\Delta\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{J}(\mathbf{q})\Delta\boldsymbol{\varphi}] = \\ &= \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})[[\Delta\mathbf{r}] - \mathbf{J}(\boldsymbol{\ell})\Delta\boldsymbol{\ell} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\alpha})\Delta\boldsymbol{\alpha}] - \Delta\boldsymbol{\varphi}. \end{aligned} \qquad (17.5)$$

ГЛАВА 18

НАДЕЖНОСТЬ РОБОТОВ

18.1. Основные понятия надежности

Надежность (общая) — свойство объекта (изделия) сохранять во времени в установленных пределах все параметры, обеспечивающие выполнение требуемых функций в заданных условиях эксплуатации.

Современные роботы состоят из множества взаимодействующих механизмов, электронных устройств, модулей, деталей. Отказ в работе хотя бы одного элемента такой сложной системы, выполненной без резервирования, может привести к нарушению работы всего робота.

В теории надежности рассматривают следующие обобщенные объекты:

изделие — единица продукции, выпускаемая данным предприятием, цехом и т. д. (например, подшипник, зубчатое колесо, электродвигатель, мехатронное устройство, робот);

элемент — простейшая при данном рассмотрении составная часть изделия, состоящая из одной или нескольких деталей;

система — совокупность совместно действующих элементов, предназначенная для самостоятельного выполнения заданных функций.

Понятия элемента и системы трансформируются друг в друга в зависимости от поставленной задачи. Робот при установлении его собственной надежности рассматривают как систему, состоящую из отдельных элементов — механизмов, деталей и т.д., а при изучении надежности роботизированного комплекса как элемент.

Надежность характеризуют следующие основные состояния и события.

Работоспособность — состояние изделия, при котором оно способно нормально выполнять заданные функции.

Исправность — состояние изделия, при котором оно удовлетворяет всем не только основным, но и вспомогательным требованиям.

Неисправность — состояние изделия, при котором оно не соответствует хотя бы одному из требований технической документации. Различают неисправности, не приводящие к отказам, и неисправности и их сочетания, приводящие к отказам.

Отказ — событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности. Это отказы *функционирования*, при которых выполнение своих функций рассматриваемым элементом или объектом прекращается (например, поломка зубьев зубчатого колеса), и отказы *параметрические*, при которых некоторые параметры объекта изменяются в недопустимых пределах (например, изменение точности работы робота). Отказы делят на *внезапные* (поломки от перегрузок, заедания), *постепенные по развитию* и *внезапные по проявлению* (усталостные разрушения, перегорания ламп, короткие замыкания из-за старения изоляции) и *постепенные* (износ, старение, коррозия, залипание).

По причинам возникновения отказы могут быть: *конструкционные*, вызванные недостатками конструкции; *технологические*, вызванные несовершенством или нарушением технологии; *эксплуатационные*, вызванные неправильной эксплуатацией.

Отказы в соответствии со своей физической природой бывают связаны с разрушением деталей или их поверхностей (поломки, выкрашивание, износ, коррозия, старение) или не связаны с разрушением (засорение каналов подачи рабочей жидкости в гидроприводах, ослабление соединений, загрязнение или ослабление электроконтактов).

По возможности дальнейшего использования изделия отказы разделяют на *полные*, исключающие возможность работы изделия до их устранения, и *частичные*, при которых изделие может частично использоваться.

По сложности устранения различают отказы, устранимые в порядке технического обслуживания, в порядке среднего или капитального ремонта и по месту устранения — устранимые в эксплуатационных и стационарных условиях.

По времени возникновения отказы делят на *приработочные*, возникающие в первый период эксплуатации, связанные с отсутствием приработки и с попаданием на сборку дефектных элементов; при *нормальной эксплуатации* (за период до появления износных отказов); *износовые*.

18.2. Характеристики надежности

Основными характеристиками надежности являются: безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость.

Безотказность — свойство изделия непрерывно сохранять работоспособность в течение заданного времени или наработки. Оно особенно важно для роботов, отказ в работе которых связан с опасностью для жизни человека, с перерывами в работе роботизированного комплекса, с остановкой автоматизированного производства или с браком дорогого изделия.

Показатели безотказности. *Вероятность безотказной работы* $P(t_0)$ — вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не возникнет: $P(t_0) = 1 - F(t_0)$, где $F(t_0)$ — функция распределения наработки до отказа.

Средняя наработка до отказа — математическое ожидание наработки до отказа невосстанавливаемого изделия. Под наработкой понимают продолжительность или объем выполненной работы объектом.

Средняя наработка на отказ — отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ — условная плотность вероятности возникновения отказа невосстановленного объекта для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого времени отказ не возник. Ее определяют как отношение среднего числа отказавших в единицу времени (или наработки в других единицах) объектов к числу объектов, оставшихся работоспособными:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{1}{P(t)}\frac{d}{dt}P(t) = \frac{1}{1-F(t)}\frac{d}{dt}F(t).$$

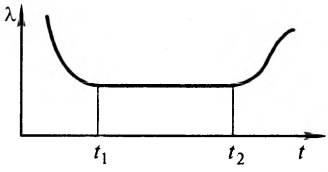


Рис. 18.1

Приближенно $\lambda(t) \approx n / N\Delta t$, где n — число изделий, отказавших при испытании в течение интервала времени Δt; N — общее число испытанных изделий.

Для большинства объектов зависимость $\lambda(t)$ можно изобразить кривой (рис. 18.1), имеющей три участка. Первый участок $0 \leqslant t \leqslant t_1$ называют *периодом приработки* или *периодом ранних отказов*. Появление отказов в этот период обычно вызвано конструктивными или производственными дефектами. Второй участок $t_1 < t \leqslant t_2$ постоянной интенсивности характеризует нормальную эксплуатацию на этом участке $P(t) = e^{-\lambda t}$. Третий участок $t > t_2$ называют *периодом износовых отказов*.

Параметр потока отказов — показатель надежности восстанавливаемых изделий, равный отношению среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки (соответствует интенсивности отказов для неремонтируемых изделий, но включает повторные отказы).

Долговечность — свойство изделия сохранять работоспособность до предельного состояния с необходимыми перерывами для технического обслуживания и ремонта.

Показатели долговечности. *Технический ресурс* (ресурс) — наработка объекта от начала его эксплуатации или возобновления эксплуатации после ремонта до предельного состояния. Ресурс выражают в единицах времени работы, ч, длины пути, км, и в единицах выпуска продукции. Для невосстанавливаемых изделий понятия технического ресурса и наработки до отказа совпадают.

Срок службы — календарная наработка до предельного состояния (обычно годы). Для деталей роботов в качестве критерия долговечности используют технический ресурс.

Показатели долговечности делят на гамма-процентные, средние до текущего (или капитального) ремонта, полные, средние до списания. Они характеризуют долговечность изделий при заданной вероятности сохранения работоспособности. Например, гамма-процентный ресурс t_γ — наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, %.

Для изделий серийного и массового производства наиболее часто используют 90 %-й ресурс. Если отказ опасен для жизни людей, то γ-ресурс приближают к 100 %.

Ремонтопригодность — приспособленность изделия к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей путем проведения технического обслуживания и ремонтов.

Сохраняемость — свойство изделия сохранять значение показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности в течение и после установленного срока хранения и транспортирования.

Показатели ремонтопригодности и сохраняемости: среднее время восстановления работоспособного состояния, срок сохраняемости средний и γ-процентный.

Комплексные показатели надежности. *Коэффициент технического использования* — отношение математического ожидания времени работоспособного состояния за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени работоспособного состояния и всех простоев для ремонтов и технического обслуживания.

Коэффициент готовности — вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме периодов, в которых эксплуатация не предусматривается. Его определяют как отношение математического ожидания времени нахождения в работоспособном состоянии к математическим ожиданиям суммы этого времени и времени внеплановых ремонтов.

18.3. Безотказность

Основным показателем безотказности является *вероятность безотказной работы* $P(t)$ — вероятность того, что в течение заданного времени или заданной наработки отказ не возникнет.

Вероятность безотказной работы оценивают относительным числом работоспособных элементов $P(t) = N_p/N = 1 - n/N = 1 - Q(t)$, где N — общее число испытанных (эксплуатируемых) образцов; N_p — число работоспособных образцов после испытаний (эксплуатации); n — число отказавших образцов после испытаний; $Q(t) = n/N$ — вероятность отказа, оцениваемая относительным числом отказов.

Так как безотказная работа и отказ взаимно противоположные события, то $P(t) + Q(t) = 1$. При $t = 0$ и $n = 0$ получим $Q(t) = 0$ и $P(t) = 1$. При $t = \infty$ и $n = N$, $Q(t) = 1$ и $P(t) = 0$.

Распределение отказов по времени характеризуют *функцией плотности распределения наработки до отказа* $f(t)$:

в статистической трактовке $f(t) = \Delta n / N\Delta t = \Delta Q(t) / \Delta t$;

в вероятностной $f(t) = dQ(t) / dt$,

где Δn и $\Delta Q(t)$ — приращение числа отказавших объектов и соответственно вероятности отказов за время Δt.

Вероятности отказов и безотказной работы выражают зависимостями:

$$Q(t) = \int_0^t f(t)dt \text{ при } t = \infty \quad Q(t) = \int_0^\infty f(t)dt = 1;$$

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^\infty f(t)dt.$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ относится к числу работоспособных объектов N_p:

в статистической трактовке $\lambda(t) = \Delta n / N_p \Delta t$;

в вероятностной трактовке $\lambda(t) = f(t) / P(t)$.

Вероятность безотказной работы в зависимости от интенсивности отказов можно записать в виде

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}.$$

Это одно из основных соотношений теории надежности.

18.4. Надежность в период нормальной эксплуатации

В период нормальной эксплуатации робота постепенные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств, поэтому имеют постоянную интенсивность, не зависящую от продолжительности предшествующей эксплуатации изделия: $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, где $\lambda = 1/m_t$ — постоянная интенсивность отказов; m_t — средняя наработка до отказа, в ч. Тогда λ — это число отказов в час.

В этом случае вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t}.$$

Она подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы. Если, как обычно, $\lambda t \le 0{,}1$, то $P(t) \approx 1 - \lambda t$.

Плотность распределения $f(t) = -dP(t)/dt = \lambda e^{-\lambda t}$.

Вероятность безотказной работы в зависимости от $\lambda(t)t \approx t/m_t$:

$\lambda(t)t$	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$P(t)$	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Так как при $t/m_t = 1$ вероятность $P(t) = 0{,}368$, то 63,2 % отказов возникает за время $t < m_t$ и только 36,8 % позднее. Для обеспечения вероятности безотказной работы 0,9 или 0,99 можно использовать только малую долю среднего срока службы (соответственно 0,1 или 0,01).

Если робот эксплуатируется в разных режимах, а следовательно, имеет и интенсивности отказов λ_1 (за время t_1) и λ_2 (за время t_2), то $P(t) = e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)}$.

Для определения на основании опытов интенсивности отказов оценивают среднюю наработку до отказа

$$m_t \approx \bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} t_i,$$

где N — общее число наблюдений (изделий); t_i — длительность i-го промежутка времени; K — число промежутков времени.

Тогда $\lambda = 1/\bar{t}$.

Среднее число изделий n, которое выйдет из строя к заданному моменту времени при $\lambda t \leqslant 0{,}1$, будет $n \approx N\lambda t$, а среднее число $N_р$ изделий, которые останутся работоспособными: $N_р \approx N(1 - \lambda t)$.

18.5. Надежность в период постепенных отказов

Для постепенных (износовых) отказов справедлив закон распределения, который дает вначале низкую плотность вероятности отказов, затем максимум и далее падение, связанное с уменьшением числа элементов, оставшихся работоспособными. Наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчетов является нормальное распределение.

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}}.$$

Распределение имеет два независимых параметра:

среднюю наработку до отказа (математическое ожидание) $m_t \approx \bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} t_i$;

среднее квадратическое отклонение $S = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{K}(t_i - \bar{t})^2}$.

Рассеяние случайных величин удобно также характеризовать дисперсией $D = S^2$ и коэффициентом вариации $V = S/\bar{t}$.

Так как интегральная функция распределения равна $F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)dt$, то вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно равны: $Q(t) = F(t)$; $P(t) = 1 - F(t)$.

Вычисление интегралов заменяют использованием таблиц для так называемого *центрированного* и *нормированного распределения*, в котором $m_{tx} = 0$ и $S_x = 1$. Для этого распределения функция плотности $f_0(x) = \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$ имеет одну переменную x. Функцию плотности распределения записывают в относительных координатах с началом на оси симметрии петли.

Функция распределения представляет собой интеграл от плотности распределения $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f_0(x)dx$.

Из этого уравнения следует, что $F_0(x) + F_0(-x) = 1$, откуда $F_0(-x) = 1 - F_0(x)$.

Плотность распределения, вероятность отказа и вероятность безотказной работы определяют по формулам: $f(t) = \frac{f_0(x)}{S}$; $Q(t) = F_0(x)$;

$P(t) = 1 - F_0(x)$, где $x = (t - m_t) / S$ — квантиль нормированного нормального распределения, обычно обозначаемая U_P.

Значения $f_0(x)$ и $F_0(x)$ (выбирают из таблиц математической статистики):

$x = U_P$	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

В табл. 5.7 приведены значения $P(t)$ в зависимости от $U_P = x = (t - m_t) / S$.

Время t при заданной вероятности безотказной работы $P(t)$ определяют по зависимости $t = m_t + U_P S$.

Часто вместо интегральной функции распределения $F_0(x)$ пользуются функцией Лапласа

$$\Phi(x) = \int_0^x f_0(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx.$$

В этом случае

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^0 f_0(x)dx + \int_0^x f_0(x)dx = 0{,}5 + \Phi(x).$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы определяют по формулам

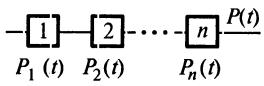
$$Q(t) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{t - m_t}{S}\right); \quad P(t) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - m_t}{S}\right).$$

При совместном действии внезапных и постепенных отказов вероятность безотказной работы изделия за период t, если до этого оно проработало время t_0, равно $P(t) = P_в(t) P_п(t)$, где $P_в(t) = e^{-\lambda t}$ — вероятность отсутствия внезапных отказов; $P_п(t) = \dfrac{P_п(t_0 + t)}{P_п(t_0)}$ — вероятность отсутствия постепенных отказов.

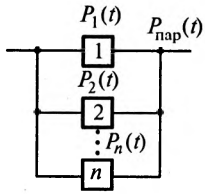
Существуют и другие распределения случайной величины: логарифмически нормальное распределение, в котором по нормальному закону распределяется логарифм наработки, гамма-распределение, распределение Вейбулла, являющееся довольно универсальным, охватывающим путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Однако оперировать этими распределениями сложнее.

18.6. Надежность сложных систем

Робот представляет собой сложную систему, состоящую из множества различных элементов, соединенных между собой различными способами. Поэтому расчет надежности робота проводят с учетом надежности составляющих его элементов и схемы их соединения.



Р и с. 18.2



Р и с. 18.3

При последовательном соединении независимых элементов (рис. 18.2) отказ одного элемента приводит к отказу всей системы.

Вероятность безотказной работы системы при последовательном соединении элементов равна произведению вероятностей безотказной работы ее отдельных элементов:

$$P_{\text{п}}(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \tag{18.1}$$

где $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента системы.

Если $P_1(t) = P_2(t) = \ldots = P_n(t) = P(t)$, то $P_{\text{п}}(t) = P^n(t)$.

Обычно вероятность безотказной работы элементов достаточно высокая. Поэтому, выразив $P_i(t) = 1 - Q_i(t)$ и подставив в формулу (18.1), после преобразований получим

$$P_{\text{п}}(t) = \prod_{i=1}^{n} [1 - Q_i(t)] \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} Q_i(t).$$

При $Q_1(t) = Q_2(t) = \ldots = Q_n(t) = Q(t)$ будем иметь $P_{\text{п}}(t) \approx 1 - nQ(t)$.

Надежность сложных систем с последовательным соединением элементов низкая. Например, при числе элементов системы $n = 10$ с вероятностью безотказной работы каждого элемента $P_{\text{п}}(t) = 0{,}9$ (как в подшипниках качения) общая вероятность безотказной работы системы равна $P_{\text{п}}(t) = 0{,}9^{10} \approx 0{,}35$.

При параллельном соединении независимых элементов (рис. 18.3) отказ системы происходит при отказе всех включенных параллельно элементов. В этом случае вероятность безотказной работы равна

$$P_{\text{пар}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - P_i(t)] = 1 - \prod_{i=1}^{n} Q_i(t) = 1 - Q(t).$$

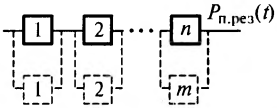
Если $P_1(t) = P_2(t) = \ldots = P_n(t) = P(t)$, то $P_{\text{пар}}(t) = 1 - [1 - P(t)]^n = 1 - Q_i^n(t)$.

При тех же данных, что и для последовательного соединения элементов, вероятность безотказной работы при их параллельном соединении равна

$$P_{\text{пар}}(t) = 1 - [1 - P(t)]^n = 1 - (1 - 0{,}9)^{10} = 1 - 0{,}1^{10} \approx 1.$$

18.7. Резервирование

Надежность системы можно повысить за счет резервных элементов. При последовательном соединении независимых элементов целесообразно применять раздельное резервирование на каждый элемент. При этом каждый резервный элемент ставят в цепь параллельно каждому рабочему элементу (рис. 18.4).



Р и с. 18.4

Вероятность безотказной работы системы при последовательном соединении элементов с резервированием равна:

$$P_{\text{п.рез}}(t) = \prod_{i=1}^{n}\left\{1-\prod_{j=1}^{m}[1-P_j(t)]\right\} = \prod_{i=1}^{n}\left[1-\prod_{j=1}^{m}Q_j(t)\right],$$

где m — число резервных элементов; $P_j(t)$ — вероятность безотказной работы j-го резервного элемента; $Q_j(t)$ — вероятность отказа j-го резервного элемента.

При выполнении практических расчетов надежности устройств в период их нормальной эксплуатации показатели надежности обычно определяют, используя экспоненциальный закон распределения случайной величины. В этом случае вероятность безотказной работы:

последовательного соединения элементов $P_{\text{п}}(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} = e^{-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i t}$, при $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$; $P_{\text{п}}(t) = e^{-n\lambda t}$;

параллельного соединения элементов $P_{\text{пар}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - e^{-\lambda_i t})$.

Значения λ определяют экспериментально или ориентируются на статистические данные λ_0 (табл. 18.1).

Т а б л и ц а 18.1. **Интенсивность отказов различных элементов роботов**

Элемент робота	Интенсивность отказов, $ч^{-1}$		
	$\lambda_{0\,max} \cdot 10^6$	$\lambda_{0\,ср} \cdot 10^6$	$\lambda_{0\,min} \cdot 10^6$
Механический			
Амортизатор	3,2	1,0	0,3
Муфта:			
предохранительная (фрикционная)	0,90	0,30	0,07
электромагнитная	0,90	0,60	0,45
упругая	—	0,7	—
Ось	0,60	0,35	0,15
Передача зубчатая	0,20	0,12	0,01
Подшипник качения	1,00	0,50	0,02

Окончание табл. 18.1

Элемент робота	Интенсивность отказов, $ч^{-1}$		
	$\lambda_{0\,max} \cdot 10^6$	$\lambda_{0\,ср} \cdot 10^6$	$\lambda_{0\,min} \cdot 10^6$
Подшипник скольжения	0,40	0,20	0,08
Прокладка (шайба)	0,0150	0,0012	0,0005
Прокладка резиновая	0,07	0,05	0,01
Пружина	0,22	0,11	0,04
Соединение:			
гибкое	1,30	0,70	0,03
жесткое	0,050	0,020	0,001
механическое	2,000	0,020	0,001
паяное	0,0050	0,0040	0,0002
шарнирное	4,0	2,4	0,8
Уплотнение:			
вращающееся	1,1	0,7	0,2
скользящее	0,9	0,3	0,1
Электрический и электромагнитный			
Выключатель	0,40	0,14	0,04
Выпрямитель	0,8	0,6	0,3
Диод	1,4	0,2	0,1
Изоляция	0,08	0,05	0,03
Кабель	0,170	0,020	0,002
Катушка:	0,09	0,05	0,04
высокой частоты	0,050	0,010	0,005
индуктивности	0,03	0,02	0,01
обмоток двигателей	0,05	0,03	0,01
Конденсатор	—	1,6	—
Контакт (один)	0,40	0,25	0,10
Магнит	7,1	5,6	2,0
Потенциометр	12,5	3,0	0,7
Резистор	—	2,2	—
Реле электромагнитное	0,5	0,2	0,1
Реостат	0,20	0,13	0,07
Сельсин	0,61	0,35	0,09
Сервомеханизм	3,4	2,0	1,1
Трансформатор	0,55	0,3	0,25
Триод	—	0,4	—
Штепсельный разъем	0,70	0,17	0,10
Электродвигатель	7,50	0,62	0,15

Примечание. Влияние условий эксплуатации учитывают поправочным коэффициентом, который принимает ориентировочные значения: в лабораторных условиях 1; в стационарных надежных устройствах 10; на автомобильном транспорте 25; на летательных аппаратах 120...1000.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беляев В.Г.* Винтовые механизмы качения в станках с ЧПУ и роботах. — М.: Мосстанкин, 1984.

2. *Бурдаков С.Ф., Дьяченко В.А., Тимофеев А.Н.* Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. — М.: Высшая школа, 1986.

3. ГОСТ 25.504—82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости.

4. ГОСТ 21098—82. Цепи кинематические. Методы расчета точности.

5. ГОСТ 1643—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски.

6. ГОСТ 9178—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические мелкомодульные. Допуски.

7. ГОСТ 1758—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические и гипоидные. Допуски.

8. ГОСТ 9368—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические мелкомодульные. Допуски.

9. ГОСТ 10242—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые реечные. Допуски.

10. ГОСТ 13506—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые реечные мелкомодульные. Допуски.

11. ГОСТ 3675—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи червячные цилиндрические. Допуски.

12. ГОСТ 9774—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи червячные цилиндрические мелкомодульные. Допуски.

13. ГОСТ 9562—81. Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба трапецеидальная однозаходная. Допуски.

14. Динамика управления роботами/*В.В. Козлов, В.П. Макарычев, А.В. Тимофеев и др.*: Под. ред. *Е.И. Юревича.* — М.: Наука, 1984.

15. *Когаев В.П., Дроздов Ю.Н.* Прочность и износостойкость деталей машин. — М.: Высшая школа, 1991.

16. *Когаев В.П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. — М.: Машиностроение, 1977.

17. Манипуляционные системы роботов/*А.И. Корендясев, Б.Л. Саламандра, Л.И. Тывес и др.*: Под ред. *А.И. Корендясева.* — М.: Машиностроение, 1989.

18. Машиностроение. Энциклопедия. Т. IV-1/Под ред. *К.В. Фролова* — М.: Машиностроение, 1995.

19. Промышленная робототехника/*А.В. Бабич, А.Г. Баранов, И.В Калабин и др.*: Под ред. *Я.А. Шифрина.* — М.: Машиностроение, 1982.

20. *Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З.* Надежность машин/Под ред. *Д.Н. Решетова.* — М.: Высшая школа, 1988.

21. Робототехника/Под ред. *Е.П. Попова, Е.И. Юревича.* — М.: Машиностроение, 1984.

22. Справочник конструктора точного приборостроения/*Г.А. Веркович, Е.Н. Головенкин, В.А. Голубков и др.*: Под общ. ред. *К.Н. Явленского, Б.П. Тимофеева, Е.Е. Чаадаевой.* — Л.: Машиностроение, 1989.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1. **Допуск на накопленную погрешность шага цилиндрического зубчатого колеса F_P, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Длина дуги делительной окружности $L=\frac{1}{6}\pi mz$, мм								
		До 12,7	12,7... 20,4	20,4... 31,8	31,8... 50,9	50,9... 101,8	101,8... 200,5	200,5... 401,1	401,1... 636,6	636,6... 1019
3	1...10	4,0	5,0	5,5	6,0	8,0	11	16	20	25
4	1...10	6	8	9	10	12	18	25	32	40
5	1...16	10	12	14	16	20	28	40	50	63
6	1...16	16	20	22	25	32	45	63	80	100
7	1...25	22	28	32	36	45	63	90	112	140
8	1...25	32	40	45	50	63	90	125	160	200

Таблица П2. **Допуск на накопленную погрешность шага цилиндрического мелкомодульного зубчатого колеса F_P, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм						
		До 12	12...20	20...32	32...50	50..80	80...125	125...200
3	0,1...1,0	4	4	5	6	6	8	9
4	0,1...1,0	6	7	8	9	10	12	14
5	0,1...1,0	10	11	12	14	16	19	22
6	0,1...1,0	16	17	19	22	25	30	36
7	0,1...1,0	22	24	26	30	35	42	50
8	0,1...1,0	32	34	38	42	50	60	70

Таблица П3. **Допуск на погрешность профиля зуба цилиндрического зубчатого колеса f_f, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм	
		До 125	125...400
3	1,0...3,5	3,6	4,0
	3,5...6,3	4,0	4,5
	6,3...10,0	4,5	5,0
4	1,0...3,5	4,8	5,3
	3,5...6,3	5,3	6,0
	6,3...10,0	6,0	6,5
5	1,0...3,5	6	7
	3,5...6,3	7	8
	6,3...10,0	8	9

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм	
		До 125	125...400
6	1,0...3,5	8	9
	3,5...6,3	10	11
	6,3...10,0	12	13
7	1,0...3,5	11	13
	3,5...6,3	14	16
	6,3...10,0	17	19
8	1,0...3,5	14	18
	3,5...6,3	20	22
	6,3...10,0	22	28

Таблица П4. **Допуск на погрешность профиля зуба мелкомодульного цилиндрического зубчатого колеса f_f, мкм**

Модуль m, мм	Степень точности					
	3	4	5	6	7	8
0,1...0,5	2	3	5	7	9	11
0,5...1,0	3	4	6	8	10	13

Таблица П5. **Допуск на радиальное биение зубчатого венца цилиндрического зубчатого колеса F_r, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм	
		До 125	125...400
3	1,0...3,5	6	9
	3,5...6,3	7	10
	6,3...10,0	8	11
4	1,0...3,5	10	15
	3,5...6,3	11	16
	6,3...10,0	13	18
5	1,0...3,5	16	22
	3,5...6,3	18	25
	6,3...10,0	20	28
6	1,0...3,5	25	36
	3,5...6,3	28	40
	6,3...10,0	32	45
7	1,0...3,5	36	50
	3,5...6,3	40	56
	6,3...10,0	45	63
8	1,0...3,5	45	63
	3,5...6,3	50	71
	6,3...10,0	56	80

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм	
		До 125	125...400
9	1,0...3,5 3,5...6,3 6,3...10,0	71 80 90	80 100 112
10	1,0...3,5 3,5...6,3 6,3...10,0	100 125 130	112 140 160
11	1,0...3,5 3,5...6,3 6,3...10,0	125 160 180	140 180 200
12	1,0...3,5 3,5...6,3 6,3...10,0	160 200 224	180 224 250

Таблица П6. **Допуск на радиальное биение зубчатого венца мелкомодульного цилиндрического зубчатого колеса F_r, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм						
		До 12	12...20	20...32	32...50	50..80	80...125	125...200
3	0,1...0,5 0,5...1,0	2 4	3 4	4 4	4 5	5 6	6 6	6 8
4	0,1...0,5 0,5...1,0	4 6	5 6	6 7	7 8	8 9	9 10	10 12
5	0,1...0,5 0,5...1,0	7 9	8 10	9 11	10 12	12 14	14 16	16 19
6	0,1...0,5 0,5...1,0	11 15	12 16	14 18	16 20	19 22	22 25	26 30
7	0,1...0,5 0,5...1,0	16 21	18 22	20 24	22 26	26 30	30 36	36 42
8	0,1...0,5 0,5...1,0	19 26	21 28	25 30	28 34	32 38	38 45	45 50
9	0,1...0,5 0,5...1,0	24 34	26 36	30 40	36 45	42 50	48 55	55 63
10	0,1...0,5 0,5...1,0	30 42	34 45	38 50	45 55	53 60	60 70	70 80
11	0,1...0,5	50	55	63	70	80	90	105
12	0,1...0,5	63	70	75	85	95	110	130

Таблица П7. **Гарантированный боковой зазор в цилиндрической мелкомодульной зубчатой передаче $j_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Модуль m, мм	Делительный диаметр d, мм									
		До 12	12...20	20...32	32...50	50..80	80... 125	125... 180	180... 250	250... 315	315... 400
H	0,1...1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G		6	8	9	11	13	15	18	20	23	25
F		9	11	13	16	19	22	25	29	32	36
E		15	18	21	25	30	35	40	46	52	57
D		22	27	33	39	46	54	63	72	81	89

Таблица П8. **Гарантированный боковой зазор в цилиндрической зубчатой передаче $j_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Модуль m, мм	Межосевое расстояние a_w, мм					
		До 80	80...125	125...180	180...250	250...315	315...400
H	Свыше 1	0	0	0	0	0	0
E		30	35	40	46	52	57
D		46	54	63	72	81	89
C		74	87	100	115	130	140
B		120	140	160	185	210	230
A		190	220	250	290	320	360

Таблица П9. **Наименьшее смещение контура зубчатой цилиндрической передачи E_{HS}, мкм**

Вид сопряжения	Степень точности по нормам плавности	Делительный диаметр d, мм					
		До 80	80...125	125...180	180...250	250...315	315...400
H	3...6	12	14	16	18	20	22
	7	14	16	18	20	22	25
E	3...6	30	35	40	46	52	57
	7	35	40	45	50	55	60
D	3...6	46	54	63	72	81	89
	7	50	60	70	80	90	100
	8	55	70	80	90	100	110
C	3...6	74	87	100	115	130	140
	7	80	100	110	120	140	160
	8	90	110	120	140	160	180
	9	100	120	140	160	180	200

Таблица П10. **Наименьшее смещение исходного контура мелкомодульной зубчатой цилиндрической передачи E_{HS}, мкм**

Вид сопряжения	Степень точности по нормам плавности	Делительный диаметр d, мм									
		До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...180	180...250	250...315	315...400
H	3...7	5	6	7	8	9	11	13	14	16	18
G	3...6	12	14	16	18	22	25	28	38	40	45
	7	16	18	20	22	26	28	30	40	40	45
	8	22	24	26	28	30	32	34	45	50	50
F	3...6	18	22	26	30	35	40	45	55	60	63
	7	22	24	28	32	36	42	48	55	60	63
	8	26	30	34	38	42	45	53	60	63	70
	9	36	40	45	48	53	55	60	63	70	75
	10	48	53	55	60	60	63	70	75	80	85
E	3...7	28	32	38	45	53	60	70	80	90	100
	8	35	40	45	50	55	63	75	85	95	105
	9	42	48	55	60	63	70	80	90	100	110
	10	55	60	63	70	75	80	90	100	105	120
	11	70	75	80	85	90	100	110	110	120	130
	12	100	105	110	118	120	125	130	130	140	150
D	3...7	40	55	60	70	80	90	110	130	150	160
	8	50	55	60	70	80	95	118	130	150	160
	9	55	60	70	80	90	100	120	130	150	160
	10	63	70	80	90	100	105	125	130	150	160
	11	80	85	95	105	110	120	140	150	170	180
	12	105	110	118	125	132	150	160	170	180	190

Таблица П11. **Допуск на смещение исходного контура зубчатой цилиндрической передачи T_H, мкм**

Вид сопряжения	Допуск на радиальное биение зубчатого венца F_r, мкм													
	До 8	8...10	10...12	12...16	16...20	20...25	25...32	32...40	40...50	50...60	60...80	80...100	100...125	125...160
H, E	28	30	35	40	40	45	55	60	70	80	110	120	160	200
D	35	40	40	45	55	60	70	80	90	100	140	160	200	250
C	45	50	55	60	70	80	90	100	120	140	180	200	250	300
B	55	60	70	70	80	90	100	120	140	180	200	250	300	400
A	70	80	80	90	100	110	140	160	180	200	250	300	350	450

Таблица П12. **Допуск на смещение исходного контура мелкомодульной зубчатой цилиндрической передачи T_H, мкм**

Вид сопряжения	Допуск на радиальное биение зубчатого венца F_r, мкм															
	До 6	6...8	8...10	10...12	12...16	16...20	20...25	25...32	32...40	40...50	50...60	60...80	80...100	100...125	125...160	Св. 160
H	14	16	18	20	25	30	34	40	50	60	70	90	110	140	170	190
G	16	18	20	22	28	32	38	45	53	67	75	100	120	150	190	210
F	18	20	22	25	30	36	42	50	60	70	85	110	130	160	200	230
E, *D*	20	22	25	30	34	40	48	56	70	80	100	125	150	190	240	260

Таблица П13. **Предельное отклонение межосевого расстояния зубчатой цилиндрической передачи $\pm f_a$, мкм**

Вид сопряжения	Межосевое расстояние a_w, мм					
	До 80	80...125	125...180	180...250	250...315	315...400
H, *E*	16	18	20	22	25	28
D	22	28	30	35	40	45
C	35	45	50	55	60	70
B	60	70	80	90	100	110
A	100	110	120	140	160	180

Таблица П14. **Предельное отклонение межосевого расстояния мелкомодульной зубчатой цилиндрической передачи $\pm f_a$, мкм**

Вид сопряжения	Межосевое расстояние a_w, мм									
	До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...180	180...250	250...315	315...400
H	8	9	11	14	16	18	20	22	25	28
G	11	14	16	20	22	28	30	35	40	45
F	12	22	25	32	35	45	50	55	60	70
E	30	36	40	50	60	70	80	90	100	110
D	45	55	63	80	90	110	120	140	160	180

Таблица П15. **Допуск на накопленную погрешность шага зубчатого конического и гипоидного колес F_p, мкм**

Степень точности	Средний нормальный модуль m_n, мм	Длина дуги делительной окружности $L=\frac{1}{6}\pi mz$, мм								
		До 11,2	11,2...20	20...32	32...50	50...80	80...160	160...315	315...630	630...1000
4	1...10	4,5	6	8	9	10	12	18	25	32
5	1...16	7	10	12	14	16	20	28	40	50
6	1...16	11	16	20	22	25	32	45	63	80
7	1...25	16	22	28	32	36	45	63	90	112
8	1...25	22	32	40	45	50	63	90	125	160

Таблица П16. **Допуск на накопленную погрешность шага F_p и на биение зубчатого венца F_r зубчатого конического мелкомодульного колеса, мкм**

Степень точности	Обозначение	Средний нормальный модуль m_n, мм	Средний делительный диаметр d, мм						
			До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...200
4	F_p	0,1...1,0	6	7	8	9	10	12	14
	F_r	0,1...0,5	4	5	6	7	8	9	10
		0,5...1,0	6	6	7	8	9	10	12
5	F_p	0,1...1,0	10	11	12	14	16	19	22
	F_r	0,1...0,5	7	8	9	10	12	14	16
		0,5...1,0	9	10	11	12	14	16	19
6	F_p	0,1...1,0	16	17	19	22	25	30	36
	F_r	0,1...0,5	11	12	14	16	19	22	26
		0,5...1,0	15	16	18	20	22	25	30
7	F_p	0,1...1,0	22	24	27	30	35	42	50
	F_r	0,1...0,5	16	18	20	22	26	30	36
		0,5...1,0	21	22	24	26	30	36	42
8	F_p	0,1...1,0	32	34	38	44	50	60	70
	F_r	0,1...0,5	19	21	25	28	32	38	45
		0,5...1,0	26	28	30	34	38	45	50
9	F_r	0,1...0,5	24	26	30	36	42	48	55
		0,5...1,0	34	36	40	45	50	55	65
10	F_r	0,1...0,5	30	34	38	45	52	60	70
		0,5...1,0	42	45	50	55	60	70	80
11	F_r	0,5...1,0	52	55	63	70	78	90	105
12	F_r	0,5...1,0	65	70	75	85	95	110	130

Таблица П17. **Допуск на погрешность обката зубцовой частоты конической зубчатой передачи f_c, мкм**

Степень точности	Средний нормальный модуль m_n, мм	Средний делительный диаметр d, мм	
		До 125	125...400
4	1,0...3,5	3	4
	3,5...6,3	4	4
	6,3...10,0	4	5
5	1,0...3,5	4	5
	3,5...6,3	5	6
	6,3...10,0	6	7
6	1,0...3,5	5	7
	3,5...6,3	6	8
	6,3...10,0	8	9

Степень точности	Средний нормальный модуль m_n, мм	Средний делительный диаметр d, мм	
		До 125	125...400
7	1,0...3,5	8	9
	3,5...6,3	9	11
	6,3...10,0	11	13
8	1,0...3,5	10	13
	3,5...6,3	13	15
	6,3...10,0	17	19

Таблица П18. **Допуск на погрешность профиля зуба конического зубчатого колеса f_f, мкм**

Модуль m, мм	Степень точности				
	4	5	6	7	8
0,1...0,5	5	8	11	14	17
0,5...1,0	6	9	12	15	20

Таблица П19. **Гарантированный боковой зазор в конической и гипоидной зубчатых передачах $j_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Среднее конусное расстояние R, мм											
	До 50			50...100			100...200			200...400		
	Угол делительного конуса шестерни δ_1, град											
	До 15	15... ...25	Свыше 25	До 15	15... ...25	Свыше 25	До 15	15... ...25	Свыше 25	До 15	15... ...25	Свыше 25
H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	15	21	25	21	25	30	25	35	40	30	46	52
D	22	33	39	33	39	46	39	54	63	46	72	81
C	36	52	62	52	62	74	62	87	100	74	115	130
B	58	84	100	84	100	120	100	140	160	120	185	210
A	90	130	160	130	160	190	160	220	250	190	290	320

Примечания: 1. Для ортогональных передач $j_{n\,min}$ определяют непосредственно по R; для неортогональных передач по формуле $R' = R(\sin 2\delta_1 + \sin 2\delta_2)/2$, где δ_1 и δ_2 — углы делительных конусов соответственно шестерни и колеса. 2. Для гипоидных передач выбор $j_{n\,min}$ проводят по среднему конусному расстоянию колес.

Таблица П20. **Гарантированный боковой зазор в конической и гипоидной зубчатых мелкомодульных передачах $j_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Среднее конусное расстояние R, мм														
	До 12			12...20			20...32			32...50			50...80		
	Угол делительного конуса шестерни δ_1, град														
	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25
H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	4	5	6	5	6	8	6	9	9	8	9	11	13	15	18
E	6	8	9	8	9	11	9	13	13	11	13	16	18	22	25
F	10	12	15	12	15	18	15	21	21	18	21	25	28	35	40
D	14	18	22	18	22	27	22	33	33	27	33	39	45	54	63

Примечание. Для ортогональных передач $j_{n\,min}$ определяют непосредственно по R; для неортогональных передач $j_{n\,min}$ по формуле $R' = R(\sin 2\delta_1 + \sin 2\delta_2)/2$, где δ_1 и δ_2 — углы делительных конусов соответственно шестерни и колеса.

Таблица П21. **Наименьшее отклонение средней делительной толщины зуба по хорде конической зубчатой передачи $E_{\overline{s}s}$, мкм**

Вид сопряжения	Степень точности	Модуль m, мм	Средний делительный диаметр d, мм					
			До 125			125...400		
			Угол делительного конуса δ_1, град					
			До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45
H	4...6	1,0...3,5	18	18	20	25	27	29
		3,5...6,3	20	20	23	29	27	29
		6,3...10,0	23	23	25	32	31	32
	7	1,0...3,5	20	20	22	28	30	32
		3,5...6,3	22	22	25	32	30	32
		6,3...10,0	25	25	28	36	34	36
E	4...6	1,0...3,5	29	29	32	41	44	46
		3,5...6,3	32	32	36	46	44	46
		6,3...10,0	36	36	41	52	49	52
	7	1,0...3,5	32	32	35	45	48	51
		3,5...6,3	35	35	40	51	48	51
		6,3...10,0	40	40	45	58	54	58
D	4...6	1,0...3,5	36	36	40	50	54	58
		3,5...6,3	40	40	45	58	54	58
		6,3...10,0	45	45	50	65	61	65
	7	1,0...3,5	40	40	44	56	60	64
		3,5...6,3	44	44	50	64	60	64
		6,3...10,0	50	50	56	72	68	72

Продолжение табл. П21

Вид сопряжения	Степень точности	Модуль m, мм	Средний делительный диаметр d, мм					
			До 125			125...400		
			Угол делительного конуса δ_1, град					
			До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45
	8	1,0...3,5	44	44	49	62	66	70
		3,5...6,3	49	49	55	70	66	70
		6,3...10,0	55	50	62	79	75	79
C	4...6	1,0...3,5	48	48	53	76	72	77
		3,5...6,3	53	53	60	77	72	77
		6,3...10,0	60	60	76	86	82	86
	7	1,0...3,5	54	54	59	76	81	86
		3,5...6,3	59	59	68	86	81	86
		6,3...10,0	68	68	76	97	92	97
	8	1,0...3,5	60	60	66	84	90	96
		3,5...6,3	66	66	75	96	90	96
		6,3...10,0	75	75	84	108	102	108
	9	1,0...3,5	64	64	70	94	96	102
		3,5...6,3	70	70	80	102	96	102
		6,3...10,0	80	80	94	115	109	115
B	4...6	1,0...3,5	68	68	75	95	102	109
		3,5...6,3	75	75	85	109	102	109
		6,3...10,0	85	85	95	122	115	122
	7	1,0...3,5	76	76	84	106	114	122
		3,5...6,3	84	84	95	122	114	122
		6,3...10,0	95	95	106	137	129	137
	8	1,0...3,5	84	84	92	118	126	134
		3,5...6,3	92	92	105	134	126	134
		6,3...10,0	105	105	118	151	143	151
	9	1,0...3,5	92	92	101	129	138	147
		3,5...6,3	101	101	115	147	138	147
		6,3...10,0	115	115	129	166	156	166
	10	1,0...3,5	98	98	108	137	147	157
		3,5...6,3	108	108	123	157	147	157
		6,3...10,0	123	123	137	176	167	176
A	4...6	1,0...3,5	100	100	110	140	150	160
		3,5...6,3	110	110	125	160	150	160
		6,3...10,0	125	125	140	180	170	180
	7	1,0...3,5	110	110	121	154	165	176
		3,5...6,3	121	121	138	176	165	176
		6,3...10,0	138	138	154	198	187	198
	8	1,0...3,5	120	120	132	168	180	192
		3,5...6,3	132	132	150	192	180	192
		6,3...10,0	150	150	168	216	204	216

Вид сопряжения	Степень точности	Модуль m, мм	Средний делительный диаметр d, мм					
			До 125			125...400		
			Угол делительного конуса δ_1, град					
			До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45
A	9	1,0...3,5	132	132	145	185	198	211
		3,5...6,3	145	145	165	211	198	211
		6,3...10,0	165	165	185	238	224	238
	10	1,0...3,5	140	140	154	196	210	224
		3,5...6,3	154	154	175	224	210	224
		6,3...10,0	175	175	196	252	238	252
	11	1,0...3,5	156	156	172	218	234	250
		3,5...6,3	172	172	195	250	234	250
		6,3...10,0	195	195	218	281	265	281
	12	1,0...3,5	180	180	198	252	270	288
		3,5...6,3	198	198	225	288	270	288
		6,3...10,0	225	225	252	324	306	324

Таблица П22. **Наименьшее отклонение средней делительной толщины зуба по хорде конической мелкомодульной зубчатой передачи $E_{\overline{Ss}}$, мкм**

Вид сопряжения	Степень точности	Средний делительный диаметр d, мм					
		До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125
H	4—6	8	8	9	9	10	11
	7	12	12	13	14	15	16
G	4—6	12	13	14	15	17	20
	7	16	17	18	20	22	25
	8	20	22	24	26	28	30
F	4—6	17	18	21	24	28	32
	7	20	22	25	28	32	36
	8	26	28	30	34	38	42
	9	36	38	42	45	48	52
	10	52	54	56	58	60	65
E	4—6	28	30	34	40	48	52
	7	32	34	38	42	50	55
	8	34	38	40	45	52	60
	9	36	40	45	50	55	65
	10	60	60	65	65	70	70
	11	65	65	70	70	80	85
	12	70	70	75	80	85	90
D	4—6	35	38	40	45	50	55
	7	42	45	48	52	55	60
	8	45	48	50	55	60	65
	9	50	52	55	60	65	70
	10	65	65	70	75	80	85
	11	70	75	80	85	90	95
	12	75	80	85	90	95	100

10	1,0...3,5	56	48	20	190	160	67	420	360	150	950	800	340
	3,5...6,3	32	26	11	105	90	38	240	190	80	500	420	180
	6,3...10,0	—	—	—	71	60	24	150	130	53	320	280	120
11	1,0...3,5	80	67	28	280	220	95	500	600	210	1300	1100	500
	3,5...6,3	45	38	16	150	130	53	320	280	120	750	600	260
	6,3...10,0	—	—	—	100	85	34	210	180	75	480	400	160
12	1,0...3,5	110	95	40	380	320	130	850	710	300	1900	1600	670
	3,5...6,3	63	53	22	210	180	75	450	380	160	1000	850	360
	6,3...10,0	—	—	—	140	120	48	300	250	105	670	560	240

Таблица П24. **Предельное осевое смещение зубчатого венца конической мелкомодульной зубчатой передачи $\pm f_{AM}$, мкм**

Степень точности	Среднее конусное расстояние R, мм														
	До 12			12...20			20...32			32...50			50...80		
	Угол делительного конуса шестерни δ_1, град														
	До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45
4	4	3	2	10	9	5	17	14	9	25	22	13	40	35	20
5	5	4	2,4	13	11	6	21	18	11	32	28	16	50	44	25
6	6	5	3	16	14	8	24	22	13	40	35	20	64	55	32
7	7,5	6	4	20	17	10	30	28	16	50	44	25	80	70	40
8	10	7,5	5	25	21	13	38	34	20	63	55	30	100	85	50
9	12	9,5	6	30	26	15	48	42	25	80	68	38	125	105	63
10	15	12	7,5	38	32	20	60	52	30	100	85	48	155	130	80
11	19	15	10	42	40	25	75	65	38	125	105	60	195	160	100
12	24	19	12	48	50	30	95	80	48	155	130	75	240	200	125

Таблица П23. **Предельное осевое смещение зубчатого колеса конической зубчатой передачи $\pm f_{AM}$, мкм**

Степень точности	Средний нормальный модуль m_n, мм	Среднее конусное расстояние R, мм											
		До 50			50...100			100...200			200...400		
		Угол делительного конуса шестерни δ_1, град											
		До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45	До 20	20...45	Свыше 45
4	1,0...3,5	5,6	4,8	2,0	19,0	16	6,5	42	36	15	95	80	34
	3,5...6,3	3,2	2,6	1,1	10,5	9,0	3,6	22	19	8	50	42	18
	6,3...10,0	—	—	—	6,7	5,6	2,4	15	13	5,0	32	28	12
5	1,0...3,5	9,0	7,5	3,0	30	25	10,5	60	50	21	130	110	48
	3,5...6,3	5,0	4,2	1,7	16	14	6,0	36	30	13	80	67	28
	6,3...10,0	—	—	—	11	9,0	3,8	24	20	8,5	53	45	18
6	1,0...3,5	14	12	5,0	48	40	17	105	90	38	240	200	85
	3,5...6,3	8,0	6,7	2,8	26	22	9,5	60	50	21	130	105	45
	6,3...10,0	—	—	—	17	15	6,0	38	32	13	85	71	30
7	1,0...3,5	20	17	7,1	67	56	24	150	130	53	340	280	120
	3,5...6,3	11	9,5	4,0	68	32	13	80	71	30	180	150	63
	6,3...10,0	—	—	—	24	21	8,5	53	45	19	120	100	40
8	1,0...3,5	28	24	10	95	80	34	200	180	75	480	400	170
	3,5...6,3	16	13	5,6	53	45	17	120	100	40	250	210	90
	6,3...10,0	—	—	—	34	30	12	75	63	26	170	140	60
9	1,0...3,5	40	34	14	140	120	48	300	260	105	670	560	240
	3,5...6,3	22	19	8	75	63	26	160	140	60	360	300	130
	6,3...10,0	—	—	—	50	42	17	105	90	38	240	200	85

Таблица П25. **Предельное отклонение межосевого угла конической зубчатой передачи $\pm E_{\Sigma}$, мкм**

Вид сопряжения	Среднее конусное расстояние R, мм											
	До 50			50...100			100...200			200...400		
	Угол делительного конуса шестерни δ_1, град											
	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25
H, E	7,5	10	12	10	12	15	12	17	20	15	24	26
D	11	16	19	16	19	22	19	26	32	22	36	40
C	18	26	30	26	30	32	30	45	50	32	56	63
B	30	42	50	42	50	60	50	71	80	60	90	100
A	45	63	80	63	80	95	80	110	125	95	140	160

Примечание. Приведены E_{Σ} для ортогональных передач. Для неортогональных передач E_{Σ} принимают равным половине $j_{n\,min}$. Для гипоидных передач выбор E_{Σ} производят по среднему конусному расстоянию колеса.

Таблица П26. **Предельное отклонение межосевого расстояния зубчатой мелкомодульной передачи $\pm E_{\Sigma}$, мкм**

Вид сопряжения	Среднее конусное расстояние R, мм														
	До 12			12...20			20...32			32...50			50...80		
	Угол делительного конуса шестерни δ_1, град														
	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25	До 15	15...25	Свыше 25
H, G	3	3	4	4	4	5	4	5	6	5	6	6	6	7	7
F	5	5	6	6	6	7	6	7	8	7	8	8	8	10	10
E	7	7	9	9	9	10	9	10	13	10	13	13	13	15	15
D	11	11	14	14	14	17	14	17	25	17	20	20	20	23	23

Примечание. Приведены значения E_{Σ} для ортогональных передач. Для неортогональных передач E_{Σ} принимают равным половине $f_{n\,min}$, формула — в табл. П19.

Таблица П27. **Допуск на среднюю постоянную хорду зуба конического зубчатого колеса $T_{\bar{S}}$, мкм**

Вид допуска на боковой зазор	Допуск на биение зубчатого венца F_r, мкм													
	До 8	8...10	10...12	12...16	16...20	20...25	25...32	32...40	40...50	50...60	60...80	80...100	100...125	125...160
h	21	22	24	26	28	32	38	42	50	60	70	90	110	130
d	25	28	30	32	36	42	48	55	65	75	90	110	130	160
c	30	34	36	40	45	52	60	70	80	95	110	140	170	200
b	40	45	48	52	58	65	75	85	100	120	130	170	200	250
a	52	55	60	65	75	85	95	110	130	150	180	220	260	320

Таблица П28. **Допуск на среднюю постоянную хорду зуба конического мелкомодульного зубчатого колеса $T_{\bar{S}}$, мкм**

Вид допуска на боковой зазор	Допуск на биение зубчатого венца F_r, мкм												
	До 6	6...8	8...10	10...12	12...16	16...20	20...23	23...32	32...40	40...50	50...60	60...80	80...100	100...125
h	9	10	11	13	15	18	22	28	32	40	48	60	75	90
g	11	12	13	15	18	22	26	32	38	46	55	70	85	105
f	13	15	17	19	22	26	30	35	45	50	60	80	100	120
e	16	18	20	22	26	30	35	42	50	60	70	90	110	130
d	18	22	24	26	30	34	36	44	55	63	75	95	120	135

Таблица П29. **Гарантированный боковой зазор в реечной зубчатой передаче $f_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Расчетный монтажный размер a'_R, мм					
	До 80	80...120	120...180	180...250	250...315	315...400
H	0	0	0	0	0	0
E	30	35	40	48	52	57
D	46	54	63	72	81	89
C	74	87	100	115	130	140
B	120	140	160	185	210	230
A	190	220	250	290	320	360

Примечание. Расчетный монтажный диаметр $a'_R = \frac{1}{2}(d + 35m)$, где d — делительный диаметр зубчатого колеса, мм; m — модуль зуба, мм.

Таблица П30. **Гарантированный боковой зазор в реечной мелкомодульной зубчатой передаче $f_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Расчетный монтажный размер a'_R, мм							
	До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...180	Свыше 180
H	0	0	0	0	0	0	0	0
G	6	8	9	11	13	15	18	20
F	9	11	13	16	19	22	25	29
E	15	18	21	25	30	35	40	46
D	22	27	33	39	46	54	63	72

Примечание: Расчетный монтажный диаметр $a'_R = (d + 35m)/2$, где d — делительный диаметр зубчатого колеса, мм; m — модуль зуба, мм.

Таблица П31. **Наименьшее дополнительное смещение исходного контура реечной зубчатой передачи E_{HS} (степень точности 3—6), мкм**

Делительный диаметр шестерни d, мм	Вид сопряжения					
	H	*E*	*D*	*C*	*B*	*A*
10...18	7	18	27	43	70	110
18...30	8	21	33	52	84	130
30...50	10	25	39	62	100	160
50...80	12	30	46	74	120	190
80...120	14	35	54	87	140	220
120...180	16	40	63	100	160	250
180...250	18	46	72	115	185	290
250...315	21	52	81	130	210	320
315...400	23	57	89	140	230	360

Таблица П32. **Наименьшее дополнительное смещение исходного контура реечной мелкомодульной зубчатой передачи E_{HS}, мкм**

Вид сопряжения	Модуль m, мм	Степень точности по нормам плавности работ						
		3—6	7	8	9	10	11	12
H	0,1...0,5	7	7	—	—	—	—	—
	0,5...1,0	8	8	—	—	—	—	—
G	0,1...0,5	12	17	24	—	—	—	—
	0,5...1,0	16	21	26	—	—	—	—
F	0,1...0,5	20	24	30	38	50	—	—
	0,5...1,0	26	30	35	45	56	—	—
E	0,1...0,5	26	30	34	42	54	—	—
	0,5...1,0	28	40	45	53	65	84	110
D	0,1...0,5	40	42	46	52	63	—	—
	0,5...1,0	56	60	63	70	80	95	120

Таблица П33. **Допуск на смещение исходного контура реечной зубчатой передачи T_H, мкм**

Вид сопряжения	Степень точности	Модуль m, мм		
		1,0...3,5	3,5...6,3	6,3...10,0
H, *E*	3; 4	30	34	36
	5; 6	45	55	60
	7	55	70	75
D	3; 4	39	42	45
	5; 6	60	70	80
	7	70	90	100
	8	90	110	130
C	3; 4	50	55	60
	5; 6	75	90	100
	7	90	110	125
	8	110	150	180
	9	150	200	220
B	3; 4	60	70	75
	5;6	75	90	110
	7	110	140	150
	8	140	180	200
	9	180	240	280
	10	240	320	380
A	3; 4	75	80	85
	5; 6	110	130	140
	7	130	160	180
	8	160	200	240
	9	200	280	320
	10	280	360	420
	11	380	500	630
	12	500	710	800

Таблица П34. **Допуск на смещение исходного контура реечной мелкомодульной зубчатой передачи T_H, мкм**

Вид сопряжения	Модуль m, мм	Степень точности по нормам плавности работ									
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
H	0,1...0,5	16	18	22	28	35	—	—	—	—	—
	0,5...1,0	16	18	22	30	38	—	—	—	—	—
G	0,1...0,5	18	20	25	30	38	50	—	—	—	—
	0,5...1,0	18	20	25	32	42	55	—	—	—	—
F	0,1...0,5	20	22	25	32	42	55	70	95	—	—
	0,5...1,0	20	22	26	35	45	60	80	105	—	—
E, *D*	0,1...0,5	22	25	28	38	48	60	80	110	—	—
	0,5...1,0	22	25	30	40	50	70	90	120	170	225

Таблица П35. **Предельное отклонение межосевого расстояния реечной зубчатой передачи $\pm f_a$, мкм**

Вид сопряжения	Расчетный монтажный размер a'_R, мм					
	До 80	80...120	120...180	180...250	250...315	315...400
H, *E*	15	18	20	23	26	28
D	22	26	32	36	40	45
C	38	45	50	56	63	70
B	60	70	80	90	105	112
A	95	110	125	140	160	180

Таблица П36. **Предельное отклонение межосевого расстояния мелкомодульной реечной зубчатой передачи $\pm f_a$, мкм**

Вид сопряжения	Расчетный монтажный размер a'_R, мм							
	До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...180	Свыше 180
H	8	9	11	14	16	18	20	22
G	11	14	16	20	22	28	30	35
F	18	22	25	32	35	45	50	55
E	30	36	40	50	60	70	80	90
D	45	55	63	80	90	110	120	140

Таблица П37. **Допуск на накопленную погрешность шага зубчатой рейки F_p, мкм**

Модуль m, мм	Степень точности	Длина рейки L, мм					
		До 32	32...50	50...80	80...160	160...315	315...630
1...10	3	6	6,5	7	10	13	18
1...10	4	10	11	12	15	20	30
1...16	5	15	17	20	24	35	50
1...16	6	24	27	30	40	55	75
1...25	7	35	40	45	55	75	110

Таблица П38. **Допуск на накопленную погрешность шага мелкомодульной зубчатой рейки F_p, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Длина рейки L, мм							
		До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...200	200...315
3	0,1...1,0	4	4	5	6	6	8	9	10
4	0,1...1,0	6	7	8	9	10	12	14	16
5	0,1...1,0	10	11	12	14	16	19	22	25
6	0,1...1,0	16	17	19	22	25	30	36	40
7	0,1...1,0	22	24	26	30	35	42	50	56
8	0,1...1,0	32	34	38	42	50	60	70	80

Таблица П39. **Допуск на погрешность профиля зуба зубчатой рейки f_f, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм		
	1,0...3,5	3,5...6,3	6,3...10,0
3	3	4,5	5
4	5	7	8
5	7,5	10	12
6	12	17	20
7	18	24	28

Таблица П40. **Допуск на погрешность профиля зуба мелкомодульной зубчатой рейки f_f, мкм**

Модуль m, мм	Степень точности					
	3	4	5	6	7	8
0,1...0,5	2	3	5	7	9	11
0,5...1,0	3	4	6	8	10	13

Таблица П41. **Допуск на погрешность винтовой линии на длине нарезанной части червяка f_{hk}, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм		
	1,0...3,5	3,5...6,3	6,3...10,0
2	3,4	4,2	5,6
3	5,6	7,1	9,0
4	9,0	11	14
5	14	17	22
6	22	28	36
7	34	42	56
8	53	61	90

Таблица П42. **Допуск на погрешность винтовой линии на длине нарезанной части мелкомодульного червяка f_{hk}, мкм**

Делительный диаметр червяка d_1, мм	Модуль m, мм	Степень точности			
		3	4	5	6
До 18	0,1...0,5	4	6	10	16
До 30	0,5...1,0	5	8	12	20

Таблица П43. **Допуск на погрешность профиля витка червяка f_{f1}, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм		
	1,0...3,5	3,5...6,3	6,3...10,0
2	1,8	2,4	3,0
3	2,8	3,6	4,8
4	4,5	5,6	7,5
5	7,1	9,0	12
6	11	14	19
7	18	24	30
8	28	36	48
9	45	56	75
10	70	90	120
11	110	140	190
12	170	220	300

Таблица П44. **Допуск на погрешность профиля витка мелкомодульного червяка f_{f1}, мкм**

Делительный диаметр червяка d_1, мм	Модуль m, мм	Степень точности									
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
До 18	0,1...0,5	2	3	5	8	12	20	30	50	—	—
До 30	0,5...1,0	3	4	6	10	16	25	40	63	100	160

Таблица П45. **Допуск на накопленную погрешность шага червячного колеса F_p, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Длина дуги $L=\frac{1}{6}\pi mz$, мм								
		До 11,2	11,2... 20	20... 32	32... 50	50... 80	80... 160	160... 315	315... 630	630... 1000
1	1...10	1,1	1,6	2,0	2,2	2,5	3,2	4,5	6,0	8,0
2	1...10	1,8	2,5	3,2	3,6	4,0	5,0	7,0	10	12
3	1...10	2,8	4,0	5,0	5,5	6,0	8,0	11	16	20
4	1...10	4,5	6	8	9	10	12	18	25	32
5	1...16	7	10	12	14	16	20	28	40	50
6	1...16	11	16	20	22	25	32	45	63	80
7	1...25	16	22	28	32	36	45	63	90	112
8	1...25	22	32	40	45	50	63	90	125	160

Таблица П46. **Допуск на накопленную погрешность шага мелкомодульного червячного колеса F_p, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d_2, мм					
		До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125
3	0,1...1,0	4	4	5	6	6	8
4	0,1...1,0	6	7	8	9	10	12
5	0,1...1,0	10	11	12	14	16	19
6	0,1...1,0	16	17	19	22	25	30
7	0,1...1,0	22	24	26	30	35	42
8	0,1...1,0	32	34	38	42	50	60

Таблица П47. **Допуск на погрешность профиля зуба червячного колеса f_f, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d_2, мм	
		До 125	125...400
1	1,0...3,5	2,1	2,4
	3,5...6,3	2,4	2,5
	6,3...10,0	2,5	2,6
2	1,0...3,5	2,6	3,0
	3,5...6,3	3,0	3,2
	6,3...10,0	3,4	3,6
3	1,0...3,5	3,6	4,0
	3,5...6,3	4,0	4,5
	6,3...10,0	4,5	5,0
4	1,0...3,5	4,8	5,3
	3,5...6,3	5,3	6,0
	6,3...10,0	6,0	6,5
5	1,0...3,5	6	7
	3,5...6,3	7	8
	6,3...10,0	8	9
6	1,0...3,5	8	9
	3,5...6,3	10	11
	6,3...10,0	12	13
7	1,0...3,5	11	13
	3,5...6,3	14	16
	6,3...10,0	17	19
8	1,0...3,5	14	18
	3,5...6,3	20	22
	6,3...10,0	22	28

Таблица П48. **Допуск на погрешность профиля зуба мелкомодульного червячного колеса f_f, мкм**

Модуль m, мм	Степень точности						
	3	4	5	6	7	8	9
0,1...0,5	2	3	5	7	9	11	—
0,5...1,0	3	4	6	8	10	13	—

Таблица П49. **Допуск на радиальное биение червячного колеса F_r, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d_2, мм	
		До 125	125...400
1	1,0...3,5	2,6	3,8
	3,5...6,3	2,8	4,0
	6,3...10,0	3,0	4,5
2	1,0...3,5	4,0	6,0
	3,5...6,3	4,5	6,3
	6,3...10,0	5,0	6,7
3	1,0...3,5	6,3	9,5
	3,5...6,3	7,1	10
	6,3...10,0	8,0	11
4	1,0...3,5	10	15
	3,5...6,3	11	16
	6,3...10,0	13	18
5	1,0...3,5	16	22
	3,5...6,3	18	25
	6,3...10,0	20	28
6	1,0...3,5	25	36
	3,5...6,3	28	40
	6,3...10,0	32	45
7	1,0...3,5	36	53
	3,5...6,3	40	56
	6,3...10,0	45	63
8	1,0...3,5	45	63
	3,5...6,3	50	71
	6,3...10,0	56	80
9	1,0...3,5	56	80
	3,5...6,3	63	90
	6,3...10,0	71	100
10	1,0...3,5	71	100
	3,5...6,3	80	112
	6,3...10,0	90	125
11	1,0...3,5	90	125
	3,5...6,3	100	140
	6,3...10,0	112	160
12	1,0...3,5	112	160
	3,5...6,3	125	180
	6,3...10,0	140	200

Таблица П50. **Допуск на радиальное биение мелкомодульного червячного колеса F_r, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Делительный диаметр d_2, мм					
		До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125
3	0,1...0,5 0,5...1,0	2 4	3 4	4 4	4 5	5 6	6 6
4	0,1...0,5 0,5...1,0	4 6	5 6	6 7	7 8	8 9	9 10
5	0,1...0,5 0,5...1,0	7 9	8 10	9 11	10 12	12 14	14 16
6	0,1...0,5 0,5...1,0	11 15	12 16	14 18	16 20	19 22	22 25
7	0,1...0,5 0,5...1,0	16 21	18 22	20 24	22 26	26 30	30 36
8	0,1...0,5 0,5...1,0	19 26	21 28	25 30	28 34	32 38	38 45
9	0,1...0,5 0,5...1,0	24 34	26 36	30 40	36 45	42 50	48 55
10	0,1...0,5 0,5...1,0	30 42	34 45	38 50	45 55	53 60	60 70
11	0,1...0,5	50	55	63	70	80	90
12	0,5...1,0	63	70	75	85	95	110

Таблица П51. **Гарантированный боковой зазор в червячных передачах $j_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Межосевое расстояние a_w, мм					
	До 80	80...120	120...180	180...250	250...315	315...400
H	0	0	0	0	0	0
E	30	35	40	46	52	57
D	46	54	63	72	81	89
C	74	87	100	115	130	140
B	120	140	160	185	210	230
A	190	220	250	290	320	360

Таблица П52. **Гарантированный боковой зазор в мелкомодульных червячных передачах $j_{n\,min}$, мкм**

Вид сопряжения	Межосевое расстояние a_w, мм					
	До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125
H	0	0	0	0	0	0
G	6	8	9	11	13	15
F	9	11	13	16	19	22
E	15	18	21	25	30	35
D	22	27	33	39	46	54

Таблица П53. **Наименьшее отклонение толщины витка червяка по хорде (слагаемое 1) $E_{\overline{Ss}}^{'}$, мкм**

Вид сопряжения	Межосевое расстояние a_w, мм					
	До 80	80...120	120...180	180...250	250...315	315...400
H	0	0	0	0	0	0
E	32	38	42	48	56	60
D	48	56	67	75	85	95
C	80	95	105	120	130	140
B	130	150	170	200	220	240
A	200	220	260	300	340	380

Таблица П54. **Наименьшее отклонение толщины витка мелкомодульного червяка по хорде (слагаемое 1) $E_{\overline{Ss}}^{'}$, мкм**

Вид сопряжения	Межосевое расстояние a_w, мм						
	До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125	125...180
H	0	0	0	0	0	0	0
G	6	8	10	12	14	16	19
F	10	12	14	17	20	24	26
E	16	19	22	26	32	38	42
D	24	28	34	40	48	56	67

Таблица П55. **Наименьшее отклонение толщины витка червяка по хорде (слагаемое 2) $E_{\overline{Ss}}^{''}$, мкм**

Степень точности	Модуль *m*, мм	Межосевое расстояние a_w, мм					
		До 80	80...120	120...180	180...250	250...315	315...400
2	1,0...3,5	5,6	6,0	6,7	7,1	7,5	8,0
	3,5...6,3	6,0	6,3	7,1	7,5	8,0	8,5
	6,3...10,0	—	—	8,0	8,5	9,0	9,5
3	1,0...3,5	9,0	9,5	10,5	12,0	12,5	13,0
	3,5...6,3	10,0	10,5	11,0	12,0	13,0	14,0
	6,3...10,0	—	—	12,5	13,0	14,0	15,0
4	1,0...3,5	14	15	17	18	20	21
	3,5...6,3	16	17	18	20	21	22
	6,3...10,0	—	—	20	21	22	24
5	1,0...3,5	22	25	28	30	32	34
	3,5...6,3	25	28	30	32	34	36
	6,3...10,0	—	—	32	34	36	38
6	1,0...3,5	36	40	45	48	50	53
	3,5...6,3	40	42	45	50	53	56
	6,3...10,0	—	—	53	56	56	60
7	1,0...3,5	60	63	71	75	80	85
	3,5...6,3	63	67	75	80	85	90
	6,3...10,0	—	—	85	90	95	100

Степень точности	Модуль m, мм	Межосевое расстояние a_w, мм					
		До 80	80...120	120...180	180...250	250...315	315...400
8	1,0...3,5	90	100	110	120	130	140
	3,5...6,3	100	110	120	130	140	140
	6,3...10,0	—	—	130	140	150	160
9	1,0...3,5	150	160	180	190	210	220
	3,5...6,3	160	180	190	210	220	240
	6,3...10,0	—	—	210	220	240	250
10	1,0...3,5	240	260	280	300	340	360
	3,5...6,3	260	280	300	320	340	380
	6,3...10,0	—	—	340	360	380	400
11	1,0...3,5	380	400	450	500	530	560
	3,5...6,3	420	450	480	530	560	600
	6,3...10,0	—	—	530	560	600	630

Таблица П56. **Наименьшее отклонение толщины витка мелкомодульного червяка по хорде (слагаемое 2) $E''_{\bar{s}S}$, мкм**

Степень точности	Модуль m, мм	Межосевое расстояние a_w, мм					
		До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125
3	0,1...0,5	5	6	6	7	8	9
	0,5...1,0	6	6	7	7	8	9
4	0,1...0,5	8	8	9	10	12	13
	0,5...1,0	9	10	10	11	13	14
5	0,1...0,5	11	11	12	12	14	15
	0,5...1,0	13	14	14	15	16	17
6	0,1...0,5	18	18	19	21	22	24
	0,5...1,0	20	21	22	24	25	26
7	0,1...0,5	28	30	30	32	34	36
	0,5...1,0	34	35	36	38	40	42
8	0,1...0,5	42	45	45	50	53	60
	0,5...1,0	53	55	56	60	63	67
9	0,1...0,5	70	70	75	80	85	95
	0,5...1,0	85	90	90	95	100	105
10	0,1...0,5	110	112	120	130	140	150
	0,5...1,0	130	140	140	150	160	170
11	0,5...1,0	210	220	224	236	250	265
12	0,5...1,0	315	320	335	340	350	360

Таблица П57. **Допуск на толщину витка червяка по хорде $T_{\bar{S}}$, мкм**

Вид допуска бокового зазора	Допуск на радиальное биение червячного колеса F_r, мкм														
	До 8	8...10	10...12	12...16	16...20	20...25	25...32	32...40	40...50	50...60	60...80	80...100	100...125	125...160	160...200
h	21	22	24	26	28	32	38	42	50	60	70	90	110	130	160
d	25	28	30	32	36	42	48	55	65	75	90	110	130	160	200
c	30	34	36	40	45	52	60	70	80	95	110	140	170	200	260
b	40	45	48	52	58	65	75	85	100	120	140	170	200	250	320
a	52	55	60	65	75	85	95	110	130	150	180	220	260	320	400
z	65	70	75	80	95	110	120	130	150	180	220	260	320	400	500
y	80	85	95	100	120	130	150	160	180	220	260	320	400	500	630
x	100	110	120	130	150	170	180	200	220	260	320	400	500	630	750

Таблица П58. **Допуск на толщину витка мелкомодульного червяка по хорде $T_{\bar{S}}$, мкм**

Вид сопряжения	Допуск на биение зубчатого венца F_r, мкм									
	До 6	6...8	8...10	10...12	12...16	16...20	20...25	25...32	32...40	40...50
H	10	12	13	15	17	20	24	28	34	40
G	12	13	15	16	20	22	25	30	36	45
F	13	15	16	18	22	25	30	36	40	50
E, D	15	16	18	22	25	30	32	38	45	55

Таблица П59. **Предельное отклонение межосевого расстояния червячной передачи $\pm f_a$, мкм**

Степень точности	Межосевое расстояние a_w, мм					
	До 80	80...125	125...180	180...250	250...315	315...400
2	4,5	5,0	6,0	7,0	7,0	8,0
3	7,1	8,0	9,5	10	12	13
4	11	13	15	17	18	20
5	18	20	24	26	28	32
6	28	32	38	42	45	50
7	45	50	60	67	75	80
8	71	80	90	105	110	125
9	110	130	150	160	180	200
10	180	200	220	260	280	300
11	280	320	375	420	450	500
12	450	500	560	630	710	750

Таблица П60. **Предельное отклонение межосевого расстояния мелкомодульной червячной передачи $\pm f_a$, мкм**

Степень точности	Межосевое расстояние a_w, мм					
	До 12	12...20	20...32	32...50	50...80	80...125
3	3	4	4	5	6	7
4; 5	4	5	6	8	9	11
6	8	9	11	14	16	18
7	11	14	16	20	22	28
8	18	22	25	32	35	45
9	30	36	40	50	60	70
10	45	55	63	80	90	110
11 и 12	75	90	105	125	150	175

Таблица П61. **Верхнее и нижнее предельные отклонения среднего диаметра винта b' и b'', мкм**

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска наружной резьбы			
		6e		6g	
		b'	b''	b'	b''
5,6...11,2	1,5	−67	−199	−32	−164
	2	71	−221	−38	−188
	3	−85	−255	−48	−218
11,2...22,4	2	−71	−231	−38	−198
	3	−85	−265	−48	−228
	4	−95	−307	−60	−272
	5	−106	−330	−71	−295
	8	−132	−412	−85	−365

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска наружной резьбы			
		6e		6g	
		b'	b''	b'	b''
22,4...45,0	2	−71	−241	−38	−208
	3	−85	−285	−48	−248
	5	−106	−342	−71	−307
	6	−118	−383	−80	−345
	7	−125	−405	−83	−363
	8	−132	−432	−85	−385
	10	−150	−465	−95	−411
	12	−170	−505	−115	−450
45...90	3	−85	−297	−48	−260
	4	−95	−331	−60	−296
	5	−106	−356	−71	−321
	8	−132	−447	−85	−400
	9	−140	−475	−90	−425
	10	−150	−485	−96	−431
	12	−170	−545	−115	−490

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска наружной резьбы			
		7e		7g	
		b'	b''	b'	b''
5,6...11,2	1,5	−67	−237	−32	−202
	2	−71	−261	−38	−228
	3	−85	−297	−48	−260
11,2...22,4	2	−71	−271	−38	−238
	3	−85	−309	−48	−272
	4	−95	−360	−60	−325
	5	−106	−386	−71	−351
	8	−132	−487	−85	−440
22,4...45	2	−71	−283	−38	−250
	3	−85	−335	−48	−298
	5	−106	−406	−71	−371
	6	−118	−453	−80	−415
	7	−125	−480	−83	−438
	8	−132	−507	−85	−460
	10	−150	−550	−96	−496
	12	−170	−595	−115	−540
45...90	3	−85	−350	−48	−313
	4	−95	−395	−60	−360
	5	−106	−421	−71	−386
	8	−132	−532	−85	−485
	9	−140	−565	−90	−515
	10	−150	−575	−96	−521
	12	−170	−645	−115	−590

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска наружной резьбы			
		8c		8e	
		b'	b''	b'	b''
5,6...11,2	1,5	−140	−352	−67	−279
	2	−150	−386	−71	−307
	3	−170	−435	−85	−350
11,2...22,4	2	−150	−400	−71	−321
	3	−170	−450	−85	−365
	4	−190	−525	−95	−430
	5	−212	−567	−106	−461
	8	−265	−715	−132	−582
22,4...45,0	2	−150	−415	−71	−336
	3	−170	−485	−85	−400
	5	−212	−587	−106	−481
	6	−236	−661	−118	−543
	7	−250	−700	−125	−757
	8	−265	−740	−132	−607
	10	−300	−800	−150	−650
	12	−335	−865	−170	−700
45...90	3	−170	−505	−85	−420
	4	−190	−565	−95	−470
	5	−212	−612	−106	−506
	8	−265	−765	−132	−632
	9	−280	−810	−140	−670
	10	−300	−880	−150	−680
	12	−335	−935	−170	−770

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска наружной резьбы	
		9c	
		b'	b''
5,6...11,2	1,5	−140	−405
	2	−150	−450
	3	−170	−505
11,2...22,4	2	−150	−465
	3	−170	−525
	4	−190	−615
	5	−212	−662
	8	−265	−825
22,4...45,0	2	−150	−485
	3	−170	−570
	5	−212	−687
	6	−236	−766
	7	−250	−810
	8	−265	−865
	10	−300	−930
	12	−335	−1005

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска наружной резьбы	
		9c	
		b'	b''
45...90	3	−170	−595
	4	−190	−665
	5	−212	−712
	8	−265	−895
	9	−280	−950
	10	−300	−970
	12	−335	−1085

Таблица П62. **Верхнее предельное отклонение среднего диаметра гайки b, мкм**

Номинальный диаметр резьбы d, мм	Шаг P, мм	Поле допуска внутренней резьбы			
		6H	7H	8H	9H
5,6...11,2	1,5	180	220	280	355
	2	200	250	315	400
	3	224	280	355	450
11,2...22,4	2	212	365	335	425
	3	236	300	375	475
	4	280	355	450	560
	5	300	375	475	600
	8	375	475	600	750
22,4...45,0	2	224	280	355	450
	3	265	335	425	530
	5	315	400	500	630
	6	355	450	560	710
	7	375	475	600	750
	8	400	500	630	800
	10	425	530	670	750
	12	450	560	710	900
45...90	3	280	355	450	560
	4	315	400	500	630
	5	335	425	530	670
	8	425	530	670	850
	9	450	560	710	900
	10	450	560	710	900
	12	500	630	800	1000

Учебное издание

Егоров Олег Дмитриевич

КОНСТРУИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ РОБОТОВ

Редактор *Е.Н. Гарденина*
Внешнее оформление *О.В. Левашовой*
Технический редактор *Л.А. Маркова*
Корректор *Г.Н. Петрова*
Компьютерная верстка *Н.С. Михайловой*
Оператор *М.Н. Паскарь*

ООО «Абрис» лицензиат товарного знака
«Высшая школа»

Изд. № РЕНТ-569. Подп. в печать 11.01.12. Формат $60 \times 88^{1}/_{16}$.
Бум. офсетная. Гарнитура «Ньютон». Печать офсетная.
Объем 27,44 усл. печ. л. 27,94 усл. кр.-отт.
Тираж 1000 экз. Заказ № 43

ООО «Абрис»,
115211, Москва, Каширское ш., д. 57, корп. 5.

Тел.: (495) 229-67-59
http://www.textbook.ru E-mail: v.school@textbook.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.: (495) 229-67-59.

Отпечатано в ООО «Великолукская городская типография»
182100, Псковская область, г. Великие Луки, ул. Полиграфистов, 78/12
Тел/факс (811-53) 3-62-95
E-mail: zakaz@veltip.ru



Книготорговая компания "Абрис" — лицензиат товарного знака **"Высшая школа"**, эксклюзивный торговый представитель издательства **"Высшая школа"**, официальный дилер большинства крупнейших издательств России, предлагает Вам приобрести литературу по ценам издательств

Более 25 000 наименований

Учебники • Рабочие тетради
Дидактические материалы • Методические пособия • Программы
Мультимедийная продукция • Сборники упражнений и тестов
Атласы и контурные карты • Словари и разговорники
Материалы для подготовки к экзаменам, ГИА и ЕГЭ
Литература для школьной библиотеки
Научно-познавательная литература
Справочники, энциклопедии • Наглядные пособия

Доставка курьером по Москве
Почтовая доставка по России

По вопросам приобретения книг обращайтесь
в наш интернет-магазин:
www.umlit.ru, http://умлит.рф
т. (495) 981-10-39

Оптовые продажи: т. (495) 229-67-59
www.textbook.ru, http://абрис.рф

абрис

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»

Вышли в свет:

Антонов А.В., Никулин М.С. **Статистические модели в теории надежности**: Учеб. пособие. — 2012. — 390 с., пер., гриф УМО.

В учебном пособии представлены современные динамические модели и методы статистического анализа характеристик надежности сложных технических систем. Приведены методы расчета показателей надежности элементов и систем с учетом их старения, изложены вопросы расчета характеристик структурно-сложных систем, модели анализа надежности восстанавливаемого оборудования. Значительное внимание уделено вопросам обработки статистической информации на основании цензурированных наблюдений, описаны непараметрические методы оценки характеристик надежности, статистические модели, применяемые при планировании и организации ускоренных испытаний, а также методы анализа информации по исследованию деградационных процессов, протекающих в оборудовании во время его функционирования, с целью прогнозирования его поведения в ходе последующей эксплуатации.

Для студентов, обучающихся по направлению «Информатика и вычислительная техника» и образовательной программе (специальности), реализуемой в рамках направления подготовки дипломированных специалистов «Автоматизированные системы обработки информации и управления», а также для аспирантов и инженеров.

Никифоров А.Д., Бакиев А.В. **Процессы жизненного цикла продукции в машиностроении**: Учеб. пособие. — 2011. — 688 с., пер., гриф УМО.

В учебном пособии комплексно изложена методология научно-технического творчества, основанная на системном изменении и совершенствовании бизнес-процессов этапов жизненного цикла изделий. Рассмотрены основные процессы жизненного цикла изделий совмещенных операционных элементов, представлены методы и принципы расчета параметров и точности. По контексту и виду использованных данных выделены классы технических средств действия технологического оборудования. Изложены информационные технологии поддержки жизненного цикла в системах управления, применение которых в современных условиях является решающим фактором повышения конкурентоспособности сложной наукоемкой продукции.

Для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров, дипломированных специалистов и магистров в области машиностроения.

Пихтин А.Н. **Квантовая и оптическая электроника**: Учебник. — 2012.— 656 с., пер., гриф УМО.

В книге изложены физические основы оптической электроники, включая процессы взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, свойства, распространение и преобразование лазерных пучков, оптические и фотоэлектрические явления в полупроводниках, а также принципы работы, особенности и основные характеристики приборов и методов квантовой электроники и оптоэлектроники, включая ВОЛС и основы голографии. Рассмотрены фотонные кристаллы и солнечные фотопреобразователи.

Для студентов вузов, обучающихся по направлениям «Электроника и микроэлектроника», «Нанотехнология», «Техническая физика», а также для специалистов, разрабатывающих и применяющих оптоэлектронные приборы и устройства.

Сигов А.С., Нефедов В.И., Щука А.А. **Электроника**: Учеб. пособие. — 2011. — 348 с., пер., гриф УМО.

В учебном пособии рассмотрены основные разделы электроники: вакуумная и плазменная электроника, твердотельная и микроэлектроника, квантовая и оптическая электроника, функциональная электроника. Материал представлен с позиций системного анализа и в соответствии с достижениями современной электроники, новыми перспективными исследованиями и разработками. Освещены вопросы создания элементной базы и ее использования в радиотехнических устройствах.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям «Радиотехника» и «Прикладные математика и физика».

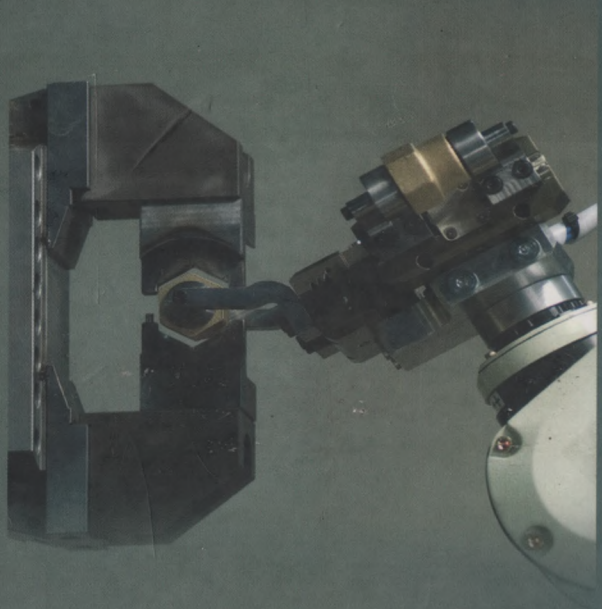
Схиртладзе А.Г., Федотов А.В., Хомченко В.Г. **Автоматизация технологических процессов и производств**: Учебник. — 2012. — 565 с., пер., гриф МО.

В учебнике рассмотрены общие принципы построения автоматизированных и автоматических технологических систем современного производства. Даны концепции безлюдной и гибкой технологий. Приведены средства жесткой и гибкой автоматизации, принципы создания автоматизированных технологических комплексов и гибких производственных систем. Систематизированы вопросы автоматизации вспомогательных технологических операций, роботизации производства и использования средств механотроники.

Для студентов вузов, обучающихся по специальностям «Автоматизация технологических процессов и производств» (машиностроение) направления подготовки дипломированных специалистов «Автоматизированные технологии и производства».

О.Д. Егоров

Конструирование механизмов роботов



ISBN 978-5-4372-0012-4