

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ ТА САМОСТІЙНИХ РОБІТ З ДИСЦИПЛІНИ

“ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА В РОЗРАХУНКАХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ”

(пакет MathCAD)

для студентів напрямку 0922 Електромеханіка

Рекомендовано до видання навчально-методичним управлінням університету

Дніпропетровськ

НГУ

2003

Методичні вказівки до виконання лабораторних та самостійних робіт з дисципліни “Обчислювальна техніка в розрахунках електромеханічних систем” (пакет MathCAD) для студентів напрямку 0922 Електромеханіка / Упоряди.: В.А. Бородай, В.Е. Воскобойник. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2003. – 64с.

Упорядники: В.А.Бородай, асистент,
В.Е. Воскобойник, канд. техн. наук, проф.

Відповідальний за випуск
завідувач кафедри електропривода О.С. Бешта, д-р техн. наук, проф.

1. Загальні відомості

Розрахунки в електромеханічних системах виконують з метою аналізу або синтезу процесів та режимів у системі, визначення оптимальних параметрів чи вибору елементів, розв'язання систем лінійних та нелінійних алгебраїчних або диференціальних рівнянь. Використання обчислювальної техніки значно прискорює та спрощує розв'язки таких задач.

Методичні рекомендації стосуються застосування досить популярного пакета математичних обчислень – **Mathcad**.

Пакет **Mathcad** створено для математичних обчислень різної складності на основі та за принципами операційної системи **Windows**.

Запуск пакета

Пакет запускають активізацією файлу **Mathcad.exe** з різними варіантами доступу. Для першого запуску необхідно звернутися по допомогу до викладача.

Після старту відкривається робоче вікно програми і зверху може встановлюватися стартове вікно довідкової системи **RESOURCE CENTER** (рис.1). (Після повторних запусків це вікно може не з'являтися).

Назви команд у тексті вказівок викладено двома мовами: російською та англійською, що дає можливість користуватися різними версіями пакета.

Вікно довідкової системи має два стовпці функціональних клавiш. Ліворуч розташовано клавiші для роботи у мережі **Internet**. Праворуч –

- **OVERVIEW and TUTORIALS** – електронний підручник;
- **QUICKSHEETS and REFERENCE TABLES** – приклади та довідкові таблиці;
- **EXTENDING MATHCAD** – дані про бібліотеки розширення.

Довідкова система доцільна при виконанні індивідуальних завдань. У поточній роботі її слід закрити, натиснувши клавiшу “х” у правому верхньому кутку. Робоче вікно пакета **Mathcad Professional** має вигляд за рис.2.

Елементи інтерфейсу вікна *Mathcad*

Будь-яке робоче вікно забезпечене операційною системою **Windows**, має стандартний набір елементів. Передусім – це горизонтальні, візуально відокремлені смуги з певним функціональним призначенням.

Верхній рядок має назву **Рядок заголовка програми**. Тут ліворуч розташовані символ і назва пакета та ім'я файлу. Праворуч – три кнопки керування вікном: “■” – згорнути до розміру кнопки; “□” – змінити розмір вікна; “х” – закрити вікно. Можна викликати меню з додатковими командами, якщо клацнути правою клавiшею миші на символі пакета. Перетягування рядка за допомогою миші пересуває вікно у межах екрана (вікно повинне мати зменшений розмір).

Другий рядок має назву **Рядок головного меню**. Тут розташовано списки таких команд:

- **Файл (File)** – робота з файлами у мережі Internet;
- **Правка (Edit)** – редагування документа;
- **Вид (View)** – керування інтерфейсом вікна;
- **Вставка (Insert)** – вставка в документ об'єктів та їх шаблонів;

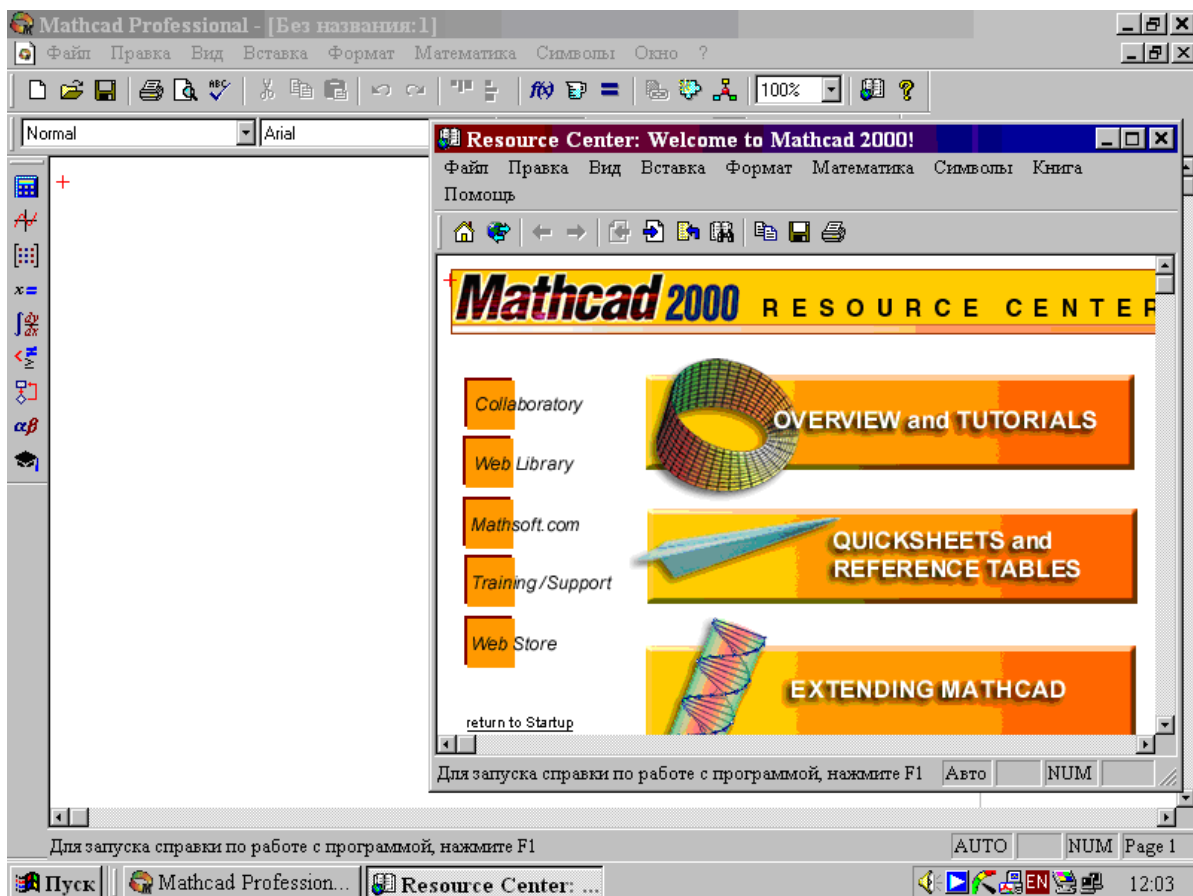


Рис. 1

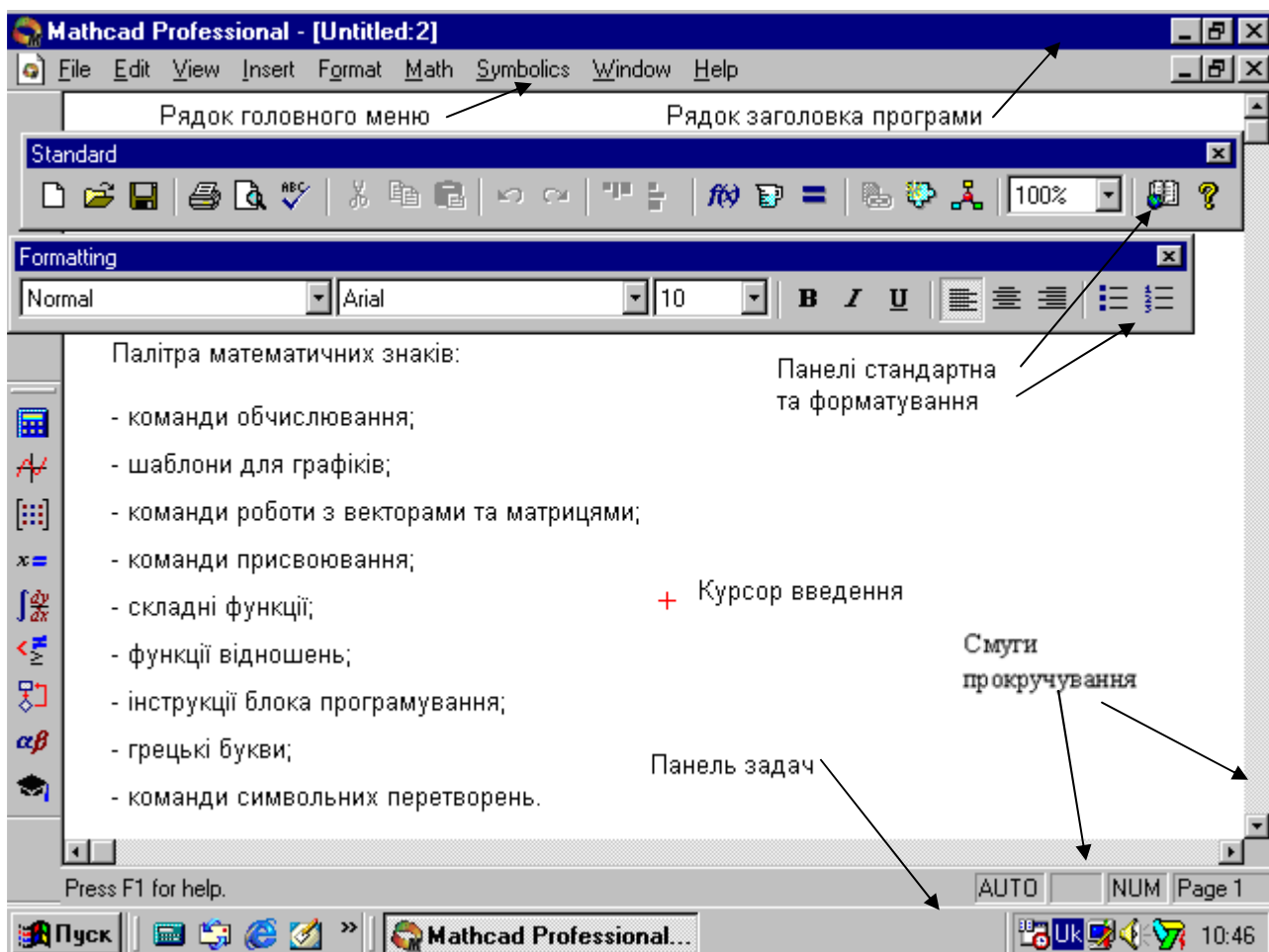


Рис.2

- **Формат** (Format) – зміна форми об'єктів;
- **Математика** (Math) – керування процесом обчислень;
- **Символи** (Symbolics) – операції символьних перетворень;
- **Окно** (Window) – керування вікнами системи;
- **?** (Help) – робота з довідковою системою та електронними книгами.

Усі інші рядки – панелі: **Стандартних інструментів** (Standard), **Форматування** (Formatting), **Палітра математичних знаків** (Math). Панелі можуть змінювати місця розміщення у робочому вікні. На рис.2 панелі інструментів та форматування розташовані у робочому полі, а панель з математичними знаками та розшифровками призначень – ліворуч.

Праворуч і нижче робочого поля – смуги прокручування, які дозволяють виводити на екран різні фрагменти документа.

Знизу розташовано допоміжний рядок **Панель стану** та стандартний рядок системи **Widows – Панель задач** із стартовою клавішею **Пуск**.

Система **Widows** надає інтерфейс керування вікнами, що реалізується через:

- меню **Файл** (File) (відкриття та збереження вікна);
- маніпуляції мишею (перетягування, зміна розмірів, згортання, розгортання, зачинення);
- кнопками у вікні підменю (викликається правою кнопкою миші) з командами **Restore** (відновити), **Move** (перетягнути), **Size** (змінити розмір), **Minimize** (згорнути до розміру клавіші), **Maximize** (розгорнути на екран), **Close** (зачинити).

Система дає змогу одночасно розгорнути кілька вікон одного або різних пакетів. Кожне відчинене вікно має своє ім'я, яке відображається клавішею на панелі задач. Проте тільки одне вікно може бути активним (з ним дозволяється вести діалог). Активне вікно вибирається натисканням клавіші панелі задач або викликом лівою кнопкою миші у фрагмент вікна, який видно на екрані.

За допомогою команд меню **Вид** (View) можливе розширення корисної площини вікна.

Важливий елемент інтерфейсу – **курсор введення**. У робочій площині екрана він має вигляд червоного хрестика і визначає позицію для введення елемента програми. Клавішами пересування курсору його можна пересувати у межах вікна та документа. Курсор введення встановлюють у позицію курсору миші клацанням лівої кнопки.

Елементами програми у пакеті є текстовий, формульний, програмний та графічний блоки. Фактично програма – це сукупність блоків, а складання програми у пакеті **Mathcad** – їх створення.

Слід відзначити, що під час введення або редагування блоків курсор має різні форми та кольори. У текстовому блоці – це вертикальна риска червоного кольору, у межах інших блоків – синій куток різних розмірів та напрямків горизонтальної частини. Наступний символ формули вводиться біля вертикальної лінії курсору на місце, протилежне напрямку горизонтальної частини. Напрямок введення може змінюватися натисканням клавіші **“Insert”**.

Робота з файлами Mathcad

Кожна програма **Mathcad** є файлом з власним ім'ям та адресою. Ім'я визначається у процедурі збереження **Сохранить** за викликом клавіші  на панелі стандартних команд або командою **Сохранить** з меню **Файл** чи клавішами “**Ctrl+S**”. Запуск команди викликає вікно **Сохранение**, в якому ім'я вводиться у рядок **Имя файла** з типом файла **Mathcad 2000Worksheet (*.mcd)**. Потім встановлюється адреса і натискається клавіша “**Сохранить**”.

Перейменування файла або створення резервної копії на випадок невдалого редагування виконується подібною процедурою за допомогою команди **Сохранить как** (Save as) з меню **Файл** (File).

2. Елементи роботи з пакетом Mathcad

Робота з текстовими блоками

Тексти у програмах потрібні для пояснень та коментарів.

Для введення тексту у місці розташування курсору створюється текстовий регіон. Тут можливі варіанти.

За першим варіантом текстовий регіон вводиться командою **Вставка\Текстовая область** (Insert\Text Region).

За другим варіантом вводиться символ “ ”.

Третій варіант передбачає безпосереднє введення послідовності текстових символів, яка перетворюється у текст тільки після натискання клавіші “**Пробел**” (Backspace).

На рис.3 показано фрагмент робочого вікна з введенням текстом “proba”. Активний текстовий регіон має вигляд прямокутної рамки з трьома чорними маркерами. Перетягування маркера дає можливість змінювати геометричні розміри регіону, не змінюючи розмірів тексту. Текстовий курсор (вертикальна червона риска) визначає місце введення наступного символу. Рамка та маркери зникають з робочого поля після виведення текстового курсору за межі регіону. Регіони можна спостерігати після введення команди **Вставка\Область**. Робоче поле стає сірим, а регіони залишаються білими. Якщо регіони перекривають один одного (рис.4а), можливе виникнення програмних помилок. Розподіл регіонів виконується перетягуванням за допомогою курсору, якщо його встановити так, що він набирає вигляду долоні. Програма дозволяє перетягнути виділену групу регіонів. Група виділяється перетягуванням курсору з натиснутою лівою клавішею вздовж діагоналі прямокутника, що вміщує групу. Регіони виділеної групи позначаються пунктирними прямокутниками. Виділену групу можна скопіювати, вилучити або пересунути у робочому полі. На рис.4б показана група, яку скопійовано у місцях в) та г). Після цього для групи в) виконано команду **Align Down** (рівняти у вертикальному напрямку), а для групи г) – команду **Align Across** (рівняти у горизонтальному напрямку).

Програмою можна редагувати текст: змінювати розмір та стиль шрифту, робити вставки, вилучати або замінювати символи тощо. Для цього використовують стандартні команди меню **Формат** (Format).

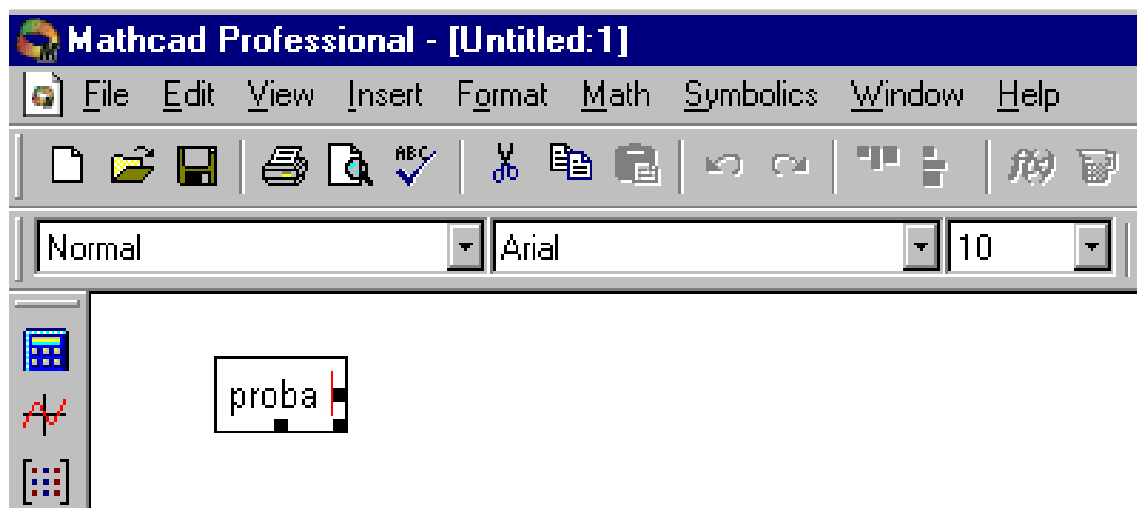


Рис. 3

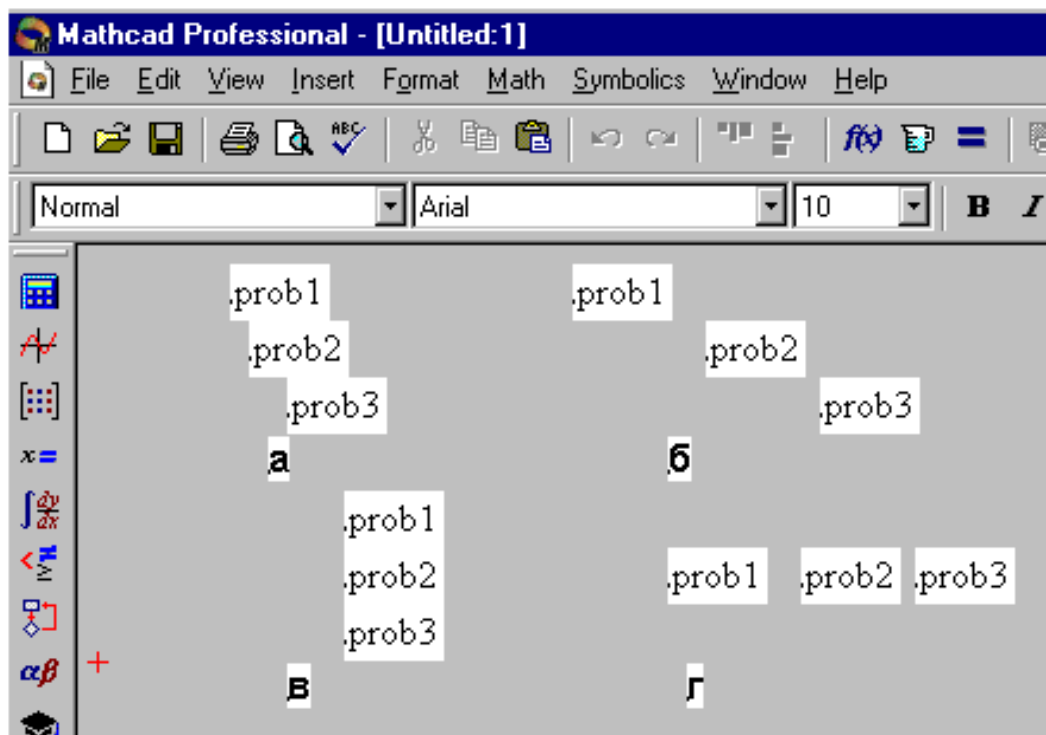


Рис.4

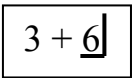
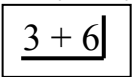
3. Робота з формульними блоками

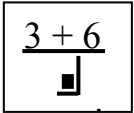
Робота з формульним блоком – це введення або редагування формул математичних перетворень. Формули вводяться безпосереднім набором цифр, імен змінних та операторів. Слід враховувати, що у пакеті **Mathcad** введення математичних операторів має певні особливості:

- **Mathcad** автоматично вставляє пробіли до та після арифметичних знаків;

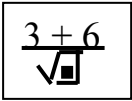
- оператор множення вводиться як символ зірки “ * “, а на екрані має форму крапки “ . “;
- оператор ділення вводиться як символ похилої лінії “ / “, а на екрані створює двоповерхову конструкцію з горизонтальною лінією розподілу;
- оператор піднесення до степеня вводиться символом “ ^ “, а на екрані має вигляд верхнього індексу;
- у звичайному форматі десяткові числа мають не більше трьох цифр дробової частини;
- для розподілу цілої та дробової частин застосовується крапка;
- комбінований оператор присвоювання вводиться одним символом “ : ”.

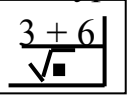
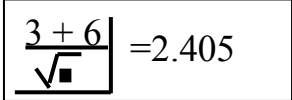
Приклад . Розрахувати $(3+6)/\sqrt{14}$.

Після введення символів $3 + 6$ на екрані з’явиться: . Курсор введення має вигляд кутка, горизонтальна частина якого підкреслює лише цифру 6. Це означає, що наступні оператори можна розташувати тільки праворуч цифри 6 і вони стосуються лише цифри 6. Завдання вимагає ділення суми $3+6$. Для цього горизонтальну частину курсору треба продовжити, натиснувши клавішу пробілу. На екрані: .

Тепер можна ввести символ ділення “ / “. На екрані: .

Символ курсору з’являється у знаменнику і дає можливість ввести шаблон квадратного кореня. Наприклад, введенням символу кореня з палітри **Арифметические инструменты** (Calculator) або введенням символу “ \ ”.

На екрані: . Після цього вводять цифри 1 та 4 і натискають клавішу пробілу, поки курсор не підкреслить усю формулу.

На екрані: . Тепер натискають клавішу “=” і одержують результат: .

Виведення курсору за межі формульного блока завершує операцію.

Решту прикладів зведено до таблиці:

Введення символів	Результат на екрані
$1.234 * 2.345 =$	$1.234 \cdot 2.345 = 2.894$
$1/7 =$	$\frac{1}{7} = 0.143$
$\cos(p \text{ (ctrl + G)} * 2/3) =$	$\cos\left(\pi \cdot \frac{2}{3}\right) = -0.5$
$e \text{ (shift)} + ^ 2 =$	$e^2 = 7.389$

Робота з ідентифікаторами

Для узагальнення обчислень часто використовують імена змінних (ідентифікаторів), які у пакеті **Mathcad** складаються з послідовності літер та цифр. Першими повинні бути тільки латинські літери. Рекомендують:

де x – аргумент; x_{st} – початкове значення; d – крок; x_{end} – кінцеве значення.

У варіанті, де початкове та кінцеве значення є цілими числами, крок дорівнює одиниці. Усі значення для процедури повинні визначатися перед зверненням до неї (вище або лівіше на робочому полі).

Значення ранжованої змінної можна вивести на екран. Для цього у робоче поле треба ввести ім'я аргументу та символ “=” . Введення та виведення ранжованої змінної показано на рис. 5.

$x := 1, 1.1 \dots 1.4$ $i := 1 \dots 5$

$x =$	$i =$
1	1
1.1	2
1.2	3
1.3	4
1.4	5

Рис.5

Робота з операторами поширених можливостей та вбудованими функціями

У палітрі **Операторы математического анализа** (Calculus) зібрано шаблони складних функцій (приклади для диференціювання та інтегрування показано на рис. 6). Чорні прямокутники у шаблонах необхідно заповнити

$$\frac{d}{dx} \quad \int_{}^{} dx$$

Рис. 6

належною інформацією, виділити формульним курсором усю формулу і введенням символу “=” одержати результат :

$$x := 0.1 \quad \frac{d}{dx} x^2 = 0.2 \quad \int_0^1 x^2 dx = 0.333 \quad i := 1 \dots 8 \quad \sum_i i = 36 \quad \prod_i i = 4.032 \times 10^4 .$$

Пакет **Mathcad** має чималий перелік вбудованих функцій, список яких викликається клавішею $f(x)$ – **Вставити Функцію** (Insert Function) стандартної панелі редагування. Функції припустимо вводити набором відповідних символів клавіатури. Приклади :

$$x := 1.34 \quad e^x = 3.819 \quad \tan(x) = 4.256 \quad \ln(x) = 0.293 .$$

Функції користувача

Функції користувача дозволяють спростити формули, зробити їх компактними та зрозумілими для аналізу.

У загальному випадку функції мають таку конструкцію:

Ім'я (Список аргументів):= Вираз

Наприклад: $f(x) := x \cdot e^x$.

Функції можуть бути без аргументів:

$$F := \frac{1 + 2}{3 + 4} + 5^{0.6} \quad F = 3.055.$$

Фактичні аргументи використовуються замість формальних:

$$f(x) := x \cdot \sin(x) \\ z := 0.8 \quad f(z) = 0.574.$$

Функція сама може бути оператором або аргументом іншої функції. Крім того, змінні у списку формальних аргументів функції є локальними, застосовуваними тільки у цій функції. Можна користуватися змінними, визначеними за межами функції:

$$A := 2 \quad f(x) := A \cdot x \cdot e^x \quad \int_0^5 f(x) dx = 1.189 \times 10^3.$$

Важливе значення має спосіб визначення глобальної змінної. У пакеті існує оператор глобального присвоювання (три риски) з палітри **Інструменти деяких знаків** (Evaluation). Присвоєння таким оператором дійсне у межах всього документа від початку до кінця. Наприклад:

$$f(x) := A \cdot x \cdot e^x \\ A \equiv 10.$$

Функції з умовами порівняння

У пакеті передбачене використання різних видів функцій з умовами порівняння:

- числові;
- умовні;
- рекурсивні.

Числові функції з умовами порівняння:

ceil(x) – найменше ціле $\geq x$;

floor(x) – найбільше ціле $\leq x$;

round(x, n) – округлення дійсного **x** з **n** знаками праворуч десяткової коми.

Якщо $n < 0$, округлення виконується ліворуч десяткової коми;

$\Phi(x)$ – функція Хевісайда. $\Phi(x)=0$, якщо $x<0$. Інакше $\Phi(x)=1$;

$\delta(m, n)$ – символ Кронекера; $\delta(m, n)=1$, якщо $m=n$. Інакше $\delta(m, n)=0$. m та n – цілі числа;

$\text{sign}(x)$ – функція знаку; $\text{sign}(x)=0$, якщо $x=0$; $\text{sign}(x)=1$, якщо $x>0$. Інакше $\text{sign}(x)=0$;

$\text{trunc}(x)$ – ціла частина дійсного числа.

$\text{mod}(x,y)$ – залишок від поділу x на y .

Приклади обчислень з числовими функціями за умови:

$\text{ceil}(0.3)=1$ $\text{ceil}(-0.3)=0$ $\text{floor}(0.3)=0$ $\text{floor}(-0.3)=-1$

$\text{round}(123.457, 2)=123.46$ $\text{round}(123.457, -2)=100$

$\Phi(0.3)=1$ $\Phi(-0.3)=0$ $\Phi(0)=1$ $\delta(1, 2)=0$ $\delta(2, 2)=1$ $\delta(2, 1)=0$

$\text{sign}(-0.1)=-1$ $\text{sign}(0)=0$ $\text{sign}(0.1)=1$ $\text{trunc}(123.457)=123$.

Умовні функції мають таку конструкцію:

Ім'я := if (Умова, Вираз1, Вираз2) .

Ім'я функції набуває значення за Виразом1, якщо умова задовольняється. Інакше імені присвоюється значення за Виразом2.

Наприклад, програму

$f(x) := \sin(x)$ $y(x) := \text{if}(f(x)>0, f(x), 0)$

можна застосувати як функцію однапівперіодного випрямляча.

Рекурсивні функції звертаються за інформацією до самих себе і складаються за формою умовних, де в одному з виразів використовується ім'я самої функції.

Наприклад, функція

$\text{fct}(n) := \text{if}(n=0, 1, n \cdot \text{fct}(n-1))$ $\text{fct}(5)=120$

дає змогу розрахувати факторіал заданого n , а рекурсивна функція

$T:=2$ $x:=0, 0.01..10$ $B(x) := \text{if}(x<T, x, B(x-T))$

– програмувати роботу пилкоподібного генератора з періодом T .

Логічні функції

Перелік логічних функцій наведено в палітрі **Логические операции** (Boolean). Специфіка функцій полягає в тому, що вони можуть набувати значень тільки 0 або 1:

$2 = 2 = 1$ $3 < 2 = 0$ $3 > 2 = 1$ $3 \neq 2 = 1$.

Крім того, у пакеті **Mathcad-2000** введено нові логічні функції для обробки числових значень. Результат дорівнює одиниці, якщо умови задовольняються, інакше – нулю:

– нерівнозначність $-2 \neq -3 = 1$ $1 \neq 4 = 1$ $-5 \neq 5 = 1$ $7 \neq 7 = 0$

– логічна інверсія $\neg 1 = 0$ $\neg 2 = 0$ $\neg(\neg 1) = 1$ $\neg 0 = 1$

– логічний добуток $2 \wedge -2 = 1$ $4 \wedge 0 = 0$ $0 \wedge -5 = 0$ $0 \wedge 0 = 0$;

– логічна сума $3 \vee 3 = 1$ $3 \vee 0 = 1$ $0 \vee 0 = 0$ $0 \vee -1 = 1$;

– логічна сума за модулем 2 $0 \oplus 0 = 0$ $-13 \oplus 5 = 0$ $13 \oplus 0 = 1$ $0 \oplus 6 = 1$

Функції обробки текстового рядка

Пакет надає можливість працювати з рядковими змінними за такими процедурами:

– присвоювання значень $a := \text{"Ми вивчаємо"}$ $b := \text{" пакет Mathcad"}$;

– об'єднання рядків $\text{concat}(a, b) = \text{"Ми вивчаємо пакет Mathcad"}$;

– визначення кількості символів у рядку ; $\text{strlen}(a) = 11$;

– визначення кількості символів від позиції до символу

$$\text{search}(b, "t", 0) = 9 ;$$

– копіювання частини рядка від заданої позиції

$$\text{substr}(a, 3, 5) = \text{"вивча"}$$
 ;

– перетворення символьного рядка на число

$$\text{str2num}(\text{"1250"}) = 1.25 \times 10^3 ;$$

– перетворення числа на символьний рядок

$$\text{num2str}(123) = \text{"123"}$$
 ;

– визначення адреси поточного файла

$$\text{CWD} = \text{"D:\ARH\Маткад2000\"} .$$

Вправи до індивідуальної та самостійної роботи

1. Ввести функції та одержати результат:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2 \cdot n + 1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{asinh}(\sin(x)) \, dx = 0.916 \quad \gamma := 0.577$$

$$N := 50$$

$$C(x) := \gamma + \ln(x) + \sum_{n=1}^N \left[\frac{(-1)^n \cdot x^{2n}}{(2 \cdot n) \cdot 2 \cdot n!} \right] \quad C(2) = 0.778$$

$$d(x) := \int_1^x \frac{1}{1-t} \cdot \ln(t) dt \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{k} - \ln(n) \right) \right]$$

$$d(0.5) = 0.582$$

$$Fre(x) := \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t^2\right) dt \quad Fre(2) = 0.488$$

$$Frs(x) := \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t^2\right) dt \quad Frs(2) = 0.343$$

$$Le(x, k) := \int_0^x \frac{1}{\sqrt{(1-t^2) \cdot (1-k^2 \cdot t^2)}} dt \quad Le\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right) = 0.341.$$

2.Скласти формули реалізації логічних функцій за допомогою функції Хевісайда.

4. Робота з графічним блоком

Графіки, побудовані за допомогою пакета **Mathcad**, надають додаткові можливості щодо аналізу процесів та функцій.

Найпростіший та досить зручний – двопараметричний графік. Його побудова починається з введення шаблону клавішею  з палітри **Graph** або набором клавіш “**Shift+2**”. Шаблон має форму двох прямокутних рамок. Чорні прямокутники на зовнішній рамці (маркери) дають змогу змінювати геометричні розміри блока разом з графіком. Чорні прямокутники ліворуч та нижче у просторі між рамками є місцями введення імен функцій, констант або аргументів. Кожна вісь має обмеження числових значень, встановлених у місцях введення обмежень (поруч із значеннями обмежень).

На рис.7 один з графіків (ліворуч) побудовано звичайним методом. Спочатку задано ранжовану змінну t . Потім визначено функцію $y(t)$ і побудовано графік залежності $y(t)$ внесенням інформації у шаблон. Графік з’являється у межах внутрішньої рамки блока після введення параметрів і виведення курсору за межі блока. Неякісна (вуглиста) форма кривої пояснюється відносно великим кроком зміни аргументу.

Приклад:

$t := 0..10$ $y(t) := \sin(t)$

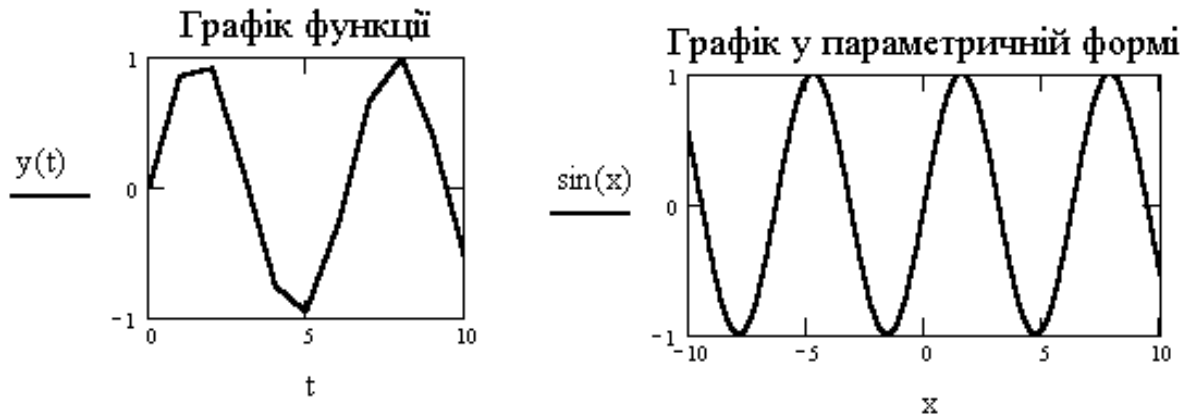


Рис. 7

На рис.7 праворуч наведено графік у параметричній формі без попереднього визначення аргументу. Параметричним він називається тому, що один з параметрів графіка – формула. За умовчуванням програма автоматично вибрала межі зміни аргументу від -10 до $+10$ з дрібним кроком. Якість графіка значно краща.

Завдяки введенню у параметр графіка імен функцій, відокремлених комами, можна одержати декілька графіків на одній площині. Списку імен функцій повинен відповідати список аргументів, в якому аргументи також відокремлюються комами. Якщо аргументи однакові, дозволяється навести тільки один з них (рис.8).

Аналізувати графіки зручніше при належному редагуванні. Головне вікно редагування (Formatting Currently Selected X-Y Plot) викликається подвійним клацанням лівою клавiшею миші у площині графіка.

Вікно має чотири вкладки. Вкладкою під назвою **Оси X-Y** (X-Y Axes) вводять координатну сітку, форматують осі, вибирають їх масштаб.

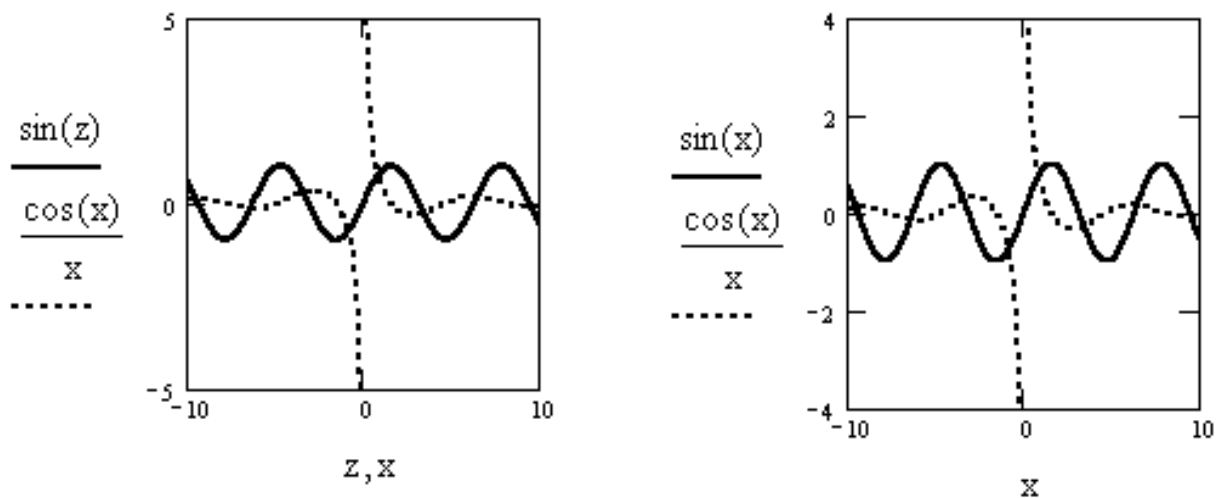


Рис.8

Вкладка під назвою **След** (Traces) дозволяє вводити текстові параметри та лінії. Користувач має можливість вибрати:

● **Имя в легенде** (Legend Label). За умовчуванням – це Trace#. При потребі його замінюють на звичайний текст;

● **Символ** (Symbol) – вибір позначок у площині графіка із списку: **none** (відсутні), **x's** (косий хрестик), **box** (квадрат), **dmnd** (ромб), **o's** (коло);

● **Линия** (Line) – вибір стилю лінії із списку: **solid** (безперервна), **dot** (крапками), **dash** (пунктирна), **dadot** (штрихпунктирна);

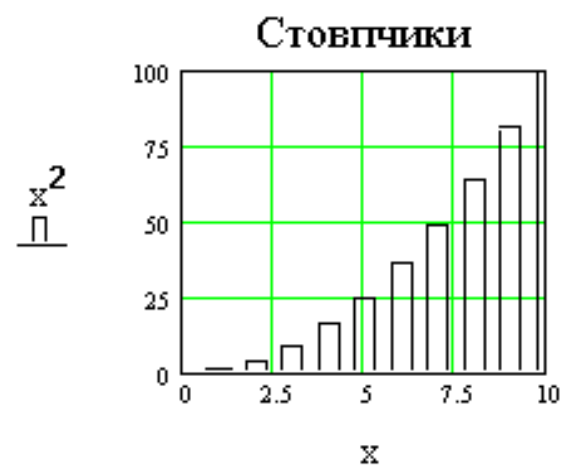
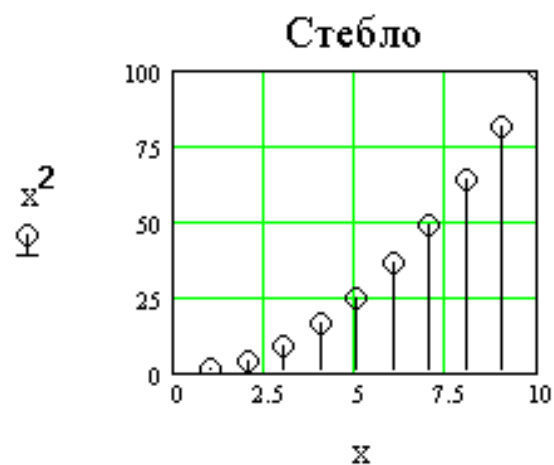
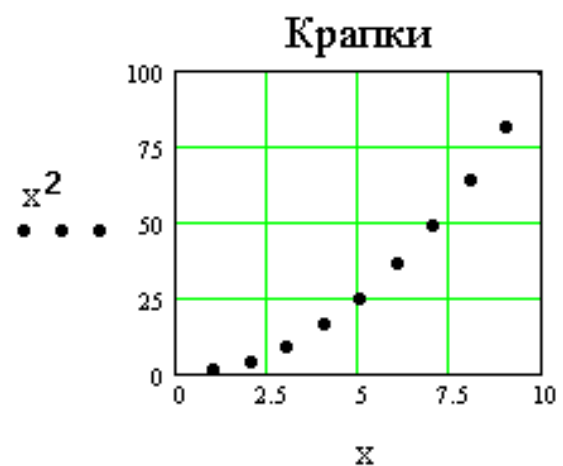
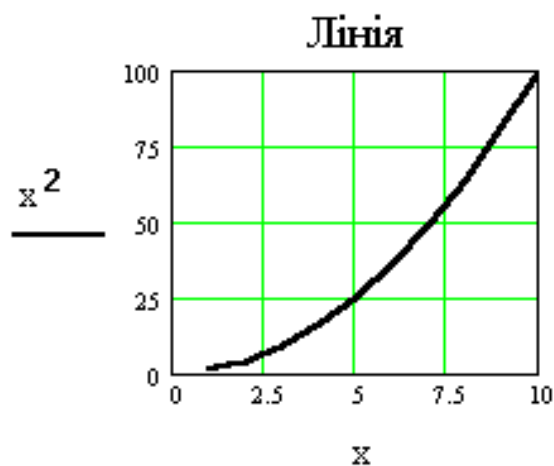
● **Цвет** (Color) – вибір кольору лінії із списку: **red** (червоний), **blu** (синій), **grn** (зелений), **cyu** (голубий), **brn** (коричневий), **blk** (чорний);

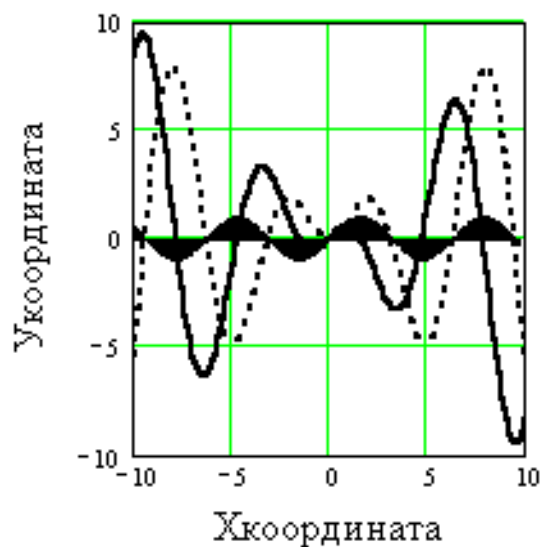
● **Тип** (Type) – вибір стилю графіка із списку: **line** (лінією), **err** (рисками), **bar** (стовпцями), **step** (східцями), **draw** (відрізками прямих), **points** (крапками);

● **Толщина** (Weight) – вибір товщини лінії.

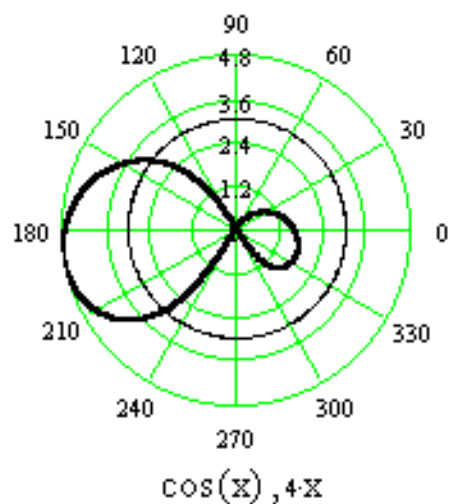
Контрольні завдання

Повторити приклади з такими графіками:

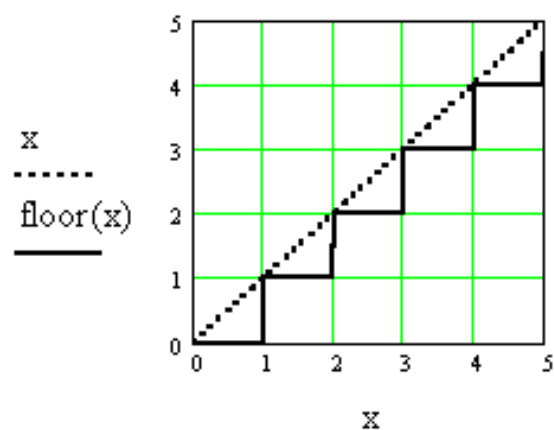
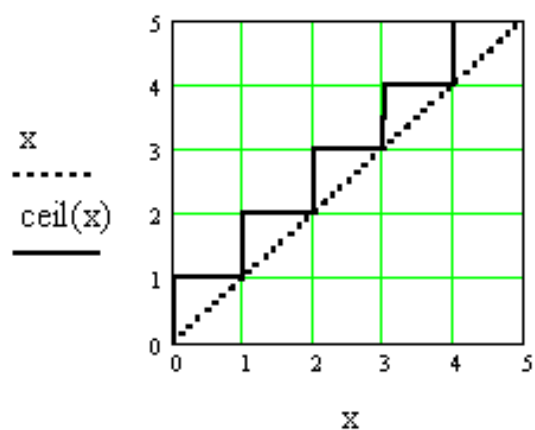




$$\frac{x \sin(x)}{3}$$



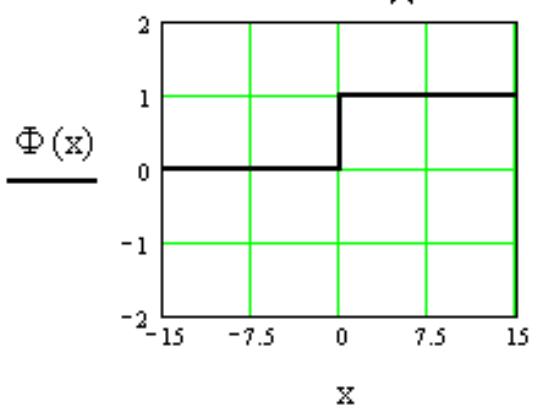
$x := 0, 0.01 \dots 5$



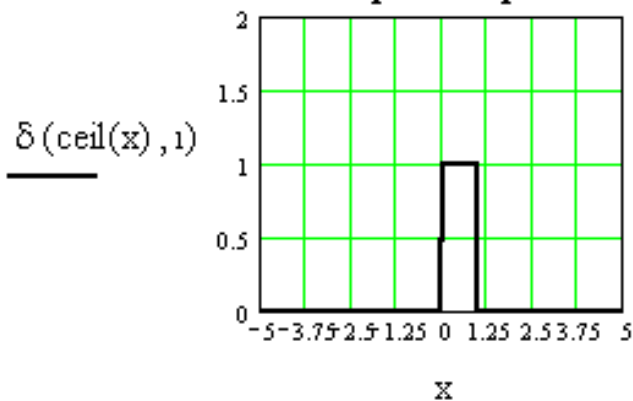
$x := -15, -15 + 0.01 \dots 15$

$x := -5, -5 + 0.01 \dots 5$

Хевісайда



Кронекера



Кожен графік може докладно вивчатися за допомогою режиму трасування. Режим встановлюється після клацання правою клавiшею миші у

площині графіка та вибору команди **Трассировка** (Trace). З'являється інформаційне вікно режиму з лічильником координат. Клацанням лівою клав'яшею миші на лінії графіка встановлюють пунктирне перехрестя, яке пересувається вздовж графіка клавішами переміщення курсору або перетягується за допомогою миші. Поточні координати відображаються у лічильниках інформаційного вікна. Командою **Сору X** або **Сору Y** занотовують відповідне значення до пам'яті. Після виходу з режиму це значення виводиться на екран командою **Правка\Вставка** (Edit\Past) або іншою еквівалентною.

Для аналізу графіків передбачено режим збільшення масштабу фрагмента. Режим встановлюється після клацання правою клав'яшею миші у площині графіка та вибору команди **Масштаб** (Zoom). Фрагмент для збільшення виділяється перетягуванням курсору з натиснутою лівою клав'яшею.

Результати виділення та наступного збільшення масштабу фрагмента у горизонтальному напрямку показано на рис.9, 10.

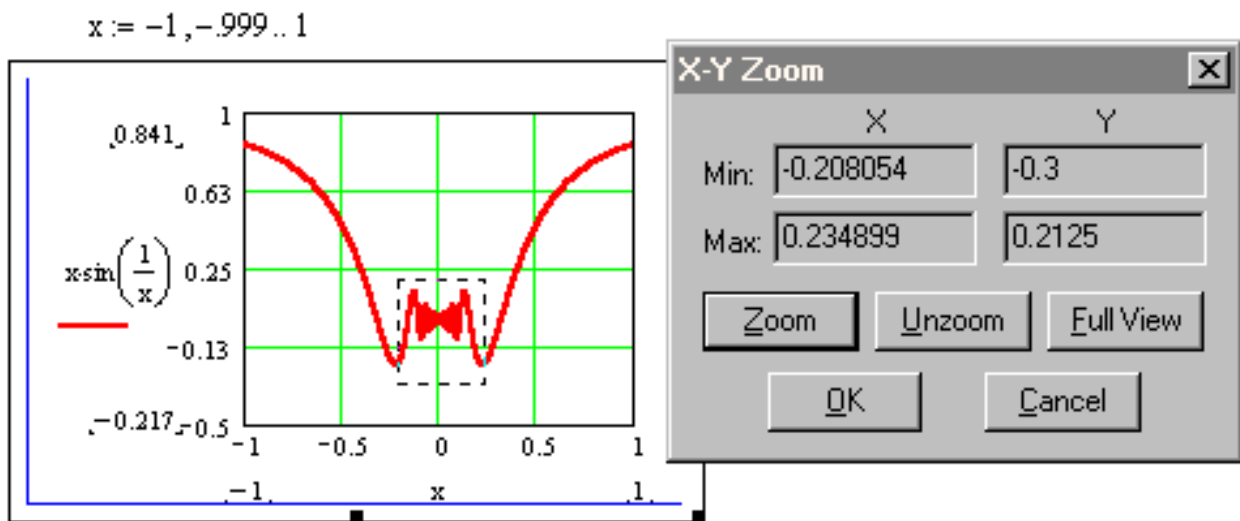


Рис. 9

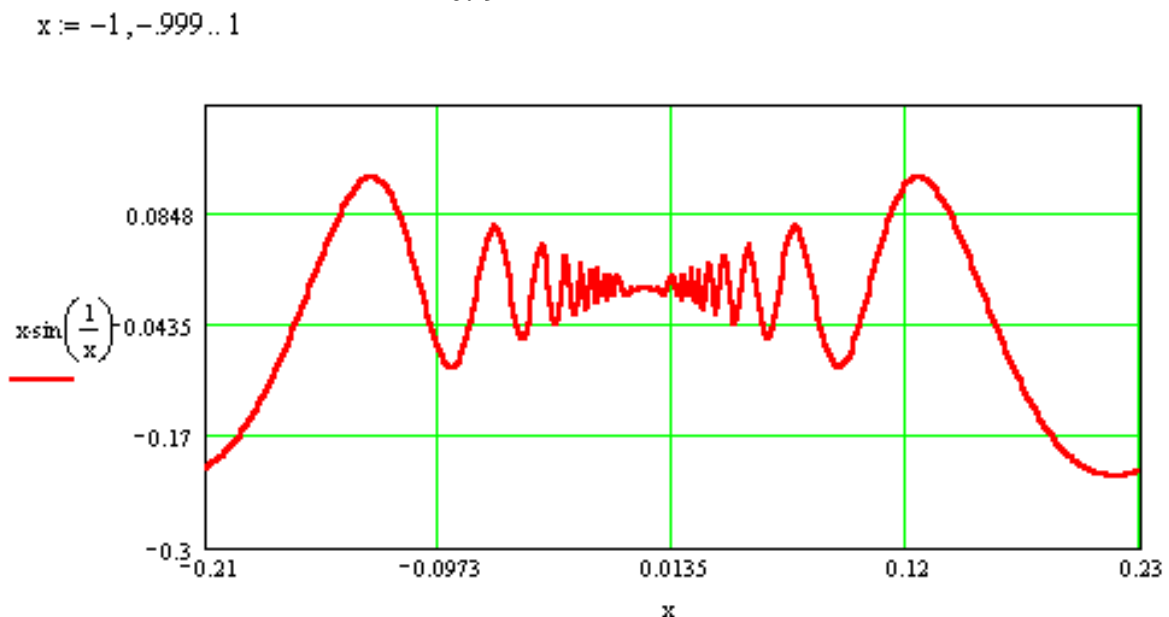
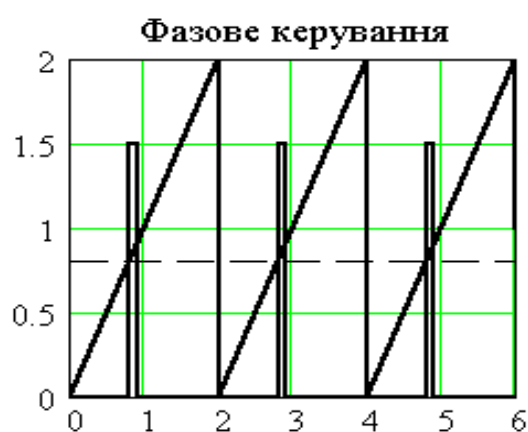
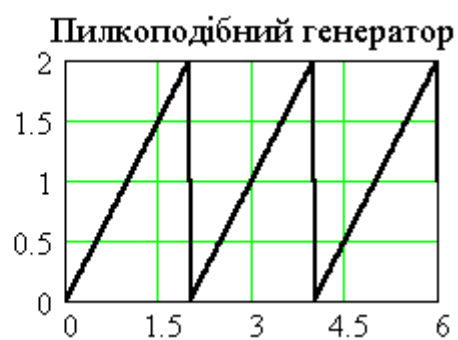
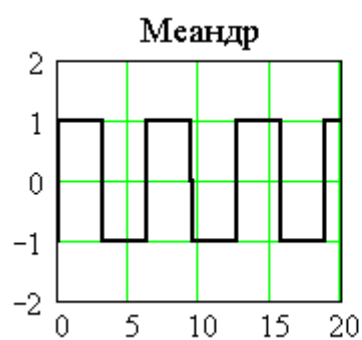
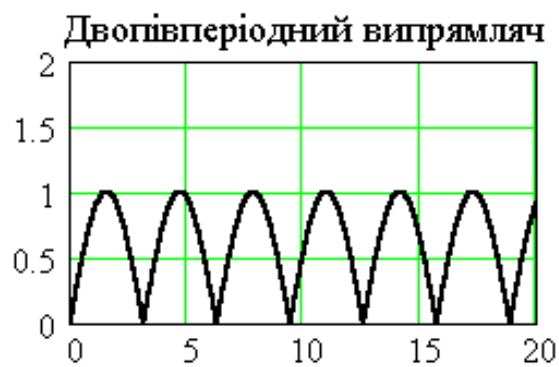
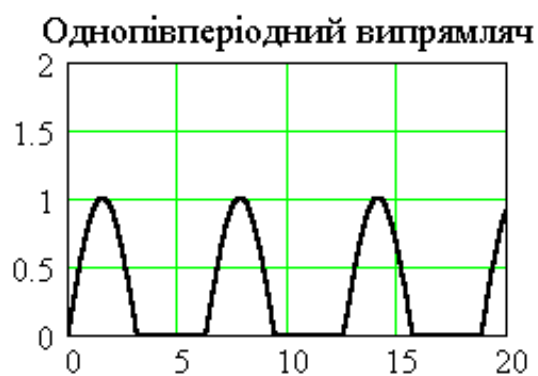
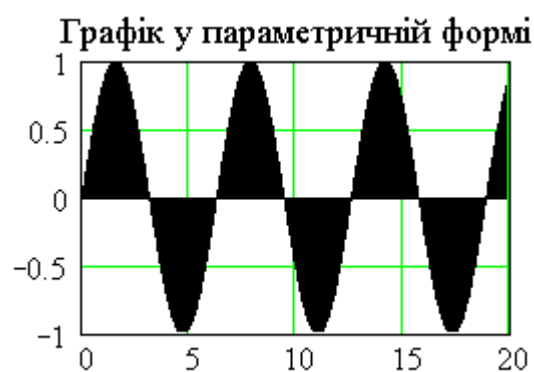
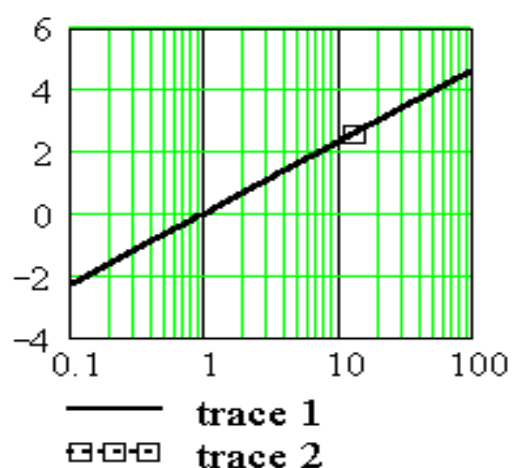


Рис.10

Контрольні завдання

Збудувати графіки такої форми:



5. Комплексні величини, вектори та матриці

Зміст:

1. Засвоїти прийоми роботи з комплексними числами.
2. Введення векторів та матриць. Визначення їх елементів.
3. Векторні та матричні операції.

Робота з комплексними числами

У пакеті **Mathcad** передбачено використання комплексної величини як суми дійсної та уявних частин. Дійсна частина – це константа (ім'я ідентифікатора), а комплексна – добуток константи або імені ідентифікатора та оператора з іменем **i**. Цей оператор як корінь другого степеня з від'ємної одиниці необхідно ввести у програму перед першим зверненням до комплексного числа:

$i := \sqrt{-1}$ – визначення оператора комплексної частини;

$c := 24 + 15i$ – комплексне число з ім'ям **c**;

$\bar{c} = 24 - 15i$ – комплексно спряжене до **c** число (вводиться з символом “ $\bar{}$ ”).

Спеціальні операції з комплексними числами:

$|c| = 28.302$ – норма або модуль;

$\arg(c) = 0.559$; $\arg(c) = 32.005 \text{ deg}$ – аргумент в радіанах (градусах);

$\text{Re}(c) = 24$; $\text{Im}(c) = 15$ – модулі дійсної та уявних частин.

Функції знака:

$\text{csgn}(0) = 0$; $\text{csgn}(0 + 1 \cdot i) = 1$; $\text{csgn}(1 + 0 \cdot i) = 1$;

$\text{csgn}(-1 + 1 \cdot i) = -1$; $\text{csgn}(-1 - 1 \cdot i) = -1$; $\text{csgn}(0 - 1 \cdot i) = -1$.

Алгебраїчні операції:

$a := 2 - 5 \cdot i$; $c := 24 + 15i$;

$a + c = 26 + 10i$; $a \cdot c = 123 - 90i$; $\frac{a}{c} = -0.034 - 0.187i$;

$a^c = -1.979 \times 10^{25} + 3.41i \times 10^{24}$; $\sqrt{a} = 1.922 - 1.301i$.

Вектори та матриці

Вектор або матриця – це упорядкований набір елементів, які можуть бути числовими константами, ідентифікаторами, математичними виразами. Кожен елемент має персональне ім'я, що складається з імені вектора (матриці) і набору індексів для визначення місця розташування. Такі імена називають індексованими змінними.

Слід відзначити, що імена індексованих змінних та імена змінних з індексом – різні за формою та призначенням. Індекс в індексованій змінній вводиться після команди “ [“ (відкрита прямокутна дужка), має висоту, меншу висоти символів шрифту, і розташований поруч з іменем вектора (матриці). Індекс змінної з індексом вводиться після команди “.” (крапка), розташовується з проміжком від імені змінної і має висоту символів шрифту. Наприклад:

x_1 – індексована змінна як елемент вектора;

x_1 – змінна з індексом, який не може бути елементом вектора.

Введення елементів вектора (матриці) здійснюється безпосереднім визначенням елементів або через шаблон звичайною операцією присвоєння:

$$V_0 := 1; \quad V_1 := 2; \quad V_2 := 3; \quad V = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Для введення матриці через шаблон встановлюють ім'я матриці та викликають спеціальне діалогове вікно **Создать Матрицу** (Insert Matrix) (рис.11). У вікні

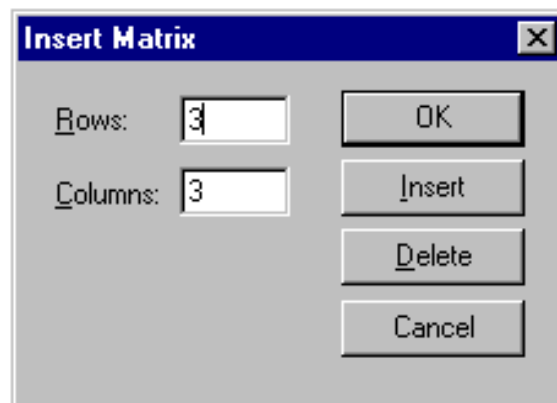


Рис.11

встановлюють кількість рядків (Rows) та колонок (Columns). Якщо після цього натиснути клавішу ОК, діалогове вікно зачиниться, а на робочому полі **Mathcad** з'явиться шаблон. Наприклад:

$$V := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix} \quad \text{– шаблон матриці } 3 \times 3.$$

У чорні прямокутники шаблону вводиться інформація про елементи.

Шаблон викликають командами:

1. Одночасним натисканням клавіш **Ctrl+M**;
2. Вид (View) \ **Панели инструментов (Toolbars) \ Матрицы (Matrix)**;
3. **Математика (Math) \ Векторные и матричные операции (Vector and Matrix Toolbar) \ Создать Матрицу или Вектор (Matrix or Vector)**;
4. **Вставка (Insert) \ Матрица (Matrix)**.

За визначенням вектор – це одновимірна структура, а матриця – двовимірна:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ – вектор-стовпець } \begin{pmatrix} a & \frac{b+c}{d} & q \end{pmatrix} \text{ – вектор-рядок символів;}$$

$$\begin{pmatrix} \sin(\alpha) & 1 & 0 \\ 2 & a+b & 1.5 \\ 0 & 3.25 & \cos(\beta) \end{pmatrix} \text{ – матриця як упорядкований набір елементів та виразів.}$$

Індекси індексованих змінних можуть бути тільки цілими позитивними числами або їх ідентифікаторами. Від сусідніх позицій вони відрізняються на одиницю. Найменший номер індексу має ліва верхня позиція елемента у матриці. Цей номер визначається системною константою **ORIGIN**. За умовчужанням **ORIGIN=0**:

$$V := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 9 & 3 \\ 8 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad V_{1,2} = 3 \quad V_{2,1} = 5 \quad \text{– матриця та її елементи за умови ORIGIN=0;}$$

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad V_{1,2} = 2 \quad V_{2,1} = 4 \quad \text{– елементи матриці за умови ORIGIN=1.}$$

Матричні функції

Для роботи з матрицями та їх елементами вживають такі функції:

$$M1 := V^{(1)} \quad M1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \text{– вилучення з матриці вектора-стовпця;}$$

$$M3 := M1^T \quad M3 = (1 \ 4 \ 8) \quad \text{– транспонування вектора;}$$

$$M2 := \text{augment}(V, M1) \quad M2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 1 \\ 4 & 9 & 3 & 4 \\ 8 & 5 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{– з'єднання матриць у горизонтальному напрямку;}$$

$$M4 := M2^T \quad M4 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 2 & 9 & 5 \\ 6 & 3 & 7 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{– транспонування матриці;}$$

$$M5 := \text{stack}(V, M3) \quad M5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 9 & 3 \\ 8 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{– з'єднання матриць у вертикальному напрямку;}$$

$$M6 := \text{submatrix}(M5, 2, 4, 1, 3) \quad M6 = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 8 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{– створення матриці з елементів M5, розташованих від 2 до 4 рядка та від 1 до 3 колонки;}$$

$$M7 := \text{diag}(M1) \quad M7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{– створення діагональної матриці з елементів вектора;}$$

$$M8 := \text{sort}(M6^{\langle 3 \rangle}) \quad M8 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \text{– сортування елементів вектора стовпця за збільшенням;}$$

$$M9 := V \cdot 2 \quad M9 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 12 \\ 8 & 18 & 6 \\ 16 & 10 & 14 \end{pmatrix} \quad \text{– добуток матриці та скаляра;}$$

$$M10 := M9 - V \quad M10 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 9 & 3 \\ 8 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{– різниця матриць;}$$

$$M11 := M10 + M9 + V \quad M11 = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 24 \\ 16 & 36 & 12 \\ 32 & 20 & 28 \end{pmatrix} \quad \text{– сума матриць;}$$

$$\max(M11) = 36 \quad \min(M11) = 4$$

– вибір найбільшого та найменшого елементів;

$$\text{length}(M1) = 3$$

– визначення кількості елементів у векторі;

$$i := \sqrt{-1} \quad A := \begin{pmatrix} 1 + 2 \cdot i & 0 \\ 0 & 4 - 5 \cdot i \end{pmatrix}$$

– визначення матриці з комплексними елементами;

$$R1 := \text{Re}(A) \quad R1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

– дійсна частина матриці з комплексними елементами;

$$R2 := \text{Im}(A) \quad R2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

– комплексна частина матриці з комплексними елементами;

$$R := R1 + i \cdot R2 \quad R = \begin{pmatrix} 1 + 2i & 0 \\ 0 & 4 - 5i \end{pmatrix}$$

– відновлення комплексної матриці з її частин;

$$R3 := \overline{R} \quad R3 = \begin{pmatrix} 1 - 2i & 0 \\ 0 & 4 + 5i \end{pmatrix}$$

– комплексно спряжена матриця;

$$M12 := \cos(M1) \quad M12 = \begin{pmatrix} 0.54 \\ -0.654 \\ -0.146 \end{pmatrix}$$

– операція з елементами вектора;

$$M14 := M13^{-1} \quad M14 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 9 & 3 \\ 8 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

– інверсія матриці (виконується через символ “X⁻¹” у палітрі Matrix);

6. Програмування у пакеті Mathcad

Зміст:

1. Освоїти правила створення програмних блоків.
2. Виконати програмування заданих алгоритмів.

Методичні вказівки.

Програмування – це створення блока, в якому поєднано різнохарактерні операції. За допомогою програмних блоків створюють розгалужені програми з циклами. Функції із ранжованими змінними та операторами **if** дають змогу використовувати умовні вирази та організовувати цикли. Проте їх можливості значно обмежені.

Блоки програмування створюють за допомогою спеціальних команд із списку інструкцій **Инструменты программирования** (Programming Toolbar) панелі інструментів **Математика Math**:

- **Add Line** – створити або при необхідності продовжити жирну вертикальну лінію – спеціальний знак, що обмежує програмний блок;
- **←** – оператор присвоювання в межах програмного блока;
- **if** – оператор умовного виразу;
- **while** – оператор циклу за визначених умов;
- **otherwise** – оператор іншого вибору;
- **break** – оператор припинення розрахунків;
- **continue** – оператор продовження розрахунків;
- **return** – оператор повернення на початок циклу;
- **on error** – оператор обробки помилок.

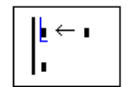
Оператор **Add Line** визначає межі програмного блока, який є списком команд, що виконуються послідовно згори униз. Програмний блок може бути функцією без імені, яка розраховує результат. Наприклад:

$$\left| \begin{array}{l} x \leftarrow 16 \\ \sqrt{x} \end{array} \right. = 4$$

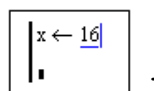
Результат одержується у декілька етапів:

1. Натиснути клавішу “**]**”. На робочому полі в місці розташування курсору з’явиться шаблон блока з двома місцями введення інформації: .

2. У верхнє місце введення встановити курсор. Потім натиснути клавішу “**←**” і чекати появи шаблону верхнього рядка:



Шаблон заповнити іменем **x** та константою **16**:



3. У нижнє місце введення ввести шаблон квадратного кореня, аргумент **x** і натиснути клавішу “**Пробел**”. Створюється режим, коли курсор підкреслює весь вираз.

4. Натиснути клавішу “**=**” і одержати результат.

Слід відзначити, що змінні у блоці та змінні поза блоком можуть мати однакові імена, але це різні змінні, що не залежать одна від одної. Іноді їх доцільно зв’язати процедурою передачі параметрів.

Наприклад, розрахувати значення функції

$$F(x, y, z) := \frac{x}{x + y \cdot z} + \frac{y}{x + y \cdot z} + \frac{z}{x + y \cdot z} .$$

Для цього достатньо задати конкретні значення формальним параметрам **x**, **y**, **z** і одержати результат:

$$F(1, 2, 3) = 0.857 ; \quad F(5, 7, 2) = 0.737 .$$

Розрахунки з формальними параметрами зручно виконувати за допомогою програмного блока:

$$B(x, y, z) := \left| \begin{array}{l} a \leftarrow x + y \cdot z \\ \frac{x + y + z}{a} \end{array} \right| \quad B(1, 2, 3) = 0.857 \quad B(5, 7, 2) = 0.737 .$$

Програмному блоку з ім'ям **B** присвоєно результат, а **x**, **y**, **z** – формальні параметри, що передають у блок фактичні значення.

Усі команди програмного блока мають шаблони з місцями введення даних у вигляді констант, ідентифікаторів, арифметичних або логічних виразів. Наприклад, команди **if** та **otherwise** мають такі шаблони:

■ **if** ■ ■ **otherwise** .

Їх використання у програмному блоці демонструє програма визначення модуля за алгоритмом: якщо задане значення менше за 0, вивести це значення зі знаком мінус. В іншому випадку – зі знаком плюс.

$$\text{abs}(x) := \left| \begin{array}{l} -x \text{ if } x < 0 \\ x \text{ otherwise} \end{array} \right| \quad \text{abs}(-15) = 15 \quad \text{abs}(15) = 15 .$$

Програмні блоки з командою **for** доцільно застосувати у циклах з підсумовуванням. Команда має такий шаблон:

for ■ ∈ ■
 ■

Варіант програми:

$$s(n) := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad s \leftarrow s + i \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} s(5) = 15 \\ s(10) = 55 . \end{array}$$

Програма складається з трьох операторів. Перший присвоює змінній **s** початкове значення нуля. Другий програмує цикл розрахунків, в якому параметр лічильника **i** набуває значень від **1** до **n** з кроком **1**, а третій підсумовує попереднє значення **s** з черговим **i**. Формальний параметр **n** передає до програми конкретне значення.

Наступні три приклади є варіантами розрахунків факторіала цілого числа за допомогою програмного блока з використанням:

а) оператора **for**:

$$\text{pr}(n) := \left| \begin{array}{l} p \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..n \\ p \leftarrow p \cdot i \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{pr}(3) = 6 \\ \text{pr}(5) = 120 ; \end{array}$$

б) оператора **while**:

$$\text{fc}(n) := \left| \begin{array}{l} f \leftarrow 1 \\ \text{while } n \leftarrow n - 1 \\ f \leftarrow f \cdot (n + 1) \\ f \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} ; \\ \text{fc}(5) = 120 \end{array}$$

в) операторів **while** та **break**:

$$\text{fct}(n) := \left| \begin{array}{l} f \leftarrow n \\ \text{while } 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} f \leftarrow f \cdot (n - 1) \\ n \leftarrow n - 1 \\ \text{break if } n = 1 \end{array} \right. \\ f \end{array} \right. \quad \text{fct}(5) = 120$$

Певні особливості мають оператори **error** та **on error**. Рядок з оператором **error** вступає в дію, коли результати в інших рядках не визначені. Поруч з таким оператором у дужках позначається зміст спеціального повідомлення:

$$\text{R}(i) := \left| \begin{array}{l} \text{return "One" if } i = 1 \\ \text{return "Two" if } i = 2 \\ \text{error("no!no!") otherwise} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{R}(1) = \text{"One"} \\ \text{R}(2) = \text{"Two"} \end{array}$$

R(3) = ■ ■
 no!no!

Програмна функція **R(i)** виводить на екран текстові повідомлення, якщо формальному параметру **i** задаються значення **1** або **2**. В іншому випадку функція не визначається, курсор лишається у межах оператора виведення **i** на екран робочого поля виводиться заплановане повідомлення (тут no!no!).

Оператор **on error** має шаблон з двома місцями введення:

■ on error ■ .

Ліворуч вводиться функція або текстовий рядок повідомлення, що активізується при неможливості розрахунків за функцією праворуч.

Завдання для самостійної роботи

Ввести програму і розрахувати східчастий розгін електропривода:

Вихідні дані $m := 3$ кількість штучних характеристик;

$\mu_1 := 0.85$ $\mu_s := 0.08$ – відносні значення пускового моменту та моменту навантаження;

Параметри

$s_{kp} := 0.24$ $p_\tau := 3$ $\omega_o := 104$ $J := 1.01$ $M_H := 38.4$ $\mu_m := 1.2$

Попередні розрахунки

$$\lambda := \sqrt[m]{\frac{\mu_1}{s_{kp} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - (\mu_1)^2} \right]}} \quad \lambda = 1.956$$

– параметр пуску;

$$\mu_2 := 2 \cdot s_{kp} \cdot \frac{\lambda^{m+1}}{1 + (s_{kp} \cdot \lambda^{m+1})^2} \quad \mu_2 = 0.527$$

Функції: F_m – моменту; F_s – ковзання; F_w – частоти обертання.

Позначення: x – поточний номер характеристики;

u – номер розрахунку на характеристиці;

$n := 10$ – кількість розрахунків на характеристиці.

Програмний блок 1

$$F_\mu(x, u) := \begin{cases} \mu_1 - u \cdot \frac{(\mu_1 - \mu_2)}{n} & \text{– момент на штучних характеристиках,} \\ & \text{що змінюється від } \mu_1 \text{ до } \mu_2; \\ \mu_1 - u \cdot \frac{(\mu_1 - \mu_s)}{n} & \text{if } x = 0 \quad \text{– момент на природній} \\ & \text{характеристиці (} x=0 \text{), що} \\ & \text{змінюється від } \mu_1 \text{ до } \mu_s; \end{cases}$$

$$F_s(x, u) := s_{kp} \cdot \lambda^x \cdot \frac{\left[1 - \sqrt{1 - (F_\mu(x, u))^2} \right]}{F_\mu(x, u)} \quad \text{– ковзання залежно від } F_\mu;$$

$F\omega(x,u) := (1 - F_s(x,u))$ – частота обертання залежно від F_s .

Розрахунки за функціями

$$F(x,u) := \begin{pmatrix} F\mu(x,u) \\ F_s(x,u) \\ F\omega(x,u) \end{pmatrix} \text{ – матриця функцій; } \quad un := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ – матриця початкових умов.}$$

;

Програмний блок 2

Функція-процедура: $E(v) :=$

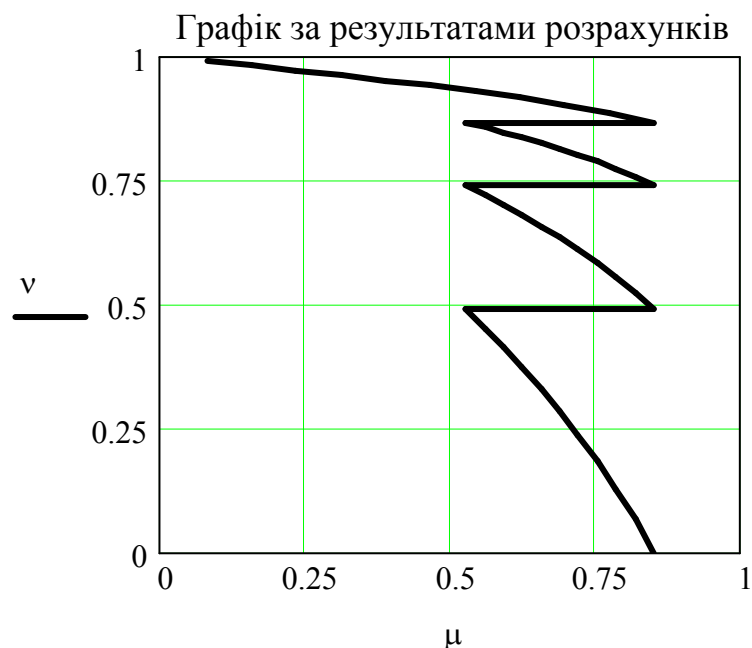
$\left \begin{array}{l} v \leftarrow un \\ k \leftarrow 0 \\ \text{for } x \in m..0 \\ \quad \text{for } u \in 0..n \\ \quad \quad \left \begin{array}{l} v^{(k)} \leftarrow F(x,u) \\ k \leftarrow k + 1 \end{array} \right. \\ v^T \end{array} \right.$	x – номер характеристики; u – номер розрахунку в межах характеристики; v – матриця результатів; k – номер колонки в матриці.
---	--

Розрахунки для графіків

$R := E(un)$ – матриця з результатами у колонках.

Позначення відносних величин для графіків:

$\mu := R^{(0)}$ – момент; $s := R^{(1)}$ – ковзання; $v := R^{(2)}$ – частота обертання.



7. Розв'язування алгебраїчних рівнянь

Зміст:

1. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь.
2. Розв'язати нелінійні алгебраїчні рівняння.
3. Розв'язати задачу лінійного програмування.

Методичні вказівки:

Лінійні рівняння

Для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь у пакеті **Mathcad** передбачено введення за таким порядком:

- задати початкові довільні значення змінних;
- ввести ключове слово **GIVEN**;
- ввести систему рівнянь з символом “=” (логічне дорівнює);
- активізувати розв'язання за допомогою функції **Minerr**.

Наприклад: розв'язати систему рівнянь і знайти значення змінних A, B, C, D, E.
Виконання завдання в пакеті **Mathcad**:

$A := 1 \quad B := 1 \quad C := 1 \quad D := 1 \quad E := 1$ – призначення довільних початкових значень змінних;

Given – введення ключового слова процедури;

$$A + B + D = 0$$

$$-2.06 \cdot A + C - .3 \cdot B + E - 1.73 \cdot D = 0$$

$$0.4 \cdot A = 0.72$$

$$-1.07 \cdot A + .21 \cdot C + 2.16 \cdot E = 0.72$$

$$2.9 \cdot A - .3 \cdot C + .21 \cdot B - 1.7 \cdot E + 2.16 \cdot D = 0$$

– введення рівнянь
(символ “=” – з блока логічних операцій);

$$Z := \text{Minerr}(A, B, C, D, E) \quad Z = \begin{pmatrix} 1.8 \\ -0.378 \\ -0.1 \\ -1.422 \\ 1.235 \end{pmatrix}$$

– розв'язання за допомогою функції **Minerr**.

Функція **Minerr** дає можливість розрахувати наближені значення коренів.
Для одержання точних значень замість **Minerr** застосовують **Find**.

Інший спосіб полягає у застосуванні скалярного добутку зворотної матриці коефіцієнтів з матрицею правих частин векторного рівняння:

$$A1 \bullet X1 = B1 \quad - \text{векторна форма системи рівнянь};$$

$$A1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0.3 & 1 & -1.7 & 1 \\ 2.9 & 0.21 & -0.3 & 2.1 & -1.7 \\ -1.1 & 0 & 0.21 & 0 & 2.1 \\ 0.45 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad - \text{матриця коефіцієнтів};$$

$$B1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.72 \\ 0.72 \end{pmatrix} \quad - \text{матриця правих частин};$$

$$X1 := A1^{-1} \cdot B1 \quad - \text{формула розв'язування матричного рівняння};$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 1.6 \\ -0.391 \\ 0.091 \\ -1.209 \\ 1.172 \end{pmatrix} \quad - \text{результат.}$$

Спосіб має варіант використання стандартної функції **Isolve** з двома параметрами. Перший – матриця коефіцієнтів, а другий – матриця правих частин:

$$\text{Isolve}(A1, B1) = \begin{pmatrix} 1.6 \\ -0.391 \\ 0.091 \\ -1.209 \\ 1.172 \end{pmatrix}.$$

Нелінійні рівняння

Для розв'язку системи нелінійних рівнянь використовують аналогічні процедури. Наприклад: розрахувати координати точок перетину лінії $y=8+3x$ з параболою $y=x^2$. Попереднім аналізом графіків (рис.12) встановлено дві такі точки. Одна при $x<0$, а друга – при $x>0$. Для розрахунку параметрів першої точки виконуються такі дії:

$$x := 0 \quad y := 0 \quad - \text{попередні значення змінних};$$

$$\text{Given} \quad y = x^2 \quad y = 8 + 3 \cdot x \quad x < 0 \quad - \text{блок рівнянь з умовою};$$

$$z := \text{find}(x, y) \quad z = \begin{pmatrix} -1.702 \\ 2.895 \end{pmatrix} \quad - \text{одержання результату.}$$

Аналогічно для другої точки:

$$x := 3 \quad y := 0 \quad - \text{попередні значення змінних};$$

Given $y = x^2$ $y = 8 + 3 \cdot x$ $x > 0$ – блок рівнянь з умовою;

$z := \text{find}(x, y)$ $z = \begin{pmatrix} 4.702 \\ 22.105 \end{pmatrix}$ – одержання результату.

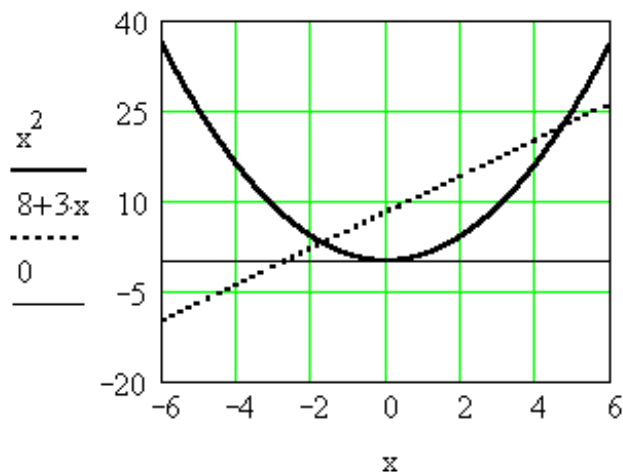


Рис.12

Для визначення кореня нелінійного алгебраїчного рівняння використовують функцію **root** за схемою:

(початкове значення змінної) **root** (рівняння або його ім'я, ім'я змінної).
Функція може застосовуватися стільки разів, скільки коренів має рівняння. Для визначення наступного кореня степінь алгебраїчного рівняння зменшується на одиницю.

Наприклад, маємо кубічний поліном змінної x з постійними коефіцієнтами:

$$F(x) := a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0.$$

Поліном має три корені, що вимагає триразового застосування процедури.

Для визначення коренів необхідно задати значення коефіцієнтів.

Наприклад: $a_0 := -64$ $a_1 := 25$ $a_2 := -8$ $a_3 := 2$.

Із трьох коренів один обов'язково дійсний. Його можна визначити у два етапи:

1. Задати довільне початкове значення змінної: $x=0$.
2. Застосувати процедуру з отриманням результату:

$$x1 := \text{root}(F(x), x) \quad x1 = 3.211.$$

Після визначення першого кореня необхідно змінити функцію полінома, розділивши $F(x)$ на $(x - x1)$:

$$F1(x) := \frac{F(x)}{x - x1}$$

Решта коренів може бути комплексними, що вимагає іншого за формою початкового значення. Наприклад: $x := 1 + 1 \cdot i$ $i := \sqrt{-1}$.

За таких умов: $x2 := \text{root}(F1(x), x);$ $x2 = 0.395 + 3.132i.$

Для третього кореня

$$x := 1 + 1 \cdot i; \quad F2(x) := \frac{F1(x)}{x - x2}.$$

$$x3 := \text{root}(F2(x), x); \quad x3 = 0.395 - 3.132i.$$

Існує зручний варіант використання функції **polyroots(ім'я вектора)**. Параметром функції є вектор коефіцієнтів, компоненти якого визначаються перед зверненням до функції.

Наприклад, значення коефіцієнтів рівняння з попереднього прикладу створюють вектор **V**, компоненти якого

$$V_0 := -64 \quad V_1 := 25 \quad V_2 := -8 \quad V_3 := 2.$$

За допомогою функції визначимо вектор рішень:

$$xV := \text{polyroots}(V); \quad xV = \begin{pmatrix} 0.395 + 3.132i \\ 0.395 - 3.132i \\ 3.211 \end{pmatrix}.$$

Система **Mathcad** дає змогу реалізовувати рекурентні процедури, в яких наступні значення визначають за попередніми. Так, за допомогою функції **until (умова, вираз)** виконують розрахунки за виразом, доки умова не менша нуля. Наприклад: визначити корінь другого степеня за ітераційною формулою Ньютона. Варіант програми:

$$\begin{array}{ll} a := 4 & \text{— аргумент;} \\ q_0 := 1 & \text{— довільне початкове значення результату;} \\ \text{err} := 0.01 & \text{— константа похибки підрахунків;} \\ i := 0..50 & \text{— номери ітерацій;} \end{array}$$

$$q_{i+1} := \text{until} \left[\left[|(q_i)^2 - a| \right] - \text{err}, \frac{q_i + \frac{a}{q_i}}{2} \right] \quad \text{— процедура ітерації.}$$

Початкове та кожне розраховане значення зводяться до вектора ітерацій (**q**). Передостаннє значення — відповідь. Номер цього значення дорівнює кількості компонентів у векторі (**length(q)**) мінус 2.

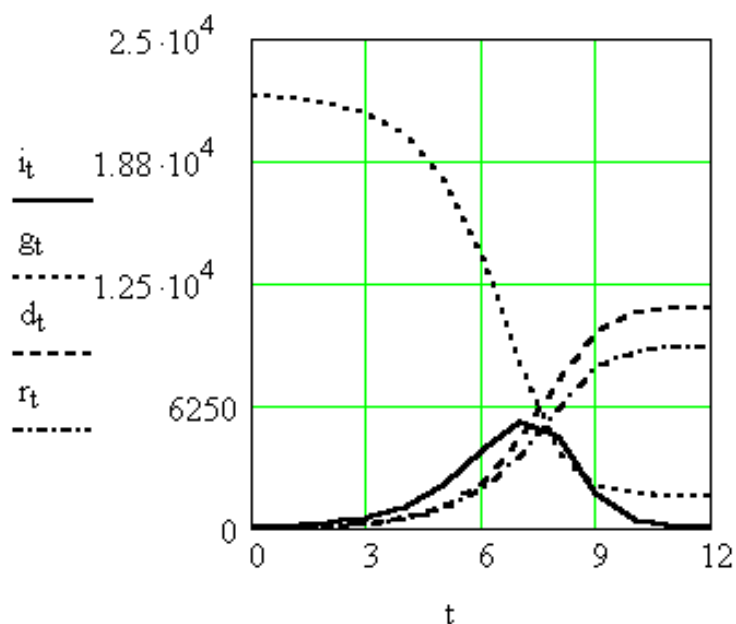
$$q = \begin{pmatrix} 1 \\ 2.5 \\ 2.05 \\ 2.001 \\ 0 \end{pmatrix} \quad q_{\text{length}(q)-2} = 2.001 \quad - \text{результат.}$$

У загальному випадку рекурентні розрахунки можна виконувати одночасно з кількома формулами та з перехресними визначеннями змінних:

$$\begin{pmatrix} i_0 \\ g_0 \\ d_0 \\ r_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 50 \\ 22000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad - \text{початкові значення змінних;}$$

$$t := 0..12 \quad - \text{кількість ітерацій;}$$

$$\begin{pmatrix} i_{t+1} \\ g_{t+1} \\ d_{t+1} \\ r_{t+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.0001 \cdot g_t \cdot i_t \\ g_t - 0.0001 \cdot g_t \cdot i_t \\ d_t + 0.55 \cdot i_t \\ r_t + 0.45 \cdot i_t \end{pmatrix} \quad - \text{система рекурентних рівнянь;}$$



– графіки за розрахунками.

Лінійне програмування

Лінійне програмування – це розв’язок системи алгебраїчних рівнянь, до яких додається цільова функція за допомогою функції **Minimize** (Maximize). Цільова функція повинна набути мінімального або максимального значення.
Приклад:

Необхідно одержати максимальний прибуток за таких умов виробництва:

1. Виготовити 100 одиниць продукції типу x_1, x_2, x_3 .
2. Виробів кожного типу повинно бути не менше 20 одиниць.
3. Витрати сировини першого сорту на одиницю продукції 4, 3 або 2 кг при загальному запасі 340 кг.
4. Витрати сировини другого сорту на одиницю продукції 5, 10 та 3 кг при загальному запасі 700 кг.
5. Одиниця продукції різних типів коштує відповідно 4, 3 або 2 грн.

Функція прибутку (цільова функція у даному випадку) може мати форму

$$f(x_1, x_2, x_3) := x_1 \cdot 4 + x_2 \cdot 3 + x_3 \cdot 2.$$

Варіант програми розв’язку задачі:

$$x_1 := 1 \quad x_2 := 1 \quad x_3 := 1 \quad \text{— довільні початкові значення;}$$

Given — ключове слово;

$$x_1 + x_2 + x_3 = 100$$

$$x_1 \geq 20 \quad x_2 \geq 20 \quad x_3 \geq 20$$

$$4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 340$$

$$5 \cdot x_1 + 11 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 700$$

— блок умов;

$$R := \text{Maximize}(f, x_1, x_2, x_3) \quad R = \begin{pmatrix} 60 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix} \quad \text{— одержання оптимального результату з визначенням кількості виробів кожного типу.}$$

Завдання до самостійної роботи

Скласти та розв’язати за допомогою стандартних процедур з пакету **Mathcad** одне довільне алгебраїчне рівняння.

8. Інтегрування диференціальних рівнянь

Зміст:

Інтегрування:

- за допомогою функції **Odesolve**;
- за методом **Рунге-Кутта** першого порядку (Ейлера);
- за методом **Рунге-Кутта** другого порядку;
- за допомогою функції **rkfsxed**.

Методичні вказівки.

Функція **Odesolve** разом із блоком **Given** дозволяє інтегрувати окреме диференціальне рівняння. Формат функції

odesolve(x,b[,steps]),

де **x** – ім'я змінної; **b** – кінцеве значення аргументу; **steps** – кількість фіксованих кроків інтегрування. Дозволяється **steps** не визначати, що автоматично встановлює режим інтегрування з адаптивним кроком.

Блок **Given** розміщується перед зверненням до **Odesolve** і складається з рівняння та початкових умов. Наприклад:

Given

$$y''(t) + t^2 \cdot y'(t) + t \cdot y(t) = \sin(t) \quad \text{– диференціальне рівняння;}$$

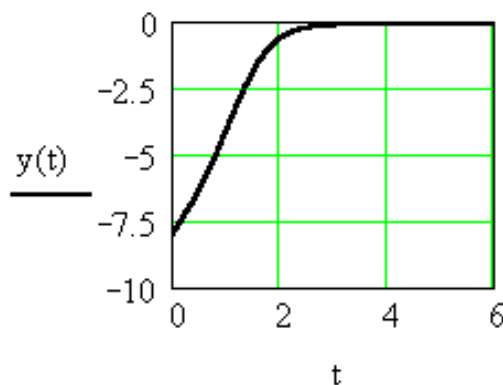
$$y(0) = -8 \quad y'(0) = 3 \quad \text{– початкові умови;}$$

$$y := \text{odesolve}(t, 6) \quad \text{– функція з кінцевими умовами та адаптивним кроком.}$$

У прикладі використано символ диференціювання як штрих у верхньому регістрі. Для введення символу застосовують клавішу з позначеннями:



Процес розрахунків зручно аналізувати за графіком



Залежність змінної від аргументу визначається процесом, що має назву інтегрування. Числове інтегрування передбачає використання рекурентної формули з розрахунками по кроках. На кожному кроці до попереднього значення функції y_i додається прирощення Δy_i :

$$y_i = y_{i-1} + \Delta y_i.$$

Алгоритми числового інтегрування часто використовують методи Рунге-Кутта, що є варіантами визначення Δy_i .

Метод першого порядку (метод Ейлера) визначає прирощення як добуток кроку аргументу $h_i = x_i - x_{i-1}$ та першої похідної функції у цьому інтервалі $y'_i(x_{i-1}, y_{i-1})$:

$$\Delta y_i = h_i \cdot y'_i(x_{i-1}, y_{i-1}).$$

Запис $y'_i(x_{i-1}, y_{i-1})$ означає, що похідна для i -го інтервалу залежить від початкових (у межах інтервалу) значень аргументу x_{i-1} та функції y_{i-1} . Таку залежність одержують з формули диференціального рівняння. Наприклад, маємо рівняння:

$$\frac{1}{k_2} \cdot \frac{d}{dt} u + u = ur(u) \cdot k_1.$$

Розв'язок рівняння відносно першої похідної називають перетворенням до нормальної форми Коші:

$$\frac{d}{dt} u = (ur(u) \cdot k_1 - u) \cdot k_2,$$

де u – змінна; t – аргумент; $ur(u)$ – керуюча дія; k_1, k_2 – коефіцієнти.

Програма інтегрування рівняння методом Ейлера з використанням програмного блока у пакеті **Mathcad** може бути такою:

$n := 10$ – кількість розрахунків; $ur(u) := 2$ – керуюча дія;

$dt := 0.5$ – інтервал аргументу (часу);

$k_1 := 1$ $k_2 := 1$ $un := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ – коефіцієнти та початкові умови;

$F(u) := \begin{bmatrix} 1 \\ (ur(u) \cdot k_1 - u_1) \cdot k_2 \end{bmatrix}$ – функція похідних;

$Y := \begin{array}{l} y^{(0)} \leftarrow un \\ \text{for } i \in 1..n \\ y^{(i)} \leftarrow F(y^{(i-1)}) \cdot dt + y^{(i-1)} \\ y^T \end{array}$ – програмний блок з циклом розрахунків.

Для розміщення результатів у програмному блоці використовують матрицю з іменем **Y**. Матриця має дві колонки та **n** рядків з поточними номерами **i**. Похідна має ім'я **F**. Аргументом розрахунків є час з фіксованим кроком **dt**.

Значення функції похідної з іменем **F** залежать від значень елементів матриці **u**, що є складовими матриці результатів **Y**. Так уводиться залежність похідних від змінних інтегрування.

Рядок матриці **Y** під номером **0** (вектор **u₀**) виконує функцію лічильника часу (підсумовує інтервали **dt**). У колонці під номером **1** (вектор **u₁**) розміщуються поточні значення інтеграла.

Початкові значення **Y** вводяться через матрицю **un** за умови **i=0**. У поточних розрахунках програма одночасно звертається до двох колонок матриці **Y** із застосуванням формули інтегрування до кожної колонки незалежно. Номер колонки визначається у трикутних дужках верхнього регістра.

Значення змінних у поточній колонці з номером **i** розраховується як сума значень у попередній колонці за номером **i-1** та добутку значень похідних з кроком аргументу **dt**. Матриця результатів **Y** може мати такий вигляд:

$$Y = \begin{array}{c|cccccccccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline 0 & 0 & 0.5 & 1 & 1.5 & 2 & 2.5 & 3 & 3.5 & 4 & 4.5 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 1.5 & 1.75 & 1.875 & 1.938 & 1.969 & 1.984 & 1.992 & 1.996 & 1.998 \end{array}$$

У програмному блоці матриця результатів транспонується (рядки стають колонками) для зручності обробки результатів.

Розрахунки зручно аналізувати у графічній формі (рис. 13), завдяки чому можна дати оцінку похибкам розрахунків за методом Ейлера порівняно з розрахунками за формулою експоненти $e(k)$:

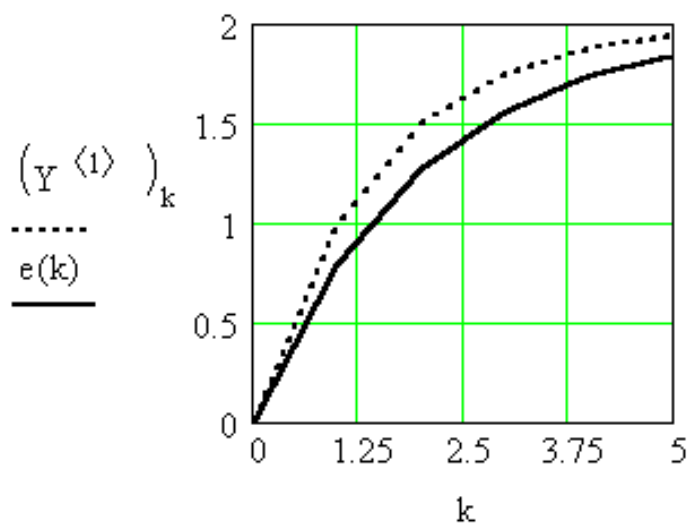


Рис. 13

Метод Рунге-Кутта другого порядку визначає прирощення за загальною формулою

$$\Delta y = p_1 k_1 + p_2 k_2,$$

де $k_1 = h \cdot F(x, y)$; $k_2 = h \cdot F(x + \alpha h, y + \beta h)$.

Коефіцієнти p_1, p_2, α, β зв'язані системою рівнянь

$$p_1 + p_2 = 1;$$

$$p_2 \alpha = 0,5;$$

$$p_2 \beta = 0,5.$$

Їх конкретні значення залежать від певних умов.

Наприклад, за умови $\alpha = \beta = 1$ маємо

$$k_1 = h \cdot F(x, y); \quad k_2 = h \cdot F(x + h, y + k_1); \quad \Delta y = 0,5 (k_1 + k_2).$$

Відповідний алгоритм розрахунків у межах кроку інтегрування:

1. Розраховується k_1 як добуток кроку аргументу h (у попередньому прикладі позначалось dt) із значенням похідної F як функції попередніх значень аргументу (x) та функції (y).

2. Розраховується k_2 як добуток кроку аргументу h із значенням похідної F як функції змінених значень аргументу ($x + h$) та функції ($y + k_1$).

3. Розраховується прирощення Δy як півсума k_1 та k_2 .

За умови $\alpha = \beta = 0,5$ матимемо

$$k_1 = h \cdot F(x, y); \quad k_2 = h \cdot F(x + 0,5h, y + 0,5 k_1); \quad \Delta y = k_2.$$

Алгоритм цього варіанта у межах кроку інтегрування:

1. Розраховується k_1 як добуток кроку аргументу h та похідної F у функції попередніх значень аргументу (x) та функції (y).

2. Розраховується k_2 як добуток кроку аргументу h та похідної F у функції змінених значень аргументу ($x + 0,5h$) та функції ($y + 0,5k_1$).

3. Прирощенню Δy присвоюється значення k_2 .

Варіант програми інтегрування за таким алгоритмом:

$$X := \left| \begin{array}{l} y^{(0)} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \left| \begin{array}{l} y^{(i)} \leftarrow F(y^{(i-1)}) \cdot \frac{dt}{2} + y^{(i-1)} \\ y^{(i)} \leftarrow F(y^{(i)}) \cdot dt + y^{(i-1)} \end{array} \right. \\ y^T \end{array} \right.$$

Програмний цикл **for** включає два рядки. У першому розраховується $y_i = k_1 + y_i$, а в другому $y_i = k_2 + y_{i-1}$.

Для числового інтегрування систем диференціальних рівнянь у пакеті **Mathcad** передбачено зручні вбудовані функції (**rkfixed**, **Rkadapt**, **rkadapt**,...).

Функція **rkfixed** забезпечує інтегрування з фіксованим кроком аргументу. Режим є доцільним для дослідження нелінійних систем електропривода з стрибками значень похідних. Функція має формат

rkfixed(nu, x1, x2, N, F),

де **nu** – вектор початкових умов; **x1** – початкове значення аргументу; **x2** – кінцеве значення аргументу; **N** – кількість кроків аргументу; **F** – ім'я вектора-функції похідних.

Параметри зазначеної функції мають обмеження:

- Кількість рядків у векторах **nu** та **F** повинна бути однаковою і дорівнювати кількості похідних;
- вектор **F** повинен мати два або більше параметрів. Перший такий параметр – формальне ім'я аргументу, другий – формальне ім'я матриці змінних;
- функція **rkfixed** створює матрицю результатів, транспоновану до формальної матриці змінних. Номери змінних у матриці результатів починаються з цифри, яку визначає системна змінна **ORIGIN** (за умовчуванням **ORIGIN=0**).

Приклад:

$ur1(t) := A \quad ur2(t) := A \cdot 2$

– сигнали керування;

$nz := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

– вектор початкових умов;

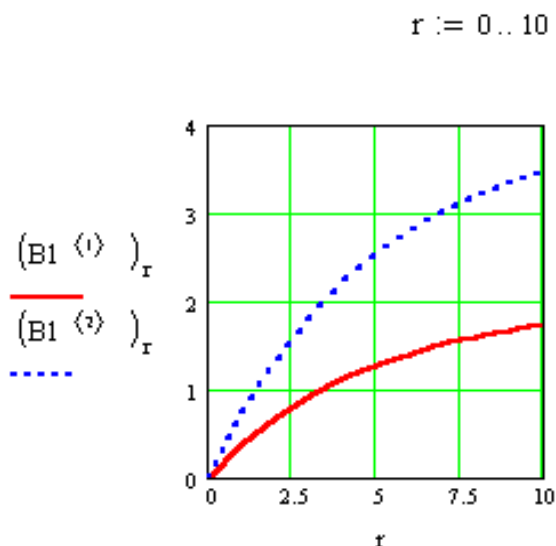
$F1(t,u) := \begin{bmatrix} (ur1(t) \cdot k1 - u_0) \cdot k2 \\ (ur2(t) \cdot k1 - u_1) \cdot k2 \end{bmatrix}$

– функція похідних (**t** – формальне ім'я аргументу, **u** – формальне ім'я матриці змінних);

$B1 := rkfixed(nz, 0, 2, 10, F1)$

– одержання матриці результатів.

Матриця результатів та графіки матимуть такий вигляд:



$B1 =$

	0	1	2
0	0	0	0
1	0.2	0.363	0.725
2	0.4	0.659	1.319
3	0.6	0.902	1.805
4	0.8	1.101	2.203
5	1	1.264	2.528
6	1.2	1.398	2.795
7	1.4	1.507	3.014
8	1.6	1.596	3.192
9	1.8	1.669	3.339
10	2	1.729	3.459

Контрольні завдання

Розрахувати перехідний процес $x(t)$, $y(t)$ та $x(y)$ у системі двох взаємно перпендикулярних координат X та Y за умов:

- Задана система диференціальних рівнянь

$$T_x \cdot \frac{d}{dt}x + x = A_x \cdot \sin(\omega \cdot t);$$

$$T_y \cdot \frac{d}{dt}y + y = A_y \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

- Аргументом є час (t).
- Сталі часу T_x та T_y можуть мати однакові значення у діапазоні 0,1..1,0 с.
- Коефіцієнти керуючих дій A_x та A_y можуть мати однакові значення у діапазоні 0,5..2,0.
- Колова частота обертання векторів керуючих дій ω має постійне значення у діапазоні 1..5.
- Процеси у координатах не впливають один на одного.

9. Гармонійний аналіз функцій

Зміст:

1. Засвоїти методи складання рівнянь нелінійних функцій.
Наприклад: скласти рівняння функції за рис.14.

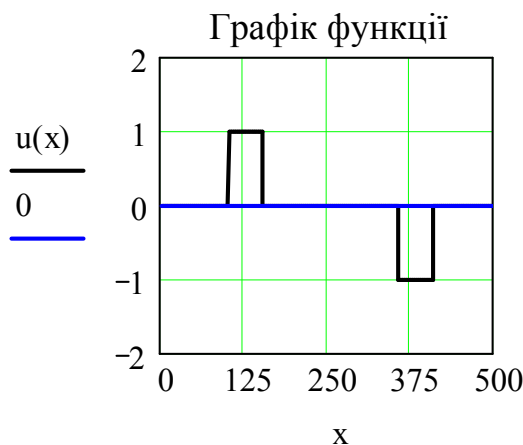


Рис. 14

2. Виконати гармонійний аналіз функції з визначенням коефіцієнтів гармонік ряду Фур'є.
3. Розрахувати комплексні амплітуди ряду гармонік.
4. Розрахувати амплітуди гармонік за допомогою вбудованої функції швидкого перетворення Фур'є.
5. Відновити функцію за параметрами гармонік, визначеними різними методами.

Методичні вказівки.

Тригонометричний ряд Фур'є дає можливість замінити функцію на суму гармонічних складових із мінімальною середньоквадратичною похибкою. Це припустимо, якщо інтеграл абсолютного значення функції збігається на інтервалі аналізу.

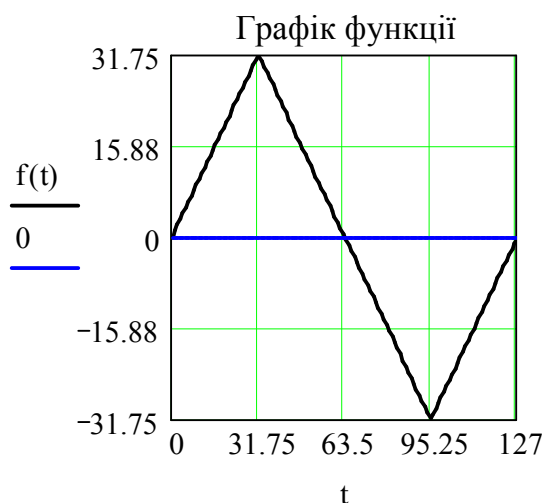
Для періодичних функцій у задачах з електротехніки та електропривода аргументом функцій частіше виступає час t з постійним періодом змін $[0 \dots T]$.

Наприклад:

$T := 127$ – період аналізу; $t := 0..T$ – аргумент.

Функція:

$$f(t) := \begin{cases} t & \text{if } t < \frac{T}{4} \\ \left(\frac{T}{2} - t\right) & \text{if } \frac{T}{4} < t < 3 \cdot \frac{T}{4} \\ -T + t & \text{if } t \geq 3 \cdot \frac{T}{4} \end{cases}$$



Якщо колову частоту коливань гармоніки з номером n (хвильове число)

визначити як $\alpha_n := \frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{T}$ та встановити:

$K := 10$ – кількість гармонік,

$n := 0..K$ – лічильник гармонік,

можна розрахувати сталу складову та амплітуди гармонік

$$a_0 := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) dt$$

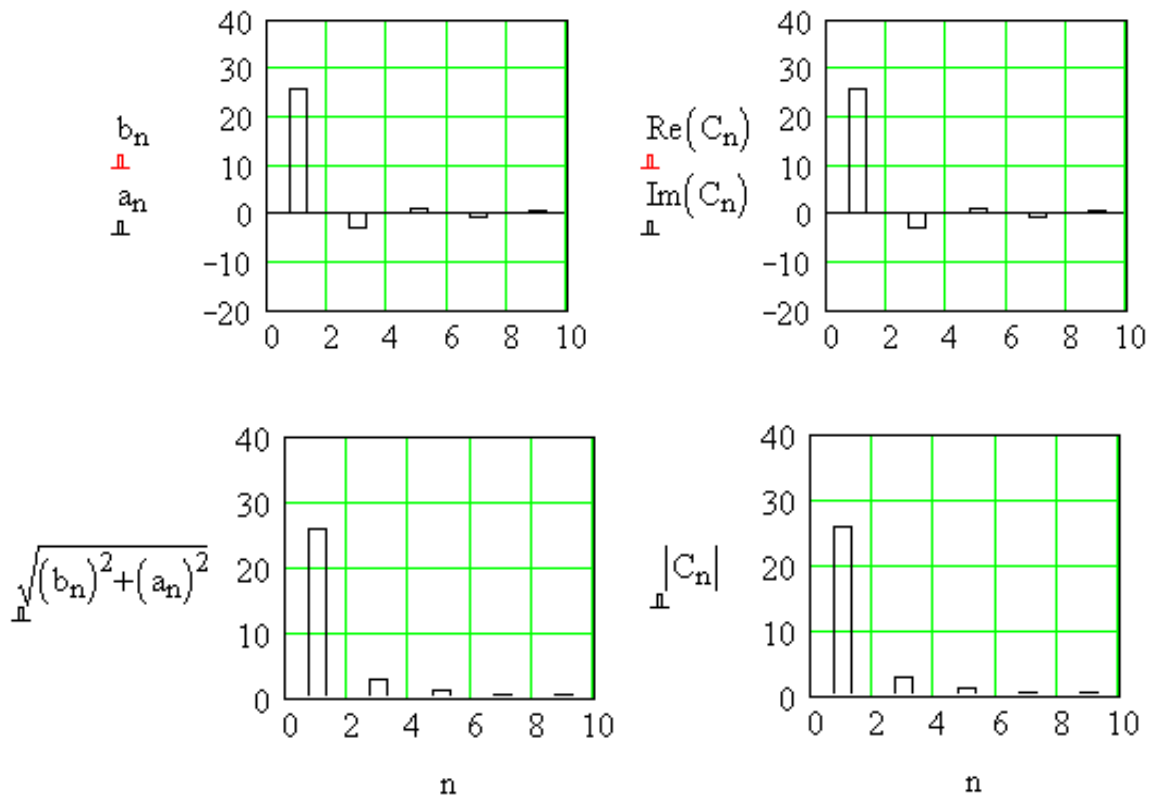
$$a_n := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(\alpha_n \cdot t) dt$$

$$b_n := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(\alpha_n \cdot t) dt ,$$

та комплексні амплітуди гармонік

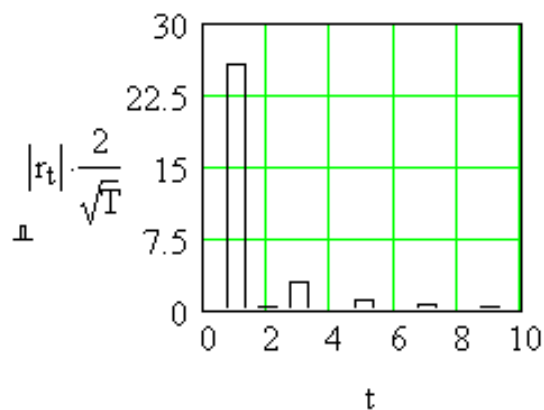
$$i := \sqrt{-1} \quad C_n := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot e^{i\alpha_n t} dt$$

За одержаними даними збудувати спектрограми:



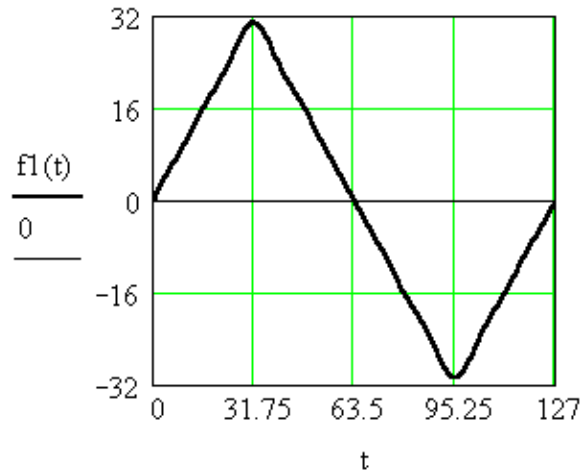
Пакет **Mathcad** дає змогу розраховувати комплексні амплітуди за допомогою вбудованої функції **fft**, для чого значення функції розташовують у спеціальному векторі. Наприклад, з ім'ям **q**. Вектор повинен мати кількість елементів $2^m - 1$ ($m > 2$ – ціле число). Якщо було вибрано кількість значень аргументу $T = 127 = 2^7 - 1$, то дійсні значення амплітуд можуть відрізнятися від значень комплексних коефіцієнтів C_n у $2/\sqrt{T}$ разів. Наприклад:

$$q_t := f(t) \quad r := \text{fft}(q)$$



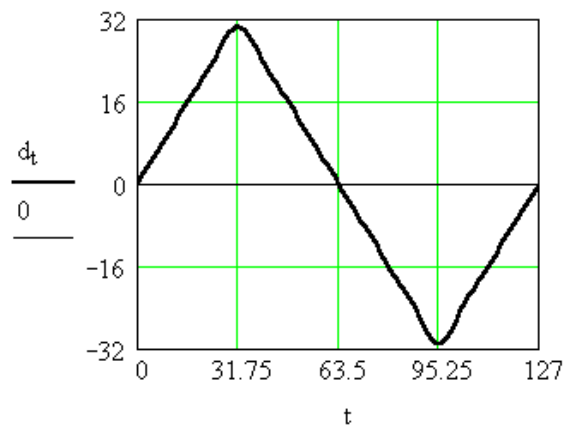
Сума амплітуд гармонік для кожного значення аргументу t дозволяє відновити функцію. Теоретично кількість гармонік дорівнює нескінченності. Практично їх кількість обмежена. Тому відновлені функції відрізняються від первинної. За даними наведеного вище прикладу

$$f_1(t) := a_0 + \sum_n (a_n \cdot \sin(\alpha_n \cdot t) + b_n \cdot \cos(\alpha_n \cdot t))$$



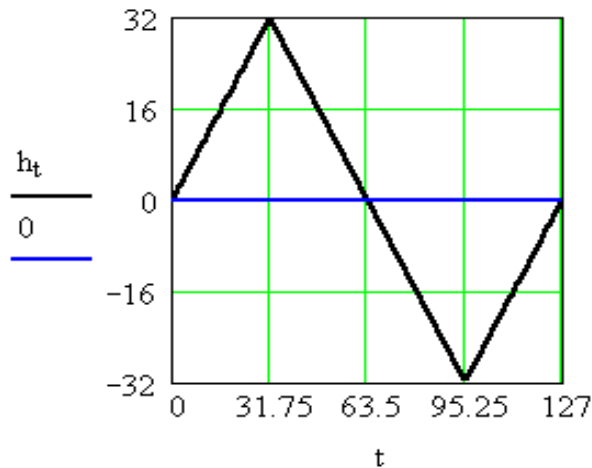
або

$$d_t := \frac{1}{2} \cdot \sum_n \left[C_n e^{-i\alpha_n t} + (\overline{C})_n \cdot e^{i\alpha_n t} \right]$$



$$h := \text{ifft}(r)$$

або



Якість відновлення припустима.

10. Хвильові дискретні перетворення

Зміст:

1. Виконати дискретні перетворення з базисом Даубечіса над функцією з випадковою складовою.
2. Виконати дискретні перетворення з базисом Даубечіса над імпульсом.

Методичні вказівки.

Дискретне хвильове перетворення з базисом Даубечіса (Daubechies) аналогічне перетворенню Фур'є з обмеженою кількістю гармонік і може розглядатися як приклад фільтрації сигналу. Базис Фур'є – це сума синусоїд різних частот, амплітуд та фаз. Базис Даубечіса – це сума прямокутних форм, що дає можливість обробляти дискретні сигнали з меншими похибками.

Дискретне хвильове перетворення спрощує спектральний аналіз функції з випадковою складовою. Наприклад, маємо функцію

$$y(t) := 7 \cdot \sin(t) + \sin(7 \cdot t) + \text{rnd}(1).$$

Для хвильового перетворення функцію необхідно підготувати як вектор з кількістю елементів 2^m-1 :

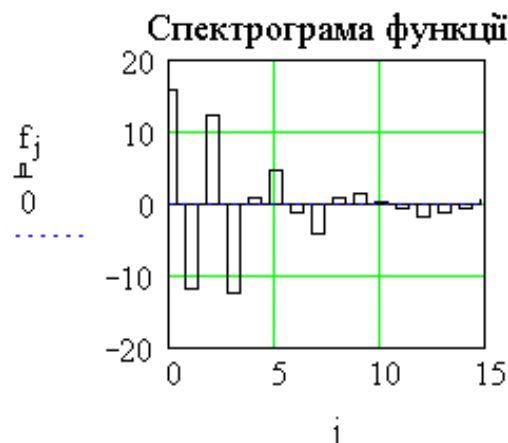
$$i := 0..31 \quad v_i := y\left(\frac{i}{5}\right).$$

Складові перетворення одержують після використання вбудованої функції **wave** у вигляді вектору

$$f := \text{wave}(v).$$

Тепер можна будувати спектрограму:

$j := 0..15$ – обмеження кількості гармонік для спектрограми.



Завдяки зворотному перетворенню вбудованою функцією

$a := \text{iwave}(f)$

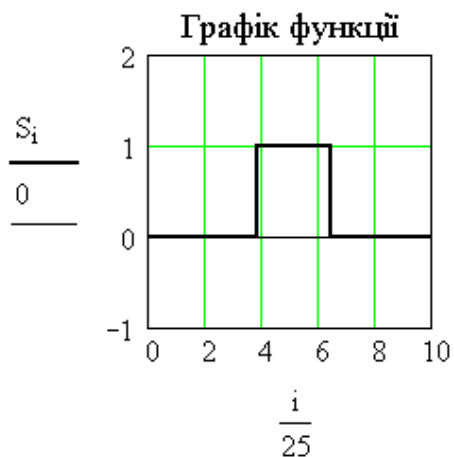
можливо одержати дискретні значення первинної функції:



Дискретне хвильове перетворення імпульсу має специфіку. Наприклад, імпульс задано таким чином:

$N := 256$ $n := 96..160$ $i := 0..255$ – параметри;

$S_i := 0$ $S_n := 1$ – функція.



Пряме перетворення функції виконується за стандартною формою:

$W := \text{wave}(S)$.

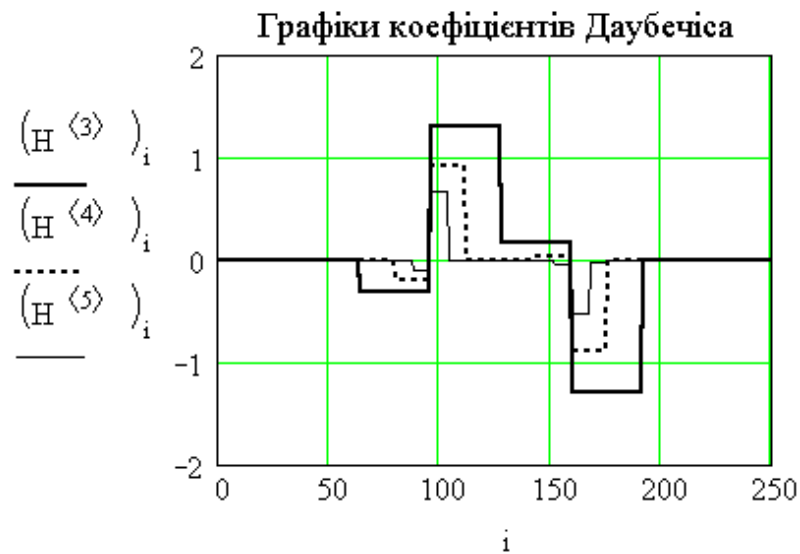
Коефіцієнти перетворення $\mathbf{H}$ – це складові матриці $\mathbf{w}$. Для їх вилучення використовують таку програму:

$$\text{coef}(d) := \text{submatrix}(W, 2^d, 2^{d+1} - 1, 0, 0)$$

$$k := 1 \dots 7$$

$$H_{i,k} := \text{coef}(k)_{\left\lfloor \frac{i}{2^k} \right\rfloor}$$

Графіки за розрахунками:



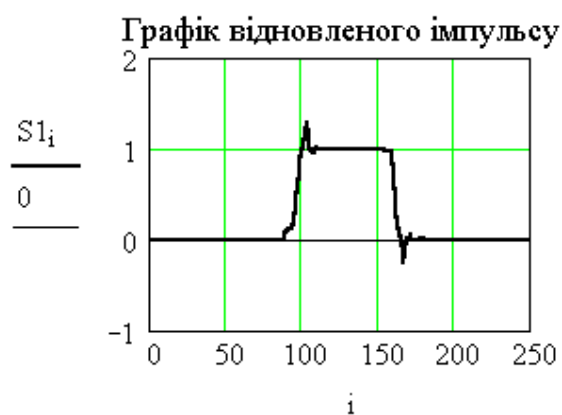
Якщо обмежитися п'ятьма складовими функції w

$$L := 5 \quad j := 2^L \dots N - 1 \quad W_j := 0$$

та застосувати зворотне перетворення

$$S1 := \text{iwave}(W),$$

матимемо відновлену функцію та її графік:



11. Символьні перетворення

Зміст:

1. Освоїти символьні перетворення у командному режимі.
2. Освоїти символьні перетворення із спеціальними символами палітри Symbolic.

Методичні вказівки.

Символьними називають перетворення з результатами, одержаними у вигляді формул. Пакет **Mathcad** дає можливість виконувати символьні перетворення двома способами:

1. У командному режимі.
2. Із спеціальними операторами меню **Symbolic**.

Символьні перетворення у командному режимі

Перетворення у командному режимі виконуються за допомогою команд з меню **Символи** (Symbolics).

Перед перетворенням необхідно встановити стиль видачі результатів на екран командою **Стиль** (Evaluation Style) з меню **Symbolics**. Стиль дає можливість виводити результат праворуч, нижче чи замість перетворюваного виразу, а також виводити на екран коментарі та назву команди перетворення.

Перед уведенням команди перетворення слід **виділити вираз або змінну у виразі**, до яких застосовується це перетворення. Форма виділення – встановлення горизонтальної частини курсору редагування формули.

Символьні операції з виразом:

Расчеты (Evaluate) – список команд перетворення:

Символические (Symbolically) – символічно;

С плавающей запятой (Floating Point) – у формі з плаваючою комою;

Комплексные (Complex) – з одержанням комплексної форми результату;

Упростить (Simplify) – спростити із зведенням подібних, зведенням спільного знаменника або використанням тригонометричних тотожностей;

Расширить (Expand) – розкласти за степенями;

Фактор (Factor) – розкласти на множники;

Подобные (Collect) – розкласти на найпростіші вирази.

Команда **Символические** (Symbolically) обробляє вирази з вбудованими функціями:

$$\sum_n n^2 \text{ yields } \frac{1}{3} \cdot n^3 - \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$$
$$\sin(2 \cdot \pi) \text{ yields } 0$$
$$\frac{d}{dx} \sin(x) \text{ yields } \cos(x)$$

Приклад дії команди **Комплексные** (Complex):

asin(3) evaluation over the complex plane yields $\frac{1}{2} \cdot \pi - i \cdot \ln(3 + 2 \cdot \sqrt{2})$.

Приклади символічних перетворень з командою **Упростить** (Simplify):

$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \quad \text{simplifies to} \quad 1$$

$$\frac{d}{dx} \cos(x) \quad \text{simplifies to} \quad -\sin(x)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \frac{1}{3 \cdot x + 2} \quad \text{simplifies to} \quad \frac{1944}{(3 \cdot x + 2)^5}$$

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dy dx \quad \text{simplifies to} \quad \frac{-1}{4} \cdot \ln(\sqrt{2} - 1) \cdot \pi$$

$$\sum_k k^2 \quad \text{simplifies to} \quad \frac{1}{3} \cdot k^3 - \frac{1}{2} \cdot k^2 + \frac{1}{6} \cdot k$$

Команда **С плавающей запятой** (Floating Point) дає можливість виконувати розрахунки або виводити константи з певною кількістю цифр дробової частини. Бажана кількість таких цифр зазначається у параметрах меню, що відкривається після звернення до команди. Якщо кількість цифр дуже велика, вона запам'ятовується у буферному регістрі та виводиться на екран командою **Вставить из буфера**.

Наприклад, константа π з 80 значеннями після десяткової коми:

π

floating point evaluation yields

3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862090 .

Після команд **Расширить** (Expand) вирази розкладаються за степенями:

$$(x - y) \cdot (x + y) \quad \text{expands to} \quad x^2 - y^2$$

$$(a + b + c)^2 \quad \text{expands to} \quad a^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + b^2 + 2 \cdot b \cdot c + c^2$$

$$(a + b)^4 \quad \text{expands to} \quad a^4 + 4 \cdot a^3 \cdot b + 6 \cdot a^2 \cdot b^2 + 4 \cdot a \cdot b^3 + b^4$$

$$\sin(3 \cdot x) \quad \text{expands to} \quad 4 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)^2 - \sin(x)$$

Розкладання виразу по множниках з командою **Фактор** (Factor):

$$x^2 - y^2 \quad \text{by factoring, yields} \quad (x - y) \cdot (x + y)$$

$$x^3 - 1 \quad \text{by factoring, yields} \quad (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$a^4 + 4 \cdot a^3 \cdot b + 6 \cdot a^2 \cdot b^2 + 4 \cdot a \cdot b^3 + b^4 \quad \text{by factoring, yields} \quad (a + b)^4$$

$$123456 \quad \text{by factoring, yields} \quad 2^6 \cdot 3 \cdot 643.$$

Символьні операції відносно виділеної змінної:

Подобные (Collect) – розкласти на найпростіші вирази;

Коэффициенты полинома (Polynomial Coefficients) – знайти коефіцієнти полінома;

Переменные (Variable) – це список спеціальних команд:

Вычислить (Solve) – знайти значення змінної як кореня полінома;

Замена (Substitute) – заміна змінної виразом з буфера обміну;

Дифференциалы (Differentiate) – диференціювати;

Интегралы (Integrate) – інтегрувати;

Разложить на составляющие (Expand to series) – знайти визначену кількість складових ряду Тейлора;

Преобразование в частные дроби (Convert to Partial Fractions) – розкласти на елементарні дроби.

Приклади використання таких операцій:

Операція **Подобные** (Collect):

$$(a + b + c)^2 \quad \text{by collecting terms, yields} \quad a^2 + (2 \cdot b + 2 \cdot c) \cdot a + (b + c)^2$$

$$(x - a) \cdot (x - b) \quad \text{by collecting terms, yields} \quad x^2 + (-a - b) \cdot x + a \cdot b.$$

Операція **Коэффициенты полинома** (Polynomial Coefficients) :

$$a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{has coefficients} \quad \begin{pmatrix} d \\ c \\ b \\ a \end{pmatrix}$$

$$(a + b) \cdot (a - b) \quad \text{has coefficients} \quad \begin{pmatrix} a^2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Операція **Вычислить** (Solve):

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \text{ has solution(s) } \left[\begin{array}{c} \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left[-b + \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \\ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left[-b - \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)} \right] \end{array} \right]$$

$$10 \cdot x^3 + 30 \cdot x^2 + 60 \cdot x + 40 \text{ has solution(s) } \begin{pmatrix} -1 \\ -1 + i \cdot \sqrt{3} \\ -1 - i \cdot \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Завдання: занести “ $b + a$ ” до буфера обміну та ввести замість x . Виконання:

$$x^4 + 3 \cdot x^2 - x + 4 \text{ by substitution, yields } (b + a)^4 + 3 \cdot (b + a)^2 - b - a + 4.$$

Завдання: занести цифру 3 до буфера обміну та розрахувати значення полінома за умови $x=3$. Виконання:

$$x^4 + 3 \cdot x^2 - x + 4 \text{ by substitution, yields } 109.$$

Операція **Дифференциалы** (Differentiate):

$$\begin{array}{ll} 3 \cdot x^2 & \text{by differentiation, yields } 6 \cdot x \\ \cos(x) & \text{by differentiation, yields } -\sin(x) \\ \sin(x) & \text{by differentiation, yields } \cos(x) \\ \log(a \cdot x^b) & \text{by differentiation, yields } \frac{b}{(x \cdot \ln(10))} \end{array}$$

Операція **Интегралы** (Integrate):

$$\begin{array}{ll} x \cdot e^{-x} & \text{by integration, yields } -x \cdot \exp(-x) - \exp(-x) \\ \frac{1}{x} & \text{by integration, yields } \ln(x) \\ \ln(x)^3 & \text{by integration, yields } \ln(x)^3 \cdot x - 3 \cdot x \cdot \ln(x)^2 + 6 \cdot x \cdot \ln(x) - 6 \cdot x \end{array}$$

Операція **Разложить на составляющие** (Expand to series):

$$e^{\cos(x)} \text{ converts to the series } \exp(1) + \frac{-1}{2} \cdot \exp(1) \cdot x^2 + \frac{1}{6} \cdot \exp(1) \cdot x^4 + O(x^6).$$

Операція **Преобразование в частные дроби** (Convert to Partial Fractions):

$$\frac{a + b + c}{d} \text{ expands in partial fractions to } \frac{1}{d} \cdot a + \frac{(b + c)}{d}$$

$$(x - a)^2 \text{ expands in partial fractions to } x^2 - 2 \cdot a \cdot x + a^2.$$

Операції перетворень виразів за умови виділення змінної з меню **Символы** (Symbolics):

Фурье (Fourier) – пряме перетворення Фур'є;

Фурье обратное (Inverse Fourier) – зворотне перетворення Фур'є;

Лапласа (Laplace) – пряме перетворення Лапласа;

Лапласа обратное (Inverse Laplace) – зворотне перетворення Лапласа;

Z – пряме перетворення;

Обратное Z (Inverse Z) – зворотне перетворення.

Приклади перетворень:

Перетворення **Фур'є** (Fourier) відносно змінної **t**

$$a \cdot t \text{ has Fourier transform } 2 \cdot i \cdot a \cdot \pi \cdot \text{Dirac}(1, \infty)$$

Зворотне перетворення **Фур'є обратное** відносно змінної **ω**:

$$2 \cdot i \cdot a \cdot \pi \cdot \text{Dirac}(1, \infty) \text{ has inverse Fourier transform } a \cdot t$$

Перетворення **Лапласа** (Laplace) відносно змінної **x** :

$$x \text{ has Laplace transform } \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{-x}{e^{\frac{x}{T}}} \text{ has Laplace transform } \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T}\right)}$$

$$1 - e^{\frac{-x}{T}} \text{ has Laplace transform } \frac{1}{s} - \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T}\right)}.$$

Операція **Лапласа обратное** (Inverse Laplace) відносно змінної **s**:

$$\frac{K}{(s^2 + 2 \cdot \alpha \cdot s + \omega^2) \cdot s}$$

has inverse Laplace transform

$$K \cdot \left[\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\exp(-\alpha \cdot t)}{[(\alpha - \omega) \cdot (\alpha + \omega)]} \cdot (\omega^2 - \alpha^2)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot \alpha \cdot \sin\left[-(\alpha - \omega) \cdot (\alpha + \omega)\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot t \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\exp(-\alpha \cdot t)}{[(\alpha - \omega) \cdot (\alpha + \omega)]} \cdot \cos\left[-(\alpha - \omega) \cdot (\alpha + \omega)\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot t \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\exp(-\alpha \cdot t)}{[(\alpha - \omega) \cdot (\alpha + \omega)]} \cdot \alpha^2 \cdot \cos\left[-(\alpha - \omega) \cdot (\alpha + \omega)\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot t + \frac{1}{\omega^2} \right]$$

Формула відповіді не вміщується у межах сторінки. Тому її розділено з продовженням у новому рядку введенням команди “Ctrl+Enter” за умови встановлення курсору у місце поділу (перед знаком “+” або “-”).

Змінну перетворень припустимо позначати іншими літерами. Наприклад, літерою “p”:

$$\frac{2}{0.5 \cdot p + 1} \quad \text{has inverse Laplace transform} \quad 4 \cdot \exp(-2 \cdot t) .$$

За умовчужанням коефіцієнти результату можуть набути експоненціальної форми з 20-ма цифрами дробової частини:

$$\frac{0.75}{(0.24 \cdot p + 1) \cdot p}$$

has inverse Laplace transform

$$-.75000000000000000000 \cdot \exp(-4.166666666666666667 \cdot t) + .75000000000000000000 .$$

Після спрощення видаленням зайвих нулів командою “Delete” результат може набути такого вигляду:

$$-.750 \cdot \exp(-4.166 \cdot t) + .750 .$$

Аналогічно виконується **Z** - перетворення для дискретних функцій:

пряме

$$a \text{ has z transform } \frac{z}{(z-1)^2} \quad a \cdot t \text{ has z transform } a \cdot \frac{z}{(z-1)^2}$$

$$a \cdot t^2 \text{ has z transform } a \cdot z \cdot \frac{(z+1)}{(z-1)^3}$$

або зворотне

$$\frac{z}{z - e^{-\alpha \cdot T}} \text{ has inverse z transform } \exp(-\alpha \cdot T)^n$$

$$\frac{T \cdot z}{(z-1)^2} \text{ has inverse z transform } T \cdot n .$$

*Перетворення за допомогою команд з меню **Символически** (Symbolic)*

У пакеті **Mathcad** передбачено символні перетворення командами з палітри **Символически** (Symbolic). Ознакою таких команд є присутність символу горизонтальної стрілки праворуч “→”. Без додаткових умов оператор виконує операцію **Упростить** (Simplify):

$$y := 4 \quad y + 8 \rightarrow 12 \quad f(x) := x \cdot [x \cdot (x + 2) - 1]$$

$$\int_a^b f(x) dx \rightarrow \frac{1}{4} \cdot b^4 + \frac{2}{3} \cdot b^3 - \frac{1}{2} \cdot b^2 - \frac{1}{4} \cdot a^4 - \frac{2}{3} \cdot a^3 + \frac{1}{2} \cdot a^2 .$$

Палітра дозволяє використовувати інші команди:

$$i := \sqrt{-1} \quad (4 + 3 \cdot i)^2 \text{ complex} \rightarrow 7 + 24 \cdot i .$$

Шаблон команди може включати додатковий бокс введення, в якому позначають ім'я змінної:

$$f(x) \text{ expand, } \boxed{x} \rightarrow .$$

Результат введення може бути таким:

$$f(x) \text{ expand, } x \rightarrow x^3 + 2 \cdot x^2 - x .$$

Перетворення з коефіцієнтами зайвої довжини редагуванню не підлягає. Його зображення на екрані може вийти за межі сторінки. Інформацію буде втрачено:

$$W1(p) := \frac{0.75}{0.24 \cdot p + 1}$$

$$\frac{W1(p)}{p} \text{ invlaplace, } p \rightarrow -.75000000000000000000 \cdot \exp(-4.166666666666666667 \cdot t) + .75000000000000000000.$$

Для спрощення форми результату доцільно використати кілька команд одночасно. Програма **Mathcad** виконує це через спеціальний оператор $\left| \begin{array}{l} \text{float, } n \end{array} \right. \rightarrow$. У додатковий бокс перед стрілкою вводиться шаблон програмування, що дає змогу використовувати кілька команд послідовно.

Наприклад, після введення першої з команд матимемо:

$$\frac{0.75}{0.24 \cdot p + 1} \left| \begin{array}{l} \text{float, } n \end{array} \right. \rightarrow$$

Варіант використання двох команд:

$$\frac{0.75}{0.24 \cdot p + 1} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } p \\ \text{float, } 3 \end{array} \right. \rightarrow 3.13 \cdot \exp(-4.17 \cdot t)$$

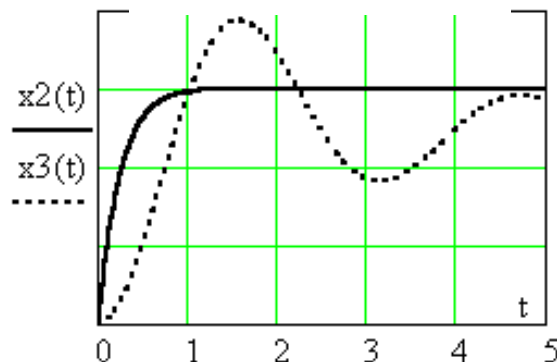
Програма з такими операторами дозволяє встановити загальну залежність від часу:

$$x2(t) := \frac{W1(p)}{p} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } p \\ \text{float, } 2 \end{array} \right. \rightarrow -.75 \cdot \exp(-4.17 \cdot t) + .75$$

$$x3(t) := \frac{2.5}{p \cdot (p^2 + .8 \cdot p + 4)} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } p \\ \text{float, } 2 \end{array} \right. \rightarrow .63 - .63 \cdot \exp(-.40 \cdot t) \cdot \cos(2.0 \cdot t) - .13 \cdot \exp(-.40 \cdot t) \cdot \sin(2.0 \cdot t),$$

після чого можливо задати низку значень часу $t := 0, 0.01 \dots 5$ та одержати графіки функцій:

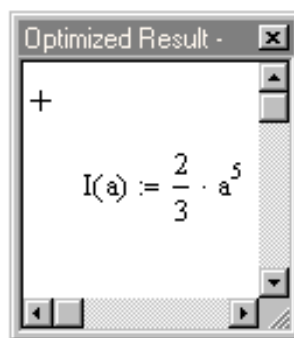
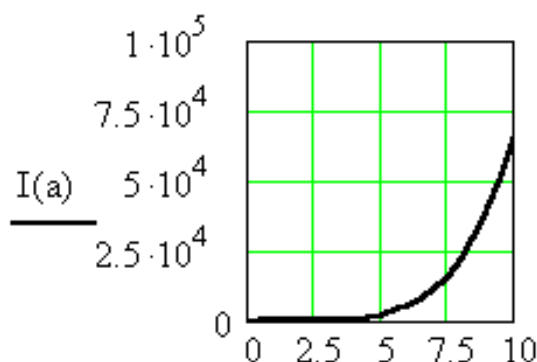
Графіки функцій



До переліку команд символічних перетворень належить також функція **Оптимізація** (Optimization) з меню **Математика** (Math). Оптимізація у пакеті **Mathcad** означає заміну виразу поліномом для прискорення розрахунків. Після ввімкнення режиму праворуч від виразу з'являється червона зірка. Це ознака того, що режим ввімкнено. Подвійне клацання лівою кнопкою миші у робочому полі дає можливість переглянути спрощений поліном у боксі **Optimized Result**:

$$I(a) := \int_0^a \int_0^a \int_0^a (x^2 + y^2) dx dy dz *$$

$$a := 0,0.5..10$$



Функція $I(a)$ у формі потрійного інтеграла розраховується досить повільно, а у вигляді спрощеної формули – практично миттєво.

12. Робота з графіками поверхні

Зміст:

1. Освоїти принципи створення графіка поверхні.
2. Освоїти принципи форматування графіка поверхні.
3. Виконати практичні форматування графіків.

Методичні вказівки

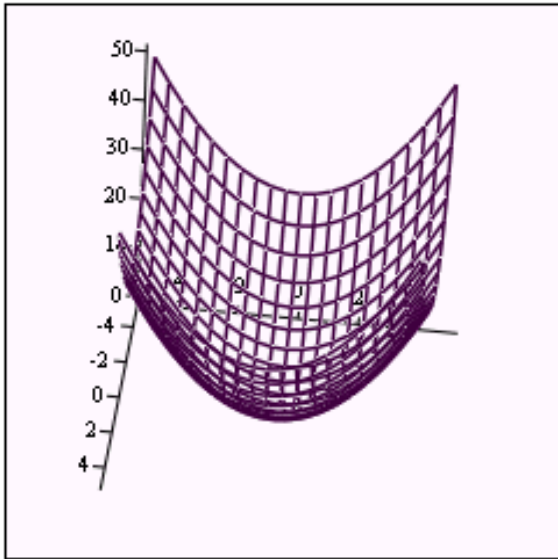
Графік поверхні (графік формату 3D) у загальному випадку має три координати: x , y , z .

Припустімо, треба визначити третю координату як функцію перших двох за формулами

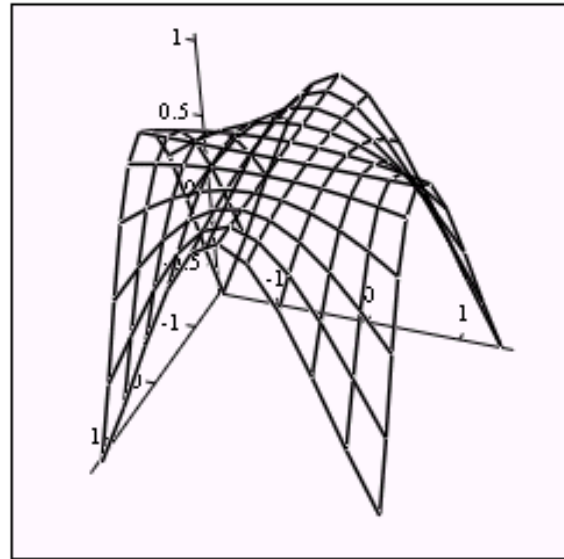
$$z(x, y) := x^2 + y^2 ;$$

$$z1(x, y) := \cos(x \cdot y) .$$

Після цього викликається шаблон графіка поверхні  і в боксі параметрів вводиться назва змінної. З'являється графік у вигляді сітки:



z



z1

Подальші зміни графіка здійснюють потужною системою редагування через діалогове вікно, що викликається подвійним клацанням лівою кнопкою миші у межах графіка.

У діалоговому вікні розташовані вкладки з такими назвами:

Общий (General) – визначення загальних параметрів зображення;

Ось (Axes) – параметри координатних осей (тип, товщина, колір, кількість позначок, нумерація, масштаб, ...);

Внешний вид (Appearance) – параметри зображення графіків (колір ліній або крапок, що складають фігури та поверхні);

Основание (Backplanes) – параметри граней;

Освещение (Lighting) – визначення умов та схеми освітлення;

Специальные (Special) – спеціальні параметри (контурні лінії, стовпчики діаграм, інтерполяція за кольором, ...);

Название (Title) – текст та розміщення назви;

Дополнительно (Advanced) – додаткові параметри (перспектива, світлові ефекти, якість друку);

Quick Plot Data (Быстрое построение по данным) .

Вкладку **Общий** розбито на три групи – **Вид** (View), **Стиль осей** (Axes Style) та **Границы графика** (Frame).

У групі **Вид** встановлюють параметри:

Вращение (Rotation) – визначення кута повороту у межах 0 ...360 град;

Наклон (Tilt) – визначення кута нахилу у межах 0.. .180 град;

Искривление (Twist) – визначення кута повороту у межах 0...360 град;

Zoom (масштаб).

У групі **Стиль осей** встановлюють стиль відображення осей:

Периметр (Perimeter);

Угол (Corner);

Нет (None);

Равные шкалы (Equal Scales).

У групі **Границы графика** встановлюють:

Граница (Show Border) – показати межу;

Каркас (Show Box) – показати каркас.

Вкладка **Ось** має три вкладки для кожної осі з трьома групами параметрів на кожній: **Сетка** (Grids), **Формат оси** (Axis Format) та **Границы графика** (Axis Limits).

У групі **Сетка** встановлюють параметри:

Рисовать линии (Draw Lines);

Рисовать метки (Draw Ticks);

Автосетка (Auto Grid);

Цвет линии (Line Color);

Number (количество делений);

Line Weight (толщина линий).

У групі **Формат оси** встановлюють параметри:

Нумерация (Show Numbers);

Цвет оси (Axis Color);

Число (Number);

Толщина линии (Axis Weight).

У групі **Границы графика** встановлюють:

Авто шкала (Auto Scale);

Минимум (Minimum Value);

Максимум (Maximum Value).

Вкладка **Внешний вид** (Appearance) має групи команд: **Параметры заливки** (Fill Options), **Параметры линии** (Line Options), **Параметры точки** (Point Options).

Параметри у групі **Параметры заливки**:

Залить поверхность (Fill Surface);

Залить контуры (Fill Contours);

Нет (No Fill);

Сетка (Alternate Mesh);

Плавные тени (Smooth Shading);

Палитра (Color map);

Сплошной цвет (Solid Color).

У групі **Параметры линии** встановлюють:

Каркас (Wire frame);

Контурные Линии (Contour Lines);

Без Линий (No Lines);

Скрыть Линии (Hide Lines);

Толщина (Weight);

Палитра (Color map);

Сплошной цвет (Solid Color).

У групі **Параметры точки** встановлюють:

Рисовать Точки (Draw Point);

Символ (Symbol);
Размер (Size);
Палитра (Color map);
Сплошной цвет (Solid Color).

Вкладкою **Освещение** (Lighting) вмикають режим освітлення поверхні, кольори та місце розташування освітлювачів, їх інтенсивність.

Параметри форматування граней визначають трьома вкладками **Основание** (Backplanes) з параметрами:

Закрасить основание (Fill Backplane);
Цвет (Color);
Граница основания (Backplane Border).

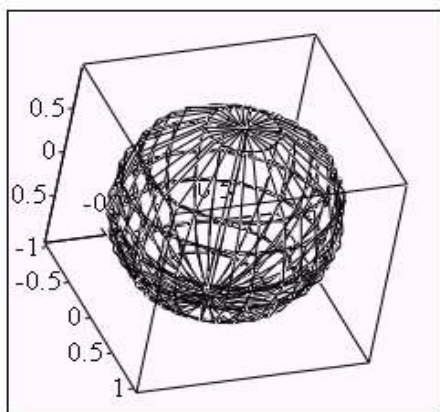
Вкладкою **Оси** (Axes) встановлюють головну та допоміжну сітки за допомогою команд: **Рисовать линии** (Draw Lines), **Рисовать метки** (Draw Ticks), **Цвет линии** (Line Color), **Толщина линии** (Line Weight).

Вкладка **Специальные** (Special) групами команд **Свойства контура** (Contour Options), **Вид диаграммы** (Bar Plot Layout), **Сетка** (Interpolated Mesh) та **Соотношение** (Connectivity) дає змогу встановити спеціальні ефекти:

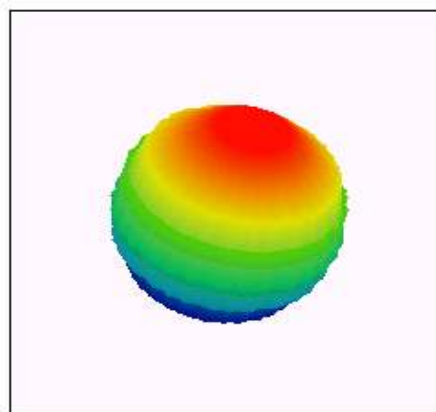
Свойства контура (установка, количество и окраска контурных линий);
Вид диаграммы (график в виде гистограммы);
Сетка (интерполяция на поверхности по заданному числу линий);
Соотношение (связь функциональной окраски с параметрами).

Вкладкою **Дополнительные** вводять додаткові параметри: **Туман** (Enable Fog), **Перспектива** (Perspective), **Вертикальная шкала** (Vertical Scale), **Дистанция обзора** (Viewing Distance), **Блеск** (Shininess), **Прозрачность** (Transparency), **Многоугольное смещение** (Polygon Offset), **Печать** (Printing), **Выбор палитры** (Colormap) для інтерполяції розфарбовування залежно від значень координат.

Вкладка **Быстрое построение по данным** (Quick Plot Data) має зручну групу команд **Система координат** (Coordinate System), завдяки якій задають **Картезианские** (прямокутні, Cartesian), **Сферические** (Spherical) або **Цилиндрические** (Cylindrical) системи координат. Наприклад, кулька у сферичній системі координат задається рівнянням $z_2(x,y)=1$, де 1 – радіус сфери. Результат розбудови графіка:



z_2

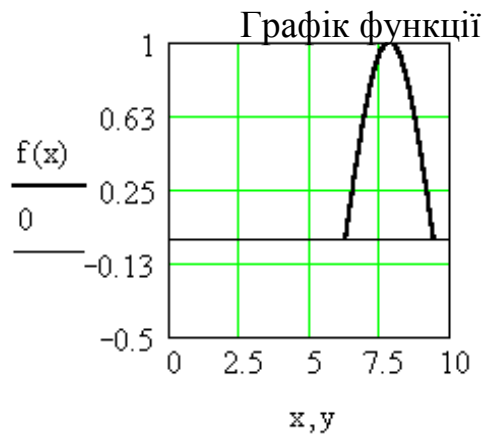


z_2

Трикоординатний графік можна збудувати з розрахунками кожної координати незалежно. Наприклад, необхідно створити поверхню обертання плоскої фігури навколо осі. Фігурою може бути частка синусоїди:

$f(x) := \sin(x)$ $a := 2 \cdot \pi$ $b := 3 \cdot \pi$ – функція та її обмеження.

$x := a, a + 0.01 .. b$



Процес “обертання” навколо осі Z відповідає одночасній зміні координат X, Y у функції фазового кута θ .

Відповідні лічильники положень:

$m := 25$ $i := 0 .. m$ – для координати X ;

$n := 25$ $j := 0 .. n$ – для координати θ .

Параметри координат:

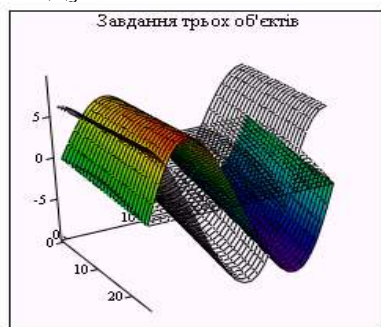
$$x_i := a + i \cdot \frac{b - a}{m} \quad \theta_j := j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{n} .$$

Значення координат об’єкта:

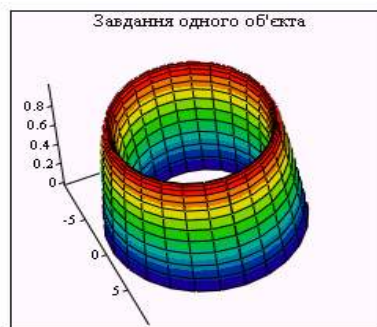
$$X_{i,j} := x_i \cdot \cos(\theta_j) \quad Y_{i,j} := x_i \cdot \sin(\theta_j) \quad Z_{i,j} := f(x_i).$$

Для побудови поверхні викликають шаблон графіка та заносять у його параметри назви координат.

Слід пам’ятати, що назви координат одного об’єкта обов’язково обмежуються дужками:



(X, Y, Z)



(X, Y, Z)

13. Анімація графічної інформації

Зміст:

1. Освоїти принципи користування анімаційним аргументом.
2. Освоїти прийоми визначення параметрів анімації.
3. Виконати приклади із заданими параметрами анімації.

Методичні вказівки.

Анімація (оживлення) графічної інформації – це зручна форма аналізу подій у часі.

Незалежним аргументом анімації є вбудована функція під назвою **FRAME**, яка послідовно набуває цілих значень в діапазоні від початкового (**From**) до кінцевого (**To**) з темпом (**At**) значень за секунду. Аналізована функція повинна залежати від **FRAME**.

Анімація використовується для побудови графіків у часі або для послідовного показу кадрів.

Графіки для анімації задаються функцією, в якій **FRAME** – параметр ранжованої змінної. Наприклад:

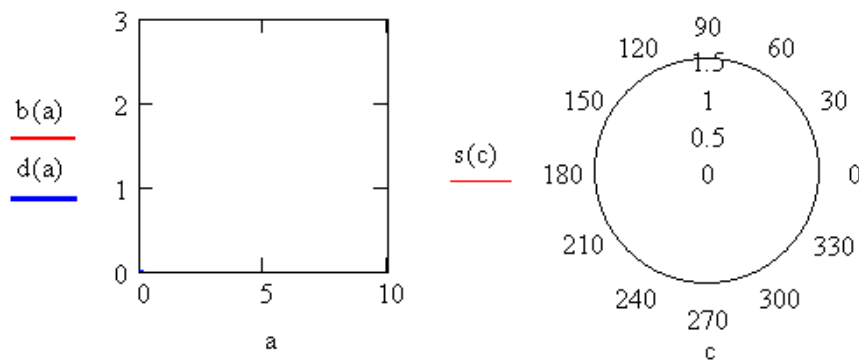
$$a := 0..FRAME$$

$$c := 0,0.1..FRAME$$

$$b(a) := \frac{a^2}{100} \quad d(a) := \frac{a}{5} \quad s(c) := c$$

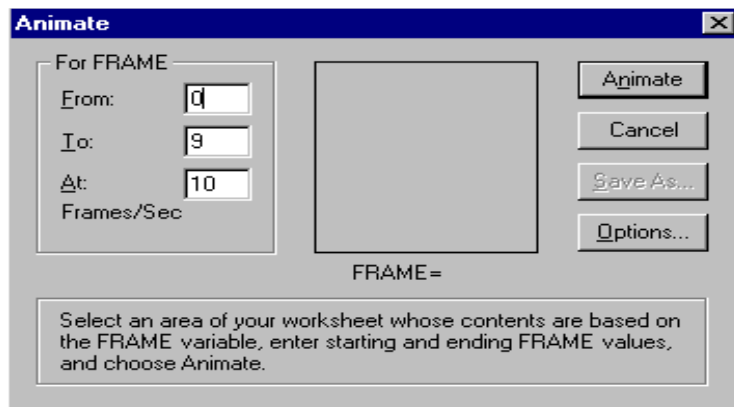
Кадри анімації з ранжованою змінною **c** змінюються з кроком 1, а в межах цього кроку розраховуються проміжні значення функції з кроком 0,1.

Для відбудови анімаційних графіків вводяться шаблони:



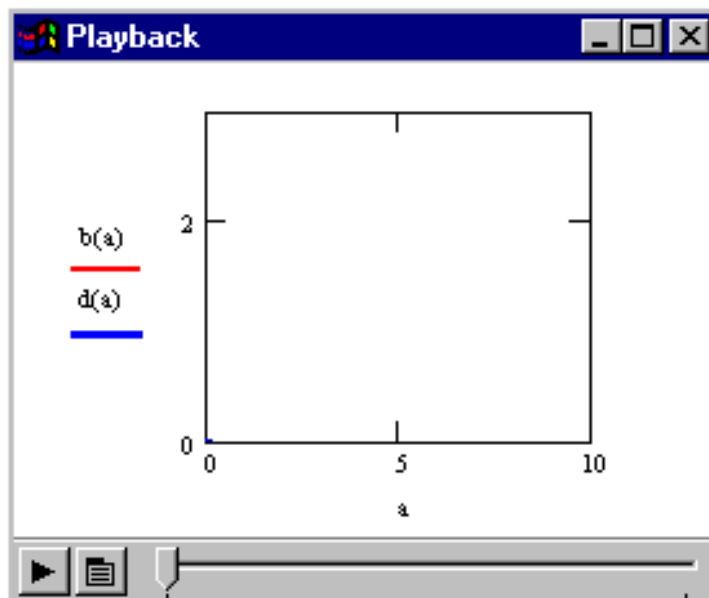
Графіки функцій, що залежать від **FRAME**, одержують у процесі анімації.

Для підготовки анімаційного режиму необхідно ввести команду “Вид\Анімація (View\Animate)”. З’явиться вікно налагодження:



У вікні необхідно встановити параметри **From**, **To**, **At**, виділити графік за допомогою курсору миші і натиснути клавішу “**Animate**”. Програма розраховує процес анімації з виведенням графічного зображення в бокс вікна над написом **FRAME=**.

Після розрахунків на екрані з’явиться вікно демонстраційного перегляду:



Натисканням трикутної пускової клавіші у лівому нижньому кутку вікна можна неодноразово переглядати розвиток подій у часі.

Контрольні завдання

1. Запустити процес анімації графіків **b(a)** та **d(a)** у прямокутній системі координат з параметрами **From=0**, **To=10**, **At=5**.
2. Запустити процес анімації графіка **s(c)** у полярній системі координат з параметрами **From=0**, **To=15**, **At=5**.
3. Підготувати за запуску процес анімації графіка **S1(a)** у полярній системі координат з параметрами **From=0**, **To=15**, **At=5**.
4. Порівняти якість процесів за п.2 та 3.

Анімація з послідовним показом кадрів використовує функцію **FRAME** як неранжовану змінну.

Наприклад, маємо ранжований параметр **x** та його функцію

$$x := 0, 0.1 \dots 15 \quad f(x) := x \cdot \sin(x) \quad .$$

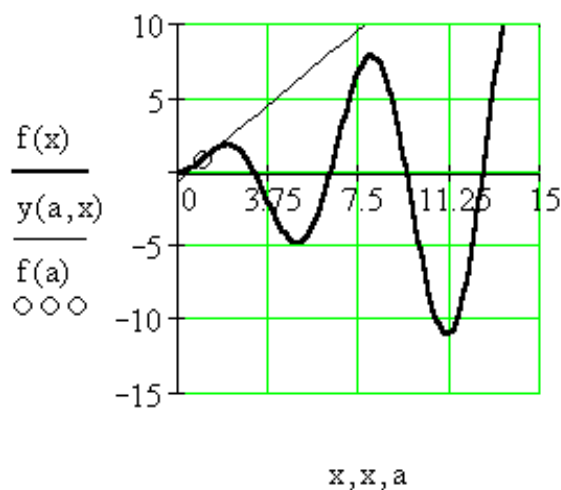
Рівняння дотичної до функції за умови $x = a$

$$y(a, x) := f(a) + (x - a) \cdot \frac{d}{da} f(a) \quad .$$

Необхідно програмувати процес анімації значень функції та положень дотичної у часі. Для цього a визначається як аргумент анімації

$$a := \frac{\text{FRAME}}{5}$$

і заповнюється шаблон графіка у прямокутній системі координат. Початкове зображення графіка за умови $a = 1$ матиме вигляд:



Контрольне завдання

Одержати процес анімації з параметрами **From**=0, **To**=60, **At**=10.

Використання пакета **Mathcad-2000** дозволяє анімацію двокоординатних (2D) і трикоординатних (3D) графіків.

Необхідно, наприклад, продемонструвати процес обертання Землі навколо Сонця. Для цього створюються математичні описи:

$$R := 5 \quad r := 2 \quad - \text{умовні радіуси кульок "Сонце" та "Земля"}.$$

Графік лінії орбіти повинен мати форму еліпса з максимальним a та мінімальним b радіусами (a та b – константи):

$$a := 4R + 3r \quad c := 3R \quad b := \sqrt{a^2 - c^2} \quad .$$

Пересування вздовж еліпса доцільно контролювати за допомогою значень фазового кута вектора розташування:

$$i := 0..50 \quad \theta_i := i \cdot \frac{2\pi}{50} \quad .$$

Координати графіка у форматі 3D повинні бути елементами матриці. Тому рівняння орбіти матимуть вигляд:

$$xe_i := a \cdot \cos(\theta_i) \quad ye_i := b \cdot \sin(\theta_i) \quad ze_i := 0$$

Кульку “Сонце” можна програмувати параметричними рівняннями:

$$j := 0..50 \quad \phi_j := j \cdot \frac{\pi}{50} \quad xs_{i,j} := R \cdot \sin(\phi_j) \cdot \cos(\theta_i) + c$$

$$ys_{i,j} := R \cdot \sin(\phi_j) \cdot \sin(\theta_i) \quad zs_{i,j} := R \cdot \cos(\phi_j)$$

(*c* – постійна складова координати *x*, що визначає положення центра “Сонця”).

Кулька “Земля” може програмуватися аналогічними рівняннями з урахуванням зміни місця положення її центра (константи *cx* та *cy*) у часі разом із змінною **FRAME**:

$$cx := a \cdot \cos\left(\text{FRAME} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{25}\right) \quad cy := b \cdot \sin\left(\text{FRAME} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{25}\right)$$

$$xp_{i,j} := r \cdot \sin(\phi_j) \cdot \cos(\theta_i) - cx \quad yp_{i,j} := r \cdot \sin(\phi_j) \cdot \sin(\theta_i) - cy$$

$$zp_{i,j} := r \cdot \cos(\phi_j)$$

Підготовка завершується введенням до шаблону графіка поверхні даних трьох об’єктів у такий спосіб:

$$(xe, ye, ze), (xs, ys, zs), (xp, yp, zp).$$

Літературні посилання.

Більш докладні рекомендації можна одержати у спеціальній літературі. Наприклад: Дьяконов В. Mathcad 2001: учеб. курс. – СПб.: Питер, 2001 – 624с.

ЗМІСТ

1. Загальні відомості	3
2. Елементи роботи з пакетом Mathcad	6
3. Робота з простими функціями	7
4. Робота з графічним блоком	13
5. Комплексні величини, вектори та матриці	19
6. Програмування у пакеті Mathcad	24
7. Розв’язок алгебраїчних рівнянь	29
8. Інтегрування диференціальних рівнянь	35
9. Гармонічний аналіз функцій	40
10. Хвильові дискретні перетворення	44
11. Символьні перетворення	47
12. Робота з графіками поверхні	55
13. Анімація графічної інформації	60
14. Літературні посилання.	63

Упорядники:
Бородай Валерій Анатолійович
Воскобойник Владислав Емануїлович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ ТА САМОСТІЙНИХ РОБІТ
З ДИСЦИПЛІНИ

**“ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА В РОЗРАХУНКАХ
ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ”**
(пакет MathCAD)

для студентів напрямку 0922 Електромеханіка

Редакційно-видавничий комплекс
Редактор С. С. Графська

Підписано до друку 23.10.03. Формат 30х42/4.
Папір Cantain. Ризографія. Умовн. друк. арк. 3,8.
Обліково-видавн. арк. 3,8 .Тираж 100 прим. Зам. №

НГУ
49027, м. Дніпропетровськ – 27, просп. К. Маркса, 19.